

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

ДУБНА

508100324

P11-80-417

И.Байла, Г.А.Ососков

**ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УОЛША-АДАМАРА
ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ БЫСТРОГО
СЛЭНТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

1980

P11-80-417

Байла И., Ососков Г.А.

Об использовании преобразования Уолша-Адамара для вычисления быстрого слэнт-преобразования

Рассматривается функциональная связь между быстрым слэнт-преобразованием /БСП/ и быстрым преобразованием Уолша-Адамара /БПУА/ размерности $N = 2^n$, $n = \overline{2,6}$ для разработки алгоритмов вычисления коэффициентов перехода между ними. Приводится текст и описание программы HASLAN, вычисляющей матрицы перехода в случае прямого и обратного преобразований. Излагаются результаты тестовых вычислений по программе TEST. Расчеты показали выгодность применения БПУА для аппаратной реализации прямого БСП и нецелесообразность этого метода для обратного БСП.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

P11-80-417

Bajla I., Ososkov G.A.

On Utilization of Walsh-Hadamard Transform for Fast Slant Transform Computation

The functional relation between the Fast Slant Transform /FST/ and the Fast Walsh-Hadamard Transform /FWHT/ for dimensions $N = 2^n$, $n = \overline{2,6}$ / is considered, in order to develop the algorithms of transition coefficient calculation. The listing and write-up of the program HASLAN computing the transition matrices both in the direct case and inverse one are given. The results of the special TEST program are discussed. The computations performed allow to conclude that for a FST-hardware implementation the application of the FWHT is convenient. As non-sparse matrices of the inverse transition are obtained, this method is not recommended for the inverse case.

The investigation has been performed at the Laboratory of Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1980

ВВЕДЕНИЕ

Одной из целей построения быстрых алгоритмов дискретных ортогональных преобразований /ДОП/, предназначенных для обработки цифровых сигналов, является использование этих алгоритмов в некоторой он-лайн системе сжатия данных. Благодаря своей простоте и быстродействию особое место среди существующих аппаратных реализаций быстрых алгоритмов ДОП принадлежит алгоритму преобразования Уолша-Адамара^{1-3/} /ПУА/.

В работе^{4/} были рассмотрены вопросы построения быстрых алгоритмов и программ прямого и обратного слэнт-преобразования /СП/ произвольной размерности $N = 2^n$, которое успешно используется при цифровой обработке двумерных изображений^{1,2,5-7/}. Предложенные в этой работе программы служат непосредственной основой для аппаратной реализации СП. Однако, поскольку между ПУА и СП можно при помощи некоторых матриц перехода установить функциональную связь, возможна реализация также и другого подхода к созданию аппаратной системы быстрого СП, основанного на использовании вышеупомянутых преимуществ быстрого ПУА.

Если располагать аппаратной версией быстрого ПУА, построенной, например, на основе параллельного алгоритма, предложенного в работе^{8/}, или алгоритма, приведенного в работе^{9/}, то для получения слэнт-спектра любого исходного вектора данных достаточно:

1/ заранее вычислить /при помощи некоторой офф-лайн программы/ матрицу перехода между ПУА и СП и

2/ реализовать аппаратно только блоки умножения и сложения преобразованных данных /спектра Уолша-Адамара/ на коэффициенты перехода.

В предлагаемой работе выводятся соотношения между матрицами H_N для ПУА и S_N для СП / $N = 2^n$, $n = \overline{2, 8}$ / и на их основе построена программа HASLAN, вычисляющая коэффициенты перехода от ПУА к СП для прямого и обратного случаев.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

А. Прямые преобразования

Пусть X есть вектор-столбец входных данных, подлежащих преобразованию. Пусть через S и S^{-1} обозначены соответственно матрицы прямого и обратного СП, а через H обозначена мат-

рица ПУА. Рассматриваемые преобразования запишем следующим образом:

$$X \rightarrow SX = Y_S, \quad /1/$$

$$X \rightarrow \frac{1}{N}HX = Y_H, \quad /2/$$

где Y_S - слэнт-спектр, а Y_H - спектр Уолша-Адамара вектора X .
Матрицу перехода ПУА \rightarrow СП определим как некоторую матрицу A , для которой справедливо

$$Y_S = A \cdot Y_H. \quad /3/$$

Если в /3/ подставить /2/, то

$$Y_S = \frac{1}{N}A \cdot H \cdot X, \quad /4/$$

и следовательно, на основе /1/

$$S = \frac{1}{N}A \cdot H. \quad /5/$$

Поскольку элементы $N \times N$ матриц S и H в /5/ можно вычислить на основе их определений /2/, равенство /5/ можно рассматривать как матричное уравнение для неизвестной матрицы A , i -той строке которой $[a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iN}]$ ($i = 1, N$) соответствует система линейных уравнений:

$$\begin{aligned} a_{i1} h_{11} + a_{i2} h_{21} + \dots + a_{iN} h_{N1} &= N \cdot s_{i1}, \\ a_{i1} h_{12} + a_{i2} h_{22} + \dots + a_{iN} h_{N2} &= N \cdot s_{i2}, \\ \vdots & \\ a_{i1} h_{1N} + a_{i2} h_{2N} + \dots + a_{iN} h_{NN} &= N \cdot s_{iN}. \end{aligned} \quad /6/$$

Следовательно, решив все N системы/6/, получим элементы матрицы A_N .

Располагая матрицей перехода A_N и значениями компонент вектора $Y_H = [y_{h1}, y_{h2}, \dots, y_{hN}]'$ - образа исходного вектора X при преобразовании Уолша-Адамара, слэнт-образ $Y_S = [y_{s1}, y_{s2}, \dots, y_{sN}]'$ вектора X получаем следующим образом:

$$y_{s1} = a_{11}y_{h1} + a_{12}y_{h2} + \dots + a_{1N}y_{hN},$$

$$y_{s2} = a_{21}y_{h1} + a_{22}y_{h2} + \dots + a_{2N}y_{hN},$$

⋮

$$y_{sN} = a_{N1}y_{h1} + a_{N2}y_{h2} + \dots + a_{NN}y_{hN}$$

/7/

/через []' будем обозначать вектор-столбец, соответствующий вектор-строке []/.

Эти формулы служат непосредственной основой для создания блоков, дополняющих аппаратуру быстрого преобразования Уолша-Адамара для получения на выходе компонент слэнт-спектра Y_S . Следует, однако, отметить, что с точки зрения быстродействия такой он-лайн версии слэнт-преобразования очень важной является структура матрицы перехода A_N .

Формулы /7/, выведенные в /7/ для частного случая $N = 4, 8$, показывают, что матрицы A_4, A_8 состоят в основном из нулей, и ответить на вопрос, как ведут себя матрицы A_N для $N > 8$, можно только, решив матричное уравнение /5/ для соответствующих значений N . Сказанное относится в равной степени и к матрице B_N для перехода между обратными ПУА и СП, тем более, что, насколько известно авторам, коэффициенты матрицы обратного перехода еще не исследовались.

Б. Обратные преобразования

Для матрицы H преобразования Уолша-Адамара имеют место /2/ следующие соотношения:

$$H'_N = H_N, \quad /8/$$

$$H_N H'_N = H'_N H_N = N \cdot I_N,$$

где I_N - единичная $N \times N$ матрица, и

$$H^{-1} = \frac{1}{N} H. \quad /9/$$

Исходя из формулы $Y_H = \frac{1}{N} H \cdot X$, определяющей прямое ПУА, с учетом /8/ и /9/ для обратного ПУА получаем $X = H \cdot Y_H$, где Y_H -спектр Уолша-Адамара.

Вычисление элементов матрицы B_N перехода от обратного ПУА к обратному СП желательно провести при помощи уже вычисленной матрицы A_N , избегая тем самым решения отдельного матричного уравнения.

Обозначая через X_H вектор, полученный в результате обратного ПУА вектора Y_S , т.е. $[x_{h1}, x_{h2}, \dots, x_{hN}] = X_H = H \cdot Y_S$ имеем для обратного СП вектора Y_S

$$X = B_N X_H = B_N H Y_S \quad (X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T). \quad /10/$$

В то же время для обратного СП справедливо

$$X = S' Y_S, \quad /11/$$

поскольку $/2/ \quad S' = S^{-1}$.

Сравнение /10/ и /11/ дает соотношение

$$S' = B_N H. \quad /12/$$

С другой стороны, транспонированием матрицы S в /5/ получаем $S' = \frac{1}{N} H' A'_N = \frac{1}{N} H A'_N$, откуда с учетом /12/ имеем окончательную формулу:

$$B_N = \frac{1}{N^2} H A'_N H. \quad /13/$$

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Назначение

Программа HASLAN, построенная на основе формул /5/ и /13/, а также формул, при помощи которых определены слэнт-преобразование и преобразование Уолша-Адамара $/2/$, предназначена главным образом для вычисления коэффициентов перехода между этими преобразованиями для $N = 2^n$, $n = 2, 6$.

Программа HASLAN реализована на языке FORTRAN IV, снабжена развернутой программной печатью результатов и опробована на ЭВМ CDC-6500.

Инструкция по использованию

Кроме быстрого алгоритма вычисления элементов слэнт-матрицы S_N , взятого из работы $/4/$, и алгоритма вычисления матрицы H_N для ПУА, программа HASLAN включает в себя и алгоритмы, реализующие ПУА исходного вектора /массив X / и обратное ПУА некоторого вектора-образа /массив Y /. Результаты этих преобразований - выходной спектр или первоначальный вектор засылаются в те же массивы X и Y .

Вычисляемые коэффициенты перехода помещаются в массивы SC /матрица A_N / и SCIN /матрица B_N /, параметрам N и n соответствуют в программе переменные MM и M.

Выбор соответствующих значений параметров печати: INM, IPR1, IPR2, IPR3, пояснение к которым дано в комментариях программы, позволяет печатать коэффициенты перехода для промежуточных значений N /подпрограмма TPRINT /.

Для решения матричного уравнения /5/ программа HASLAN использует библиотечную подпрограмму LINEQ1.

Обращение

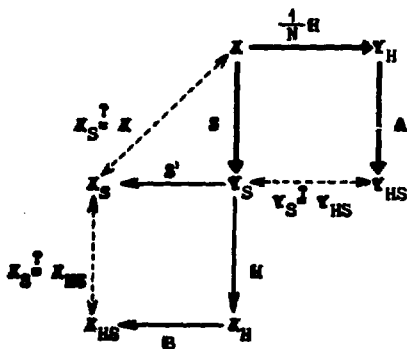
CALL HASLAN (X,Y,SC,SCIN, M,MM, IT, INM, INV, IPR1, IPR2, IPR3).

Ресурсы и быстродействие

Общий объем оперативной памяти ЭВМ CDC-6500, необходимый для счета по программе HASLAN, составляет 41175₈ слов. Отметим, что при этом основная часть памяти отводится массивам SS, H /8192 слов/ и массиву P /8192 слов/, необходимому для вызова подпрограммы LINEQ1. Поэтому, если это необходимо для N < 64, пользователь может резко сократить упомянутые ресурсы при помощи соответствующей небольшой модификации размеров этих массивов и модификации оператора вызова LINEQ1. Быстродействие программы HASLAN на ЭВМ CDC-6500, вычисленное в тестовых примерах для N = 64, составляет 23 с.

ТЕСТОВОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для проверки работы программы HASLAN была специально разработана программа TEST, которая после вычисления модельных векторов данных (N = 64) реализует следующую схему преобразований:




```

      DO 100 J=1,NN
      DO 100 K=1,NN
      PS(J,1)=P(J,1)
      PS(J,K+NN)=P(J,2)
100  CONTINUE
C.....CALCULATE THE (NN X NN) - WALSH-HADAMARD MATRIX *
C.....
      DO 110 J=1,NN
      DO 110 K=1,NN
      L=K-NN
      H(J,K)=H(J,L) $ H(K,J)=H(L,J)
110  CONTINUE
      DO 120 J=1,NN
      DO 120 K=1,NN
      JJ=J-NN $ KK=K-NN
      H(J,K)=-H(JJ,KK)
120  CONTINUE
      IF(N.EQ.1) GO TO 130
      IF(IY.EQ.0) GO TO 140
C.....
C.....CALCULATE THE W-H TRANSFORM OF VECTOR X *
C.....AND INVERSE W-H TRANSFORM OF VECTOR Y *
C.....
      DO 125 IK=1,2
      DO 150 I=1,NN
      SUM=0
      DO 160 J=1,NN
      IF(IK.EQ.1) SUM=SUM+H(I,J)*X(IJ)
      IF(IK.EQ.2) SUM=SUM+H(I,J)*Y(IJ)
160  CONTINUE
      IF(IK.EQ.1) Z(I)=SUM/FLOAT(NN)
      IF(IK.EQ.2) Z(I)=SUM
150  CONTINUE
      DO 170 I=1,NN
      IF(IK.EQ.1) X(I)=Z(I)
      IF(IK.EQ.2) Y(I)=Z(I)
170  CONTINUE
125  CONTINUE
140  CONTINUE
130  CONTINUE
40  CONTINUE
      IF(IPR1.EQ.0) GO TO 100
      IF(INN.EQ.0.AND.M.LT.N) GO TO 100
      PRINT 190,NN
190  FORMAT(////2X,*SLANT TRANSFORM RANGE NN = *,I2)
      PRINT 200,A,B
200  FORMAT (/2X,*COEFFICIENTS A = *, F8.6,*, B = *, F8.6//)
180  CONTINUE
      IF(NN.LE.0) NT=NN
      IF(NN.GT.0) NT=-#
      NTR=NN/NT
      IF(IPR2.EQ.0) GO TO 210
      IF(INN.EQ.0.AND.N.LT.M) GO TO 210
220  PRINT 220
      FORMAT (/2X,*SLANT TRANSFORM MATRIX *//)
      CALL TPRNT(SS,NN,NT,NTR)
      PRINT 230
230  FORMAT (/2X,* WALSH-HADAMARD TRANSFORM MATRIX *//)
      CALL TPRNT(H,NN,NT,NTR)
210  CONTINUE
C.....
C.....CALCULATE THE W-H COEFFICIENT MATRIX SG *
C.....
      NN=2*NN $ NL=NN+1
      DO 240 I=1,NN
      DO 240 J=1,NN
      P(I,J)=H(J,I)/FLOAT(NN)
240  CONTINUE
      DO 250 I=1,NN
      DO 250 J=1,NN
      JJ=J-NN
      P(I,J)=SS(JJ,I)
250  CONTINUE
      CALL LINEO1(P,64,NN,64,NN,INDEX,NER,DET)
      DO 260 J=1,NN
      DO 260 I=1,NN
      SG(I,J)=P(J,I)
260  CONTINUE

```

```

IF(IPR3.EQ.0) GO TO 275
IF(IMN.EQ.0.AND.N.LT.M) GO TO 275
PRINT 280
FORMAT(//2X * HADAMARD-SLANT COEFFICIENT MATRIX A *//)
280 CALL IPRINT(SC,MN,NT,NTR)
275 CONTINUE
IF(INV.EQ.0) GO TO 255
DO 265 I=1,MN
DO 265 J=1,MN
SCIN(I,J)=SC(J,I)
265 CONTINUE
DO 310 K=1,MN
DO 310 I=1,MN
SUM=0
DO 330 J=1,MN
SUM=SUM+H(I,J)*SCIN(J,K)
330 CONTINUE
HL(I)=SUM
320 CONTINUE
DO 340 I=1,MN
SCIN(I,K)=HL(I)
340 CONTINUE
DO 350 K=1,MN
DO 360 I=1,MN
SUM=0
DO 370 J=1,MN
SUM=SUM+SCIN(I,J)*H(J,K)
370 HL(I)=SUM/FLOAT(MN**2)
360 CONTINUE
DO 380 I=1,MN
IF(N.LT.M) SC(I,K)=HL(I)
IF(N.EQ.M) H(I,K)=HL(I)
380 CONTINUE
350 CONTINUE
DO 285 I=1,MN
DO 285 J=1,MN
IF(N.LT.M) SCIN(I,J)=SC(I,J)
IF(N.EQ.M) SCIN(I,J)=H(I,J)
285 CONTINUE
295 CONTINUE
IF(INV.EQ.0) GO TO 270
IF(IPR3.EQ.0) GO TO 270
IF(IMN.EQ.0.AND.N.LT.M) GO TO 270
PRINT 300
FORMAT(//2X * INVERSE HADAMARD-SLANT COEFFICIENT MATRIX B *//)
300 CALL IPRINT(SC,MN,NT,NTR)
270 CONTINUE
30 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE IPRINT(SC,M,NT,NTR)
DIMENSION SC(64,64)
DO 1 I=1,M
KL=K*NT
KP=KL-NT+1
DO 20 I=1,M
PRINT 30 (SC(I,J),J=KP,KL)
FORMAT(//2X,8(2X,F12.8))
CONTINUE
IF(NTR.GT.1.AND.K.LT.NTR) PRINT 40
FORMAT(//2X,5N*2//)
40 CONTINUE
RETURN
END

```

Тест I - проверяет работу программ FSLANT и ISLANT^{/4/} для прямого и обратного СП соответственно.

$$(X_S \stackrel{?}{=} X)$$

Тест II - проверяет правильность полученных коэффициентов перехода - элементов матрицы A_N , причем в качестве модели он-лайн версии быстрого преобразования Уолша-Адамара вектора X используется программа WHT, предложенная в работе^{/2/}.

Тест III - проверяет правильность вычисленных коэффициентов перехода для обратного случая /элементы матрицы A_N /, причем для моделирования он-лайн версии обратного быстрого ПУА использована опять-таки программа WHT.

Все эти тесты дали верные результаты. В качестве примера приведем формулы перехода для прямого и обратного случаев, полученные в результате вычислений по программе HASLAN ($N=2,4,8,16$).

1. ПУА \rightarrow СП

$$N = 2$$

$$y_{s1} = 1.41421356 \cdot y_{h1} ,$$

$$y_{s2} = 1.41421356 \cdot y_{h2} .$$

$$N = 4^*$$

$$y_{s1} = 2.00000000 \cdot y_{h1} ,$$

$$y_{s2} = 0.89442719 \cdot y_{h2} + 1.78885438 \cdot y_{h3} ,$$

$$y_{s3} = 2.00000000 \cdot y_{h4} ,$$

$$y_{s4} = 1.78885438 \cdot y_{h2} - 0.89442719 \cdot y_{h3} .$$

$$N = 8^*$$

$$y_{s1} = 2.82842712 \cdot y_{h1} ,$$

$$y_{s2} = 0.61721340 \cdot y_{h2} + 1.23442680 \cdot y_{h3} + 2.46885360 \cdot y_{h5} ,$$

$$y_{s3} = 2.82842712 \cdot y_{h4} ,$$

$$y_{s4} = 2.52982213 \cdot y_{h2} - 1.26491106 \cdot y_{h3} ,$$

$$y_{s5} = 1.26491106 \cdot y_{h6} + 2.52982213 \cdot y_{h7} ,$$

$$y_{s6} = 1.10410489 \cdot y_{h2} + 2.20820979 \cdot y_{h3} - 1.38013112 \cdot y_{h5} ,$$

$$y_{s7} = 2.82842712 \cdot y_{h8} ,$$

$$y_{s8} = 2.52982213 \cdot y_{h6} - 1.26491106 \cdot y_{h7} .$$

*Отметим, что приведенные здесь значения коэффициентов, проверенные по всем тестам, отличаются от приведенных в работе /10/.

$$N = 16$$

$$\begin{aligned}y_{s1} &= 4.00000000 \cdot y_{h1} , \\y_{s2} &= 0.43386092 \cdot y_{h2} + 0.86772183 \cdot y_{h3} + 1.73544366 \cdot y_{h5} + 3.47088733 \cdot y_{h9} , \\y_{s3} &= 4.00000000 \cdot y_{h4} , \\y_{s4} &= 3.57770876 \cdot y_{h2} - 1.78885438 \cdot y_{h3} , \\y_{s5} &= 1.78885438 \cdot y_{h6} + 3.57770876 \cdot y_{h7} , \\y_{s6} &= 1.56144012 \cdot y_{h2} + 3.12288023 \cdot y_{h3} - 1.95180015 \cdot y_{h5} , \\y_{s7} &= 4.00000000 \cdot y_{h8} , \\y_{s8} &= 3.57770876 \cdot y_{h6} - 1.78885438 \cdot y_{h7} , \\y_{s9} &= 0.87287156 \cdot y_{h10} + 1.74574312 \cdot y_{h11} + 3.49148624 \cdot y_{h13} , \\y_{s10} &= 0.75740971 \cdot y_{h2} + 1.51481942 \cdot y_{h3} + 3.02963884 \cdot y_{h5} - 1.98820049 \cdot y_{h9} , \\y_{s11} &= 4.00000000 \cdot y_{h12} , \\y_{s12} &= 3.57770876 \cdot y_{h10} - 1.78885438 \cdot y_{h11} , \\y_{s13} &= 1.78885438 \cdot y_{h14} + 3.57770876 \cdot y_{h15} , \\y_{s14} &= 1.56144012 \cdot y_{h10} + 3.12288023 \cdot y_{h11} - 1.95180015 \cdot y_{h13} , \\y_{s15} &= 4.00000000 \cdot y_{h16} , \\y_{s16} &= 3.57770876 \cdot y_{h14} - 1.78885438 \cdot y_{h15} .\end{aligned}$$

2. Инверсное ПУА → Инверсное СП

$$N = 2$$

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.70710678 \cdot x_{h1} , \\x_2 &= 0.70710678 \cdot x_{h2} .\end{aligned}$$

$$N = 4$$

$$\begin{aligned}x_1 &= 0.47360680 \cdot x_{h1} + 0.02639320 \cdot x_{h2} + 0.11180340 \cdot x_{h3} - 0.11180340 \cdot x_{h4} , \\x_2 &= -0.11180340 \cdot x_{h1} + 0.11180340 \cdot x_{h2} + 0.47360680 \cdot x_{h3} + 0.02639320 \cdot x_{h4} , \\x_3 &= 0.11180340 \cdot x_{h1} - 0.11180340 \cdot x_{h2} + 0.02639320 \cdot x_{h3} + 0.47360680 \cdot x_{h4} , \\x_4 &= 0.02639320 \cdot x_{h1} + 0.47360680 \cdot x_{h2} - 0.11180340 \cdot x_{h3} + 0.11180340 \cdot x_{h4} .\end{aligned}$$

Проведенные для всех $n = 2, 6$ вычисления показывают, что, хотя все соответствующие матрицы A_N содержат в основном нули, матрицы B_N являются полными матрицами. Это означает, что умножение на матрицу перехода B_N не будет окупаться выигрышем в простоте и быстродействии, полученным за счет перехода от СП к ПУА.

Числа дополнительных арифметических операций / a_N - суммирование, m_N - умножение/, которые необходимо реализовать для перехода в прямом случае, приведены в таблице.

N	a_N	m_N
2	0	2
4	2	6
8	7	15
16	18	34
32	41	73
64	88	152

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Программа HASLAN позволяет получить коэффициенты перехода между преобразованием Уолша-Адамара и слэнт-преобразованием, необходимые для расширения некоторой существующей аппаратной реализации преобразования Уолша-Адамара до спецпроцессора, осуществляющего ПУА и СП. Кроме того, HASLAN может служить как

тестовое обеспечение для проверки других алгоритмов ПУА и СП.

Проведенные по программе HASLAN вычисления показали, что методику аппаратной реализации СП при помощи соответствующей системы ПУА и регистров с коэффициентами перехода можно рекомендовать только в случае прямого слэнт-преобразования. Для большинства случаев практического применения /например, к сжатию данных/ этого достаточно, так как обратное СП выполняется уже в режиме офф-лайн. Но в случае адаптивного он-лайн сжатия^{14/}, когда с помощью немедленного он-лайн обращения урезанного спектра и быстрого сравнения реконструкции с оригиналом можно выбрать локально-оптимальную отсечку спектра, для реализации обратного слэнт-преобразования целесообразнее использовать алгоритм и программу, предложенную в работе^{14/}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ярославский Л.П. Введение в цифровую обработку изображений. "Советское радио", М., 1979.
2. Ahmed N., Rao K.R. Orthogonal Transform for Digital Signal Processing. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1975.

3. Elliott A.R., Shum Y.Y. In: Proceedings of Applications of Walsh Functions Symposium and Workshop /Ed. R.W.Zeek et al./, Washington, March 1972.
4. Байла И., Ососков Г.А. ОИЯИ, P10-80-237, Дубна, 1980.
5. Pratt W.K. Digital Image Processing. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley and Sons, New York-Chichester-Brisbane-Toronto, 1978.
6. Pratt W.K., Wen-Hsiung Chen, Welch L.R. IEEE Transactions on Communications, vol. COM-22, No 8, Aug. 1974.
7. Enomoto H., Shibata K. IEEE Transactions on Electromagnetic Compability, vol. EMC-13, pp.11-17, Aug. 1971.
8. Elliott A.R., Shum Y.Y. In: Proceedings of Applications of Walsh Functions Symposium and Workshop /Ed. R.W.Zeek et al./, Washington, March 1972.
9. Kunt M. IEEE Transactions on Computers, vol. C-24, No 11, Nov. 1975.
10. Enomoto H., Shibata K. In: Proceedings of Applications of Walsh Functions Symposium and Workshop /Ed. R.W.Zeek et al./, Washington, March 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 июня 1980 года.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Заказ 28337. Тираж 550. Уч.-изд. листов 1,01.

Редактор Т.Я.Жабицкая.

Набор Н.И.Коротковой, Е.М.Граменицкой.

Макет Н.А.Киселевой. Подписано к печати 17.7.80 г.