

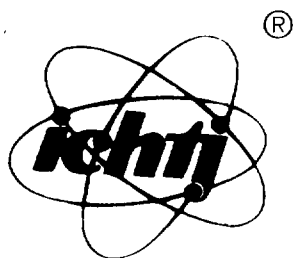


PL9700856

RAPORTY IChTJ. SERIA B nr 8/96

**WSTĘPNA OCENA BŁĘDÓW  
MIERNIKA KONCENTRACJI PRODUKTÓW  
ROZPADU RADONU W POWIETRZU**

Bronisław Machaj



**INSTYTUT CHEMII  
I TECHNIKI JĄDROWEJ  
INSTITUTE OF NUCLEAR  
CHEMISTRY AND TECHNOLOGY**

**WARSZAWA**

## **ZESPÓŁ REDAKCYJNY**

dr Wiktor Smulek, Ewa Godlewska, Sylwester Wojtas

## **WYDAWCA**

Instytut Chemii i Techniki Jądrowej  
ul. Dorodna 16, 03-195 Warszawa  
tel.: (0-22) 11 06 56; telex: 813027 ichtj pl; fax: (0-22) 11 15 32;  
e-mail: sekdyrn@orange.ichtj.waw.pl

Symbol UKD: 721.3

Symbol INIS: D22

Słowa kluczowe: RADON, BŁĘDY MIERNIKA

*Raport został wydany w postaci otrzymanej od Autora*

### **Wstępna ocena błędów miernika koncentracji produktów rozpadu radonu w powietrzu**

Wykorzystując opracowany wcześniej komputerowy program symulacji osadzania na filtrze powietrza produktów rozpadu radonu: Po-218, Pb-214, Bi-214 (Po-214) i obliczania zmian aktywności w funkcji czasu dokonano oszacowania błędów metody pomiaru aktywności sumarycznego promieniowania alfa Po-218+Po-214 w trzech interwałach czasu. Dodatkowo dokonano porównania błędów metody pomiaru aktywności alfa Po-218+Po-214 w trzech, dwu i jednym interwale czasu. Przeprowadzono ponadto kilka prób pomiaru aktywności alfa produktów rozpadu radonu w różnych interwałach czasowych i oszacowania ich błędów.

### **Preliminary assessment of errors of radon daughters concentration in air**

Employing an earlier elaborated computer program for simulation of depositing radon decay products: Po-214, Pb-214, Bi-214 (Po-214) on air filter and for computing variation of their activity against time, an assessment of errors was carried out of a methods employing measurement of Po-218+Po-214 alpha activity in three time intervals. Additionally errors of the methods measuring Po-218+Po-214 alpha activity in three, two and one time intervals, were assessed. A few attempts were also made to measure the alpha activity in different time intervals and to assess their measuring errors.

**NEXT PAGE(S)  
left BLANK**

# SPIS TREŚCI

1. WPROWADZENIE	-
2. METODA SYMULACJI TRZYPUNKTOWEJ	-
3. OCENA BŁĘDÓW STATYSTYCZNYCH	10
4. PORÓWNANIE WYBRANYCH METOD	12
4.1. POMIAR TRZYPUNKTOWY AKTYWNOŚCI ALFA [2,7]	13
4.2. POMIAR DWUPUNKTOWY AKTYWNOŚCI ALFA [1]	14
4.3. POMIAR JEDNOPUNKTOWY AKTYWNOŚCI ALFA [8]	16
4.4. PODSUMOWANIE PORÓWNAŃ	17
5. BŁĘDY POMIARU WYBRANYCH TRZYPUNKTOWYCH METOD POMIARU	18
6. ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ	18
7. WNIOSKI	19
8. LITERATURA	19

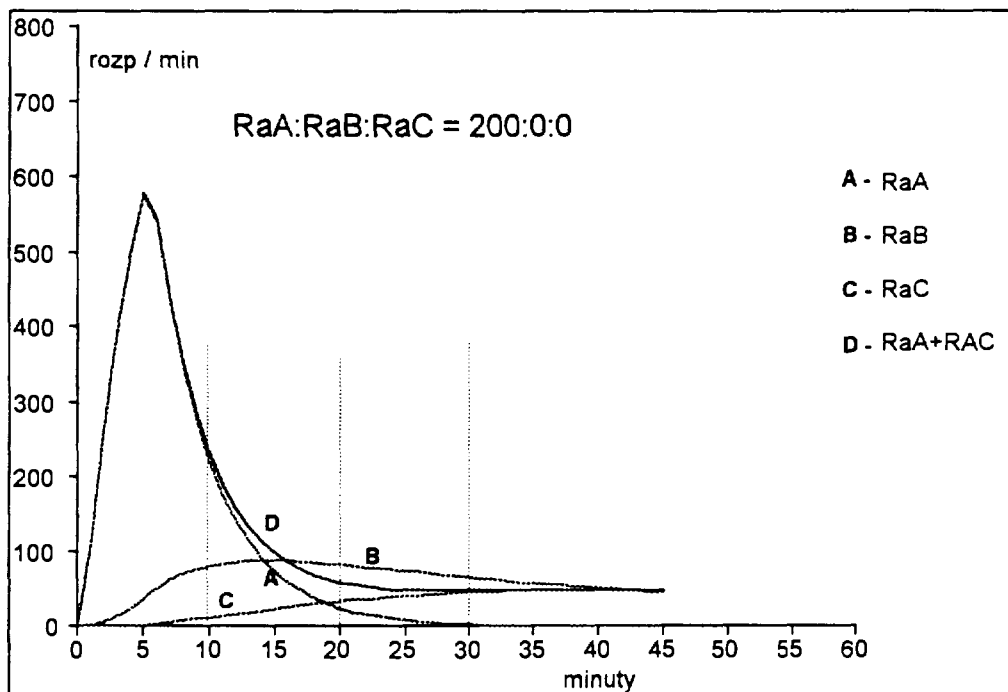
**NEXT PAGE(S)  
left BLANK**

## 1. WPROWADZENIE

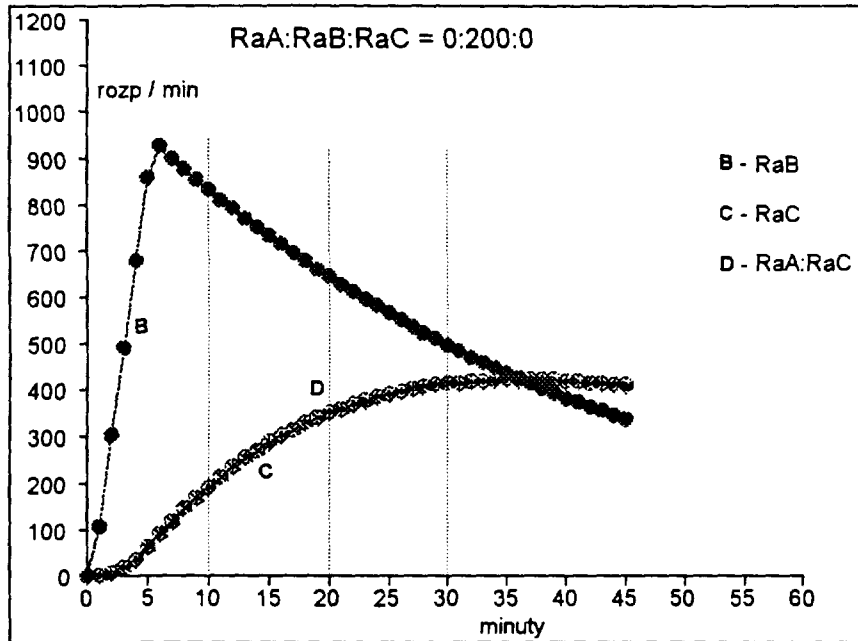
Produkowany w IChTJ od szeregu lat miernik koncentracji produktów rozpadu Rn-222 w powietrzu, pracujący na zasadzie pomiaru sumarycznego promieniowania alfa produktów rozpadu pochodzącego od Po-218 i Po-214 w dwu interwałach czasu [1], skłania do porównania miernika z innymi miernikami, oraz do poszukiwania nowych metod pomiaru i obróbki sygnału. W oparciu o opracowany wcześniej komputerowy program symulacji osadzania na filtrze produktów rozpadu radonu i obliczania zmian aktywności alfa w funkcji czasu, dokonano takiej oceny. Dodatkowo przeprowadzono kilka wrywkowych prób symulacji pomiaru aktywności alfa Po-218+Po-214 w różnych przedziałach czasu i oszacowania błędu pomiaru.

## 2. METODA SYMULACJI TRZYPUNKTOWEJ

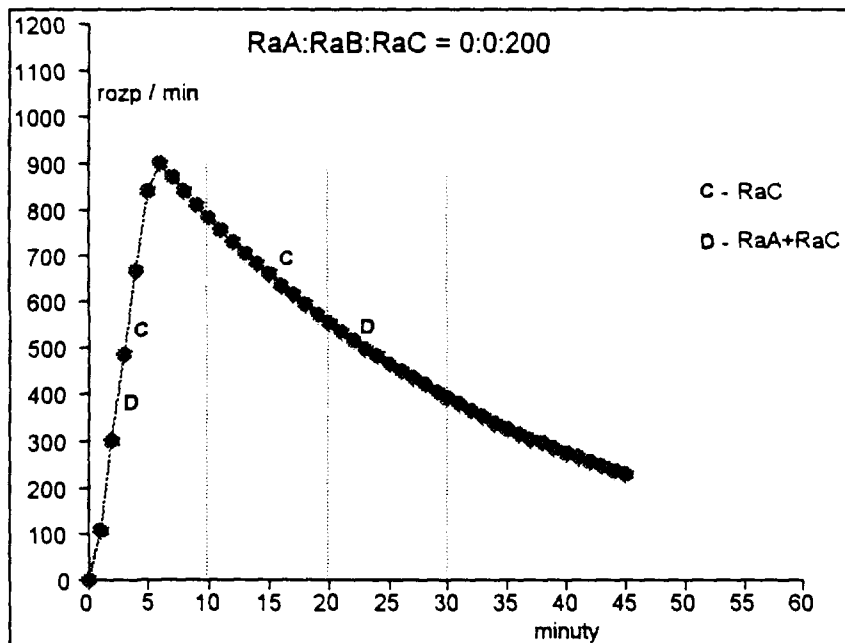
Na rys. 1-3 przedstawiono rozkład zmian aktywności produktów rozpadu radonu, gdy na filtrze powietrza w ciągu 5 min osadzany jest tylko Po-218, tylko Pb-214 lub tylko Bi-214 o koncentracji 200 rozp./min każdy (w ciągu 1 min na filtrze powietrza osadzana jest aktywność 200 rozp. w 10 porcjach po 20 rozp. każda co 1/10 min). Wykresy przedstawiają aktywności obliczone w interwałach 1- minutowych, a obliczeń dokonano wg [2].



Rys. 1. Na filtrze powietrza osadzony jest tylko Po-218.



Rys. 2. Na filtrze powietrza osadzony jest tylko Pb-214.



Rys. 3. Na filtrze osadzony jest tylko Bi-214.

Wykresy ilustrują w jakim stopniu i jak zmienia się aktywność sumaryczna Po-218+Po-214 (RaA+RaC') wywołana przez poszczególne składniki produktów rozpadu. Wyliczenia w przykładowych przedziałach czasowych 1..10 min, 11..20 min, 21..30 min dają aktywności:

Symulowana aktywność  $q_1, q_2, q_3$  w trzech przedziałach czasu.

RaA:RaB:RaC	1..10 min rozpadów	11..20 min rozpadów	21..30 min rozpadów
200:0:0	3691,5	1036,6	491,5
0:200:0	865,2	2916,5	3929,0
0:0:200	6622,7	6511,7	4596,8

Uwaga: interwał czasu 1..10 min oznacza aktywność zarejestrowaną w 1-ej min, 2-ej min ... 10-ej min (łącznie w interwale 10 min).

Oznacza to, że RaA ma swój udział w przedziale czasu 1..10 min równy  $3691,5/200=18,456$ , w interwale 11..20 min równy  $1036,6/200=5,183$  i w przedziale 21..30 min  $491,5/200=2,4575$ . Podobnie swoje udziały mają RaB i RaC. W tablicy poniżej podano wyliczone w ten sposób współczynniki udziału.

Współczynniki udziału RaA, RaB, RaC w poszczególnych przedziałach czasu.

RaA:RaB:RaC	1..10 min	11..20 min	21..30 min
200:0:0	18,456	5,183	2,4575
0:200:0	4,326	14,5975	19,645
0:0:200	33,1135	32,5585	22,984

Fakt ten pozwala na napisanie układu trzech równań z trzema niewiadomymi:

$$\begin{aligned} q_1 &= 18,456 A + 4,326 B + 33,1135 C, \\ q_2 &= 5,183 A + 14,5975 B + 32,5585 C, \\ q_3 &= 2,4575 A + 19,645 B + 22,984 C. \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie  $q_1, q_2, q_3$  są aktywnościami promieniowania alfa w trzech kolejnych interwałach czasu. Mnożąc obie strony równania przez współczynnik efektywności osadzania produktów rozpadu na filtry oraz sprawność detekcji  $\eta$  otrzymuje się:

$$\begin{aligned} n_1 &= 18,456 A \eta + 4,326 B \eta + 33,1135 C \eta, \\ n_2 &= 5,183 A \eta + 14,5975 B \eta + 32,5585 C \eta, \\ n_3 &= 2,4575 A \eta + 19,645 B \eta + 22,984 C \eta. \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie  $n_1, n_2, n_3$  są liczbami impulsów zliczonych w trzech kolejnych interwałach czasowych, zaś  $A = RaA, B = RaB, C = RaC$  są nieznanymi koncentracjami produktów rozpadu. Podstawiając do równań (2) zmierzone liczby impulsów  $n_1, n_2, n_3$  w trzech interwałach czasu i rozwiązując układ równań (2) można wyliczyć A, B, C. W obliczeniach laboratoryjnych liczby impulsów  $n_1, n_2, n_3$  symulowano przy pomocy programu komputerowego [2], zaś równania (2) rozwiązywano przy pomocy programu obliczeniowego MATLAB. Poniżej podano wyniki symulacji i obliczeń.

Symulacja ilości zliczeń  $n_1, n_2, n_3$  dla  $\eta = 0,3$ .

RaA:RaB:RaC	1.. 10 min	11..20 min	21..30 min
200:200:200	3353,7	3140,3	2705,2
200:100:100	2230,5	1725,7	1426,3
200:100: 50	1733,8	1237,3	1081,5
200:100: 0	1237,1	748,9	736,8
200:50:50	1668,9	1018,3	786,9
200:50:0	1172,7	529,9	442,1
200:0:0	1107,3	311,0	147,4

Wyliczona koncentracja produktów rozpadu.

RaA:RaB:RaC	RaA	RaB	RaC
200:200:200	200,01	200,01	199,98
200:100:100	199,96	99,97	100,02
200:100:50	199,98	99,99	50,00
200:100:0	199,99	100,00	0,00
200:50:50	200,00	50,1	49,99
200:50:0	199,98	50,00	0,00
200:0:0	199,95	0,02	0,02

Wyliczona koncentracja RaA, RaB, RaC z dużą dokładnością pokrywa się z koncentracją założoną (symulowaną).

### 3. OCENA BŁĘDÓW STATYSTYCZNYCH

Liczba zliczonych impulsów  $n_1, n_2, n_3$  w równaniach (2) mierzona rzeczywistym przyrządem pomiarowym obarczona jest błędem statystycznym. Wielkość błędu statystycznego podawana przez [3] na podstawie [4, 5] określona jest zależnością:

$$s(R) = (J R)^{1/2} \quad (3)$$

R - liczba zliczeń,  
 $J = 1,2 - 2,9$  współczynnik.

Przyjmując wartość średnią współczynnika  $J = 2,05$  obliczono odchylenie standardowe  $s(n_1), s(n_2), s(n_3)$  oraz odpowiadającą im liczbę zliczeń:

$$\begin{aligned} n_{s1} &= n_1 - s(n_1), \\ n_{s2} &= n_2 - s(n_2), \\ n_{s3} &= n_3 - s(n_3). \end{aligned}$$

Podstawiając w miejsce  $n_1, n_2, n_3$  w równaniach (2) wartości  $n_{s1}, n_{s2}, n_{s3}$  odpowiednio, obliczono wartości  $A_s, B_s, C_s$  oraz względne odchylenia standardowe  $s(A)_r = (A_s - A)/A$ ,  $s(B)_r = (B_s - B)/B$ ,  $s(C)_r = (C_s - C)/C$ . Procedurę tę ilustruje przykład dla RaA:RaB:RaC = 200:100:50. W wyniku obliczeń otrzymano:



$$n_{s1} = n_1 - s(n_1) = 1733,8 - 59,62 = 1674,18,$$

$$n_{s2} = n_2 - s(n_2) = 1237,3 - 50,36 = 1186,94,$$

$$n_{s3} = n_3 - s(n_3) = 1081,5 - 47,09 = 1034,41.$$

Koncentracja A, B, C gdy w miejsce  $n_1$  wstawiono  $n_{s1}$ :

$$A_{s1} = 183,19,$$

$$B_{s1} = 97,84,$$

$$C_{s1} = 53,64.$$

W podobny sposób wyliczono  $A_{s2}$ ,  $B_{s2}$ ,  $C_{s2}$  gdy w miejsce  $n_2$  wstawiono  $n_{s2}$ , oraz  $A_{s3}$ ,  $B_{s3}$ ,  $C_{s3}$  gdy w miejsce  $n_3$  wstawiono  $n_{s3}$ . Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli poniżej.

Wartości "zmierzone" z błędem statystycznym dla: RaA:RaB:RaC = 200:150:50.

	$A_s$	$B_s$	$C_s$
$n_{s1} = n_1 - s(n_1)$	183,19	97,84	53,64
$n_{s2} = n_2 - s(n_2)$	225,7	115,99	33,58
$n_{s3} = n_3 - s(n_3)$	185,05	81,27	60,78

Na ich podstawie wyznaczono błędy spowodowane statystyką pomiaru zliczeń impulsów w trzech przedziałach czasu, patrz tabela poniżej.

Błędy statystyczne pomiaru dla RaA:RaB:RaC = 200:100:50.

	$s(A)_t$ (%)	$s(B)_t$ (%)	$s(C)_t$ (%)
$n_{s1} = n_1 - s(n_1)$	8,4	2,2	7,3
$n_{s2} = n_2 - s(n_2)$	12,9	16,0	33,0
$n_{s3} = n_3 - s(n_3)$	7,5	18,8	21,5
$s(x)_t$	17,1	24,8	40

Całkowity błąd statystyczny pomiaru poszczególnych produktów rozpadu, jak wynika z przedstawionej tabeli wynosi:

$$s(A)_t = 17,1 \%,$$

$$s(B)_t = 24,4 \%,$$

$$s(C)_t = 40,0 \%.$$

Energia potencjalna alfa produktów rozpadu radonu zdefiniowana jest jako energia promieniowania alfa jaka wydzieli się gdy wszystkie krótkożyciowe produkty rozpadu: Po-218, Pb-214, Bi-214 rozpadną się i przekształcą się w izotop Pb-210, patrz rys. 4, i opisana jest zależnością:

$$E_p = \frac{A}{\lambda_A} E_A + \frac{B}{\lambda_B} E_B + \frac{C}{\lambda_C} E_C \quad [\text{MeV}] \quad (4)$$

A, B, C - aktywność osadzonych na filtrze produktów rozpadu Po-218, Pb-214 i Bi-214 odpowiednio,

$\lambda_A$ ,  $\lambda_B$ ,  $\lambda_C$  - stała rozpadu Po-218, Pb-214 i Bi-214 odpowiednio,

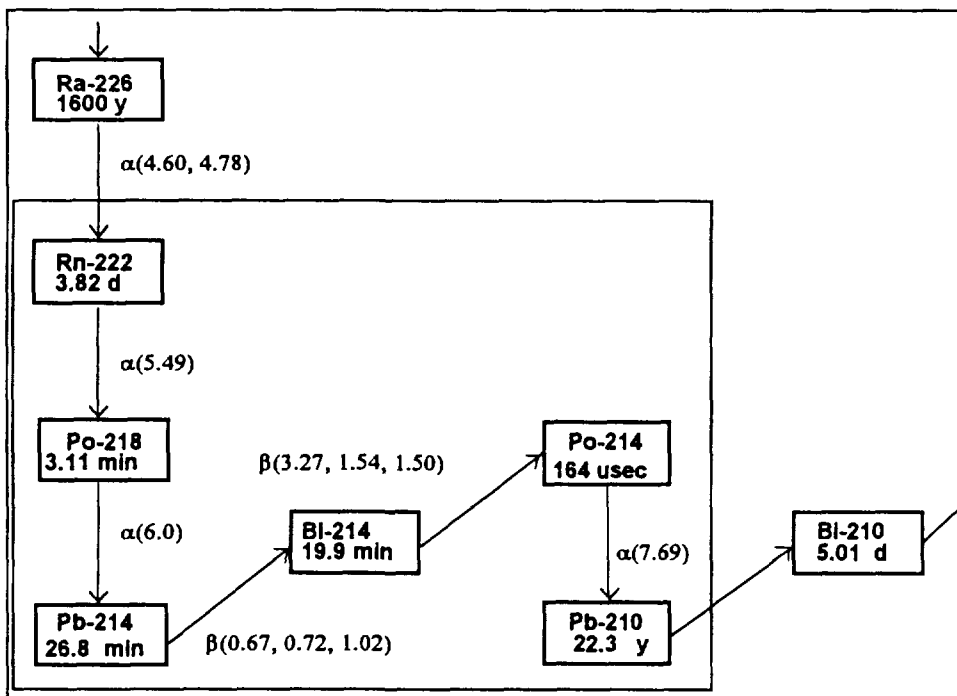
$$E_A = (6,00+7,69) = 13,69 \text{ MeV},$$

$$E_B = 7,69 \text{ MeV},$$

$$E_C = 7,69 \text{ MeV}.$$

Dla koncentracji produktów rozpadu  $RaA:RaB:RaC = 200:100:50$  rozp./min równanie (4) przybierze postać:

$$E_p = (200/0,2228)*13,69 + (100/0,02585)*7,69 + (50/0,03482)*7,69 = 12290 + 29750 + 11040 = 53080 \text{ MeV}$$



Rys. 4. Szereg rozpadu promieniotwórczego Rn-222 i jego krótkożyciowych produktów rozpadu [6].

Odchylenie standardowe  $s(E_p)$  wynikające z odchylenia standardowego  $s(A)r = 0,171$ ,  $s(B)r = 0,248$ ,  $s(C)r = 0,4$  wynosi:

$$s(E_p) = [s(E_p)_A^2 + s(E_p)_B^2 + s(E_p)_C^2]^{1/2} = 8851 \text{ MeV},$$

$$s(E_p)_A = s(A)r (A/\lambda_A) E_A = 0,171*12290 = 2101 \text{ MeV},$$

$$s(E_p)_B = s(B)r (B/\lambda_B) E_B = 0,248*29750 = 7378 \text{ MeV},$$

$$s(E_p)_C = s(C)r (C/\lambda_C) E_C = 0,4*11040 = 4416 \text{ MeV}.$$

Względne całkowite odchylenie standardowe  $s(E_p)_t$  energii potencjalnej alfa wynosi:

$$s(E_p)_t = s(E_p)/E_p = 8851/53080 = 16,6 \text{ \%}.$$

#### 4. PORÓWNANIE WYBRANYCH METOD

Do porównania wybrano metody:

- pomiaru aktywności promieniowania alfa w trzech przedziałach czasu [7],
- pomiaru aktywności promieniowania alfa w dwu przedziałach czasu [1],
- pomiaru aktywności promieniowania alfa w jednym przedziale czasu [2,8].

We wszystkich przypadkach porównania dokonano przy czasie osadzania produktów rozpadu na filtry w czasie  $T = 5$  min i sprawności osadzania na filtry i detekcji promieniowania  $\eta = 0,3$ . Błąd standardowy wynikający ze statystyki zliczania impulsów

sprawdzano tylko dla jednego stopnia nierównowagi promieniotwórczej  $RaA:RaB:RaC = 200 : 100 : 50$ .

#### 4.1. Pomiar trzypunktowy aktywności alfa [2,7]

##### Obliczenia wg wzorów Thomasa [7]

W czasie  $T = 5$  min osadzane są na filtrze produkty rozpadu radonu, następnie mierzona jest sumaryczna aktywność  $Po-218+Po-214$  ( $RaA+RaC'$ ) w przedziałach czasu  $t_1 = 2..5$  min,  $t_2 = 6..20$  min i  $t_3 = 21..30$  min po zakończeniu osadzania produktów rozpadu na filtrze. Koncentracja produktów rozpadu i energia potencjalna, dla sprawności detekcji  $\eta = 0,3$ , wyliczana jest z zależności [2]:

$$RaA = \frac{1}{vE} (6,19618 n_1 - 3,00752 n_2 + 2,84348 n_3) \quad [Bq/m^3] \quad (5)$$

$$RaB = \frac{1}{vE} (0,06815 n_1 - 0,77227 n_2 + 1,82693 n_3) \quad [Bq/m^3]$$

$$RaC = \frac{1}{vE} (1,82693 n_1 - 1,24526 n_2 + 1,41195 n_3) \quad [Bq/m^3]$$

$$Ep = \frac{1}{1000v} (0,28357 A - 0,13726 B + 0,10089 C) \quad [WL]$$

$v$  - przepływ powietrza przez filtr [L/min],

$E$  - sprawność detekcji,

$A, B, C$  - koncentracja  $RaA, RaB, RaC$  odpowiednio,

$WL = 1,3 \cdot 10^5$  MeV/L - working level.

$n_1, n_2, n_3$  - liczba zliczeń w przedziale czasu  $t_1, t_2$  i  $t_3$  odpowiednio.

Dokonując symulacji aktywności promieniowania alfa w funkcji czasu oraz liczby zliczeń  $n_1, n_2, n_3$  w sposób opisany poprzednio, otrzymano dla  $RaA:RaB:RaC = 200:100:50$  oraz sprawności detekcji  $\eta = 0,3$  następujące liczby zliczeń:

$n_1 = 522,4$  imp - w interwale  $t_1$ ,

$n_2 = 1637,6$  imp - w interwale  $t_2$ ,

$n_3 = 946,4$  imp - w interwale  $t_3$ .

Wyliczona na tej podstawie koncentracja  $RaA, RaB, RaC$  i  $Ep$  wg wzorów (5) dla  $E=0,3$  i  $v=1$  wynosi:

$RaA = 3341$  Bq/m<sup>3</sup> co odpowiada 200,5 rozp./min dla 200 rozp./min/L osadzanych na filtrze

$RaB = 1666$  Bq/m<sup>3</sup> " " 99,96 rozp./min dla 100 rozp./min/L " " "

$RaC = 837,6$  Bq/m<sup>3</sup> " " 50,25 rozp./min dla 50 rozp./min/L " " "

$Ep = 0,408$  WL.

Liczba zliczeń pomniejszona o odchylenie standardowe:

$n_{s1} = n_1 - s(n_1) = 489,7$ ,

$n_{s2} = n_2 - s(n_2) = 1579,6$ ,

$n_{s3} = n_3 - s(n_3) = 901,9$

oraz całkowite względne odchylenie standardowe:

$s(A)_t = 29,1$  %,

$s(B)_t = 18,5$  %,

$s(C)_t = 43,0$  %,

$s(Ep)_t = 15,3$  %.

## Obliczenia wg metody opisanej w rozdz. 2 i 3

Dla takich samych interwałów czasowych i takich samych symulowanych liczb zliczeń:

$n_1 = 522,4$  imp - w interwale  $t_1$ ,

$n_2 = 1637,6$  imp - w interwale  $t_2$ ,

$n_3 = 946,4$  imp - w interwale  $t_3$ .

w sposób opisany w rozdz. 2 i 3 dokonano obliczeń koncentracji produktów rozpadu wykorzystując rów (2). Dla  $RaA:RaB:RaC = 200:100:50$  otrzymano:

$RaA = 199,98$  rozp./min,

$RaB = 99,99$  rozp./min,

$RaC = 50,00$  rozp./min.

$Ep = 0,408$  WL - gdy w czasie 1 min na filtrze osadzana jest aktywność produktów rozpadu

$RaA:RaB:RaC = 200:100:50$  rozp. od próbki powietrza 1 L.

Względny całkowity błąd statystyczny wyliczony wynosi:

$s(A)_t = 28,4$  %,

$s(B)_t = 16,2$  %,

$s(C)_t = 40,0$  %,

$s(Ep)_t = 13,9$ %.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że w obu przypadkach uzyskano porównywalną dokładność pomiaru, przy czym błędami dominującymi są błędy statystyczne.

### **4.2. Pomiar dwupunktowy aktywności alfa [1]**

Jest to szybka metoda pomiaru koncentracji produktów rozpadu i energii potencjalnej alfa (cały cykl pomiarowy łącznie z czasem pompownia powietrza przez filtr trwa 15 min) pozwalająca na wyznaczenie koncentracji Po-218 i energii potencjalnej alfa. Na filtrze powietrza w ciągu 5 min osadzane są produkty rozpadu, a następnie w czasie  $t_1 = 7..9$  min włącznie i  $t_2 = 13..15$  min włącznie od momentu rozpoczęcia pompownia powietrza przez filtr mierzona jest aktywność promieniowania alfa Po-218 + Po-214. W publikacji [9] na podstawie [1, 10] podano wzory pozwalające na wyliczenie również koncentracji Pb-214 i Bi-214:

$$RaA = \frac{118}{Ev} (n_1 - n_2) 10^{-10} \text{ [Ci/m}^3\text{]}, \quad (6)$$

$$RaB = \frac{300}{Ev} n_2 10^{-11} \text{ [Ci/m}^3\text{]},$$

$$RaC = \frac{1}{Ev} (597 n_2 - 244 n_1) 10^{-11} \text{ [Ci/m}^3\text{]},$$

$$Ep = \frac{400}{Ev} n_2 \text{ [MeV/L]}.$$

E - sprawność detekcji w %,

v - przepływ powietrza przez filtr, L/min,

$n_1, n_2$  - liczba zliczonych impulsów w czasie  $t_1$  i  $t_2$  odpowiednio.

Symulowana liczba zliczonych impulsów  $n_1, n_2$  przy sprawności detekcji  $\eta = 0,3$  ( $E = 30\%$ ), wyliczone koncentracje produktów rozpadu oraz wynikające błędy metody podano poniżej.

Liczba zliczonych impulsów w czasie  $t_1 = 7..9$  min i  $t_2 = 13..15$  min.

RaA:RaB:RaC	Ep	$n_1$	$n_2$
200:200:200	0,89178	1213,4	962,5
200:100:100	0,49314	768,4	532,5
200:100:50	0,40822	579,0	378,8
200:100:0	0,32328	389,6	225,2
200:50:50	0,29384	545,9	317,5
200:50:0	0,2089	356,5	163,8
200:0:0	0,0945	323,4	102,5

Ep - energia potencjalna alfa produktów rozpadu osadzanych na filtrze w ciągu 1 min.  
 $1Ep = 1,3 \cdot 10^5$  MeV.

Wyliczone koncentracje produktów rozpadu wg równań (6).

RaA:RaB:RaC	RaA	RaB	RaC	Ep
200:200:200	219,17	213,67	206,12	0,4993
200:100:100	205,99	118,22	96,51	0,54615
200:100:50	174,8	84,10	62,80	0,3885
200:100:0	143,55	49,99	29,14	0,23097
200:50:50	199,4	70,49	41,69	0,3256
200:50:0	168,26	36,36	7,99	0,168
200:0:0	192,89	22,75	-13,11	0,1051

Względne błędy wynikające z metody pomiaru.

RaA:RaA:RaC	RaA (%)	RaB (%)	RaC (%)	Ep (%)
200:200:200	+9,5	+6,8	+3,1	-44
200:100:100	+3	+18,2	-3,5	+10,7
200:100:50	-12,6	-16	+25,6	-4,8
200:100:0	-28,2	-50	-	-28,6
200:50:50	-0,3	+40,9	+16,6	+10,8
200:50:0	-15,9	-27,3	-	-19,6
200:0:0	-3,6	-	-	+11,2
$s(x)_m$	14,8	33,3	17,8	24,2

$s(x)_m$  - odchylenie standardowe pomiaru (w trakcie pomiarów stopień nierównowagi promieniotwórczej jest przypadkowy i nieznan).

Błędy statystyczne dla RaA:RaB:RaC = 200:100:50 wynikające ze statystyki pomiaru  $n_1$  i  $n_2$  przedstawiono niżej.

### Błędy statystyczne.

	s(RaA) (%)	s(RaB) (%)	s(RaC) (%)	s(Ep) (%)
n1-s(n1)	17,2	0,0	9,9	0,0
n2-s(n2)	13,9	7,3	20	7,3
s(x) <sub>s</sub>	22,1	7,3	22,3	7,3

s(x)<sub>s</sub> - całkowity błąd statystyczny.

### Zestawienie błędów metody i błędów statystycznych.

Rodzaj błędu	RaA (%)	RaB (%)	RaC (%)	Ep (%)
metoda	14,8	33,3	17,8	24,2
statystyka	22,1	7,3	22,3	7,3
s(x) <sub>t</sub>	26	31,3	27,1	23,6

Traktując błąd metody i błąd statystyczny jako błędy przypadkowe (przy pomiarze nieznanym jest stopień nierównowagi promieniotwórczej RaA:RaB:RaC) wyliczono błąd sumaryczny który podano w ostatnim wierszu tabeli jako s(x)<sub>t</sub> (błędy dodano geometrycznie). Obliczenia wskazują na znaczne błędy wywołane niedoskonałością metody oraz na błędy statystyczne, które są jednak mniejsze niż w przypadku pomiaru trzypunktowego. Jest to zgodne z oczekiwaniami mniej bowiem czynników obciążonych błędem statystycznym wpływa na błąd całkowity.

### 4.3. Pomiar jednopunktowy aktywności alfa [8]

Metoda przewiduje alternatywne pomiary w jednym z trzech interwałów czasu 21-40 min, 41- 60 min lub 21- 60 min. Poniżej podano symulowane wartości zliczonych impulsów w tych przedziałach przy sprawności detekcji promieniowania  $\eta = 0,3$ , pochodzących od sumarycznego promieniowania alfa Po-218+Po-214. Metoda wykorzystywana jest do pomiaru energii potencjalnej alfa. Stałość stosunku liczby zliczeń w przedziale czasu do energii potencjalnej jest więc miarą dokładności metody.

#### Symulowane liczby zliczeń impulsów i energia potencjalna produktów rozpadu.

RaA:RaB:RaC	Ep	21- 40 min	21- 60 min	41 - 60 min
200:200:200	0,89178	5088,7	8992,7	3804,0
200:100:100	0,49314	2690,7	4732,9	2042,2
200:100:50	0,40822	2102,5	3851,7	1749,2
200:100:0	0,32328	1514,4	2970,5	1456,1
200:50:50	0,29384	1491,6	2653,0	1161,4
200:50:0	0,2089	903,5	1771,8	868,3
200:0:0	0,0945	292,6	573,1	280,5

Ep - energia potencjalna alfa produktów rozpadu osadzonych na filtrze w ciągu 1 min.  
 $1Ep = 1,3 \cdot 10^5$  MeV.

Stosunek liczby zliczeń do energii potencjalnej alfa produktów rozpadu:  $n/E_p$ .

RaA:RaB:RaC	21- 40 min	21- 60 min	41 - 60 min
200:200:200	5706,6	10084,7	4265,9
200:100:100	5454,8	9597,5	4141,2
200:100:50	5150,4	9435,4	4284,9
200:100:0	4684,5	6404,7	4782,5
200:50:50	5076,2	9028,7	3952,5
200:50:0	4325,0	8481,6	4156,5
200:0:0	3096,3	6064,6	2968,3
$(n/E_p)_{\text{sred}} \pm s(n/E_p)$ $\pm s(n/E_p) \%$	4784,8 $\pm$ 874,6 $\pm 18,2 \%$	8441,9 $\pm$ 1590,0 $\pm 18,8 \%$	4078,8 $\pm$ 552,5 $\pm 13,5 \%$

Wartość odchylenia standardowego  $s(n/E_p)$  w ostatnim wierszu tablicy charakteryzuje błąd metody pomiaru energii potencjalnej. Błąd statystyczny metody równy odchyleniu standardowemu ilości zliczonych impulsów dla RaA:RaB:RaC = 200:100:50 wynosi:

$s(E_p) = 3,1 \%$  dla  $t = 21- 40$  min,

$s(E_p) = 2,3 \%$  dla  $t = 21- 60$  min,

$s(E_p) = 3,4 \%$  dla  $t = 41- 60$  min.

#### 4.4. Podsumowanie porównania

Metoda	Rodz. błędu	RaA (%)	RaB (%)	RaC (%)	$E_p$ (%)
Trzypunkt [2]	metody	<1,0	<1,0	<1,0	<1,0
	statystyki	29,1	18,5	43,0	15,3
	suma geom.	<29,12	<18,52	<43,01	<15,33
Dwupunkt [1]	metody	14,8	33,3	17,8	24,2
	statystyki	22,1	7,3	22,3	7,3
	suma geom.	26,6	34,1	28,5	25,3
Jednopunkt [8] 41-60 min.	metody	-	-	-	13,5
	statystyki	-	-	-	3,4
	suma geom.	-	-	-	13,9

- W podsumowaniu ( tablica wyżej) potraktowano błędy metody jako błędy przypadkowe, wychodząc z założenia że stan nierównowagi promieniotwórczej pomiędzy produktami rozpadu radonu jest zmienny i nieznan.
- Przyjęto bardzo szeroki zakres zmian nierównowagi promieniotwórczej, co oznacza że w praktyce błędy metody dla mniejszych zmian RaA:RaB:RaC mogą być mniejsze.
- Zwracają uwagę duże błędy pomiaru wynikające ze statystyki zliczania impulsów. Zgodnie z oczekiwaniami są one największe dla trzypunktowej metody pomiaru aktywności promieniowania alfa (najwięcej składników obciążonych błędem statystycznym) i najmniejsze dla pomiaru jednopunktowego.
- Wypadkowy błąd pomiaru energii potencjalnej alfa metody dwupunktowej w stosunku do metody trzypunktowej pomiaru jest około 65% większy, koncentracji RaA i RaC jest mniejszy, a koncentracji RaB większy.

## 5. BŁĘDY POMIARU WYBRANYCH TRZYPUNKTOWYCH METOD POMIARU

Celem sprawdzenia przydatności opisanej w rozdz. 2 i 3 trzypunktowej metody pomiaru produktów rozpadu radonu przeprowadzono symulacje i obliczenia dla kilku wybranych kombinacji interwałów czasu pomiaru aktywności promieniowania alfa Po-218+Po-214. We wszystkich omawianych przypadkach obliczeń dokonano dla:  $\eta = 0,3$  sprawności detekcji, a błędy statystyczne szacowano tylko przy  $RaA:RaB:RaC = 200:100:50$ .

- $t_1 = 1-7$  min,  $t_2 = 8-22$  min,  $t_3 = 23-30$  min - interwały czasowe pomiaru,

$T = 5$  min - czas osadzania produktów rozpadu na filtrze.

Dla  $RaA:RaB:RaC = 200:100:50$  symulowana liczba zliczeń impulsów wynosi:

$$n_1 = 1211,4 \text{ imp,}$$

$$n_2 = 1980,4 \text{ imp,}$$

$$n_3 = 860,4 \text{ imp.}$$

Wyliczona z równań (2) koncentracja produktów rozpadu i błąd statystyczny wynosi:

$$RaA = 197 \text{ rozp./min} \quad s(RaA) = 14,8 \%,$$

$$RaB = 99,5 \text{ rozp./min} \quad s(RaB) = 23,2 \%,$$

$$RaC = 50,7 \text{ rozp./min} \quad s(RaC) = 35,1 \%.$$

- $t_1 = 1 - 10$  min,  $t_2 = 11 - 24$  min,  $t_3 = 25 - 30$  min - interwały czasowe pomiaru,

$T = 5$  min - czas osadzania produktów rozpadu na filtrze

Dla  $RaA : RaB : RaC = 200:100:50$  symulowane liczba zliczeń impulsów wynoszą:

$$n_1 = 1733,8 \text{ imp,}$$

$$n_2 = 1676,2 \text{ imp,}$$

$$n_3 = 642,6 \text{ imp.}$$

Wyliczona koncentracja produktów rozpadu i ich błędy statystyczne wynoszą:

$$RaA = 199,99 \text{ rozp./min} \quad s(RaA) = 17,7 \%,$$

$$RaB = 99,99 \text{ rozp./min} \quad s(RaB) = 26,2 \%,$$

$$RaC = 50,00 \text{ rozp./min} \quad s(RaC) = 42,6 \%.$$

- $t_1 = 1 - 10$  min,  $t_2 = 11 - 20$  min,  $t_3 = 21 - 30$  min - interwały czasowe pomiaru

$T = 1$  min - czas osadzania produktów rozpadu na filtrze

Dla  $RaA : RaB : RaC = 200:100:50$  symulowana liczba zliczeń impulsów wynosi:

$$n_1 = 405,1 \text{ imp,}$$

$$n_2 = 233,5 \text{ imp,}$$

$$n_3 = 214,2 \text{ imp.}$$

Wyliczona koncentracja produktów rozpadu i błędy statystyczne wynoszą:

$$RaA = 200,04 \text{ rozp./min} \quad s(RaA) = 23,7 \%,$$

$$RaB = 100,02 \text{ rozp./min} \quad s(RaB) = 29,8 \%,$$

$$RaC = 49,99 \text{ rozp./min} \quad s(RaC) = 52,7 \%.$$

## 6. ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ

Jak wspomniano do obliczeń laboratoryjnych używano programu obliczeniowego MATLAB. Do obliczeń w mikroprocesorowym mierniku koncentracji produktów rozpadu mogą być wykorzystane wzory Cramera.

Równania (2) w postaci bardziej ogólnej mają postać:

$$n_1 = a_{11} A + a_{12} B + a_{13} C,$$

$$n_2 = a_{21} A + a_{22} B + a_{23} C,$$

$$n_3 = a_{31} A + a_{32} B + a_{33} C.$$



w których nieznane A, B, C dane są wzorami:

$$A = \frac{D_1}{D} \quad B = \frac{D_2}{D} \quad C = \frac{D_3}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad - \quad \text{wyznacznik}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} n_1 & a_{12} & a_{13} \\ n_2 & a_{22} & a_{23} \\ n_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad - \quad \text{wyznacznik}$$

Podobnie tworzy się wyrażenia na  $D_2$  i  $D_3$  przez zastąpienie drugiej i trzeciej kolumny wyznacznika D wektorem  $(n_1 \ n_2 \ n_3)$ . Po wyliczeniu otrzymuje się zależności o postaci:

$$A = k_{11} n_1 + k_{12} n_2 + k_{13} n_3,$$

$$B = k_{21} n_1 + k_{22} n_2 + k_{23} n_3,$$

$$C = k_{31} n_1 + k_{32} n_2 + k_{33} n_3,$$

gdzie  $k_{11} - k_{33}$  są stałymi.

## 7. WNIOSKI

- Metody pomiaru aktywności promieniowania alfa Po-218 + Po-214 w trzech interwałach czasu eliminują praktycznie błąd metody, obarczone są natomiast dość znacznymi błędami statystycznymi związanymi ze statystyką pomiaru trzech wartości zliczeń impulsów  $n_1$ ,  $n_2$  i  $n_3$  w trzech przedziałach czasowych.
- Metody pomiaru aktywności promieniowania alfa Po-218 + Po-214 w dwu lub jednym przedziale czasu obarczone są błędami wynikającymi z niedoskonałego dopasowania algorytmu obróbki sygnału  $n_1$ ,  $n_2$  ponadto błędem statystycznym wynikającym ze statystyki pomiaru  $n_1$   $n_2$ . Zgodnie z oczekiwaniami błąd statystyczny w tych przypadkach jest mniejszy niż w metodzie trzech interwałów czasowych.
- Biorąc pod uwagę zarówno błędy metody jak i błędy statystyczne, metoda dwupunktowa w stosunku do metody trzypunktowej daje około 65% większy błąd pomiaru energii potencjalnej alfa, nieco mniejszy błąd pomiaru koncentracji Po-218, wyraźnie mniejszy błąd pomiaru Bi-214 oraz większy błąd pomiaru Pb-214.
- Jeśli metodami obróbki sygnału uda się zmniejszyć wpływ statystyki liczenia impulsów w wybranych przedziałach czasowych, można wówczas doprowadzić do znacznego zwiększenia dokładności pomiaru.

## 8. LITERATURA

1. K.P. Markov, N.W. Rjabov, K.N. Stas. Ekspres metod oceny radiacyjnej opasności związanej z naliczeniem w powietrzu doczernych produktów radona. Atomnaja Energia, 12, (1962) 31-319.

2. B. Machaj. Symulacja koncentracji produktów rozpadu Rn-222 osadzanych na filtrze. Opis programu komputerowego. Raport IChTJ seria B nr 7/96.
3. IAEA Safety Series No. 95. Radiation monitoring in the mining and milling of radioactive ores. IAEA, Vienna 1989.
4. H.F. Lucas, D.A. Woodward. Effect of long decay chains on counting statistics in the analysis of radon-222. *Appl. Phys.*, 35 (1968) 452.
5. J. Foster et al. Binomial versus Poisson statistics in radiation studies. *Nucl. Instr. Meth.*, 212 (1983) 301.
6. Radon and its decay products in indoor air. Eds. W.W. Nazaroff, A.V. Nero. John Willey & Sons, 1988.
7. J.W. Thomas. Measurement of radon daughters in air. *Health Phys.*, 23 (1972) 783.
8. T. Domański, W. Chruścielewski. Metoda pomiaru niskich stężeń energii potencjalnej promieniowania alfa produktów rozpadu R-222 występujących w powietrzu kopalń. *Medycyna Pracy*, XXVII (1976) 29-37.
9. T. Domański, W. Chruścielewski. Koncepcja systemu operacyjnego nadzoru radiologicznego w zakresie skażeń radiacyjnych powietrza w kopalniach. Ekspertyza wykonana na zlecenie PAA, Łódź 1992.
10. L.S. Ruzer. Radioaktywne aerozole. Moskwa 1968.