SU8502314

А.П. Платонов

ИАЭ-3786/2

ВКЛАД КОЛЛЕКТИВНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ В ОДНОЧАСТИЧНЫЕ МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ ОКОЛОМАГИЧЕСКИХ ЯДЕР

Москва 1983

УДК 3624

Ключевые слова: теория конечных ферми-систем, низколежащие коллективные состояния, одночастичные и коллективные степени свободы.

В рамках самосогласованной теории конечных ферми-систем построена общая схема расчета вкладов низколежащих коллективных возбуждений в одночастичные матричные элементы. Проведены конкретные вычисления применительно к изомерным сдвигам, а также вероятностям ℓ-запрещенных $M1$-переходов в ядрах ^{208}Pb ± ± одна квазичастица.

© Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова, 1983

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с взаимодействием одночастичных и коллективных степеней свободы в околомагических ядрах. Этот случай сравнительно прост, поскольку применима теория возмущений (ТВ) по параметру α, характеризующему отклонение поверхности ядра от сферической формы. Амплитуда возбуждения коллективного состояния (фонона) g может быть вычислена микроскопически [1, 2] на основе заданного феноменологического взаимодействия квазичастиц F. Поэтому, как было показано в [3], задача нахождения вклада фононов в матричные элементы одночастичных операторов не требует введения каких-либо дополнительных параметров, кроме обычно используемых в теории конечных ферми-систем (ТКФС) [4].

Влияние коллективных степеней свободы на различные характеристики ядер, отличающихся от магических на одну квазичастицу, неоднократно исследовалось. В частности, производились расчеты применительно к магнитным моментам и вероятностям M1-переходов [5, 6], а также к изомерным сдвигам [7] в области вблизи ^{208}Pb. Однако указанные работы имеют полуколичественный характер, поскольку для упрощения задачи в них делается попытка выделить "главную" совокупность диаграмм ТВ, причем полностью игнорируются, например, так называемые неполюсные слагаемые [8]. Последние точно учитывают перенормировку стандартных диаграмм Бора — Моттельсона за счет взаимодействия квазичастиц в промежуточных состояниях. Это взаимодействие не мало, а поэтому все члены, входящие в ответ, имеют один порядок величины и пренебрегать какими-либо из них, вообще говоря, нельзя. Кроме того, оказывается, что поправки, отвечающие вкладу фононов в вершинную и собственно энергетическую части, сильно сокращают друг друга. Это является следствием соотношения типа тождества Уорда, рассмотренного для модельного случая одного j-уровня в [9]. Ниже мы получим указанное соотношение для реального ядра, ограничиваясь, правда, вторым порядком ТВ по параметру деформации α (или, что то же самое, по амплитуде возбуждения фонона g).

С помощью общего рецепта рассмотрения ангармонических эффектов [10] строится схема расчета вклада фононов в одночастичные ядерные характеристики, позволяющая охватить всю совокупность членов второго порядка ТВ. В рамках этого метода можно учесть также влияние нулевых колебаний центра масс магического остова — "духового" дипольного фонона. Заметим, что этот случай является весьма показательным, поскольку каждая из диаграмм ТВ является расходящейся, но результат их суммирования конечен и отвечает хорошо известной поправке на приведенную массу нечетной квазичастицы. Показано, что подобное сокращение отдельных слагаемых, входящих в ответ, имеет место и для "физического" коллективного возбуждения.

Проведены самосогласованные вычисления вкладов ряда низколежащих коллективных состояний (НКС) в изомерные сдвиги уровней мезоатомов и вероятности l-запрещенных M1-переходов для ядер ^{209}Pb, ^{209}Bi, ^{207}Pb, и ^{207}Tl. Полученные результаты заметно отличаются от приведенных в [5, 7], что объясняется прежде всего учетом неполюсных диаграмм, а также использованием координатного представления (его преимущества обсуждаются, например, в [11]).

ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ

Постановка задачи

Следуя основным положениям ТКФС [4], можно выразить изменение некоторой аддитивной величины Q при добавлении частицы к магическому остову через диагональный матричный элемент эффективного поля V[Q], возникающего при действии на систему "затравочного" поля Q. В символической форме (подразумевается интегрирование по промежуточным переменным)

$$V[\hat{Q}] = e_q \hat{Q} + \mathcal{F} A(0) V[\hat{Q}] , \qquad (1)$$

где e_q — эффективный заряд квазичастицы в поле Q, и $A(\omega)$ — интеграл по энергетической переменной от полюсных частей двух гриновских функций. Что касается вероятностей одночастичных переходов, то они определяются недиагональными матричными элементами $V[Q]$, где в качестве Q взят соответствующий электромагнитный мультипольный оператор.

Эффективная амплитуда взаимодействия квазичастиц F аппроксимируется локальной функцией координат. Поэтому дальнодействие в поперечном канале, которое носит неуниверсальный характер, фактически теряется при решении уравнения (1) (это понятно из рис. 1). По существу выделение вклада коллективных степеней свободы и означает попытку учесть эти компоненты взаимодействия квазичастиц, поскольку параметризовать их вряд ли представляется возможным.

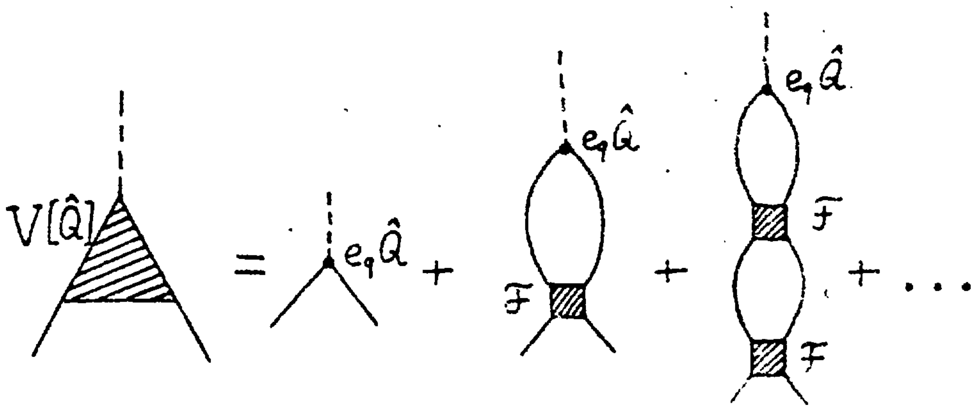

Рис. 1. Графическое выражение для эффективного поля $V[Q]$

С точки зрения сравнения с экспериментальными данными особый интерес представляют матричные элементы V для одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми. Для них наиболее важны самые низколежащие коллективные возбуждения, вклад которых имеет тенденцию заметно флуктуировать при переходе от одних состояний к другим именно в этой области. Что касается суммы по более высоколежащим возбуждениям, то она оказывается регулярной и, по-видимому, может быть в значительной мере учтена путем соответствующего выбора параметров взаимодействия. В [12, 13] показано, что практически все НКС естественной четности в магических ядрах принадлежат ветви квантовых капиллярных волн, которые очень похожи на обычные поверхностные возбуждения жидкой капли. В частности, соответствующая амплитуда возбуждения НКС имеет в координатном представлении резкий поверхностный пик гидродинамической природы. Правда, сжимаемость квантовой капли ферми-жидкости приводит к наличию и объемных компонент, отсутствующих в классике. Существование указанной ветви возбуждений обусловлено спонтанным нарушением трансляционной инвариантности, вследствие которого, как можно доказать с помощью общих теорем, возникает бесщелевой спектр колебаний, начинающийся с обычного дипольного сдвига центра масс ядра (соответствующий угловой момент $L = 1$ и частота $\omega_1 = 0$). Поэтому между "духовым" фононом и НКС с $L \sim 1$ и $\omega_L \sim \epsilon_F/A^{1/3}$ имеется глубокая связь, приводящая к значительному сходству их локальных свойств. Это использовалось в [8] при рассмотрении задачи о спектрах мультиплетов квазичастица + НКС, а также в данной работе.

Вклад НКС в массовый оператор квазичастиц

Наше рассмотрение относится к случаю слабого ангармонизма, когда задачу можно решать поэтапно: вначале из условий согласования [13] найти самосогласованный ядерный потенциал U, затем уже в нем построить коллективные состояния и изучать их взаимодействие с квазичастицами. Применимость ТВ по амплитуде возбуждения фонона g_L (что гарантируется малостью параметра деформации α_L, который определяет изменение радиуса: $\delta R = \sum \alpha_{LM} Y^*_{LM}(\vec{n})$) дает возможность рассматривать его воздействие как внешнее поле. Соответствующий вклад в массовый оператор во втором порядке по g_L может быть найден [14] двукратным варьированием гриновской функции G в поле НКС с последующим "замыканием" волнистой линии (см. рис. 2):

$$\delta_L \Sigma = \delta_L \Sigma_e + \delta_L \Sigma_s = \int \frac{d\omega}{2\pi i} \left[g_L G(\varepsilon-\omega) g_L + \right.$$
$$\left. + \ 1/2\ \delta_L g_L(\omega) \right] . \qquad (2)$$

Здесь D_L — стандартная функция распространения коллективного возбуждения, а $\delta_{L_1} g_L$ — изменение g_L в поле фонона L_1. Амплитуда g_L может быть найдена из обычного уравнения ТКФС

$$g_L = \mathcal{F} A(\omega_L) g_L \qquad (3)$$

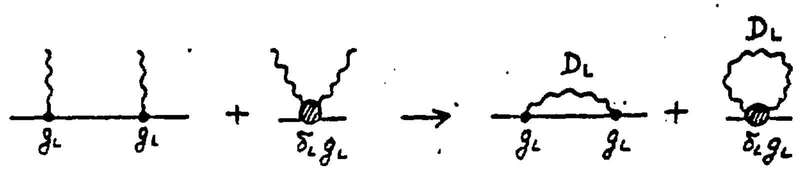

Рис. 2. Иллюстрация к вариационному выводу формулы для вклада фононов в массовый оператор квазичастиц

с условием нормировки

$$\left(g_L \frac{dA}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_L} g_L\right) = -1\,, \tag{3a}$$

а блок $\delta_{L_1} g_L$ – из уравнения [8], полученного варьированием (3):

$$\delta_{L_1} g_L = \delta_{L_1} \mathcal{F} A g_L + \mathcal{F} \delta_{L_1} A g_L + \mathcal{F} A \delta_{L_1} g_L. \tag{4}$$

Дополняя (4) соотношениями

$$\delta_{L_1} A g_L = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \left[G(\varepsilon) g_{L_1} G(\varepsilon+\omega_{L_1}) g_L \times G(\varepsilon+\omega_{L_1}-\omega_L) + G(\varepsilon) g_L G(\varepsilon-\omega_L) g_{L_1} \times G(\varepsilon-\omega_L+\omega_{L_1}) \right], \tag{5}$$

$$\delta_L \mathcal{F} \approx {}^{\delta\mathcal{F}}/_{\delta\rho}\, \delta_L \rho = \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \rho} A_L(\omega_L) g_L, \tag{6}$$

где ρ – плотность квазичастиц, получим замкнутую систему уравнений, позволяющую вычислить вклад неполюсных диаграмм (см. рис. 3) в массовый оператор квазичастиц.

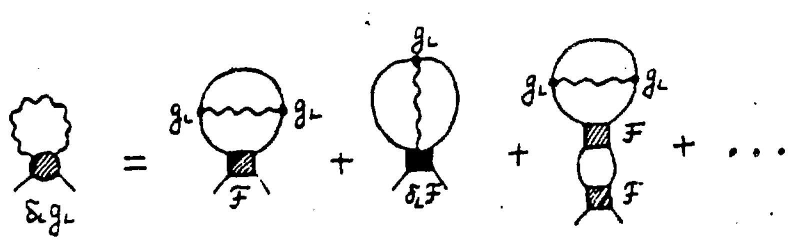

Рис. 3. Вклад "неполюсных" диаграмм в массовый оператор квазичастиц

Для случая "духового" дипольного фонона уравнения (3), (4) имеют точные решения [8]

$$g_1 = C\frac{\partial U}{\partial r}\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\,\vec{n}\,, \tag{7а}$$

$$\delta_1 g_1 = C^2\frac{3}{4\pi}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right) \tag{7б}$$

(C — нормировочная константа), которые естественным образом интерпретируются как соответствующие коэффициенты в разложении Тейлора функции $U(\vec{r}+\delta\vec{R})$ по степеням сдвига центра масс $\delta\vec{R}$.

Если величину C определить из обычного условия нормировки (3а), она оказывается формально бесконечной, так как для произвольного L получим $C \equiv \alpha_L = 1/(2B_L\omega_L)^{1/2}$, а для L = 1 массовый коэффициент $B_1 = (3/4\pi)M$ (M — суммарная масса нуклонов) и $\omega_1 = 0$. В силу этого расходится и каждая из диаграмм рис. 2 и 3. Однако их сумма, определяющая вклад "духового" фонона в массовый оператор, конечна и соответствует поправке на приведенную массу системы "частица плюс остов". Используя λ-представление для гриновской функции

$$G(\vec{r}_1,\vec{r}_2;\varepsilon) = \sum_\lambda \frac{\varphi_\lambda(\vec{r}_1)\varphi^*_\lambda(\vec{r}_2)}{\varepsilon-\varepsilon_\lambda} \tag{8}$$

(здесь $\lambda \equiv (n, j, l, m)$; φ_λ — собственные функции, а ε_λ — соответствующие им собственные значения одночастичного Гамильтониана), а также очевидное соотношение

$$\left(\frac{\partial U}{\partial r_i}\right)_{\lambda\lambda'} = (\varepsilon_{\lambda'}-\varepsilon_\lambda)\left(\frac{\partial}{\partial r_i}\right)_{\lambda\lambda'}\,, \tag{9}$$

легко получить для диагонального матричного элемента $\delta_1\Sigma$

$$(\delta_1\Sigma)_{\lambda\lambda} = \delta\varepsilon_\lambda = \frac{1}{2m}\left[(\vec{p}^{\,2})_{\lambda\lambda} - 2\sum_{\lambda'} n_{\lambda'}(\vec{p})_{\lambda\lambda'}(\vec{p})_{\lambda'\lambda}\right], \tag{10}$$

где n_λ — числа заполнения, а $\vec{p}$ — оператор импульса.

Как было сказано выше, основные выводы, сделанные при рассмотрении дипольного сдвига центра масс, можно в той или иной мере распространить на случай "физических" фононов. Поэтому можно ожидать (численные расчеты [15] подтверждают это), что полюсные и неполюсные диаграммы рис. 2 всегда сильно сокращают друг друга, так что пренебрегать какой-либо из этих двух совокупностей, вообще говоря, нельзя.

Вклад НКС в матричные элементы эффективного поля

Для вычисления вклада НКС в матричные элементы $V_{\lambda_1\lambda_2}[Q]$ воспользуемся вариационным методом, кратко сформулированным в предыдущем разделе. Тогда во втором порядке по g_L получаем:

$$\delta_L\{V_{\lambda_1\lambda_2}[\hat{Q}]\} = \langle\delta_L^{(1)}\varphi_{\lambda_1}|V|\delta_L^{(1)}\varphi_{\lambda_2}\rangle +$$
$$+ \langle\delta_L^{(1)}\varphi_{\lambda_1}|\delta_L^{(1)}V|\varphi_{\lambda_2}\rangle + \langle\varphi_{\lambda_1}|\delta_L^{(1)}V|\delta_L^{(1)}\varphi_{\lambda_2}\rangle +$$
$$+ \frac{1}{2}\langle\varphi_{\lambda_1}|\delta_L^{(2)}V|\varphi_{\lambda_2}\rangle + \langle\delta_L^{(2)}\varphi_{\lambda_1}|V|\varphi_{\lambda_2}\rangle +$$
$$+ \langle\varphi_{\lambda_1}|V|\delta_L^{(2)}\varphi_{\lambda_2}\rangle . \qquad (11)$$

Фейнмановские диаграммы, отвечающие каждому из членов в (11), приведены на рис. 4.

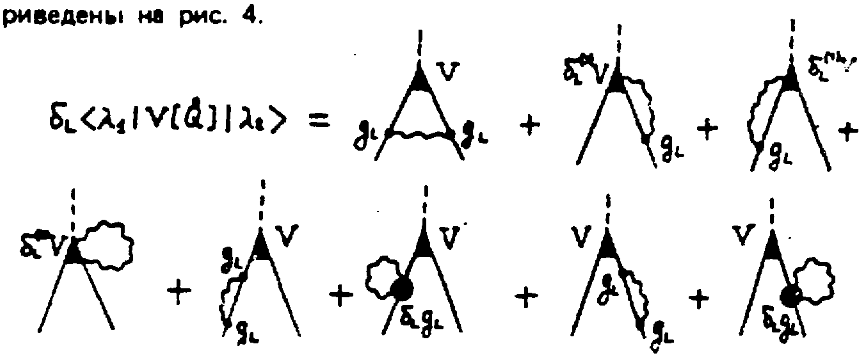

Рис. 4. Фейнмановские диаграммы, определяющие фононные поправки к матричному элементу $V_{\lambda_1\lambda_2}[Q]$

Для получения расчетных формул в координатном представлении удобно воспользоваться обычной техникой гриновских функций. Тогда для первого слагаемого в (11) имеем:

$$\langle\delta_L^{(1)}\varphi_{\lambda_1}|V|\delta_L^{(1)}\varphi_{\lambda_2}\rangle = \int d^3r_1 d^3r_2 d^3r_3 \frac{d\omega}{2\pi i} \times$$
$$\times \varphi_{\lambda_1}^*(\vec{r}_1) g_L(\vec{r}_1) G(\vec{r}_1,\vec{r}_3;\epsilon_{\lambda_1}-\omega) V(\vec{r}_3,\omega_k) \times$$

$$\times G(\vec{r}_3,\vec{r}_2;\varepsilon_{\lambda_1}-\omega+\omega_K)\,g_L^*(\vec{r}_2)\,\varphi_{\lambda_2}(\vec{r}_2)\,D_L(\omega), \qquad (12)$$

где $\omega_K = \epsilon_{\lambda_1} - \epsilon_{\lambda_2}$ — частота внешнего поля.

Далее, путем сравнения с результатами ТВ по g_L, легко показать, что поправка второго порядка $\delta_L^{(2)}\varphi_\lambda$ к волновой функции выражается через $\delta_L\Sigma$:

$$\delta_L^{(2)}\varphi_\lambda^*(\vec{r}) = \int \varphi_\lambda^*(\vec{r}_1)\Big[\delta_L\Sigma(\vec{r}_1,\vec{r}_2;\varepsilon_\lambda)\times$$

$$\times G^R(\vec{r}_2,\vec{r};\varepsilon_\lambda) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left(\delta_L\Sigma_\varrho(\vec{r}_1,\vec{r}_2;\varepsilon)\right)_{\varepsilon=\varepsilon_\lambda}\varphi_\lambda(\vec{r}_2)\,\varphi_\lambda^*(\vec{r})\Big] \qquad (13)$$

$$\times\, d^3r_1\, d^3r_2$$

Здесь введена в рассмотрение функция Грина G^R с извлеченной λ-компонентой:

$$G^R(\vec{r}_1,\vec{r}_2;\varepsilon_\lambda) \equiv \sum_{\lambda'\neq\lambda} \frac{\varphi_{\lambda'}(\vec{r}_1)\,\varphi_{\lambda'}^*(\vec{r}_2)}{\varepsilon_\lambda-\varepsilon_{\lambda'}} =$$

$$= \lim_{\varepsilon\to\varepsilon_\lambda}\left[G(\vec{r}_1,\vec{r}_2;\varepsilon) - \frac{\varphi_\lambda(\vec{r}_1)\,\varphi_\lambda^*(\vec{r}_2)}{\varepsilon-\varepsilon_\lambda}\right]. \qquad (14)$$

Перейдем к рассмотрению блоков $\delta_L^{(1)}V$ и $\delta_L^{(2)}V$, определяющих изменение эффективного поля $V(Q)$ под влиянием поля фонона. Для их нахождения обратимся к уравнению (1), проварьировав которое, получим:

$$\delta_L^{(1)}V = \delta_L^{(1)}\mathcal{F}AV + \mathcal{F}\delta_L^{(1)}AV + \mathcal{F}A\delta_L^{(1)}V, \qquad (15а)$$

$$\delta_L^{(2)}V = \delta_L^{(2)}\mathcal{F}AV + \mathcal{F}\delta_L^{(2)}AV + 2\delta_L^{(1)}\mathcal{F}\delta_L^{(1)}AV +$$

$$+ 2\delta_L^{(1)}\mathcal{F}A\delta_L^{(1)}V + 2\mathcal{F}\delta_L^{(1)}A\delta_L^{(1)}V + \mathcal{F}A\delta_L^{(2)}V. \qquad (15б)$$

Первое из уравнений (15) совпадает по форме с (4), с той только разницей, что g_L заменено на V. Что касается (15б), то в нем появились новые величины: вторые вариации эффективного взаимодействия F и пропагатора A. Они определяются соотношениями, аналогичными (5), (6):

$$\delta_L^{(2)}\mathcal{F} = \delta_L^{(1)}\left(\delta_L^{(1)}\mathcal{F}\right) \simeq \delta_L^{(1)}\left(\frac{\delta\mathcal{F}}{\delta\rho}\delta_L^{(1)}\rho\right) =$$

$$= \frac{\delta^2\mathcal{F}}{\delta\rho^2}\left(\delta_L^{(1)}\rho\right)^2 + \frac{\delta\mathcal{F}}{\delta\rho}\delta_L^{(2)}\rho =$$

$$= \frac{\delta^2\mathcal{F}}{\delta\rho^2}(Ag_L)^2 + \frac{\delta\mathcal{F}}{\delta\rho}\left(\delta_L^{(1)}Ag_L + A\delta_L g_L\right), \qquad (16а)$$

$$\delta_L^{(2)}AV = 2Gg_LGg_LGVG + \qquad (16б)$$

$$+ Gg_LGVGg_LG + 2G\delta_L g_L GVG.$$

Некоторые из диаграмм ТВ, входящие в $\delta_L^{(1)}V$ и $\delta_L^{(2)}V$, изображены на рис. 5.

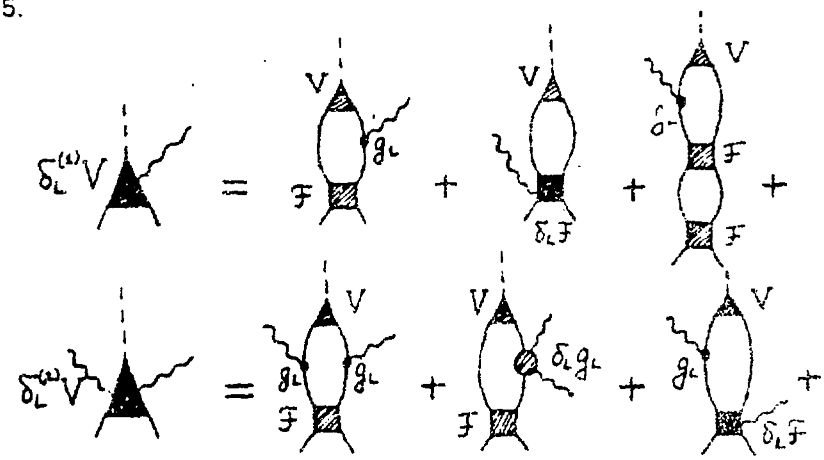

Рис. 5. Первая и вторая вариации $V[Q]$ в поле, создаваемом фононом

Расчетная техника, развитая в работах [1, 8] в принципе позволяет решить уравнения (15). Однако, как мы покажем, можно значительно упростить задачу, если в локальных блоках пренебречь вкладом объемных квантовых слагаемых, который, как правило, невелик. Рассмотрим сначала случай "духового" фонона, когда есть возможность сразу получить точный ответ. Действительно, поскольку в задаче нет выделенной точки (напомним, что "внешнее" поле носит фиктивный характер), начало отсчета жестко связано с ядром и при сдвиге последнего эффективное поле $V[Q]$ также изменяется в соответствии с преобразованием координат $\vec{r} \to \vec{r} + \delta\vec{R}$. Поэтому по аналогии с (7) имеем:

$$\delta_1^{(1)} V = C\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\,\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}, \tag{17а}$$

$$\delta_1^{(2)} V = C\,\frac{3}{4\pi}\sum_k \frac{\partial^2 V}{\partial r_k \partial r_k} \tag{17б}$$

(с той же нормировочной константой).

Как и в предыдущем разделе, можно убедиться, что расходящиеся члены точно сокращают друг друга. При переходе к "физическому" фонону следует вновь воспользоваться формальной аналогией между свойствами реальных и "духовых" коллективных возбуждений. Правда, при этом надо соблюдать известную осторожность, так как из окончательного ответа для $L \neq 1$ необходимо исключить члены, отвечающие вариации затравочного поля Q, поскольку сдвиг начала координат в этом случае отсутствует. Предполагая, что в координатном представлении $Q = Q_K(r)\,Y_{K0}(\vec{n})$, получим:

$$\delta_L^{(1)} V[\hat{Q}] \simeq \delta_L V_K Y_{K0} - V[\delta_L Q_K Y_{K0}] =$$

$$= \alpha_L \left\{ \frac{\partial V_K[Q_K]}{\partial r} - V_K\left[\frac{\partial Q_K}{\partial r}\right]\right\} Y_{LM}(\vec{n})\, Y_{K0} \equiv \tag{18а}$$

$$\equiv \alpha_L d_L^{(1)}(\vec{r})\, Y_{LM}(\vec{n}),$$

$$\delta_L^{(2)} V[\hat{Q}] \simeq \frac{2L+1}{4\pi}\alpha_L^2 \left\{\Delta V_K[Q_K] - V_K[\Delta Q_K]\right\} Y_{K0}, \tag{18б}$$

где Δ – оператор Лапласа. Нормировочный множитель мы положим $C = \alpha_L$. Соответствующие члены в формуле (11) представятся в виде

$$\langle \varphi_{\lambda_1} | \delta_L^{(1)} V | \delta_L^{(1)} \varphi_{\lambda_2} \rangle + \langle \delta_L^{(1)} \varphi_{\lambda_1} | \delta_L^{(1)} V | \varphi_{\lambda_2} \rangle =$$

$$= \alpha_L \int d^3 r_1 d^3 r_2 \frac{d\omega}{2\pi i} \sum [\varphi^*_{\lambda_1}(\vec{r}_1)\, d_L^{(1)}(\vec{r}_1) Y_{LM}(\vec{n}_1) \times$$

$$\times G(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \varepsilon_{\lambda_2} - \omega)\, g^*_{LM}(\vec{r}_2)\, \varphi_{\lambda_2}(\vec{r}_2) +$$

$$+ \varphi^*_{\lambda_1}(\vec{r}_1)\, g_{LM}(\vec{r}_1)\, G(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \varepsilon_{\lambda_1} - \omega)\, d_L^{(1)}(\vec{r}_2) \times$$

$$\times Y^*_{LM}(\vec{n}_2)\, \varphi_{\lambda_2}(\vec{r}_2)\,]\, D_L(\omega), \tag{19}$$

$$\frac{1}{2}\langle \varphi^*_{\lambda_1} | \delta_L^{(2)} V | \varphi_{\lambda_2} \rangle = \frac{2L+1}{8\pi} \alpha_L^2 \times$$

$$\times \int d^3 r\, \varphi^*_{\lambda_1}(\vec{r}) \{ \Delta_R V[Q(\vec{r})] -$$

$$- V[\Delta_R Q(\vec{r})] \} \varphi_{\lambda_2}(\vec{r}) ,$$

$$\Delta_R \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} . \tag{20}$$

Тождество Уорда для фононов

Вершинная часть $\mathcal{T}$ обычно вводится в рассмотрение соотношением

$$e_q \mathcal{T} \hat{Q} \equiv V[\hat{Q}] \tag{21}$$

(в этом разделе мы будем рассматривать статическое внешнее поле). Вклад L-го фонона в $\mathcal{T}$ определяется первыми четырьмя диаграммами, изображенными на рис. 4 (остальные описывают поправки к волновым функциям, возникающие за счет изменения массового оператора). Обозначая искомую величину как $\delta_L \mathcal{T}$, получим для нее в символическом виде

$$\delta_L \mathcal{T} V[\hat{Q}] = \int \frac{d\omega}{2\pi i} [g_L G(\varepsilon-\omega) V G(\varepsilon-\omega) g_L +$$

$$+ g_L G(\varepsilon-\omega) \delta_L^{(1)} V + \delta_L^{(1)} V G(\varepsilon-\omega) g_L +$$

$$+ \frac{1}{2} \delta_L^{(2)} V] D_L(\omega) . \tag{22}$$

Чтобы установить связь между $\delta_L \mathcal{T}(r_1, r_2, r_3; \varepsilon)$ и $\delta_L \Sigma(r_1, r_2; \varepsilon)$, применим к $\delta_L \Sigma$ оператор сдвига $\mathcal{D}_i \equiv [\partial/\partial r_{1i} + \partial/\partial r_{2i}]$, а также используем соотношение

$$\mathcal{D}_i G(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \varepsilon) = \int d^3 r\, G(\vec{r}_1, r; \varepsilon) \frac{\partial U}{\partial r_i} G(\vec{r}, \vec{r}_2; \varepsilon) \tag{23}$$

Учитывая выражение (2) для $\delta_L \Sigma$, имеем:

$$\mathcal{D}_i \delta_L \Sigma = \int \frac{d\omega}{2\pi i} D_L(\omega) [g_L(\vec{r}_1) G(\vec{r}_1, \vec{r}_3; \varepsilon-\omega) \times$$

$$\times \frac{\partial U}{\partial r_{3i}} G(\vec{r}_3, \vec{r}_2; \varepsilon - \omega) g_L(\vec{r}_2) + \frac{\partial g_L(\vec{r}_1)}{\partial r_{1i}} \times$$

$$\times G(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \varepsilon - \omega) g_L(\vec{r}_2) + g_L(\vec{r}_1) \times$$

$$\times G(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \varepsilon - \omega) \frac{\partial g_L(\vec{r}_2)}{\partial r_{2i}} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_{1i}} \delta_L g_L(\vec{r}_1, \omega) \times$$

$$\times \delta(\vec{r}_1 - r_2)] . \tag{24}$$

Легко видеть, что первое слагаемое в (24) соответствует аналогичному члену в формуле (22), если в ней сделать замену $V \to \frac{\partial U}{\partial r_i}$. Обратимся далее к величине $\frac{\partial g_L}{\partial r_i}$, которая по определению совпадает с $\delta_1 g_L$, а поэтому удовлетворяет уравнению (4) при $L_1 = 1$. Входящее в (4) изменение двухчастичной амплитуды F во внешнем поле связано с блоком трехчастичных соударений $K^{(3)}$ точным соотношением [10]

$$\delta \mathcal{F} = K^{(3)} \delta G . \tag{25}$$

Следовательно, можно написать:

$$\delta_1 \mathcal{F} A g_L = \frac{\partial U}{\partial r_i} A K^{(3)} A g_L = \delta_L \mathcal{F} A \frac{\partial U}{\partial r_i} . \tag{26}$$

Учитывая также, что $\delta_1 A g_L = \delta_L A \frac{\partial U}{\partial r_i}$, и сравнивая (4) и (15а), убеждаемся в справедливости равенства $\delta_1 g_L = \delta_L \left\{ \frac{\partial U}{\partial r_i} \right\}$. Аналогичным образом можно показать, что функция $\frac{\partial}{\partial r_i} \left\{ \delta_L g_L \right\}$ совпадает с $\delta_L^{(2)} \left\{ \frac{\partial U}{\partial r_i} \right\}$ и может быть найдена из (15б), если сделать ту же замену ($V \to \frac{\partial U}{\partial r_i}$).

Итак, обобщая все сказанное, устанавливаем соответствие между (22) и (24) и находим:

$$\mathcal{D}_i \, \delta_L \Sigma(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \varepsilon) = \int d^3 r_3 \, \delta_L \mathcal{T}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3; \varepsilon) \frac{\partial U}{\partial r_{3i}} . \tag{27}$$

Полученное равенство по своей форме напоминает хорошо известное тождество Уорда. В принципе, можно обобщить его для любого порядка ТВ по α_L. Однако для случая околомагических ядер, который мы рассматриваем, нам достаточно ограничиться слагаемыми $\sim \alpha_L^2$.

Заметим, что (27) результативно приводит к сильному сокращению фононных поправок к собственно-энергетической и вершинной частям, а при L = 1, как мы видели, расходящиеся члены в точности компенсируют друг друга.

Графики высших порядков ТВ. "Эффективный заряд" фонона

Остановимся на рассмотрении тех диаграмм вершинной части, которые отвечают действию внешнего поля непосредственно на НКС (см. рис. 6,а). Структура блока "эффективного заряда" фонона $\pi_L[Q]$ изображена на рис. 6,б, причем в него включены также и неполюсные члены, которые не были учтены в [3]. Очевидно, что речь идет о вкладе НКС в матричные элементы $V_{\lambda_1\lambda_2}$, относящемся к четвертому порядку ТВ по параметру деформации α_L (это понятно из рис. 6). Тем не ме-

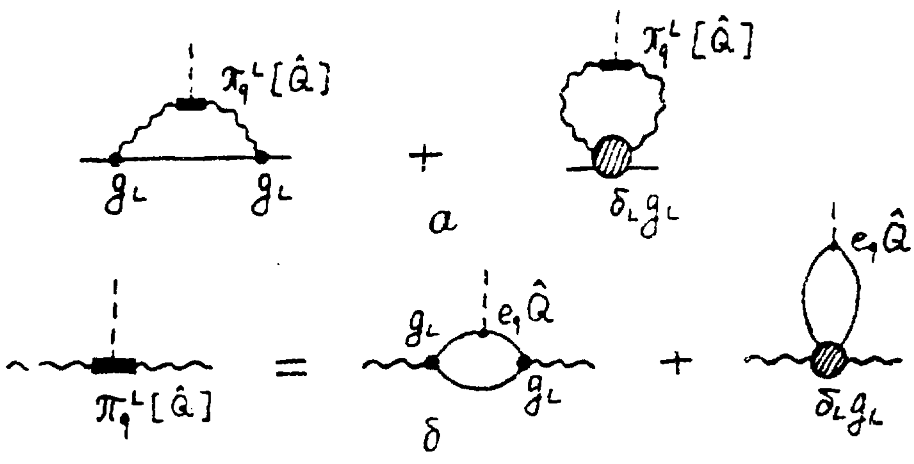

Рис. 6. "Эффективный заряд" фонона и его вклад в вершинную часть

нее эти слагаемые в некоторых случаях важны и вот почему. Во-первых, значительное усиление может иметь место за счет дальнодействующих компонент взаимодействия квазичастиц. Во-вторых, как показывают вычисления [23], для случая полей, действующих, например, только на протоны, значения "эффективных зарядов" $\pi_L[Q]$, наиболее коллективных возбуждений по порядку величины, сравнимы с нейтронными одночастичными матричными элементами $V_{\lambda\lambda}[Q]$. Поэтому графики, изображенные на рис. 6,а, не имеют для нейтронов численной малости по сравнению с диаграммами рис. 4 (таким НКС является, например 3_1^--состояние в ^{208}Pb).

Сначала запишем аналитическое выражение для "заряда" $\pi_L[Q]$. Имеем

$$\pi_L[\hat{Q}] = e_q \hat{Q} (\delta_L A g_L + A \delta_L g_L),$$

где $\delta_L A$ и $\delta_L g_L$ определяются формулами (4), (5). В табл. 5 даны значения $\pi_L[r_p^2]$ из работы [23], а также "эффективные заряды" $\pi_L[M1]$ для магнитных переходов, взятые из [2]. Эти числа были использованы для конкретных расчетов, подробности которых приведены ниже. Соответствующие формулы, позволяющие вычислить вклад диаграмм рис. 6,а, получены в приложении.

Рассмотрим еще простой пример, который, с одной стороны, является модельным, а с другой — с известной точностью часто реализуется при решении реальных физических задач. Пусть есть всего две конфигурации: одноквазичастичная, которой соответствует волновая функция φ_{λ_0}, и "квазичастица плюс фонон" $\{\varphi_{\lambda_1}\chi_L\}_J$, где χ_L — волновая функция НКС. Рассмотрим вклад в матричный элемент $Q_{\lambda_0\lambda_0}$ скалярного сферически симметричного оператора Q, обусловленный примесью второй конфигурации. С помощью простой двухуровневой формулы получим для точной волновой функции первой конфигурации

$$\Psi_1 = C_1 \varphi_{\lambda_0} + C_2 \{\varphi_{\lambda_1}\chi_L\}_{j_0 m_0}, \tag{29}$$

где C_1 и C_2 определяются матричными элементами амплитуды рождения фонона, которую будем считать заданной. Тогда для полного матричного элемента Q_{11} имеем:

$$Q_{11} = C_1^2 Q_{\lambda_0\lambda_0} + C_2^2 (Q_{\lambda_1\lambda_1} + \pi_L[\hat{Q}]) = C_1^2 Q_{\lambda_0\lambda_0} + (1 - C_1^2)(Q_{\lambda_1\lambda_1} + \pi_L[\hat{Q}]). \tag{30}$$

Заметим, что это соотношение можно применить для уточнения результатов расчетов изомерных сдвигов по ТВ, если вклад какого-либо состояния λ_1 оказывается аномально большим по сравнению с другими из-за малости энергетического знаменателя.

КОНКРЕТНЫЕ ЗАДАЧИ

Изомерные сдвиги

Изомерный сдвиг уровня мезоатома с хорошей точностью определяется изменением среднеквадратичного радиуса протонов $<r_p^2>$ при возбуждении ядра (в соответствии с интерполяционной формулой [16] мы учитывали также и $\Delta<r_p^3>$, однако вклад его, как правило, менее существен). В свою очередь, $\Delta<r_p^2>$ в нечетном ядре выражается через разность $V_{\lambda_1\lambda_1}[r_p^2] - V_{\lambda_0\lambda_0}[r_p^2]$, где λ_0 и λ_1 – соответственно основное и возбужденное состояния нечетной квазичастицы. Матричные элементы $V[r_p^2]$ для состояний, взятых вблизи поверхности Ферми, очень близки друг к другу, что связано со следующими причинами. Как было установлено в [17], эффективное поле монопольной симметрии имеет резкий максимум на краю ядра, поскольку жесткость системы по отношению к такого рода возбуждениям оказывается очень малой (она стремится к нулю при возрастании числа частиц). В то же время в этой области волновые функции всех состояний у поверхности Ферми имеют близкие амплитуды, что и приводит к малым отличиям соответствующих диагональных матричных элементов. Как всегда, при сильном сокращении двух больших чисел любые нерегулярные поправки могут играть существенную роль. В частности, как мы увидим, вклад НКС в изомерные сдвиги часто оказывается весьма значительным.

Расчетная формула для $\delta_L\left\{V_{\lambda\lambda}[r_p^2]\right\}$ получается из написанных выше соотношений путем замены $Q \equiv r^2$, $e_q^n = 0$, $e_q^p = 1$ и $\omega_K = 0$. Она довольно громоздка и мы приводим ее в подробном виде в приложении. Все вычисления проводились в координатном представлении в соответствии с техникой, развитой в [8]. Параметры эффективного взаимодействия квазичастиц были взяты из [1]. Мы рассмотрели изомерные сдвиги для ядер ^{207}Pb, ^{209}Pb, ^{207}Tl, ^{209}Bi, причем был учтен вклад ряда первых НКС в ^{208}Pb: 2^+, 3^-, 4^+, 5_1^-, 5_2^-, 6^+. В тех случаях, когда имелись две близкие по энергии сильно смешивающиеся конфигурации, проводилась процедура диагонализации с помощью стандартной двухуровневой формулы, а вклад всех прочих состояний вычислялся по ТВ с использованием (11). Результаты расчетов величин $\delta_L\left\{V_{\lambda\lambda}[r_p^2]\right\}$ для одночастичных состояний λ вблизи поверхности Ферми и указанных выше НКС L^π представлены в табл. 1, а соответствующие им изомерные сдвиги ΔE_{is} даны в табл. 2. В последней также приводятся значе-

Таблица 1. Вклад НКС в изменение $\langle r_p^2 \rangle$ ^{208}Pb (Фм^2) при добавлении одной нейтронной квазичастицы в состояние λ

λ	3_1^-	5_1^-	5_2^-	2_1^+	4_1^+	6_1^+	Сумма
				Нейтроны			
$2f_{7/2}$	0,635	0,015	0,008	−0,002	0,047	0 043	0,746
$1i_{13/2}$	0,394	0,051	0,022	0,021	0,037	0,020	0,545
$3p_{3/2}$	0,168	−0,007	−0,002	−0,014	0,022	0,007	0,174
$2f_{5/2}$	0,196	−0,004	−0,002	−0,009	−0,006	−0,007	0,168
$3p_{1/2}$	0,163	0,031	0,014	0,007	−0,002	−0,002	0,211
$2g_{9/2}$	0,404	−0,003	−0,014	−0,009	0,007	0,010	0,395
$1i_{11/2}$	0,066	−0,003	0,006	−0,031	−0,015	−0,009	0,014
$1j_{15/2}$	1,029	0,091	0,038	0,011	0,031	0,015	1,215
				Протоны			
$2d_{5/2}$	1,459	0,152	0,068	−0,113	0,059	0,054	1,679
$1h_{11/2}$	−0,067	−0,156	−0,052	−0,050	−0,034	0,006	−0,353
$2d_{3/2}$	0,565	0,122	0,058	−0,096	0,055	0,049	0,753
$3s_{1/2}$	0,660	0,124	0,056	−0,107	0,053	0,093	0,879
$1h_{9/2}$	0,099	0,017	0,007	0,093	0,053	0,030	0,299
$2f_{7/2}$	1,468	0,127	0,057	0,066	0,218	0,095	2,031
$1i_{13/2}$	0,730	0,033	0,022	0,117	0,063	0,042	1,007
$2f_{5/2}$	0,366	0,157	0,065	0,067	0,395	. 168	1,218

Таблица 2. Изомерные сдвиги (кэВ) для ядер вблизи ^{208}Pb

$\lambda_1 \to \lambda_0$	Без учета НКС				Вклад НКС		Эксперимент
	[18]	[7]	[19]	Наш расчет	[7]	Наш расчет	
				^{207}Pb			
$2f_{5/2} - 3p_{1/2}$	0,67	0,21	-2,14	-1,82	-0,07	0,06	-0,09
$3p_{3/2} - 3p_{1/2}$	0,41	0,25	0,62	0,83	-0,05	-0,03	0,74
$1i_{13/2} - 3p_{1/2}$	–	0,36	–	1,24	-0,17	-0,40	–
$2f_{7/2} - 3p_{1/2}$	0,44	1,20	1,34	1,41	0,01	-0,79	3,21
$2f_{7/2} - 2f_{5/2}$	-0,23	–	3,48	3,23	–	-0,86	3,3
				^{209}Pb			
$1i_{11/2} - 2g_{9/2}$	–	–	–	6,24	–	-0,47	–
$1j_{15/2} - 2g_{9/2}$	–	–	–	0,09	–	0,73	–
				^{207}Tl			
$2d_{3/2} - 3s_{1/2}$	–	–	–	-0,94	–	0,26	–
$1h_{11/2} - 3s_{1/2}$	–		–	-9,25	–	1,78	–
$2d_{5/2} - 3s_{1/2}$	–	–	–	0,21	–	-1,24	–
				^{209}Bi			
$2f_{7/2} - 1h_{9/2}$	–	-3,54	–	-3,38	1,69	2,14	–
$1i_{13/2} - 1h_{9/2}$	8,11	6,08	6,21	3,59	-0,51	0,16	3,6
$2f_{5/2} - 1h_{9/2}$	–	-4,18	–	-3,01	1,36	0,87	–

ния ΔE_{is}, вычисленные в работах [18, 19] без учета коллективных возбуждений, а также вклад НКС, полученный [7] в модели Бора – Моттельсона. В табл. 3 сопоставляются вклады полюсных (бор-моттельсоновских) и неполюсных диаграмм в $\delta_L\{V_{\lambda_1\lambda_2}\}$, которые оказались сравнимыми между собой.

В заключение отметим, что для достижения наилучшего согласия с экспериментом необходимо, по-видимому, провести полностью самосогласованные расчеты с учетом эффектов запаздывания и скоростных сил в соответствии с общей схемой [20].

Вероятности l-запрещенных M1-переходов

Магнитные дипольные переходы с изменением орбитального квантового числа l на две единицы оказываются запрещенными в чисто одночастичной схеме. Однако ситуация меняется при учете "остаточного" взаимодействия квазичастиц: можно показать [21], что спин-спиновые компоненты амплитуды F приводят к появлению слагаемых эффективного поля $V[\sigma_\alpha]$, которые делают возможными указанные переходы (здесь σ_α – матрицы Паули). Общее решение уравнения (1) с затравочным полем $Q = \gamma\sigma_\alpha$ (γ – константа, равная 2,3 для протонов и –1,9 для нейтронов) имеет вид

$$V[\sigma_\alpha] = v_1(r)\sigma_\alpha + v_2(r)(\vec{\sigma}\vec{n})n_\alpha, \qquad (31)$$

причем ответственным за l-запрещенные переходы оказывается второй член. Поскольку при F = 0 получаем $v_2 \equiv 0$, то соответствующая приведенная вероятность перехода $B(j_1, l \to j_2, l \pm 2;\ M1)$ очень чувствительна к различным поправкам к эффективному полю, и в частности к тем из них, которые обусловлены обменом фононами. Это подтверждается, например, полуколичественным расчетом, выполненным в работе [5].

Как и в предыдущем параграфе, для вычислений был использован самосогласованный потенциал [1] и были взяты те же НКС магического остова ^{208}Pb. Общая формула, определяющая вклад НКС в матричный элемент $V_{\lambda_1\lambda_2}[\sigma_\alpha]$, приведена в приложении. Приведенная вероятность перехода B связана с $V_{\lambda_1\lambda_2}$ соотношением

Таблица 3. Вклады (Фм^2) полюсных и неполюсных диаграмм второго порядка ТВ, а также "эффективного заряда" НКС в $\delta_L \left\{ V_{\lambda\lambda} [r_p^2] \right\}$ для 3_1^- в ^{208}Pb

λ	$2f^n_{7/2}$	$1i^n_{13/2}$	$1i^n_{11/2}$	$2d^p_{5/2}$	$3s^p_{1/2}$	$1h^p_{9/2}$
Полюсные диаграммы	−0,382	−0,004	−0,066	0,411	0,341	0,060
Неполюсные диаграммы	+0,185	+0,068	+0,023	0,225	0,160	− 0,039
Вклад "эффективного заряда" НКС	1,304	0,330	0,109	0,823	0,159	0,078

$$B(M1) = \frac{1}{2j_1+1} \langle j_2 \ell_2 \| V(M1) \| j_1 \ell_1 \rangle^2. \quad (32)$$

Уравнение (1) решалось с дельта-функционной спин-спиновой амплитудой взаимодействия квазичастиц $F_S = C_0 (g + g' \tau_1 \tau_2)$, где τ_i – изотопические матрицы; $C_0 = \pi^2/p_F m^* = 360$ МэВ . Фм^3, а безразмерные константы $g = 0{,}5$ и $g' = 0{,}8$.

В табл. 4 даны значения матричных элементов V, вычисленных в [5, 6, 22] без учета НКС, величины $\delta_L \left\{V_{\lambda_1 \lambda_2}\right\}$, полученные в [5], результаты данного расчета, а также экспериментальные данные. Всестороннее обсуждение задачи об l-запрещенных переходах выходит за рамки данной статьи. Следует отметить, однако, что хорошее согласие с экспериментом достигается в [5, 6] путем введения большого эффективного заряда $\sim \left\{\sigma Y_2\right\}_{J=1}$, что, по-видимому, не совсем оправдано. Учет вклада кс лективных степеней свободы, как мы видим, не ликвидирует расхождение между теорией и экспериментом (мы ориентируемся прежде всего на расчеты, приведенные в [22], поскольку они, как нам представляется, выполнены наиболее последовательно). Поэтому рассматриваемая проблема еще требует всестороннего исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы построили общую схему учета вклада низколежащих коллективных возбуждений в одночастичные матричные элементы и провели с ее помощью некоторые конкретные расчеты. Сформулируем кратко основные отличия настоящей работы от других публикаций на эту тему.

1. Использовался способ вычислений, позволяющий просуммировать всю совокупность диаграмм ТВ второго порядка по параметру деформации поверхности.

2. Расчеты производились в координатном представлении, что дает возможность избежать неточностей, связанных с "обрезанием" базиса одночастичных волновых функций.

3. Амплитуда возбуждения фонона вычислялась в рамках общего подхода, а не задавалась феноменологически, как в модели Бора – Моттельсона.

Таблица 4. Вклад ($e\hbar/2mc$) НКС в приведенные матричные элементы эффективного поля для M1-переходов в области ^{208}Pb

Переход $\lambda_1 \to \lambda_2$	Без учета НКС			Вклад НКС		Эксперимент (по модулю)
	[5]	[6]	[22]	[5]	Наш расчет	
$3p^{-n}_{3/2} \to 2f^{-n}_{5/2}$	0,38	0,28	0,04	−0,01	0,03	0,44
$1i^{n}_{11/2} \to 2g^{n}_{9/2}$	0,36	0,16	0,14	−0,03	−0,31	0,35
$2d^{-p}_{3/2} \to 3s^{-p}_{1/2}$	0,33	0,17	−0,10	−0,04	0,05	0,30
$2f^{p}_{7/2} \to 1h^{p}_{9/2}$	0,39	0,18	0,01	0,09	0,02	0,18

4. Последовательно учитывалась перенормировка одночастичных операторов за счет "остаточного" эффективного взаимодействия квазичастиц.

5. Использовался самосогласованный ядерный потенциал, который вычислялся, исходя из условий согласования, связывающих "среднее" поле и плотность.

6. В задаче об изомерных сдвигах отдельно принимались во внимание спин-орбитальные компоненты амплитуды взаимодействия квазичастиц.

В целом, однако, вряд ли можно говорить об окончательном сравнении теоретических и экспериментальных результатов в рассмотренных выше задачах. Для этого необходимо осуществить полную самосогласованную схему расчета [20], в которую учет коллективных степеней свободы войдет в качестве составной части.

В заключение автор приносит глубокую благодарность С.В. Толоконникову за помощь в расчетах на ЭВМ, а также В.А. Ходелю и Э.Е. Саперштейну за полезные дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выведем расчетные формулы, позволяющие вычислить поправки $\delta_L \left\{ V_{\lambda_1 \lambda_2} \right\}$ к матричным элементам эффективного поля. Пусть решение уравнения (1) имеет вид $V(r) = V_K(r) T^M_{KJS}(\vec{n}, \vec{\sigma})$, где T^M_{KJS} – неприводимый сферический тензор;

$$T^M_{KJS}(\vec{n},\vec{\sigma}) = \sum_{\alpha} C^{KM}_{JM-\alpha S\alpha} Y^{*}_{JM-\alpha} [\sigma^{\alpha}]^S, \quad (1П)$$

причем

$$[\sigma^{\alpha}]^S = \begin{cases} 1, & S=0, \\ \sigma^{\alpha}, & S=1. \end{cases}$$

Частоту ω_K внешнего поля следует положить $\omega_K = \epsilon_{\lambda_2} - \epsilon_{\lambda_1}$ в соответствии с законом сохранения энергии. При интегрировании по ω в формулах (2), (12), (19) воспользуемся выражениями для G и D_L с определенными правилами обхода полюсов:

$$G(\vec{r}_1,\vec{r}_2;\varepsilon) = \sum_{\lambda} \varphi_{\lambda}(\vec{r}_1)\varphi^{*}_{\lambda}(\vec{r}_2) \times$$

$$\times \left[\frac{n_{\lambda}}{\varepsilon-\varepsilon_{\lambda}+i\delta} + \frac{1-n_{\lambda}}{\varepsilon-\varepsilon_{\lambda}-i\delta} \right] \equiv \sum_{\lambda} \varphi_{\lambda}(\vec{r}_1)\varphi^{*}_{\lambda}(\vec{r}_2) G_{\lambda}(\varepsilon), \quad (2П)$$

$$D_L(\omega) = \frac{1}{\omega+\omega_L-i\delta} - \frac{1}{\omega-\omega_L+i\delta}, \quad (3П)$$

где $\delta \to +0$.

Вычислим вначале два вспомогательных интеграла:

$$I_1 = \int G_{\lambda}(\varepsilon-\omega) D_L(\omega) \frac{d\omega}{2\pi i} = G_{\lambda}(\varepsilon-\omega_L) + n_{\lambda} D_L(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda}), \quad (4П)$$

$$I_2 = \int G_{\lambda}(\varepsilon-\omega) G_{\lambda'}(\varepsilon-\omega+\omega_K) D_L(\omega) \frac{d\omega}{2\pi i} =$$

$$= G_{\lambda}(\varepsilon-\omega_L) G_{\lambda'}(\varepsilon-\omega_L+\omega_K) + n_{\lambda} G_{\lambda'}(\varepsilon_{\lambda}+\omega_K) \times$$

$$\times D_L(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda}) + n_{\lambda'} G_{\lambda}(\varepsilon_{\lambda'}-\omega_K) D_L(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda'}+\omega_K). \quad (5П)$$

Теперь, отделяя угловые переменные и используя формулы (11), (13), (18), (20), нетрудно получить окончательный ответ, который мы выпишем сначала для случая I-запрещенных M1-переходов:

$$
\begin{aligned}
&\delta_L\{V_{\nu_2\nu_1}[M1]\} = (-1)^{j_1+j_2+L+1} \sum_{j,j'} \begin{Bmatrix} L & j_1 & j \\ 1 & j' & j_2 \end{Bmatrix} \times \\
&\times (j_1 l_1 \| Y_L \| j l)(j' l' \| Y_L \| j_2 l_2) \int (r_i^2 dr_i) \, \{ g_L(r_1) \times \\
&\times g_L(r_2) R_{\nu_1}(r_1) R_{\nu_2}(r_2) [v_1(r_3) (j' l' \| T_{101} \| j l) + \\
&+ v_2(r_3) (j' l' \| T_{121} \| j l) + \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \{ (1-\zeta_e) \frac{1+\tau_3}{2} + \\
&+ \zeta_e \frac{1-\tau_3}{2} \} (j' l' \| \vec{j} \| j l)] \times [G_{ej}(r_1, r_3, \varepsilon_{\lambda_1} - \omega_L) \times \\
&\times G_{e'j'}(r_3, r_2, \varepsilon_{\lambda_2} - \omega_L) + \sum_n n_\lambda G_{e'j'}(r_3, r_2, \varepsilon_\lambda + \varepsilon_{\lambda_2} - \varepsilon_{\lambda_1}) \times \\
&\times D_L(\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_\lambda) R_\nu(r_1) R_\nu(r_3) + \sum_{n'} n_{\lambda'} R_{\nu'}(r_3) \times \\
&\times R_{\nu'}(r_2) G_{ej}(r_1, r_3, \varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\lambda_2} + \varepsilon_{\lambda_1}) D_L(\varepsilon_{\lambda_2} - \varepsilon_{\lambda'_1})] + \\
&+ (j_2 l_2 \| T_{121} \| j_1 l_1) \{ R_{\nu_1}(r_1) R_{\nu_2}(r_1) \Delta_R v_2(r_1) \times \\
&\times d_L^2 \frac{2L+1}{8\pi} + R_{\nu_1}(r_1) \delta_L \Sigma_S(r_1) G^R_{l_1 j_1}(r_1, r_2, \varepsilon_{\lambda_1}) \times \\
&\times v_2(r_2) R_{\nu_2}(r_2) + \sum_j \frac{(j l \| Y_L \| j_1 l_1)^2}{2j_1+1} [R_{\nu_1}(r_1) \times \\
&\times g_L(r_1) [G_{ej}(r_1, r_2, \varepsilon_{\lambda_1} - \omega_L) + \sum_n n_\lambda D_L(\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_\lambda) \times \\
&\times R_\nu(r_1) R_\nu(r_2)] g_L(r_2) v_2(r_3) R_{\nu_2}(r_3) \times \\
&\times G^R_{l_1 j_1}(r_2, r_3, \varepsilon_{\lambda_1}) + g_L(r_1) R_{\nu_1}(r_1) R_{\nu_2}(r_2) d_L \times \\
&\times \frac{\partial v_2(r_2)}{\partial r_2} [G_{ej}(r_1, r_2, \varepsilon_{\lambda_1} - \omega_L) + \sum_n D_L(\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_\lambda) \times \\
&\times n_\lambda R_\nu(r_1) R_\nu(r_2)] + \frac{1}{2} R_{\nu_1}(r_3) v_2(r_3) R_{\nu_2}(r_3) \times \\
&\times R_{\nu_1}(r_1) g_L(r_1) R_{\nu_1}(r_2) g_L(r_2) [\frac{\partial}{\partial \varepsilon} G(r_1, r_2, \varepsilon) |_{\varepsilon_{\lambda_1} - \omega_L} + \\
&+ \sum_n n_\lambda R_\nu(r_1) R_\nu(r_2) \frac{\partial}{\partial \omega} D_L(\omega) |_{\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_\lambda}]] + \\
&+ (\text{члены с заменой } \lambda_1 \to \lambda_2) \} \} . \qquad (6\text{П})
\end{aligned}
$$

(ζ_l – константа ТКФС). Здесь $R_\nu(r)$ – радиальная часть собственной функции $\varphi_\lambda(\vec{r})$, а $G_{lj}(r, r'; \epsilon)$ – радиальная одночастичная гриновская функция, определяемая соотношением

$$G(\vec{r},\vec{r}',\varepsilon)=\sum_{jlm}\Phi_{jlm}(\vec{n})\Phi^{*}_{jlm}(\vec{n}')G_{lj}(r,r',\varepsilon), \quad (7П)$$

где Φ_{jlm} – обычные спин-угловые функции. Способы вычисления R_ν и G_{lj} подробно описаны в [11].

Задача об изомерных сдвигах отвечает монопольной симметрии, и формула (6П) несколько упрощается. Обозначая $v_0 \equiv V[r_p^2]$, $v_0^{(1)} \equiv \frac{\partial}{\partial r}V[r_p^2] - V[2r_p]$ и $v_0^{(2)} \equiv \Delta V[r_p^2] - V[\Delta r_p^2]$, получим:

$$\delta_L\{V_{\lambda\lambda}[r_p^2]\} = \frac{1}{2j+1}\sum_{j'}(jl\|Y_L\|j'l')^2\int(r_i^2 dr_i)\times$$
$$\times\{R_\nu(r_1)g_L(r_1)G_{l'j'}(r_1,r_3,\varepsilon_\lambda-\omega_L)\,v_0(r_3)\times$$
$$\times G_{l'j'}(r_3,r_2,\varepsilon_\lambda-\omega_L)g_L(r_2)R_\nu(r_2)+2d_L R_\nu(r_1)\times$$
$$\times v_0^{(1)}(r_1)G_{l'j'}(r_1,r_2,\varepsilon_\lambda-\omega_L)g_L(r_2)R_\nu(r_2)+$$
$$+2R_\nu(r_1)g_L(r_1)G_{l'j'}(r_1,r_2,\varepsilon_\lambda-\omega_L)g_L(r_2)\times$$
$$\times G^R_{lj}(r_2,r_3,\varepsilon_\lambda)\,v_0(r_3)R_\nu(r_3)+R_\nu(r_3)v_0(r_3)\times$$
$$\times R_\nu(r_3)R_\nu(r_1)g_L(r_1)g_L(r_2)R_\nu(r_2)\times$$
$$\times\frac{\partial}{\partial\varepsilon}G_{lj}(r_1,r_2,\varepsilon)\Big|_{\varepsilon_\lambda-\omega_L}+\sum_{\nu'}n_{\lambda'}R_\nu(r_3)g_L(r_3)\times$$
$$\times R_{\nu'}(r_3)\,[2D_L(\varepsilon_\lambda-\varepsilon_{\lambda'})[R_{\nu'}(r_1)\,v_0(r_1)g_L(r_2)\times$$
$$\times R_\nu(r_2)G^R_{l'j'}(r_1,r_2,\varepsilon_{\lambda'})+d_L R_{\nu'}(r_1)\,v_0^{(1)}(r_1)\times$$
$$\times R_\nu(r_1)+R_{\nu'}(r_1)g_L(r_1)G^R_{lj}(r_1,r_2,\varepsilon_\lambda)\,v_0(r_2)\times$$
$$\times R_\nu(r_2)]+\frac{\partial}{\partial\omega}D_L(\omega)\Big|_{\varepsilon_\lambda-\varepsilon_{\lambda'}}(g_L)_{\nu\nu'}\times$$
$$\times((v_0)_{\nu\nu}-(v_0)_{\nu'\nu'})]+R_\nu(r_1)\,\delta_L\Sigma_S(r_1)\times$$
$$\times G^R_{lj}(r_1,r_2,\varepsilon_\lambda)\,v_0(r_2)R_\nu(r_2)+d_L^2\,\frac{2L+1}{8\pi}\times$$
$$\times R_\nu^2(r_1)\,v_0^{(2)}(r_1)\}. \quad (8П)$$

Производную $\frac{\partial G}{\partial \epsilon}$, входящую в (6П) и (8П), удобно вычислять с помощью соотношения

$$\frac{\partial G(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = -\int G(\vec{r}_1,\vec{r},\varepsilon)G(\vec{r},\vec{r}_2,\varepsilon)d^3r. \qquad (9П)$$

Функция $\delta_L \Sigma_S(r)$ рассчитывалась по схеме, рассмотренной в [14].

Получим теперь формулы для расчета вклада диаграмм, приведенных на рис. 6,а (мы обозначим его $\delta_L^{(4)}V$). Используя (2), а также (2П) и (3П), можно написать для статического поля Q следующее выражение:

$$\delta_L^{(4)}V[\hat{Q}] = \int \frac{d\omega}{2\pi i}\left[g_L G(\varepsilon-\omega) g_L + \frac{1}{2}\delta_L g_L(\omega)\right]\times$$
$$\times\left[\frac{1}{(\omega+\omega_L-i\gamma)^2} - \frac{1}{(\omega-\omega_L+i\gamma)^2}\right]\pi_L[\hat{Q}]. \qquad (10П)$$

Поскольку $\delta_L g_L$ слабо зависит от ω в силу своей локальности, то соответствующим вкладом этого члена мы здесь пренебрежем (в ответ входят производные по ω). Тогда имеем

$$\delta_L^{(4)}V[\hat{Q}] = \sum_\lambda \left[\frac{1-n_\lambda}{(\varepsilon-\varepsilon_\lambda-\omega_L)^2} + \frac{n_\lambda}{(\varepsilon-\varepsilon_\lambda+\omega_L)^2}\right]\times$$
$$\times g_L(\vec{r}_1)\varphi_\lambda(\vec{r}_1) g_L(\vec{r}_2)\varphi_\lambda^*(\vec{r}_2)\pi_L[\hat{Q}] \equiv$$
$$\equiv -\frac{\partial}{\partial\varepsilon}(\delta_L\Sigma_e)\pi_L[\hat{Q}]. \qquad (11П)$$

Соотношение (11П) можно непосредственно использовать в задаче об изомерных сдвигах. Аналогичная формула для случая M1-переходов имеет более сложный вид. Запишем окончательный ответ для вклада в приведенный матричный элемент V [M1], который получается после отделения угловых частей:

$$\delta_L^{(4)}\{V_{\nu_2\nu_1}[M1]\} = \frac{\pi_L^{st}[M1]}{\begin{pmatrix} L & L & 1 \\ L & -L & 0\end{pmatrix}}(-1)^{j_2+L+1}\times$$
$$\times\sum_j (-1)^j \begin{Bmatrix} j & L & j_1 \\ 1 & j_2 & L\end{Bmatrix}(j_1 l_1\|Y_L\|j l)\times$$
$$\times(j_2 l_2\|Y_L\|j l)\int r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2 R_{\nu_1}(r_1) R_{\nu_2}(r_2)\times$$

$$\times g_L(r_1) g_L(r_2) \left\{ \int r_3^2 dr_3\, G_{ej}(r_1, r_3, \varepsilon_{\lambda_1} - \omega_L) \times \right.$$
$$\times G_{ej}(r_3, r_2, \varepsilon_{\lambda_2} - \omega_L) - \sum_n n_\lambda R_\nu(r_1) R_\nu(r_2) \times$$
$$\left. \times \frac{2\omega_L(\varepsilon_{\lambda_1} + \varepsilon_{\lambda_2} - 2\varepsilon_\lambda)}{[(\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_\lambda)^2 - \omega_L^2][(\varepsilon_{\lambda_2} - \varepsilon_\lambda)^2 - \omega_L^2]} \right\}. \quad (12\Pi)$$

Вообще говоря, соответствующий "эффективный заряд" π_L [M1] зависит от передаваемой частоты $\omega_{12} = \epsilon_{\lambda_2} - \epsilon_{\lambda_1}$, однако приближенно мы заменяем его на статический магнитный момент коллективного возбуждения остова (см. табл. 5).

Таблица 5. **"Эффективные заряды" коллективных возбужденных состояний ядра ^{208}Pb в статическом внешнем поле**

L^π	3_1^-	5_1^-	5_2^-
$\pi_L\,[r_p^2]$, Фм^2	4.36	0,88	0,93
π_L [M1], $\frac{e\hbar}{2mc}$	1,25	0,15	0,77

L^π	2_1^+	4_1^+	6_1^+
$\pi_L\,[r_p^2]$, Фм^2	−0,21	0,50	0,52
π_L [M1], $\frac{e\hbar}{2mc}$	0,46	0,25	0,64

Список литературы

1. Khodel V.A., Saperstein E.E. – Nucl. Phys., 1979, vol. A348, p. 261.
2. Speth J., Werner E., Wild W. – Phys. Rep., 1977, vol. C33, p. 3.
3. Werner E., Emrich K. – Z. Phys., 1970, vol. 236, p. 464.
4. Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1965.
5. Hamamoto I. – Phys. Lett., 1976, vol. 61B, p. 343.
6. Bauer R. et al. – Nucl. Phys., 1973, vol. A209, p. 535.
7. Rinker G.A. – Phys. Rev., 1971, vol. C4, p. 2150.
8. Khodel V.A., Platonov A.P., Saperstein E.E. – J. Phys. G: Nucl. Phys., 1980, vol. 6, p. 1199.
9. Paar V. – Phys. Lett., 1976, vol. 60B, p. 232.
10. Ходель В.А – Ядерная физика, 1976, № 24, с. 704.
11. Саперштейн Э.Е., Фаянс С.А., Ходель В.А. – ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 221.
12. Ходель В.А. – Ядерная физика, 1974, № 19, с. 792.
13. Fayans S.A., Khodel V.A., Saperstein E.E. – Nucl. Phys., 1979, vol. A317, p. 424.
14. Khodel V.A., Platonov A.P., Saperstein E.E. – J. Phys. G: Nucl. Phys., 1982, vol. 8, p. 967.
15. Платонов А.П. – Ядерная физика, 1981, № 34, с. 612.
16. Walter H.K. – Nucl. Phys., 1974, vol. A234, p. 504.
17. Ходель В.А. – Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 16, с. 410.
18. Speth J., Zamick L., Ring P. – Nucl. Phys., 1974, vol. A232, p. 1.
19. Касымбалинов Р.Н., Саперштейн Э.Е. – Ядерная физика, 1982, № 35, с. 1489.
20. Саперштейн Э.Е., Ходель В.А. – ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 22.
21. Ходель В.А. – Ядерная физика, 1965, № 2, с. 24.
22. Саперштейн Э.Е., Толоконников С.В., Фаянс С.А. – Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1977, т. 41, с. 2063.
23. Платонов А.П. – Ядерная физика, 1982, № 36, с. 841.

Редактор О.В. Базанова
Технический редактор Н.А. Малькова
Корректор Г.Я. Кармадонова

Т-23432. 24.12.82. Формат 60 x 90/16. Уч.-изд. л. 1,9
Тираж 143. Индекс 3624. Заказ 781

Отпечатано в ИАЭ

Препринт ИАЭ-3786/2. М., 1983