

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



СД 77/0001

P2 - 10849

А.С.Гальперин, Ю.Л.Калиновский

ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНОВ
В ЛИНЕЙНОЙ СИГМА-МОДЕЛИ

1977

P2 - 10849

А.С.Гальперин, Ю.Л.Калиновский

ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНОВ
В ЛИНЕЙНОЙ СИГМА-МОДЕЛИ

Поляризуемость пионов в линейной сигма-модели

Рассмотрены амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ и поляризуемость пионов в линейной сигма-модели. Вычисления в алгебре токов и в теории поля с лагранжианами, являющимися нелинейными реализациями киральной симметрии, привели к различным теоретическим предсказаниям относительно поляризуемости ρ^0 -мезона. В данной работе на примере перенормируемой теории поля показано, что амплитуда $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ обладает "аномальным" с точки зрения гипотез алгебры токов поведением и резко меняется на пороге рождения двух пионов. В связи с этим экспериментальные результаты должны приводить к различным значениям величины поляризуемости пионов в зависимости от той области энергий, где производится измерение.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Pion Polarizability in the Linear Sigma-Model

The amplitude of process $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ and pion polarizability within the linear sigma-model are considered. Calculations in the current algebra and in the field theory with Lagrangians have led to various theoretical predictions as to the ρ^0 -meson polarizability. It is shown that $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ amplitude has "anomalous" behavior from the point of view of the current algebra hypothesis and changes sharply near the threshold of two-pion production. In this connection the experimental study should give different values for pion polarizability depending on an energy region measured.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. Введение

Интерес к вычислению поляризуемости пионов объясняется повышением возможностей экспериментальной техники. Рассмотрение этого вопроса привело к различным теоретическим предсказаниям^{/1, 2/}. Связь поляризуемости элементарных частиц с комитон-эффектом рассматривалась в работах^{/3/}.

В работе^{/1/} поляризуемость пионов вычислена в алгебре токов с использованием PCAC и гипотезы плоскости амплитуды процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$. В частности, в ней получено, что поляризуемость π^0 -мезона $\alpha_{\pi^0} = 0$. В статье^{/2/} вычисления проводились в теории поля с лагранжианами, являющимися нелинейными реализациями изотопной симметрии. В ней получено, что α_{π^0} отлична от нуля и равна $\alpha_{\pi^0} = -0,04 \frac{\alpha}{m_\pi^2}$ ($\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$).

В настоящей работе рассматривается процесс $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ в линейной сигма-модели. На примере перенормированной теории поля показано, что амплитуда $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ обладает "аномальным" с точки зрения гипотез алгебры токов поведением и резко меняется на пороге рождения двух пионов.

В следующем разделе мы приведём общий вид амплитуды в линейной σ -модели и получим выражение для поляризуемости пионов в первых двух порядках теории возмущений ($e^2, e^2/\sqrt{s}$) с учётом пионных петель.

В третьем разделе проведём анализ полученных результатов.

2. Вычисление поляризуемости пионов в линейной

σ -модели

Линейная σ -модель — наиболее известный и хорошо изучен-

ний при ее перенормированной теории, обладающей калибровой инвариантностью. Взаимодействие между полями $\vec{\pi}, \sigma$ описывается лагранжианом^{/1/}

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \{ (\partial_\mu \vec{\pi})^2 + (\partial_\mu \sigma)^2 - \mu^2 (\vec{\pi}^2 + \sigma^2) \} + \frac{1}{4} \lambda (\vec{\pi}^2 + \sigma^2)^2 - a \sigma. \quad (1)$$

Здесь μ - перенормированная масса $\vec{\pi}, \sigma$; a - параметр нарушения симметрии. Если сдвиг $\sigma = \sigma' - F_\pi$ ($F_\pi = 92$ МэВ - константа слабого распада пиона), получаем:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \{ (\partial_\mu \vec{\pi})^2 - m_\pi^2 \vec{\pi}^2 + (\partial_\mu \sigma')^2 - m_\sigma^2 \sigma'^2 \} + \frac{m_\sigma^2 - m_\pi^2}{2 F_\pi} \sigma' (\sigma'^2 + \vec{\pi}^2) - \frac{m_\sigma^2 - m_\pi^2}{8 F_\pi^2} (\sigma'^2 + \vec{\pi}^2)^2. \quad (2)$$

($m_\pi^2 = \mu^2 - \lambda F_\pi^2$, $m_\sigma^2 = \mu^2 - 3\lambda F_\pi^2$). Переход от линейной σ -подели к нелинейной её реализации может быть осуществлён при $m_\sigma^2 \rightarrow \infty$. Результаты, получаемые в линейной и нелинейной σ -моделях, совпадают в древесном приближении.

Разрешим взаимодействие пионов с электромагнитным полем имеет вид:

$$\mathcal{L}_{\pi A} = ie A_\mu (\pi^+ \partial_\mu \pi^- - \pi^- \partial_\mu \pi^+) + e^2 A_\mu^2 \pi^+ \pi^-. \quad (3)$$

Амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ определяется формулой

$$\langle \pi^+(p_1) \pi^+(p_2) | S | \gamma_{\lambda_1}(q_1) \gamma_{\lambda_2}(q_2) \rangle = \frac{i \delta^{ab}(p_1, p_2, q_1, q_2)}{(2\pi)^4 \sqrt{p_1^0 p_2^0 q_1^0 q_2^0}} \epsilon_{\lambda_1}^\mu \epsilon_{\lambda_2}^\nu T_{ab}^{\mu\nu}(p_1, p_2, q_1, q_2)$$

где q_1, q_2 - импульсы фотонов; $\epsilon_{\lambda_1}^\mu, \epsilon_{\lambda_2}^\nu$ - их поляризации; p_1, p_2 - импульсы пионов; a, b - их изотопические индексы. Амплитуда $T_{ab}^{\mu\nu}(p_1, p_2, q_1, q_2)$ в первых двух порядках теории возмущений имеет вид^{/1,2/}:

$$T_{\alpha\beta}^{\pi\nu}(\rho_1, \rho_2; q_1, q_2) = 2e^2(\delta_{\alpha\beta} - \delta_{3\alpha}\delta_{3\beta}) \left\{ gJ^{\nu} - \frac{\rho_1^{\nu}\rho_2^{\nu}}{\rho_1 \cdot q_1} - \frac{\rho_2^{\nu}\rho_1^{\nu}}{\rho_2 \cdot q_2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{(4\pi E_2)^2} (gJ^{\nu} q_1 \cdot q_2 - q_1^{\nu} q_2^{\nu}) \beta^{(\alpha)}\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{m_\pi^2}\right) \right\} + 2e^2 \delta_{3\alpha} \delta_{3\beta} \frac{1}{(4\pi E_2)^2} \\ (gJ^{\nu} q_1 \cdot q_2 - q_1^{\nu} q_2^{\nu}) \beta^{(\alpha)}\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{m_\pi^2}\right). \quad (3)$$

Первые три члена в фигурных скобках - борновские.

$\beta^{(\alpha)}\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{m_\pi^2}\right), \beta^{(\alpha)}\left(\frac{q_2 \cdot q_1}{m_\pi^2}\right)$ - вклады в амплитуду пионных петель для π^\pm и π^0 соответственно. В (5) опущены члены, содержащие q_1^{ν} и q_2^{ν} ($q_1 \cdot \varepsilon_1 = q_2 \cdot \varepsilon_2 = 0$). Учтены также равенства $q_1^4 - q_2^4 = 0$, $\rho_1^i \cdot \rho_2^i = m_\pi^2$. Амплитуда $T_{\alpha\beta}^{\pi\nu}(\rho_1, \rho_2; q_1, q_2)$, когда пионы находятся вне массовой поверхности, имеет вид [2, 5]

$$T_{\alpha\beta}^{\pi\nu}(\rho_1, \rho_2; q_1, q_2) = 2e^2(\delta_{\alpha\beta} - \delta_{3\alpha}\delta_{3\beta}) \left\{ gJ^{\nu} - \frac{\rho_1^{\nu}\rho_2^{\nu}}{\rho_1 \cdot q_1} - \frac{\rho_2^{\nu}\rho_1^{\nu}}{\rho_2 \cdot q_2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{(4\pi E_2)^2} \left(q_1 \cdot q_2 + \frac{1}{3}(\rho_1^i \cdot \rho_2^i - 2m_\pi^2) \right) \left(gJ^{\nu} - \frac{q_1^{\nu} q_2^{\nu}}{q_1 \cdot q_2} \right) J\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{m_\pi^2}\right) \right\} + \\ + 2e^2 \delta_{3\alpha} \delta_{3\beta} \frac{1}{(4\pi E_2)^2} \left(q_1 \cdot q_2 + \frac{1}{3}(\rho_1^i \cdot \rho_2^i - \frac{11}{6}m_\pi^2) \right) \left(gJ^{\nu} - \frac{q_1^{\nu} q_2^{\nu}}{q_1 \cdot q_2} \right) J\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{m_\pi^2}\right). \quad (4)$$

Определение $J\left(\frac{q_1 \cdot q_2}{m_\pi^2}\right)$ см. в Приложении.

Вклад нуклонных петель подробно обсуждался в [2]. Поляризуемость

α_π пиона определяется как коэффициент эффективного взаимодействия пиона с внешним электромагнитным полем

$$V_{int} = - \frac{\alpha_\pi}{2} (\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2). \quad (7)$$

Тогда из (5) для поляризуемостей получим выражения:

$$\alpha_{\pi\pi} = \frac{1}{(4\pi F_\pi)^4} \frac{e^2}{m_\pi} \beta^{(\pi)} \left(\frac{q, q_1}{m_\pi} \right) \Big|_{\frac{q, q_1}{m_\pi} = 0},$$

$$\alpha_{\pi^0} = \frac{1}{(4\pi F_\pi)^4} \frac{e^2}{m_\pi} \beta^{(\pi^0)} \left(\frac{q, q_1}{m_\pi} \right) \Big|_{\frac{q, q_1}{m_\pi} = 0}. \quad (8)$$

Вычислим вклад пионных петель.

а) $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$.

Амплитуду этого процесса во втором порядке теории возмущений ($e^2, e^2/F_\pi^4$) дадут диаграммы, показанные на рис. 1, 2 (пунктирные линии — π -мезоны, сплошные — σ , волнистые — γ -кванты). При этом

$$T_{\alpha\beta}^{\mu\nu}(\rho, \rho_1; q, q_1) = \frac{2e^4}{(4\pi F_\pi)^4} \delta_{3\alpha} \delta_{3\beta} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \left\{ \frac{m_\sigma^2 - m_\pi^2}{m_\sigma^2 - 2q, q_1} - 1 \right\} \frac{1}{i\pi^4}$$

$$\int \frac{d^4k}{(m_\pi^2 - (k+q)^2 - i\varepsilon)(m_\pi^2 - (k-q_1)^2 - i\varepsilon)} \left\{ g^{\mu\nu} + \frac{4k^\mu k^\nu}{m_\pi^2 - k^2 - i\varepsilon} \right\} =$$

$$= \frac{2e^4}{(4\pi F_\pi)^4} \delta_{3\alpha} \delta_{3\beta} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \left\{ \frac{m_\sigma^2 - m_\pi^2}{m_\pi^2 - 2q, q_1} - 1 \right\} \left(g^{\mu\nu} - \frac{q_1^\mu q_1^\nu}{q_1^2} \right) J \left(\frac{q, q_1}{m_\pi} \right). \quad (9)$$

Вычисление интеграла см. в Приложении. В пределе $m_\sigma^2 \rightarrow \infty$ амплитуда (9), а вместе с ней и поляризуемость совпадают с амплитудой $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$ в нелинейной σ -модели^[2] с нарушением:

$$T_{\alpha\beta}^{\mu\nu}(\rho, \rho_1; q, q_1) = \frac{4e^2}{(4\pi F_\pi)^4} \delta_{3\alpha} \delta_{3\beta} (g^{\mu\nu} q, q_1 - q_1^\mu q_1^\nu) \left(1 - \frac{m_\pi^2}{2q, q_1} \right) J \left(\frac{q, q_1}{m_\pi} \right) =$$

$$= \frac{2e^2}{(4\pi F_\pi)^4} \delta_{3\alpha} \delta_{3\beta} (g^{\mu\nu} q, q_1 - q_1^\mu q_1^\nu) \beta_{\pi^0}^{(\pi^0)} \left(\frac{q, q_1}{m_\pi} \right) \quad (10)$$

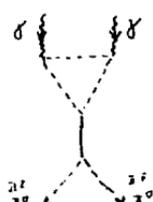
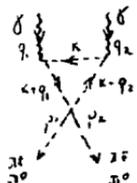
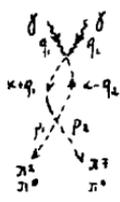


Рис. 1

Рис. 2



Рис. 3

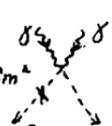
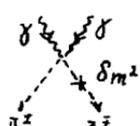


Рис. 4

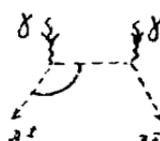
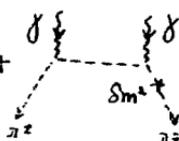
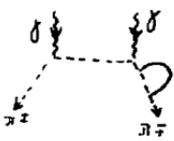
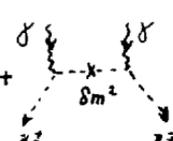
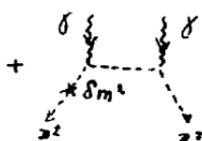
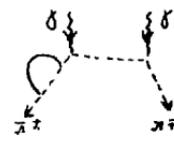


Рис. 5

и

$$\alpha_{\pi^0} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right) = \frac{2e^4}{(4\pi F_\pi)^2 m_\pi} \beta^{(\pi)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right). \quad (II)$$

Вклад барьонных петель в $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$ равен $O(1/2)$. График функции $\beta^{(\pi)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right)$ изображён на рис. 6. Видно, что $\alpha_{\pi^0} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right)$ резко меняется в интервале энергий от 0 до $2m_\pi^2$:

$$\begin{aligned} \alpha_{\pi^0} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} = 0 \right) &= -0,06 \frac{\alpha}{m_\pi^2}, \\ \alpha_{\pi^0} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} = 2 \right) &= 0,54 \frac{\alpha}{m_\pi^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

б) $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

В амплитуду этого процесса во втором порядке теории возмущений ($e^4, c^2/F_\pi^2$) дадут вклад диаграммы, показанные на рис. 1, 2, 3, 4, 5. Эти члены в диаграмм на рис. 1, 2 аналогично вышеизложенному, вклад остальных диаграмм можно вычислить в предположении $q_1 q_2 \ll 2m_\pi^2$ (см. приложение). Окончательно:

$$\left. \frac{-i}{16} \int d^4x \langle \rho_i \rho_j \rangle \right|_{q_1, q_2 \ll 2m_\pi^2} = \frac{2e^4}{(4\pi F_\pi)^2} (\delta_{ij} - \delta_{ij} \delta_0) \left(q_1 q_2 \right) \left(\beta^{(\pi)} - \frac{q_1 q_2}{q_1 q_2} \right) J \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right) \quad (13)$$

и

$$\alpha_{\pi^\pm} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right) = \frac{e^4}{(4\pi F_\pi)^2 m_\pi} J \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right) = \frac{e^4}{(4\pi F_\pi)^2 m_\pi} \beta^{(\pi)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right). \quad (14)$$

При этом

$$\alpha_{\pi^\pm} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right) \Big|_{\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \rightarrow 0} = 0. \quad (15)$$

Из (10) получаем, что дифференциальное сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi \pi$ определяется как (см. рис. 6):

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{e^4}{(4\pi F_\pi)^2} \left| \beta^{(\pi)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} \right) \right|^2, \quad (16)$$

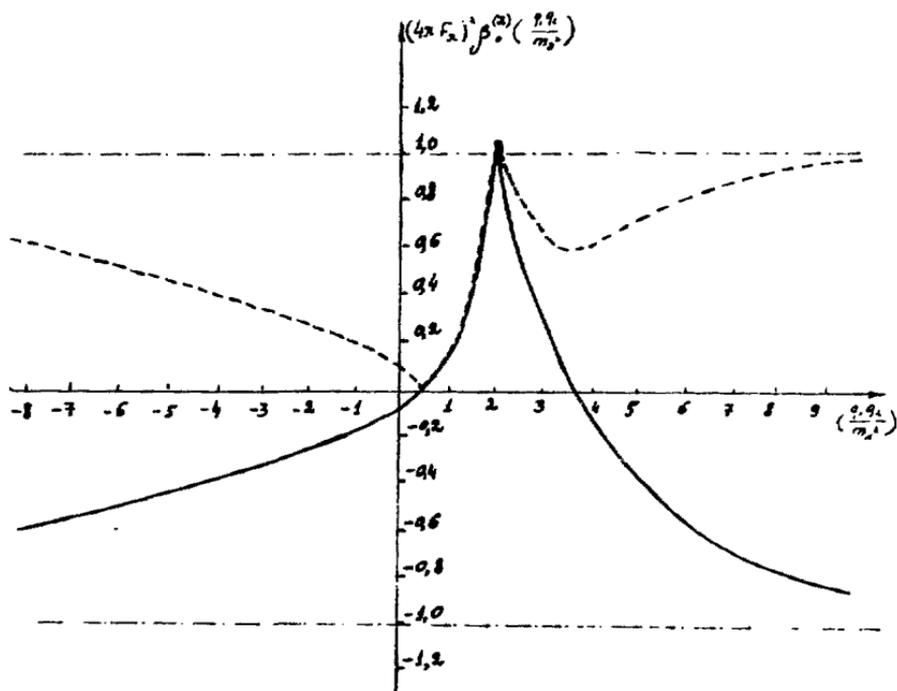


Рис. 6

Сплошная линия - $(4\pi F_2)^4 \operatorname{Re} \beta_0^{(2)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_e^2} \right)$,

пунктирная линия - $(4\pi F_2)^4 \left| \beta_0^{(2)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_e^2} \right) \right|$,

штрих-пунктирные линии - значение $(4\pi F_2)^4 \operatorname{Re} \beta_0^{(2)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_e^2} \right)$, $(4\pi F_2)^4 \left| \beta_0^{(2)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_e^2} \right) \right|$
при $\alpha_x = 0$.

Единице на оси ординат соответствует поляризуемость $= 8 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$.

и полное ЯК

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{1}{s} \text{Im} \chi(s, 0) = \frac{1}{s} \text{Im} \beta_0^{(2)} \left(\frac{q, q}{m_x^2} \right), \quad (17)$$

где $s = 4(q, q)$, $t = (p_i - q_i)^2$. Полное выражение для $\beta_0^{(2)} \left(\frac{q, q}{m_x^2} \right)$ приведено в Приложении.

3. Обсуждение результатов

Продолжение вычислений в линейной σ' -теории позволило учесть влияние изменения амплитуды $\mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H} \mathcal{H}$ на расстоянии порядка $2m_x^2$ и проследить влияние вкладов пионных петель на функцию $\beta_0^{(2)} \left(\frac{q, q}{m_x^2} \right)$ вблизи порога рождения двух пионов.

При рассмотрении поляризуемости π^0 -мезона учитывались только пионные петли, так как барионные вклады не дают $1/2!$, а вклад диаграммы с векторными мезонами мал $1/2!$. Поляризуемость заряженных пионов основной вклад дает барионные петли. Эти вопросы обсуждались в $1/2!$.

Алгебра токов $1/1$ с использованием PCAC и гипотезы гладкости определяет значение поляризуемости только в точке $q, q = \frac{1}{2} m_x^2$. Подставляя $\frac{q, q}{m_x^2} = \frac{1}{2}$ в (10), получаем, что $\alpha_{\pi^0} \left(\frac{q, q}{m_x^2} = \frac{1}{2} \right) = 0$, что совпадает с результатами $1/1$.

Так как поляризуемость сильно зависит от той области энергий, в которой производятся измерения, то экспериментальные результаты должны приводить к различным значениям этой величины: измерение поляризуемости в \mathcal{K} -мезоатомках возможно при очень малых значениях энергии, а на встречных пучках или в реакции $\mathcal{H}N \rightarrow \mathcal{H}'\mathcal{H}N$ - вблизи точки $2m_x^2$.

Авторы выражают глубокую признательность В.Н. Первушину за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также

Д.И. Блохинцеву, М.С. Волкову, Э.А. Иванову и Ф.И. Ситовенкову за стимулирующие дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим интеграл в (1), соответствующий случаю линейности на рис. 1, 2:

$$\bar{I} = \bar{I}_{(1)} + \bar{I}_{(2)} = \int \frac{dk}{(m_2^2 - (k+q_1)^2 - i\epsilon)(m_2^2 - (k-q_2)^2 - i\epsilon)} \left\{ gJ^{\nu\alpha} + \frac{4\kappa J^{\nu\alpha}}{m_2^2 - \kappa^2 - i\epsilon} \right\}.$$

Используя параметризацию Фейнмана и формулы резальности [6], получим:

$$\bar{I}_{(1)} = gJ^{\nu\alpha} i\pi^2 \frac{\Gamma(\epsilon_1)}{\pi^{\epsilon_1} m_2^{2\epsilon_1}} - gJ^{\nu\alpha} i\pi^2 \int_0^1 \ln\left(1 - \frac{p^2}{m_2^2}\right) dx,$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{(2)} = & -gJ^{\nu\alpha} i\pi^2 \frac{\Gamma(\epsilon_2)}{\pi^{\epsilon_2} m_2^{2\epsilon_2}} + gJ^{\nu\alpha} i\pi^2 \int_0^1 \ln\left(1 - \frac{p^2}{m_2^2}\right) dx - i\pi^2 gJ^{\nu\alpha} \\ & + i\pi^2 gJ^{\nu\alpha} \int_0^1 \frac{m_2^2}{\rho^2} \ln\left(1 - \frac{p^2}{m_2^2}\right) dx + 2i\pi^2 \int_0^1 \frac{pJ^{\nu\alpha}}{\rho^2} \left\{ 1 - \frac{m_2^2}{\rho^2} \ln\left(1 - \frac{p^2}{m_2^2}\right) \right\} dx, \end{aligned}$$

где $\rho^2 = (q_1 + q_2)x - q_2^2$.

Интеграл $J\left(\frac{q_1 q_2}{m_2^2}\right) = \int_0^1 \ln\left\{ 1 + \frac{2q_1 q_2}{m_2^2} (x^2 - x) \right\} \frac{dx}{x^2 - x}$ в области

$0 \leq q_1, q_2 < 2m_2^2$ можно вычислить следующим образом. Если обозначить

$\frac{2q_1 q_2}{m_2^2} = \xi$, то

$$\frac{d}{d\xi} J(\xi) = \frac{4}{\sqrt{4\xi - \xi^2}} \operatorname{arctg} \frac{\xi}{\sqrt{4\xi - \xi^2}}.$$

ОТЛУДА

$$\bar{I} = i\pi^2 (g_1^{-2} - \frac{q_1^2 q_2^2}{q_1 q_2}) \left\{ \frac{2m_2^2}{q_1 q_2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{2m_2^2}{q_1 q_2} - 1 \right)^{1/2} \right] - 1 \right\}$$

и

$$\beta_0^{(1)} \left(\frac{q_1 q_2}{m_2^2} \right) = \begin{cases} \frac{2}{(4\pi F_2)^2} \left(1 - \frac{m_2^2}{2q_1 q_2} \right) \left\{ \frac{2m_2^2}{q_1 q_2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{2m_2^2}{q_1 q_2} - 1 \right)^{1/2} \right] - 1 \right\}, & 0 < q_1 q_2 < 2m_2^2, \\ \frac{2}{(4\pi F_2)^2} \left(1 - \frac{m_2^2}{2q_1 q_2} \right) \left\{ -\frac{m_2^2}{2q_1 q_2} \operatorname{Ln}^2 \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{2m_2^2}{q_1 q_2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{2m_2^2}{q_1 q_2}}} \right) + \frac{m_2^2}{2q_1 q_2} \pi^2 - 1 + \right. \\ \left. + i\pi \operatorname{Ln}^2 \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{2m_2^2}{q_1 q_2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{2m_2^2}{q_1 q_2}}} \right) \right\}, & q_1 q_2 > 2m_2^2, \\ \frac{2}{(4\pi F_2)^2} \left(1 - \frac{m_2^2}{2q_1 q_2} \right) \left\{ -\frac{m_2^2}{2q_1 q_2} \operatorname{Ln}^2 \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{2m_2^2}{q_1 q_2}}}{-1 + \sqrt{1 - \frac{2m_2^2}{q_1 q_2}}} \right) - 1 \right\}, & q_1 q_2 < 0 \end{cases}$$

При вычислении диаграмм на рис. 3, 4, 5 появляются интегралы

$$\bar{I}_2 = \int \frac{dx}{(m_2^2 - (x+q_1)^2 - i\epsilon)(m_2^2 - (x-q_1)^2 - i\epsilon)(m_0^2 - (x+q_1-p_1)^2 - i\epsilon)},$$

$$\bar{I}_3 = \int \frac{x^2 dx}{(m_2^2 - x^2 - i\epsilon)(m_2^2 - (x+q_1)^2 - i\epsilon)(m_0^2 - m_2^2 + 2q_1 p_1 - x^2 - 2x(q_1 - p_1))},$$

$$\bar{I}_c = \int \frac{\kappa^2 dx}{(m_2^2 - (x+q_1)^2 - i\epsilon)(m_2^2 - (x-q_1)^2 - i\epsilon)(m_0^2 - \kappa^2)(m_0^2 - m_2^2 + 2q_1 p_1 - \kappa^2 - 2\kappa(q_1 - p_1))}.$$

Их можно вычислить, переходя к евклидовой метрике и воспользовавшись приближением $q_1 q_2 \ll 2m_2^2$. Например, для \bar{I}_2 :

$$\bar{I}_2^{(евкл)} = i \cdot i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa^2 dx}{(m_2^2 + \kappa^2)(m_2^2 + x^2 + 2xq_1)(m_0^2 - m_2^2 + 2q_1 p_1 + \kappa^2 + 2\kappa(q_1 - p_1))} =$$

$$= i \cdot i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa^2 dx}{(m_2^2 + \kappa^2)^2 (m_0^2 + \kappa^2)} \left\{ 1 - \frac{2\kappa q_1}{m_2^2 + \kappa^2} + \dots \right\} \left\{ 1 + \frac{m_2^2 - 2q_1 p_1}{m_0^2 + \kappa^2} - \dots \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2\kappa(q-p)}{(m_0^2 + \kappa^2)} + \frac{4\kappa(q-p)\kappa(q-p)}{(m_0^2 + \kappa^2)^2} - \frac{4\kappa(q-p)(m_0^2 - 2q,p)}{(m_0^2 + \kappa^2)^2} + \dots \left. \right\} - \\
& = i \cdot i \int_{p_0}^{\infty} \int \frac{\kappa f d\kappa}{(m_0^2 + \kappa^2)^2 (m_0^2 + \kappa^2)} \left\{ - \frac{2\kappa(q-p)}{m_0^2 + \kappa^2} - \frac{4\kappa(q-p)(m_0^2 - 2q,p)}{(m_0^2 + \kappa^2)^2} - \right. \\
& \left. - \frac{8\kappa(q-p)(q-p)\kappa(q-p)}{(m_0^2 + \kappa^2)^2 (m_0^2 + \kappa^2)} + \dots \right\}.
\end{aligned}$$

Окончательно :

$$I_D = i\pi^2 p_0' \left\{ - \frac{m_0^2}{m_0^2} \ln \frac{m_0^2}{m_0^2} + 2 \frac{m_0^2}{m_0^2} - \frac{1}{2m_0^2} - \frac{1}{3} \frac{(q,p)}{m_0^2} \right\}.$$

Интегралы I_A, I_C считаются аналогично. Итоговые результаты:

$$I_A = \left(\frac{1}{2m_0^2} \ln \frac{m_0^2}{m_0^2} + \frac{7}{6} \frac{q_0 q_0}{m_0^2} - \frac{m_0^2}{2m_0^2} - \frac{1}{m_0^2} + \frac{1}{3} \frac{q_0 q_0}{m_0^2} \right) i\pi^2,$$

$$\begin{aligned}
I_C = i\pi^2 \left\{ g^{\mu\nu} \left[- \frac{m_0^2}{m_0^2} \ln \frac{m_0^2}{m_0^2} + \frac{1}{2m_0^2} + \frac{11}{6} \frac{m_0^2}{m_0^2} \right] + \right. \\
\left. + \frac{g^{\mu\nu} q_0 q_0 - q_0^{\mu} q_0^{\nu}}{6 m_0^2 m_0^2} - \frac{g^{\mu\nu} q_0 q_0 - q_0^{\mu} q_0^{\nu}}{3 m_0^2} - \frac{p_0^{\mu} p_0^{\nu} + p_0^{\nu} p_0^{\mu}}{3 m_0^2} \right\}.
\end{aligned}$$

Литература

1. И. В. Перенгезов. Д., 16, 102, 1972; СЭИ, 112, 37, 1974.
2. И. В. Перенгезов, И. В. Мервулин. Д., 22, 340, 1975.
3. И. В. Перенгезов. Тр. ЭИАН, 41, Наука, 1968;
A.M.Baldin. Nucl.Phys., 18, 310, 1960;
F.Cannata, P.Mazzanti. Preprint IFUB/77-4.
4. S.Gasiorowicz, D.A.Geffen.Rev.of Mod.Phys., 41,531, 1969;
И. В. Альбаро и др. Токи в физике адронов, Мир, М.,
1977.
5. И. В. Перенгезов, И. В. Мервулин. ДФ, 20, 762, 1974.
6. F.Cannata, S.Zerbini and P.Mazzanti. Lett.Nuovo Cimento,
10, 649, 1970.
7. G.Leibbrandt. Rev.of Mod.Phys., 47, 849, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 августа 1977 года.

Нет ли пробелов в Вашей библиотеке?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

P1,2-7642	Труды Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Гомель, 1973.	623 стр.	7 р. 15 к.
D3-7991	Труды II Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1974.	552 стр.	2 р. 50 к.
D1,2-8405	Труды IV Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Варна, 1974.	376 стр.	2 р. 05 к.
P1,2-8529	Труды Международной школы-семинара молодых ученых. Актуальные проблемы физики элементарных частиц. Сочи, 1974.	582 стр.	2 р. 60 к.
D6-8846	XIV совещание по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1975.	180 стр.	1 р. 90 к.
D13-9164	Международное совещание по методике проволочных камер. Дубна, 1975.	344 стр.	4 р. 20 к.
D1,2-9224	IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1975.	307 стр.	3 р. 60 к.
D13-9287	Труды VIII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1975	469 стр.	5 р. 00 к.
D7 - 9734	Международная школа-семинар по взаимодействию тяжелых ионов с ядрами и синтезу новых элементов /Дубна, 1975 г./	298 стр.	3 р. 00 к.
D2 - 9788	Нелокальные, нелинейные и неренормируемые теории поля /Алушта, 1976 г.	390 стр.	2 р. 40 к.
D-9920	Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра /Дубна, 1976 г./	452 стр.	3 р. 50 к.
D9-10500	Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976.	292 стр.	2 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:

101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79,

издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Заказ 23605. Тираж 650. Уч.-изд. листов 0,74.
Редактор Н.Н.Зрелова. Подписано к печати 5.09.77 г.
Корректор В.А.Халякина