сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р3 - 12230

Т.Бакалов, А.А.Ваньков, Г.Илчев, С.Тошков,
В.Ф.Украинцев, Чан Хань Май

БАЙЕСОВСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕННЫХ ФУНКЦИЙ ПРОПУСКАНИЯ НЕЙТРОНОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТОРОВ РЕЗОНАНСНОГО САМОЭКРАНИРОВАНИЯ И ДРУГИХ СРЕДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

1979

Р3 - 12230

Т.Бакалов, А.А.Ваньков, Г.Илчев, С.Тошков,
В.Ф.Украинцев, Чан Хань Май

БАЙЕСОВСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕННЫХ ФУНКЦИЙ ПРОПУСКАНИЯ НЕЙТРОНОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТОРОВ РЕЗОНАНСНОГО САМОЭКРАНИРОВАНИЯ И ДРУГИХ СРЕДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Бакалов Т. P3 - 12230

Байесовский метод обработки измеренных функций пропускания нейтронов для определения факторов резонансного самоэкранирования и других средних характеристик

Описан статистический метод, особенностью которого является привлечение априорной информации (байесовский метод). Благодаря этому достигается устойчивость решения к вариациям исходных данных, а само решение характеризуется всеми необходимыми качествами, присущими статистическим гауссовым оценкам. Показана возможность использования метода для обработки и интерпретации результатов измерений функции пропускания нейтронов для определения параметров резонансной структуры тяжелых ядер в области неразрешенных резонансов. В качестве примера приведены результаты обработки измерений функций пропускания нейтронов для 8 образцов урана-235 с толщинами от 0,5022 до 66,96 г/см^2 в области энергии от 4,65 до 10 кэВ. Показаны также результаты определения моментов и коэффициентов самоэкранирования для урана-235 в данной области энергии.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1979

Bakalov T. et al. P3 - 12230

Bayesian Method of the Treatment of Measured Functions of Neutron Transmission to Determine Self-Shielding Factors and Other Average Characteristics

A statistical method using a priori information (Bayesian approach) is discussed. The stability of solution to variances of initial data is obtained. The solution itself is characterized by necessary qualities of statistical Gaussian appreciation. It is shown that the statistical method could be used for the treatment and interpretation of results in measuring the function of neutron transmission for determining parameters of resonance structure for heavy nuclei in the region of unsolved resonances. As an axample, the results of treatment of measuring the function of neutron transmission for 8 samples of Uranium-235 with the thickness from 0.5022 to 66.96 g/cm^2 of neutron energy between 4.65 and 10 keV are presented. The results of determining moments and self-shielding coefficients for ^{235}U are given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1979

Обработка и интерпретация результатов измерений функции пропускания нейтронов является типичным примером задачи, относящейся к проблеме обратных задач. Эта проблема может быть сформулирована следующим образом: по измеренным значениям функционала /параметрам теоретической модели, параметрам некоторой функции распределения и т.д./ определить вектор значений этого функционала.

В настоящей работе используется статистический подход, который мы будем называть байесовским подходом, т.к. его особенностью является привлечение априорной информации. Благодаря этому достигается устойчивость решения к вариациям исходных данных, само решение характеризуется всеми необходимыми качествами, присущими статистическим гауссовым оценкам.

Используемый метод был вначале сформулирован для корректировки /на основе интегрального эксперимента/ групповых констант, используемых для расчета "быстрых" реакторов. Этот метод, как оказалось, может быть распространен на многие другие физические задачи статистической обработки /1/, в частности, может быть использован для определения ядерно-физических параметров из экспериментальных функций пропускания /2-3/. Настоящая работа посвящена обработке и интерпретации результатов измерений функции пропускания нейтронов для определения параметров резонансной структуры тяжелых ядер в области неразрешенных резонансов.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Функцию пропускания представим в следующем виде:

$$T_a(x,E',\theta)=\frac{1}{<\epsilon_a>}\int\limits_{\Delta E}\epsilon_a(E)e^{-\sigma(E)x}\,dE, \qquad /1/$$

где x - толщина образца в *ядрах/барн*, E' - средняя энергия падающих нейтронов в интервале ΔE, θ - температура образца, $\epsilon_a(E)$ - эффективность детектора, $\sigma(E)$ - полное сечение нейтронов для данного элемента.

В дальнейшем нас интересует задача измерения эффектов резонансной самоэкранировки в условиях, когда разрешения спектрометра недостаточно для выявления индивидуальных резонансов. В этих измерениях обычно получается информация двух сортов:

а/ пропускание для квазивсеволнового детектора $/\epsilon_a(E)\approx const$ в пределах функции разрешения/;

б/ самоиндикация, когда $\epsilon_a(E)\sim\sigma_a(E)$, где $\sigma_a(E)$ - сечение реакции /например, деления/.

Функции пропускания для этих случаев можно представить в виде:

а/ $$T^j(x)=\int\limits_0^\infty P^j(\sigma)e^{-\sigma x}\,d\sigma, \qquad /2/$$

б/ $$T_a^j(x)=\frac{1}{<\sigma_a>}\int\limits_0^\infty \sigma_a^j(\sigma)P^j(\sigma)e^{-\sigma x}\,d\sigma, \qquad /3/$$

где $P^j(\sigma)$ - функция распределения полного сечения в группе $E_j\div E_j+\Delta E$.

Выражения /2/ и /3/ можно рассматривать как уравнения Фредгольма 1-го рода с ядром $e^{-\sigma x}$. Восстановление подынтегральных функций $P^j(\sigma)$ и $\sigma_a^j(\sigma)P^j(\sigma)/<\sigma_a^j>$ из измеренных пропусканий позволяет определить все необходимые характеристики резонансной самоэкранировки /моменты сечений, факторы самоэкранировки/.

Например, фактор самоэкранировки сечения σ_a :

$$f_\alpha = \left\langle \frac{\sigma_\alpha}{\sigma} \right\rangle / \left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle = \int_0^\infty \sigma_\alpha(\sigma) P(\sigma) \frac{d\sigma}{\sigma} / \int_0^\infty P(\sigma) \frac{d\sigma}{\sigma} . \qquad /4/$$

Среднее полное сечение:

$$\langle \sigma \rangle = \int_0^\infty \sigma \, P(\sigma) d\sigma . \qquad /5/$$

Почему важно обработку функций пропускания проводить по такой схеме? Казалось бы, все эти величины можно определить непосредственно из измеренных пропусканий, минуя стадию решения интегрального уравнения.

Так,

$$f_\alpha = \frac{\int_0^\infty T_\alpha(x) dx}{\int_0^\infty T(x) dx} = \frac{\left\langle \frac{\sigma_\alpha}{\sigma} \right\rangle}{\left\langle \frac{1}{\sigma} \right\rangle} , \qquad /4а/$$

$$\langle \sigma \rangle = - \frac{d \ln T(x)}{dx} \Big|_{x \to 0} . \qquad /4б/$$

Ответ на этот вопрос следующий.

1. Оценка набора параметров типа f_α, $\langle \sigma \rangle$ и т.д., являющихся функционалами сечений $\sigma(E)$, $\sigma_\alpha(E)$, должна проводиться в единой процедуре оценки, т.е. в одинаковых условиях статистической обработки. Только тогда она будет самосогласованной, и будет получена ковариационная матрица этих параметров.

2. Оценка должна быть физически правдоподобной и быть устойчивой при вариациях исходных данных. Это может быть достигнуто при использовании априорной информации.

Эти два требования можно удовлетворить в рассматриваемом ниже байесовском подходе в рамках намеченной схемы /4/, /5/.

Суть метода заключается в формулировке принципа максимального правдоподобия по отношению к совокупности экспериментальных и априорных функционалов. Априорная информация должна быть статистически независимой. Оценка экспериментальной и априорной информации в общем виде представляется в форме среднего значения и ковариационной матрицы того и другого набора величин. Таким образом, предполагается нормальный закон их распределения. Результатом оценки является среднее значение и ковариационная матрица искомого набора величин.

В работе[1] байесовское решение приводится в следующем /матричном/ виде:

$$\hat{F} = \hat{F}_0 + D(\hat{F}_0)K^T[KD(\hat{F}_0)K^T + D(\hat{T})]^{-1}\delta T, \qquad /6/$$

$$D(\hat{F}) = D(\hat{F}_0) - D(\hat{F}_0)K^T[KD(\hat{F}_0)K^T + D(\hat{T})]KD(\hat{F}_0), \qquad /7/$$

где $\hat{F}_0$ - априорная оценка искомого вектора /в данном случае $P(\sigma)$ и $\sigma_a(\sigma)P(\sigma)/\langle\sigma_a\rangle$); F - апастериорная оценка; $\delta\hat{T}$ — отличие эксперимента от априорных /расчетных/ значений функционала (в данном случае отличие измеренных пропусканий от рассчитанных по априорным функциям $P(\sigma)$ и $\sigma_a(\sigma)\times$ $\times P(\sigma)/\langle\sigma_a\rangle$); K - ядро уравнения (в данном случае $e^{-\sigma x}$); D - оператор ковариационной матрицы.

Для функций пропускания соблюдаются следующие условия нормировки:

$$\sum_i F_0^i = 1,$$

$$\sum_i F^i = 1.$$

Легко показать, что эти условия нормировки будут удовлетворены, если в процедуру обработки ввести требования:

$T(0) = 1$ при $D(T(0)) \to 0$.

Помимо этих условий нормировки в процедуре обработки используется следующая априорная информация, которая в конечном счете и приводит к устойчивости и физичности решения:

а/ априорная функция распределения сечений $P(\sigma, E)$ и функция $\dfrac{\sigma_a(\sigma)}{\langle\sigma_a\rangle}$, которые заранее могут быть оценены из физических соображений с указанием пределов коридора ошибок;

б/ априорное значение первого момента сечений, т.е. $\langle\sigma\rangle$, которое может быть взято из независимых оценок.

Параметры, которые мы хотим определить, есть амплитуды функции распределения $P(\sigma)$, значения функции $\frac{\sigma_a(\sigma)}{\langle\sigma_a\rangle}$ и получаемые из них моменты и факторы самоэкранировки.

Расчет моментов проводится по схеме:

$$T(x) \to F_i \to \langle\sigma^n\rangle = \sum_i \sigma_i^n F_i \,, \qquad /8/$$

$$T_a(x) \to \frac{\sigma_a(\sigma_i)}{\langle\sigma_a\rangle} F_i \to \frac{1}{\langle\sigma_a\rangle} \left\langle \frac{\sigma_a}{\sigma} \right\rangle = \frac{1}{\langle\sigma_a\rangle} \sum_i \frac{\sigma_a(\sigma_i)}{\sigma_i} F_i . \qquad /9/$$

Дисперсии моментов определяются формулами:

$$D(\langle\sigma^n\rangle) = \sum_i \sum_j \sigma_i^n D(F_{ij}) \sigma_j^n \,, \qquad /10/$$

$$D\left(\left\langle\frac{\sigma_a}{\sigma}\right\rangle\right) = \sum_i \sum_j \frac{\sigma_a(\sigma_i)}{\sigma_i} D(F_{ij}) \frac{\sigma_a(\sigma_j)}{\sigma_j} . \qquad /11/$$

НЕКТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММЫ ОБРАБОТКИ

Программа обработки и интерпретации результатов измерений функции пропускания нейтронов в соответствии с формулами /6/ и /7/ написана на языке ФОРТРАН для ЭВМ CDC-6500.

Программа работает в двух режимах: без введения информации $\langle\sigma\rangle$ и с введением этой информации.

Для оценки непротиворечивости априорной информации и качества подгонки были введены следующие критерии:

- первый касается априорной информации

$$\frac{T_{\text{апр}} - T_{\text{эксп}}}{\Delta T_{\text{апр}}} \simeq 1 \,, \qquad /12/$$

- второй характеризует качество подгонки

$$\frac{T_{\text{эксп}} - T_{\text{опт}}}{\Delta T_{\text{эксп}}} \simeq 1 \,. \qquad /13/$$

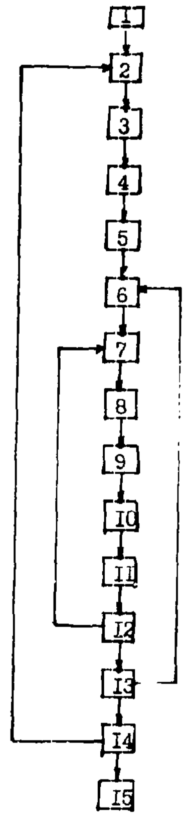
Здесь $T_{эксп}$ - экспериментальные значения пропускания; $T_{апр}$ - пропускания, рассчитанные из априорного распределения; $T_{опт}$ - пропускания, полученные из оптимизированного решения; $\Delta T_{апр}$ - ошибка $T_{апр}$; $\Delta T_{эксп}$ - ошибка экспериментальных значений пропускания $T_{эксп}$.

В программе предусмотрена возможность вывода результатов в зависимости от количества обработанных экспериментальных величин, а также возможность итерации решения для проверки сходимости. Обычно при правильно выбранной априорной информации результаты 2-й и последующих итераций незначительно отличаются от первого решения.

БЛОК-СХЕМА ПРОГРАММЫ

1. Описание идентификаторов. 2. Ввод исходных данных /независимых от признака режима работы/. 3. Ввод признака режима. 4. Блок расчета поправок на примеси в образцах. 5. Ввод остальных массивов. 6. Расчет априорных величин; пропусканий, моментов, критерия 1. 7. Расчет ядра K. 8. Расчет F и D(F). 9. Расчет оптимизированных значений пропусканий T. 10. Критерий 2. 11. Расчет моментов и их ошибок. 12-7. Цикл по толщинам. 13-6. Цикл по итерациям. 14-2. Цикл по вариантам. 15. Печать конца счета.

Имеется вариант программы для произвольного ядра K.



ПРИМЕРЫ ОБРАБОТКИ

В качестве примера приведем результаты обработки измерений функций пропусканий нейтронов $T(x)$ и $T_f(x)$ для 8 образцов ^{235}U с толщинами от 0,5022 до 66,96 *г/см*^{2}. Число точек разбиения сечений для определения $P(\sigma_i)$ было выбрано равным 12. В рассматриваемом интервале энергий от 10 до 4,65 *кэВ* задавалась область вероятных значений сечения от 5 до 60 *б*. Экспериментальные данные по пропусканию нейтронов для разных толщин урана-235 были получены из измерений, проведенных по методу времени пролета на реакторе ИБР-30 /ЛНФ ОИЯИ/.

Априорные значения F были заданы, как показано на *рис. 1* /пунктирная линия/, с неопределенностью 100%. Оптимальные значения F в данном интервале энергии также показаны на *рис. 1.* /сплошная линия/.

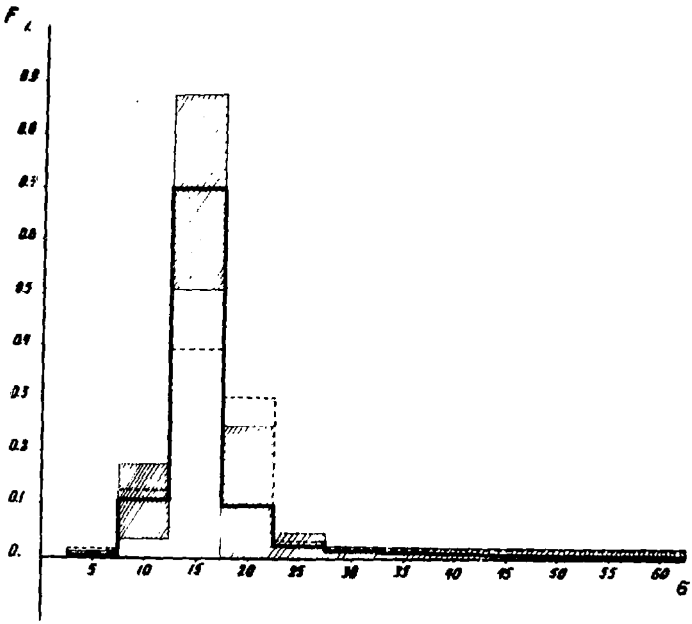


Рис.1. Функция распределения сечений. а/ - - - - априорная, б/ ——— оптимизированная.

Результаты обработки пропускания показаны в *табл. 1-2* и на *рис. 2*. Результаты определения моментов по формуле /8/ и коэффициентов самоэкранирования приведены в *табл. 3*.

Таблица 1

Результаты обработки функции пропускания $T(x)$ для ^{235}U

Толщины (г/см^2)	Экспер. значения пропускания	Оценка значения пропускания	Критерий I	Критерий 2
I,0044	0,9540±0,0294	0,9567±0,0020	0,0055	0,0922
I,5066	0,9I9I±0,0I62	0,9359±0,0028	0,0390	I,0400
4,0I76	0,8408±0,0377	0,8400±0,0059	0,0054	0,0209
8,3700	0,705I±0,02I0	0,6999±0,0085	0,0230	0,2480
I6,740	0,4892±0,0263	0,4995±0,0088	0,0367	0,39I8
33,480	0,2679±0,0I05	0,2626±0,0058	0,0756	0,6785
66,760	0,0772±0,0026	0,0777±0,0025	0,0234	0,2I45

Таблица 2

Результаты обработки функции пропускания $T_f(x)$ для ^{235}U

Толщины (г/см^2)	Экспер. значения пропускания	Оценка значения пропускания	Критерий I	Критерий 2
0,5022	0,9805±0,0II0	0,9764±0,0004	0,0095	0,3732
I,0044	0,9484±0,0294	0,9534±0,0007	0,0II7	0,I7I6
2,0088	0,8998±0,0585	0,9049±0,00I3	0,0234	0,I644
4,0I76	0,8253±0,0374	0,8284±0,0022	0,0082	0,0828
8,0370	0,6943±0,02I0	0,6796±0,0039	0,0469	0,7003
I6,740	0,4680±0,0263	0,47I0±0,0064	0,0I63	0,II33
33,480	0,2339±0,0I05	0,2352±0,0086	0,02I4	0,I224

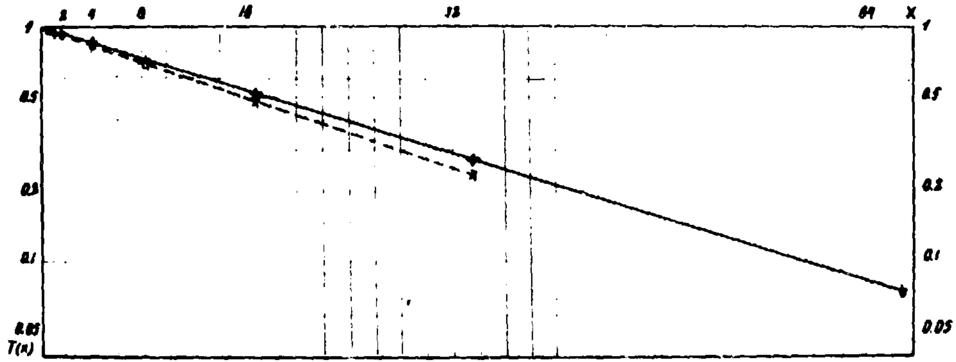


Рис.2. Функция пропускания /экспериментальные точки и оптимизация/. а/ ——— $T(x)$. *б/* - - - $T_f(x)$.

Таблица 3

Результат определения моментов и коэффициента самоэкранировки.

$\langle\sigma^{-2}\rangle$	$0{,}0047\pm0{,}0003$
$\langle\sigma^{-1}\rangle$	$0{,}0655\pm0{,}0010$
$\langle\sigma\rangle$	$17{,}30\pm0{,}80$
$\frac{1}{\langle\sigma_f\rangle}\left\langle\frac{\sigma_f}{\sigma}\right\rangle$	$0{,}061\pm0{,}002$
$f_f=\frac{1}{\langle\sigma_f\rangle}\frac{\left\langle\frac{\sigma_f}{\sigma}\right\rangle}{\left\langle\frac{1}{\sigma}\right\rangle}$	$0{,}933\pm0{,}36$

В заключение авторы выражают благодарность Л.Б.Пикельнеру, Н.Яневой и Ю.В.Григорьеву за полезные обсуждения и поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ваньков А.А. Ядерные константы. Атомиздат, М., 1974, вып. 16, с. 11.*
2. *Ваньков А.А., Воропаев А.И., Тараско М.Г. Ядерные константы, Атомиздат, М., 1976, вып. 21, с. 32.*
3. *Ваньков А.А. и др. Ядерные константы. Атомиздат, М., 1973, вып. 12, ч. 1, с. 63.*

*Рукопись поступила в издательский отдел
20 февраля 1979 года.*

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Заказ 26235. Тираж 560. Уч.-изд. листов 0,74.
Редактор Е.Л.Семенова. Подписано к печати 21.3.79 г.
Корректор Н.А.Киселева.