Р4-2004-106

С. И. Виницкий, А. А. Гусев, О. С. Космачев

СИНГЛЕТНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЛЕПТОНОВ

Направлено в журнал «Письма в ЭЧАЯ»

Виницкий С. И., Гусев А. А., Космачев О. С. P4-2004-106
Синглетные состояния лептонов

Найдены уравнения для двух типов лептонов, которые являются синглетами, т. е. они не имеют античастиц. Уравнения, описывающие их, неинвариантны относительно любых дискретных преобразований. Поэтому если эти синглетные состояния реализуются в природе, то взаимодействия с их участием могут играть ключевую роль в описании физических процессов, необратимых во времени, или асимметрии вещество–антивещество на микроскопическом уровне.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004

Перевод авторов

Vinitsky S. I., Gusev A. A., Kosmachev O. S. P4-2004-106
Singlet States of Leptons

Equations for two types of leptons are obtained. They are singlets, i. e. they have no antiparticles. Equations describing them are not invariant under any discrete symmetries. If these singlet states are realized in nature, then interactions with their participation can play a key role in description of the time irreversibility or asymmetry of the matter–antimatter on microscopic level.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Теоретические построения с использованием понятий лептон и лептонные уравнения часто сопряжены с неопределенностью или произволом. Причина в том, что на сегодня не имеется обоснованных теоретических определений этих понятий [1, 2]. Вместе с тем они прочно заняли свое место в специальной литературе. Такое положение служит признаком неполноты теории в вопросе, который является исходным, начальным для физики элементарных частиц. На этом фоне не проясняют проблему ссылки такого рода: «Все свойства лептонов находятся в отличном согласии с предсказаниями стандартной модели электрослабых взаимодействий. Однако проблема существования трех семейств лептонов, во многом похожих друг на друга, но сильно отличающихся по массе, остается в настоящее время нерешенной» [2]. Если это верно, то возникают и другие трудности, связанные с интерпретацией моделей, которые добиваются отличных успехов в описании неизвестного. Можно с другой точки зрения оценить то же самое положение. Едва ли оправданно недоработки или упущения кинематического характера покрывать изощренными динамическими расчетами, даже со ссылками или без них на дополнительные предположения, приближенный характер вычислений и т. п.

Предложенный ранее [3–6] и развиваемый в данной работе подход можно назвать кинематическим в том смысле, что он характеризуется точным выполнением общих математических требований и физической интерпретацией, которая следует из надежно установленных положений. Таковым, в частности, является уравнение Дирака [7] как основа для описания лептонного дублета электрон-позитрон. То же можно сказать о коммутационных соотношениях для линейных представлений группы Лоренца [8]. Они позволяют однозначно идентифицировать операторы трехмерных поворотов и бустов.

Информативность и содержательность проведенного анализа возросли после того, как были найдены новые типы коммутационных соотношений для представлений группы Лоренца и установлена их физическая интерпретация. Новые нестандартные представления группы Лоренца связаны с ее расширением за счет дискретных симметрий типа обращения времени, пространственной инверсии и их произведений. Важным для практических приложений является то, что были получены в явном виде группы, на которых реализуются как известные неприводимые представления группы Лоренца, так и вновь найденные. Именно они оказались структурными составляющими для лептонных уравнений.

1. СТРУКТУРНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ЛЕПТОННЫХ УРАВНЕНИЙ

На основе анализа группы γ-матриц Дирака [4] (далее группа Дирака, обозначаемая как $D_\gamma(\mathrm{II})$) было установлено, что она содержит две инвариантные подгруппы 16-го порядка d_γ и b_γ. На первой из них реализуется одно из возможных неприводимых представлений группы Лоренца [8]. Далее оно будет называться стандартным. Элементы алгебры, определенной на подгруппе d_γ, удовлетворяют таким коммутационным соотношениям [4]:

$$\begin{array}{lll}
[a_1, a_2] = 2a_3, & [a_2, a_3] = 2a_1, & [a_3, a_1] = 2a_2, \\
[b_1, b_2] = -2a_3, & [b_2, b_3] = -2a_1, & [b_3, b_1] = -2a_2, \\
[a_1, b_1] = 0, & [a_2, b_2] = 0, & [a_3, b_3] = 0, \\
[a_1, b_2] = 2b_3, & [a_1, b_3] = -2b_2, & \\
[a_2, b_3] = 2b_1, & [a_2, b_1] = -2b_3, & \\
[a_3, b_1] = 2b_2, & [a_3, b_2] = -2b_1. &
\end{array} \tag{1}$$

На второй подгруппе b_γ реализуется неприводимое представление, которое было названо Т-сопряженным по отношению к стандартному. Коммутационные соотношения (КС) при этом имеют вид [4]:

$$\begin{array}{lll}
[a_1, a_2] = 2a_3, & [a_2, a_3] = 2a_1, & [a_3, a_1] = 2a_2, \\
[b'_1, b'_2] = 2a_3, & [b'_2, b'_3] = 2a_1, & [b'_3, b'_1] = 2a_2, \\
[a_1, b'_1] = 0, & [a_2, b'_2] = 0, & [a_3, b'_3] = 0, \\
[a_1, b'_2] = 2b'_3, & [a_1, b'_3] = -2b'_2, & \\
[a_2, b'_3] = 2b'_1, & [a_2, b'_1] = -2b'_3, & \\
[a_3, b'_1] = 2b'_2, & [a_3, b'_2] = -2b'_1. &
\end{array} \tag{2}$$

Очевидно, что (1) переходит в (2) при замене

$$b_k \to b'_k = ib_k \quad (k = 1, 2, 3). \tag{3}$$

При этом происходит переход одной группы в другую: $d_\gamma \to b_\gamma$.

Последующий анализ подгруппы $d_\gamma = d_\gamma[a_1, a_2, c]$ ((a_1, a_2, c) — здесь генераторы подгруппы) позволил установить ее двойственность [6]. Выяснилось, что подгруппа d_γ содержит две неизоморфных подгруппы $Q_2[a_1, a_2]$ и $q_2[a_1, a'_2]$. Здесь (a_1, a_2) и (a_1, a'_2) — генераторы этих подгрупп и $a'_2 = a_2c$, $a'_3 = a_1a_2c$. $Q_2[a_1, a_2]$ — хорошо известная группа кватернионов. КС алгебры кватернионов совпадают с КС для инфинитезимальных операторов группы трехмерных вращений [3].

Элементы алгебры, построенной на q_2, удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$[a_1, a'_2] = 2a'_3, \qquad [a'_2, a'_3] = -2a_1, \qquad [a'_3, a_1] = 2a'_2. \tag{4}$$

Они практически совпадают с таковыми для группы трехмерных вращений (см. первую строку (1) или (2)). Отличие лишь в знаке второго коммутатора.

Всем упомянутым здесь и далее конечным группам сопоставляется их циклическая структура (ЦС), т.е. сумма всех элементов группы, записанная в мультипликативной форме [3]. Двойственность d_γ означает, что ее ЦС может быть записана с помощью двух разных наборов генераторов:

$$d_\gamma = Q_2[a_1, a_2][e+c] = q_2[a_1, a_2'][e+c], \tag{5}$$

где e — единичный элемент группы.

При новом выборе генераторов (a_1, a_2', c) получается другой тип коммутационных соотношений, который мы будем связывать с подгруппой f_γ [6]:

$$\begin{array}{lll} [a_1, a_2'] = 2a_3', & [a_2', a_3'] = -2a_1, & [a_3', a_1] = 2a_2', \\ [b_1', b_2'] = -2a_3', & [b_2', b_3'] = 2a_1, & [b_3', b_1'] = -2a_2', \\ [a_1, b_1'] = 0, & [a_2', b_2'] = 0, & [a_3', b_3'] = 0, \\ [a_1, b_2'] = 2b_3', & [a_1, b_3'] = -2b_2', & \\ [a_2', b_3'] = -2b_1', & [a_2', b_1'] = -2b_3', & \\ [a_3', b_1'] = 2b_2', & [a_3', b_2'] = 2b_1'. & \end{array} \tag{6}$$

При этом f_γ изоморфна d_γ. Таким образом, выяснилось, что с группой Дирака связаны две неизоморфные подгруппы и три типа КС, если учесть двойственность d_γ.

Аналогично было установлено, что группа γ-матриц уравнения для дублета массивных нейтральных лептонов (далее обозначается D_γ(I)) также содержит две инвариантные подгруппы d_γ и c_γ. Все три подгруппы $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$ неизоморфны друг другу. Коммутационные соотношения на основе c_γ имеют вид [5]:

$$\begin{array}{lll} [a_1, a_2'] = 2a_3', & [a_2', a_3'] = -2a_1, & [a_3', a_1] = 2a_2', \\ [b_1'', b_2''] = 2a_3', & [b_2'', b_3''] = -2a_1, & [b_3'', b_1''] = 2a_2', \\ [a_1, b_1''] = 0, & [a_2', b_2''] = 0, & [a_3', b_3''] = 0, \\ [a_1, b_2''] = 2b_3'', & [a_1, b_3''] = -2b_2'', & \\ [a_2', b_3''] = -2b_1'', & [a_2', b_1''] = -2b_3'', & \\ [a_3', b_1''] = 2b_2'', & [a_3', b_2''] = 2b_1''. & \end{array} \tag{7}$$

Данный вид представления был назван P-сопряженным по отношению к d_γ, так как различие возникает уже в первой строке КС (7), т.е. на уровне подгруппы трехмерных вращений. Причем в данном случае все отклонения от стандарта (1) являются следствиями изменений в первой строке. Переход от группы d_γ к c_γ и к КС типа (7) равносилен замене

$$a_2 \to ia_2', \quad a_3 \to ia_3'; \quad b_1 \to b_1'', \quad b_2 \to ib_2'', \quad b_3 \to ib_3''. \tag{8}$$

Можно убедиться, что подобно соотношениям (3) и (8) переход от КС (1) к (6) равносилен такому преобразованию операторов:

$$a_2 = ia'_2, \quad a_3 = ia'_3, \quad b_1 = -b'_1, \quad b_2 = -ib'_2, \quad b_3 = -ib'_3. \tag{9}$$

Если преобразование перехода от (1) к (2) обозначить как $\langle T \rangle$, то можно получить

$$b_\gamma = \langle T \rangle d_\gamma, \qquad d_\gamma = \langle T^{-1} \rangle b_\gamma, \tag{10}$$

где $\langle T^{-1} \rangle$ соответствует преобразованиям $b'_1 = ib_1, b'_2 = ib_2, b'_3 = ib_3$.

Для перехода от (1) к (7) введем обозначение $\langle P \rangle$, тогда

$$c_\gamma = \langle P \rangle d_\gamma, \qquad d_\gamma = \langle P^{-1} \rangle c_\gamma. \tag{11}$$

Здесь $\langle P^{-1} \rangle$ соответствует преобразованиям $a'_2 = ia_2$, $a'_3 = ia_3$, $b'_2 = ib_2$, $b'_3 = ib_3$.

Введем обозначение для совместного последовательного действия двух указанных преобразований $\langle P \rangle \langle T \rangle \equiv \langle PT \rangle$ и $\langle T \rangle \langle P \rangle \equiv \langle TP \rangle$. Тогда совместная операция дает

$$\langle TP \rangle d_\gamma = \langle PT \rangle d_\gamma = f_\gamma. \tag{12}$$

Можно показать, что все 4 возможных преобразования $\langle T \rangle$, $\langle P \rangle$, $\langle TP \rangle = \langle PT \rangle$ образуют замкнутую систему преобразований в пространстве четырех типов КС или в пространстве четырех групп с учетом изоморфизма d_γ и f_γ. Исходя из результатов (3), (8) и (9), можно записать следующий ряд равенств:

$$\langle T \rangle d_\gamma = b_\gamma, \quad \langle P \rangle d_\gamma = c_\gamma, \quad \langle PT \rangle d_\gamma = f_\gamma, \tag{13}$$

$$\langle T^{-1} \rangle b_\gamma = d_\gamma, \quad \langle P \rangle b_\gamma = f_\gamma, \quad \langle T^{-1} P^{-1} \rangle b_\gamma = c_\gamma, \tag{14}$$

$$\langle T \rangle c_\gamma = f_\gamma, \quad \langle P^{-1} \rangle c_\gamma = d_\gamma, \quad \langle TP \rangle c_\gamma = b_\gamma, \tag{15}$$

$$\langle T^{-1} \rangle f_\gamma = c_\gamma, \quad \langle P^{-1} \rangle f_\gamma = b_\gamma, \quad \langle P^{-1} T^{-1} \rangle f_\gamma = d_\gamma. \tag{16}$$

В работе [6] был рассмотрен еще один вариант уравнения типа Дирака (далее D_γ(III)), который служит основой для описания квартета безмассовых нейтрино. Структура группы γ-матриц, связанной с ним, заметно отличается от двух предыдущих. При одинаковых порядках всех трех групп, равных 32, центр группы D_γ(III) содержит восемь элементов. Поэтому число сопряженных классов становится равным 20 (вместо 17 в случае D_γ(II) и D_γ(I)). Однозначным следствием такого положения является наличие неприводимых представлений (НП) второго порядка вместо НП четвертого порядка в случае D_γ(II) и D_γ(I). Это означает, что решения соответствующего уравнения будут представлять собой двухкомпонентные спиноры.

Кроме того, выяснилось, что в состав D_γ(III) входят все четыре подгруппы $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$. Если формулировать определяющие соотношения для

γ-матриц в духе Дирака [7], т. е. когда γ_1, γ_2, γ_3 имеют смысл инфинитезимальных операторов бустов, то получаем такие равенства:

$$\begin{aligned} &\gamma_s\gamma_t + \gamma_t\gamma_s = 2\delta_{st}, \qquad \gamma_s^2 = 1, \qquad && (s,t = 1,2,3), \\ &\gamma_s\gamma_4 - \gamma_4\gamma_s = 0, && (s = 1,2,3), \\ &\gamma_4^2 = 1. && \end{aligned} \tag{17}$$

Очевидное и принципиальное отличие от условия Дирака заключается в том, что γ_4 коммутирует со всеми остальными генераторами. В группе не имеется четвертого генератора, который антикоммутирует с первыми тремя.

Было установлено, что каждое из уравнений типа Дирака имеет численную характеристику, отражающую его структуру. Далее она будет называться структурным инвариантом, который принимает три возможных значения [9]:

$$\mathrm{In}[D_\gamma] = \begin{cases} \ \ 1, \\ -1, \\ \ \ 0. \end{cases} \tag{18}$$

Применительно к уравнениям лептонного типа структурный инвариант отражает соотношение элементов четвертого и второго порядка в группе данного уравнения. Так для уравнения Дирака $\mathrm{In}[D_\gamma(\mathrm{II})] = -1$, для дублета массивных нейтрино $\mathrm{In}[D_\gamma(\mathrm{I})] = 1$, а для квартета безмассовых нейтрино $\mathrm{In}[D_\gamma(\mathrm{III})] = 0$.

Все три упомянутые выше группы порождаются четырьмя генераторами и содержат в качестве подструктур $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$, которые являются максимальными инвариантными подгруппами. Более того, других подгрупп 16-го порядка в составе лептонных уравнений не имеется. В свою очередь, каждая из этих подгрупп порождается тремя антикоммутирующими генераторами. Это означает, что для выполнения лоренц-инвариантности любого типа достаточно трех антикоммутирующих генераторов. Четвертый генератор при этом регулирует характер отношений между подсистемами, которые физически интерпретируются как частицы и античастицы. В свете этого утверждения открываются дополнительные возможности удовлетворить общим требованиям типа (17) и (18) при условии наличия тех же самых подструктур $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$ в составе группы. Две такие возможности со структурными инвариантами $\mathrm{In}[D_\gamma(\mathrm{IV})] = -1$ и $\mathrm{In}[D_\gamma(V)] = 1$ являются предметом настоящего сообщения.

2. ГРУППЫ СИНГЛЕТОВ

Отказ от антикоммутации четвертого генератора и его коммутация с тремя первыми открывают два новых варианта. Они отличаются от квартетного (17) значениями структурных инвариантов.

Один из них, обозначаемый далее D_γ(IV), задается следующими определяющими соотношениями:

$$\begin{aligned} &\gamma_s\gamma_t + \gamma_t\gamma_s = -2\delta_{st}, \quad (s,t = 1,2,3) \\ &\gamma_4\gamma_s - \gamma_s\gamma_4 = 0, \qquad\quad \gamma_4^2 = 1. \end{aligned} \tag{19}$$

Вычисления дают при этом $\mathrm{In}[D_\gamma(IV)] = -1$.

При другом выборе определяющих соотношений

$$\begin{aligned} &\gamma_s\gamma_t + \gamma_t\gamma_s = 0, \quad s \neq t, \qquad (s,t = 1,2,3) \\ &\gamma_3^2 = \gamma_2^2 = 1, \qquad \gamma_1^2 = -1, \\ &\gamma_4\gamma_s - \gamma_s\gamma_4 = 0, \quad \gamma_4^2 = 1 \end{aligned} \tag{20}$$

получаем группу, обозначаемую далее D_γ(V), и величину структурного инварианта $\mathrm{In}[D_\gamma(\mathrm{V})] = 1$.

Обе группы, как три предыдущие, имеют порядок 32 и, подобно квартетному состоянию, имеют 20 сопряженных классов, центр группы состоит из восьми элементов второго порядка. Следовательно, синглетные состояния описываются двухкомпонентными спинорами. Из условия редукции волновых уравнений первого порядка, связанных с данными группами, к уравнению Клейна–Гордона получаем значение массы $m = 0$ в обоих случаях.

Основная особенность обеих групп заключается в том, что каждая из них содержит подгруппы одного типа: группа D_γ(IV) содержит только подгруппы b_γ, а группа D_γ(V) — только подгруппы c_γ. Здесь имеются в виду подгруппы 16-го порядка. Это означает, что уравнения, связанные с ними, не содержат $\langle T\rangle$-сопряженных составляющих, а частицы не имеют античастиц. Таким образом, мы получаем синглетные состояния.

3. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА СИНГЛЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ

Из соотношений (19), (20) вместе с требованием редукции к уравнению Клейна–Гордона однозначно следуют волновые уравнения. Для D_γ(IV) волновое уравнение

$$(ip_4\gamma_4 - p_1\gamma_1 - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3)\Psi(\mathbf{x},t) = 0, \tag{21}$$

где $p_4 = -i\partial/\partial t$, $p_s = -i\partial/\partial x_s$, $\quad s = 1,2,3$. Здесь и далее $\hbar = c = 1$.

Волновое уравнение D_γ(V) для конкретного выбора γ-матриц (20) принимает вид

$$(p_4\gamma_4 - ip_1\gamma_1 - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3)\Psi(\mathbf{x},t) = 0. \tag{22}$$

Обозначения те же, что в уравнении (20). Аналогичные равенства можно записать для других вариантов, когда $\gamma_2^2 = -1$ или $\gamma_3^2 = -1$.

Пространство Минковского, в рамках которого сформулированы уравнения, симметрично относительно трех пространственных осей, т.е. все три координаты однотипны. При этом объекты, описываемые уравнением (22), согласно равенствам (4) не обладают такой симметрией. Этим объясняется очевидная асимметрия уравнения (22) относительно пространственных координат 1,2,3.

Подстановка в уравнения (21) и (22) решений в виде плоских волн, т.е. переход к p-представлению для стационарных решений показывает, что решения существуют при положительных и отрицательных значениях энергии $E = \pm\sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}$. Отличие от уравнения Дирака [7] и варианта массивного дублета нейтрино [5] заключается в том, что в дублетных состояниях имеет место двукратное вырождение обоих значений энергии.

Из определяющих соотношений (19) и (20) следует, что связанные с ними группы имеют четыре неэквивалентных неприводимых представления размерности 2. Каждому из них, согласно теореме Бернсайда, сопутствует по одному эквивалентному неприводимому представлению. Можно показать, что эквивалентные представления отличаются одно от другого только пространственным поворотом.

Четыре неэквивалентных представления отличаются обратными знаками элементов центра со следами, не равными нулю. В результате появляются четыре типа решений, отличающихся двумя знаками энергий и двумя значениями проекций спинов. Это прямое следствие того, что группы D_γ(IV) и D_γ(V) порождаются четырьмя генераторами и имеют порядок 32. В этом отношении синглетные уравнения вполне аналогичны дублетным.

Как уже отмечалось, каждая из групп D_γ(IV) и D_γ(V) имеет в своей структуре максимальную инвариантную подгруппу одного сорта — b_γ и c_γ соответственно. Различие свойств подгрупп ведет к различию спиновых характеристик синглетов. Из коммутационных соотношений (2) для подгруппы b_γ очевидно, что все три пространственных направления эквивалентны для синглетов типа D_γ(IV). Следовательно спин может быть направлен вдоль любой из них, так же, как у электрона или позитрона. С учетом того, что подгруппа b_γ связана с d_γ T-преобразованием (см. первое равенство из (13)), данный тип состояния далее будет называться T-синглетом.

Из коммутационных соотношений (7) и определяющих соотношений (20) следует неэквивалентность относительно пространственных преобразований синглетов типа D_γ(V). Это есть следствие неоднотипности операторов a_1, a_2, a_3. Оператор a_1 имеет порядок 4 ($a_1^4 = I$), в то время как операторы a_2, a_3 имеют порядок 2 ($a_2^2 = a_3^2 = I$). Квантовое число спин в данном случае принимает положительное значение 1/2 только вдоль направления a_1. Собственные значения операторов a_2 и a_3 являются мнимыми. Это означает, что спин имеет направление либо вдоль, либо против импульса. Здесь положение полностью аналогично дублету массивных нейтрино [5]. Учитывая, что подгруппа c_γ связана с d_γ P-преобразованием (см. второе равенство из (13)), данный тип состояния далее будет называться P-синглетом.

Сравнение групповой структуры синглетных уравнений, особенно наглядной при ее графическом отображении [6], со структурой трех других лептонных уравнений показывает ее выделенность. Любое из рассмотренных ранее лептонных уравнений [5, 6] обладает той или иной инвариантностью относительно дискретных преобразований $\langle T\rangle, \langle P\rangle, \langle PT\rangle$. Согласно равенствам (13)–(16) синглетные уравнения неинвариантны относительно любого из дискретных преобразований. Любое взаимодействие для них (гравитационное не рассматривается) меняет квантовые числа, характеризующие каждый из синглетов. Поэтому если синглетные состояния реализуются в природе как самостоятельные объекты, то взаимодействия с их участием могут играть ключевую роль в описании необратимости во времени или асимметрии вещество–антивещество на микроскопическом уровне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Найденные два лептонных уравнения вместе с теми, которые получены ранее, позволяют утверждать, что разработан алгоритм построения волновых уравнений для стабильных лептонов. В основе каждого лептонного уравнения лежит соответствующая группа γ-матриц. Эти группы формируются из подструктур, на которых реализуются четыре типа неприводимых представлений группы Лоренца с первым весовым числом, равным 1/2. Различия между четырьмя типами представлений связаны с P-, T- и (PT)-инверсиями в пространстве, в котором действует соответствующее неприводимое представление. Все пять групп γ-матриц порождаются четырьмя генераторами. Три из них антикоммутируют и тем самым обеспечивают лоренц-инвариантность. Четвертый генератор при этом может либо антикоммутировать, либо коммутировать с тремя первыми. Каждая из групп имеет порядок 32 и имеет 16 одномерных неприводимых представлений. Кроме того, каждая группа имеет представления либо четвертого, либо второго порядка, что соответствует решениям уравнений либо в виде биспиноров, либо спиноров.

Различными, нетождественными лептонные состояния являются в силу разного структурного состава каждой группы γ-матриц, т.е. в силу различных комбинаций четырех типов подгрупп, связанных с четырьмя типами неприводимых представлений группы Лоренца: $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$.

Структурный состав групп:

1. Уравнение Дирака D_γ(II): $d_\gamma, b_\gamma, f_\gamma$.
2. Уравнение для дублета нейтрино D_γ(I): $d_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$.
3. Уравнение для квартета нейтрино D_γ(III): $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$.

4. Уравнение для T-синглета $D_\gamma(\mathrm{IV})$: b_γ.
5. Уравнение для P-синглета $D_\gamma(\mathrm{V})$: c_γ.

Предложенная расчетная схема позволяет классифицировать стабильные лептоны, связывая с каждым из них соответствующее уравнение. Уравнение Дирака сыграло при этом ключевую роль, но положение его в схеме ничем не выделено. Оно еще раз показало необходимость и преимущества перехода от апелляции к лоренц-инвариантности, вообще к конкретным неприводимым представлениям группы Лоренца. Найдены в явном виде группы $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, f_\gamma$, на которых реализуются неприводимые представления группы Лоренца с первым весовым числом 1/2, являющиеся структурными образующими лептонных уравнений. Важно отметить, что проведенный анализ и последующие выводы получены вне связи с дополнительными предположениями или приближениями, отличными от тех, из которых следует уравнение Дирака.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1984. С. 346; Физическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1990, Т. 2. С. 582–583.
2. Математическая физика. М.: Б. Рос. энциклопедия, 1998. С. 324.
3. *Космачев О. С.* Об инфинитезимальном анализе на основе конечных групп. Сообщение ОИЯИ Р2-97-175. Дубна, 1997.
4. *Космачев О. С.* Об инвариантах уравнений типа Дирака. Препринт ОИЯИ Р2-2002-217. Дубна, 2002.
5. *Космачев О. С.* Ковариантная формулировка волнового уравнения для дублета массивных нейтральных лептонов Препринт ОИЯИ Р4-2003-127. Дубна, 2003.
6. *Космачев О. С.* Волновое уравнение для квартета нейтрино. Препринт ОИЯИ Р2-2003-224. Дубна, 2003.
7. *Dirac P. A. M.* The quantum theory of the electron // Proc. Roy. Soc. A. 1928. V. 117. P. 610.
8. *Наймарк М. А.* Линейные представления группы Лоренца. М.: ФМ, 1958. С. 88.
9. *Lomont J. S.* Applications of finite groups. New York, London: Academic Press, 1959. P. 51.

Получено 2 июля 2004 г.

Редактор *Е. К. Аксенова*

Подписано в печать 03.08.2004.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,62. Уч.-изд. л. 0,7. Тираж 350 экз. Заказ № 54547.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/