J.E.N. 122-DF/I 38

"Syrio". Programa para el cálculo de la inversa de una matriz

por

Luis García de Viedma Alonso

Madrid, 1963

Toda correspondencia en relación con este trabajo debe dirigirse al Servicio de Documentación Biblioteca y Publicaciones, Junta de Energía Nuclear, Ciudad Universitaria, Madrid-3, ESPAÑA

Las solicitudes de ejemplares deben dirigirse a este mismo Servicio.

INDICE

"SYRIO". PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA INVERSA DE UNA MATRIZ

Por

GARCIA DE VIEDMA ALONSO, L *

1. - Introducción

El programa "SYRIO" invierte una matriz cuadrada no singular de orden no superior a 40.

El procedimiento empleado parte de la fórmula de inversión de Sherman y Morrison, y siguiendo una línea paralela a la de Herbert S. Wilf para matrices especiales, consistente en descomponer la matriz dada en suma de una matriz de inversa conocida y otras de rango unidad, generaliza el procedimiento para cualquier clase de matrices cuadradas no singulares. La limitación de orden no es inherente al programa en sí, que podría trabajar perfectamente para matrices de cualquier orden, sino impuesta por limitación de memoria de la máquina para la que fué creado.

2. - Solución Matemática

Sea B una matriz cuadrada no singular cuya inversa se pretende calcular. Supongamos B descompuesta de la forma $B = D + \sum_{i=1}^{I} \mu_i \nu_i'$ (1) siendo D una matriz de inversa conocida y μ_i, ν_i vectores columnas.

Siguiendo a Wilf [1] y llamando

$$C^{k+1} = \left\{ \sum_{i=1}^{k} \mu_i \nu_i' + D \right\}^{-1}$$

* División de Física Teorica y Calculo de Reactores

se define el algoritmo

$$C^{(1)} = D^{-1}$$

$$C^{(2)} = (\mu_1 \ \nu_1' + D)^{-1} = \left\{\mu_1 \ \nu_1' + C^{(1)^{-1}}\right\}^{-1}$$

$$C^{(3)} = \left\{\mu_1 \ \nu_1' + \mu_2 \ \nu_2' + D\right\}^{-1} = \left[\mu_2 \ \nu_2' + C^{(2)^{-1}}\right]^{-1}$$

- -

$$C^{(k+1)} = \left[\sum_{i=1}^{k} \mu_i \ \nu_i' + D\right]^{-1} = \left[\mu_k \ \nu_k' + C^{(k)^{-1}}\right]^{-1}$$

- -

$$C^{(I+1)} = \sum_{i=1}^{I} \left[\mu_i \ \nu_i' + D\right]^{-1} = B^{-1}$$

que nos determina la inversa de la matriz deseada en función de la descomposición inicial elegida.

Si a los segundos miembros de este algoritmo les aplicamos la fórmula de inversión de Sherman y Morrison

$$\left\{A + \mu \ \nu'\right\}^{-1} = A^{-1} - \frac{(A^{-1} \mu)(\nu' A^{-1})}{1 + \nu' A^{-1}\mu}$$

nos resultan las relaciones más sencillas

$$C^{(1)} = D^{-1}$$

$$C^{(2)} = C^{(1)} - \frac{(C^{(1)} \mu_1)(\nu_1' C^{(1)})}{1 + \nu_1' \ C^{(1)} \ {}_1}$$

$$C^{(3)} = C^{(2)} - \frac{(C^{(2)} \ \mu_2)(\nu_2' \ C^{(2)})}{1 + \nu_2' \ C^{(2)} \ \mu_2}$$

- -

$$C^{(k+1)} = C^{(k)} - \frac{(C^{(k)} \ \mu_k)(\nu_k' \ C^{(k)})}{1 + \nu_k' \ C^{(k)} \ \mu_k}$$

que nos señalan un procedimiento de iteración bastante simple para resolver nuestro problema.

Resuelto teóricamente el problema cuando encontremos las matrices μ, ν y D que cumplan la condición (1), la dificultad quedará planteada en definir un criterio para la formación de estas matrices que minimice el trabajo.

Evidentemente cada matriz posiblemente admitirá una descomposición particular inmejorable para el cálculo de su inversa, pero ante la dificultad encontrada en hallar una clasificación de las matrices respecto algunas invariantes que nos permitan definir su descomposición óptima, hemos optado por seguir la descomposición dada por Wilf [1] que aunque presenta dificultades importantes, que señalaremos, parece ser bastante precisa para todos los casos, aunque el tiempo de cálculo puede en circunstancias especiales aumentar notablemente.

Supongamos B una matriz cuadrada de orden N que descompondremos en la forma $B = A + I$ siendo I la matriz unidad.

Consideremos la sucesión de matrices cuya ley de formación de los elementos sea

$$(3) \qquad a_{ij}^{(n+1)} = a_{ij}^{(n)} - \frac{a_{in}^{(n)} \; a_{nj}^{(n)}}{a_{nn}^{(n)}} \quad (n = 1, 2, \dots\dots\dots\dots N).$$

es trivial, [1], ver que $a_{ij}^{(n)} = 0$ para todo i_1 $j < n$ para cada n=1 y 2 ...N; es decir $a_{ij}^{(N+1)} = 0$. Llegamos por tanto a una descomposición de B de la forma siguiente:

$$(4) \qquad b_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{n=1}^{N} \frac{a_{in}^{(n)} \; a_{nj}^{(n)}}{a_{nn}^{(n)}}$$

donde

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad i \neq j \\ 1 & \text{si} \quad i = j \end{cases}$$

Esta descomposición coincide con (1) siendo

$$D_{ij} = \delta_{ij} \qquad (\mu_i)_j = \frac{A_{ji}^{(i)}}{A_{ii}^{(i)}} \qquad (\nu_j)_i = A_{ij}^{(i)}$$

Ahora bien esta descomposición, adoptada por Wilf, necesita que la sucesión de matrices (3) pueda ser definida, es decir pueda asegurarse $a_{nn} \neq 0$ para $n = 1, 2, \ldots\ldots. N$. Wilf afirma [1] ser este procedimiento de cálculo correcto con la hipótesis $b_{ii} \neq 1$ es decir $a_{ii} \neq 0$ mas evidentemente esto no significa que el resto de los $a_{nn}^{(n)}$ utilizados en (3) estén obligados a no serlo. La razón es trivial : el a_{nn} utilizado en la matriz $p+1$ de la sucesión (3) viene definido de la forma

$$a^{(p)}_{p+1,\,p+1} = a^{(p-1)}_{p+1,\,p+1} - \frac{a^{(p-1)}_{p+1,\,p} \quad a^{(p-1)}_{p,\,p+1}}{a^{(p-1)}_{p,\,p}}$$

es decir es el valor del primer menor complementario de segundo orden de la matriz p, que evidentemente puede ser nulo, imposibilitando por tanto el cálculo de la matriz $p+1$ de la sucesión (2). Esta limitación es de una importancia capital ya que nunca podría determinarse "a priori" si la matriz con la que fueramos a trabajar se presentaría favorable al programa o sí por el contrario bien en valores iniciales o por cálculo intermedio presentaría algún $a_{nn}^{(n)} = 0$ y sería imposible por tanto la continuación del cálculo.

Como hemos citado anteriormente (3) la descomposición de B que nos resuelve el problema es

$$b_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{n=1}^{N} \frac{a^{(n)}_{in} \quad a^{(n)}_{nj}}{a^{(n)}_{nn}}$$

siendo indiferente el orden en que tomemos los sumandos en la sumatoria. En ésto es en lo que se apoya el programa "SYRIO" para resolver la dificultad antes expuesta.

3. - Procedimiento de cálculo

Dada una matriz no singular B tomemos

$$a^{(1)}_{ij} = b_{ij} - \delta_{ij} \qquad\qquad C^{(1)}_{ij} = \delta_{ij}$$

y calculemos la matriz

$$a^{(n+1)}_{ij} = a^{(n)}_{ij} - \frac{a^{(n)}_{in} \quad a^{(n)}_{nj}}{a^{(n)}_{nn}} \qquad\qquad i, j > n \qquad n=1 \ldots\ldots N$$

los vectores

$$\mu_i^* = \sum_{k=n}^{N} C_{ik}^{(n)} \quad a_{kn}^{(n)}$$

$$\nu_j^* = \sum_{k=n}^{N} a_{nk}^{(n)} \quad C_{kj}^{(n)}$$

y el número

$$\lambda = \sum_{j=n}^{N} \nu_j^* \quad a_{jn}^{(n)} + a_{nn}^{(n)}$$

y la matriz

$$C_{ij}^{(n+1)} = C_{ij}^{(n)} - \frac{1}{\lambda} \quad \mu_i^* \quad \nu_j^*$$

Esta descomposición de la matriz B equivale a la (1) con

$$(\mu_i)_j = A_{ji}^{(i)} / A_{ii}^{(i)} \qquad (\nu_i)_j = A_{ij}^{(i)}$$

luego

$$\mu_i^* = \sum_{j=n}^{N} (\mu_i)_j \quad C_{ij}^{(n)} \quad a_{nn}^{(n)}$$

$$\nu_j^* = \sum_{j=n}^{N} (\nu_i)_j \quad C_{kj}^{(n)}$$

es decir

$$\mu_i^* \quad \nu_j^* = \sum_{j=n}^{N} (\mu_i)_j \; C_{ij}^{(n)} \; . \; \sum_{j=n}^{N} (\nu_i)_j \; C_{kj}^{(n)} \; . \; a_{nn}$$

$$\mu^* \; \nu^* = a_{nn} \, (C^k \; \mu_k) \; (\nu_k \, C^k)$$

$$\lambda = \sum_{j=n}^{N} (\nu_i)_j \; C_{kj}^{(n)} \; a_{jn} + a_{nn} = a_{nn} \left[1 + \Sigma (\nu_i)_j \; C_{kj} \; a_{jn}/a_{nn} \right] =$$

$$= \left[1 + \nu'_k \; C^k \; \mu_k \right] a_{nn}$$

es decir sigue la línea teórica dada anteriormente, luego

$$C^{(N+1)} = B^{-1}$$

Ahora bien dijimos que esto sólo era permisible cuando $a_{nn} \neq 0$. Veamos como actúa "SYRIO" en caso contrario.

Si $a_{nn} = 0$ en la iteración p, es decir $a_{pp}^{(p)} = 0$, la iteración $p + 1$ no será permisible en este esquema teórico. Efectúa la iteración $p + 2$, suponiendo $a_{p+1,\,p+1} \neq 0$ extendida a $(i,j = p,\ p+1 \ldots\ldots\ldots N)$.

Es decir calcula una nueva matriz A de la forma

$$a_{ij}^{(p+2)} = a_{ij}^{(p)} - \frac{a_{i,p+1}^{(p)} \; a_{p+1,j}^{(p)}}{a_{p+1,p+1}^{(p)}} \qquad i,j \geq p$$

los vectores columna

$$\mu_i = \sum_{k=p}^{N} C_{ik}^{(p)} \quad a_{kn}^{(p)}$$

$$\nu_j = \sum_{k=p}^{N} a_{nk}^{(p)} \quad C_{kj}^{(p)}$$

y $\lambda = \sum_{j=p}^{N} \nu_j \; a_{jn}^{(p)} + a_{nn}^{(p)}$ y calcula la C correspondiente a esta iteración.

Terminada ésta, la fila y columna $p + 1$ se han anulado, pero en cambio la fila y columna p han variado ya que actuó sobre ellas; es posible por tanto que ahora $a_{pp} \neq 0$. Si así fuera, hace la iteración $p + 1$ que antes le fué negada y prosigue el cálculo normalmente. Si a_{pp} siguiera siendo nulo reiteraría el mismo procedimiento con $a_{p+2,p+2} \ldots\ldots\ldots a_{N,N}$; si al hacer el cálculo en cualquiera de estos elementos diagonales, a_{pp} se hiciera no nulo, proseguiría el cálculo normalmente; si no fuera así, es decir, si después de haber calculado con todos los elementos diagonales siguientes el a_{pp} siguiera siendo nulo, "SYRIO" prevé esta circunstancia y la soluciona con una nueva entrada de la matriz inicial que multiplicada por un cierto factor posibilita que en el cálculo con la nueva matriz no aparezca esta anomalía. La pérdida de tiempo que esto ocasiona es justificable pensando en la poca posibilidad de que esto suceda, (una de las veces en que sucedería es cuando la fila o la columna p fueran nulas), y en la cortedad de memoria de la máquina que obliga a destruir la matriz inicial. Cuando este proceso se efectue en número prudencial de veces, sería lógico suponer que la matriz fuera singular.

Al añadir esta posibilidad "SYRIO" actúa en todos casos incluso en los que $b_{ii} \neq 1$. La matriz que acompaña este trabajo, que presenta toda la diagonal principal de unos y otras filas totalmente nulas excepto el elemento diagonal, fué resuelta multiplicándola en segunda entrada por un factor 2.

4. - Datos de entrada

Las cantidades a especificar como datos de entrada son :

1º Número de filas.
2º La matriz problema.

Estos últimos datos se perforarán por filas y siguiendo las instrucciones de la RL01.

5. - Formato de salida

La matriz inversa que acompaña este trabajo es una reproducción exacta de la forma de imprimir los resultados que emplea "SYRIO". Los resultados vienen dados por columnas indicando el número que la encabeza de que columna se trata. La primera columna de la izquierda indica el número de fila de todos los elementos que están a su derecha. Todos estos números, excepto los indicadores de fila o columna vienen dados de acuerdo con el siguiente criterio

$$a.bcdefgh - AB = a.bcdefgh.\ 10^{-AB}$$

6. - Especificaciones para el uso del "SYRIO"

Deberá perforarse una ficha de acuerdo con la clave siguiente:

En la palabra <u>0</u> se escribirá una señal, a elección del usuario que sirva para identificar el problema.

En la palabra 1 llevará la fecha de utilización del programa o en su defecto cualquier otra clave, que el usuario necesite.

En la palabra 2, y en sus dos últimos dígitos el número de filas de la matriz en cuestión.

Esta ficha así perforada, seguida del paquete correspondiente a la matriz que se desea invertir, será colocada entre las fichas rojas y verdes del "SYRIO". Colocando al final del paquete así formado un número de fichas en blanco suficiente, donde la máquina perforará los resultados.

A continuación se procederá normalmente.

7. - Paradas

67 0000 4789. Aparecerá durante el cálculo. Indica que en la matriz en cuestión existe un elemento diagonal permanentemente nulo. Deberá procederse de la forma siguiente :

1º Tómese el paquete de datos, colocado anteriormente entre las fichas rojas y verdes del "SYRIO".
2º Pónganse dos fichas en blanco delante.
3º Púlsese tres veces FEED ONE CARD.
4º Púlsese RUN.

8. - Comprobación del Programa

Dado que es muy dificil establecer un criterio fijo sobre el error con que este programa actua, quizá fuera conveniente para aquellos casos en que desee saber el orden de la aproximación obtenida, hallar la inversa de la matriz inversa para poder comparar con la matriz dada. Para ello, basta anteponer a las fichas rojas del programa unas fichas con las instrucciones siguientes :

B1	4799	02	0000	4791
B1	4791	25	0600	4792
B1	4792	60	2200	4793
B0	4793	30	4027	4794
B0	4794	85	000Y	4795
B0	4795	32	0400	4796
B0	4796	30	000T	4797
B1	4797	07	0001	4798
B0	4798	82	4701	4791
TT	4799			

si no se desea sacar la matriz inversa, por haber sido esta obtenida anteriormente.

Si no fuera así, deberá colocarse este paquete en la máquina, una vez haya procedido esta a la perforación de la matriz inversa, de la forma siguiente.

1º Dos fichas en blanco.
2º Paquete de fichas añadido
3º Paquete de fichas rojas del "SYRIO"
4º Fichas en blanco
5º Levantar NO PUNCH

Procediendose a continuación de la forma normalmente empleada.

9.- Bibliografía

1. Herbert S. Wilf. Mathematical Methods for Digital Computers. pp 73-77

2. A.S. Householder. Principles of Numerical Analysis pp. 79-83.

SYRIO

REFERENCIA

REFERENCIA

MATRIZ INVERSA

	01	02	03	04
01	1.0220100 00	4.0587422-02	4.9070342-02	6.5727366-02
02	1.3352963-03	1.0006195 00	8.3142886-04	7.0005824-04
03	6.8914018-04	2.2734804-04	1.0008723 00	6.1047582-04
04	6.2792860-02	1.4154294-02	1.2931024-02	1.0108337 00
05	4.5995010-03	2.2705410-03	3.2596216-03	3.8903246-03
06	1.6139495-04	7.3465298-05	1.0958997-04	8.7601916-05
07	6.3289646-02	1.9020399-02	2.0036750-02	3.0269634-02
08	2.2872094-03	2.0633774-03	3.2893746-03	2.4732920-03
09	2.4359032-03	1.1598210-03	3.0766884-03	2.2428940-03
10	2.7275306-06	1.2749075-06	1.7293947-06	1.4079305-06
11	2.1242448-02	9.9291864-03	1.3468804-02	1.0965190-02
12	1.4788634-03	4.8910682-04	1.9114429-03	1.3447764-03
13	1.6953046-02	6.0615960-02	4.7603082-02	8.0132546-03
14	6.5072002-03	7.6508772-03	6.2366850-03	3.6096920-03
15	9.4744382-03	5.6985750-03	6.9504570-03	9.8323926-03
16	2.2775496-03	2.9760178-03	6.6117776-03	3.1170962-03
17	3.6547574-02	1.0328090-02	4.8256728-02	3.3696162-02
18	3.4044990-03	2.9384538-03	3.9545038-03	3.0962542-03
19	5.9054894-04	5.0970812-04	6.8595356-04	5.3707666-04
20	6.7186338-03	7.9436136-03	1.0103861-02	7.1152350-03
21	2.4732274-03	2.1655992-03	2.8192078-03	2.3555312-03
22	6.4494366-03	5.5625794-03	6.8774010-03	5.5080230-03
23	4.6838114-03	4.7586244-03	6.9780818-03	4.4199986-03
24	2.5786498-03	3.0718012-03	4.2417070-03	5.0049090-03
25	1.4296945-03	1.4531226-03	1.0110776-03	4.8501620-03
26	3.1099794-02	3.3091472-02	4.5072518-02	2.7957734-02
27	1.8854728-02	1.3807715-02	2.6889574-02	1.7066752-02
28	2.2026002-02	1.6797137-02	2.7560298-02	1.7616609-02
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

	05	06	07	08
01	5.4450460-02	4.4835552-03	2.4730244-01	7.9999440-03
02	6.4660956-04	3.2454824-04	1.0010662-02	3.9769856-04
03	1.4714374-04	7.8887574-04	9.7609176-04	5.8110214-04
04	1.9571316-02	6.8993658-03	2.3038504-01	3.3296708-03
05	1.0010718 00	5.9873514-03	2.5940968-02	1.2047518-02
06	7.7729292-05	1.0000380 00	1.1035283-03	3.3731750-05
07	1.4403080-02	7.2584564-03	1.0562410 00	2.959453[illegible]-03
08	1.6476180-03	1.6804384-02	3.5259696-03	1.0155723 00
09	7.3643812-04	6.1926604-03	2.2605924-03	3.371374[illegible]-03
10	1.3786344-06	5.3713874-07	1.9809469-05	4.87539[illegible]-07
11	1.0737028-02	4.1833234-03	1.5427935-01	3.797037[illegible]-03
12	3.1517244-04	1.7360288-03	1.4551142-03	1.2803737-03
13	2.5734168-03	5.5372868-02	7.3982930-03	1.2604726-02
14	3.4832484-03	2.6163700-03	3.4294934-03	6.3427986-03
15	2.0996596-03	1.7466701-02	8.2412104-03	4.0834312-02
16	2.5849522-03	8.2586696-03	4.0095316-03	1.2397365-02
17	5.1718516-03	2.8706072-02	2.8145256-02	2.3410736-02
18	1.9993705-03	1.8527816-02	4.0217036-03	9.7853496-03
19	3.4681354-04	3.2138592-03	6.9761000-04	1.6973797-03
20	5.3689134-03	5.4332024-02	1.0142068-02	2.6530376-02
21	1.6208785-03	3.7938446-03	3.0170222-03	8.0142774-03
22	5.0336244-03	2.7037218-03	7.4482024-03	7.5155246-03
23	3.5628690-03	5.2611060-02	5.8692008-03	1.0269322-02
24	2.1514150-03	4.7931034-03	4.1862532-03	8.6539042-02
25	1.8906184-04	1.8159408-04	1.5046543-03	9.3463352-04
26	3.4539696-02	5.6273224-02	4.6160950-02	8.8423956-02
27	1.1131467-02	1.6841734-02	4.0257532-02	2.3730356-02
28	7.7756548-03	2.95[illegible]478-02	6.5836428-02	2.9024002-02
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

	09	10	11	12
01	1.5213239-02	6.1721542-02	4.0605138-01	5.4840532-02
02	5.4484244-04	8.3969490-02	6.1039644-02	2.9278660-03
03	9.6206948-04	3.0065324-03	1.1710688-03	4.5395238-01
04	3.7582392-03	2.0217390-01	1.1417801-01	3.7903360-02
05	1.1921960-02	1.1695139-02	1.1803329-02	8.4797496-03
06	5.9035120-05	7.7718542-02	7.4298154-03	3.5793646-04
07	3.5060014-03	1.3868284-01	2.7411450-01	2.2150654-02
08	1.9790466-02	1.4999374-02	6.7458920-03	1.1346780-02
09	1.0078088 00	1.0992597-02	2.7128944-03	5.9843080-03
10	8.2894000-07	1.0000087 00	1.3422623-04	6.2733324-06
11	6.4559182-03	6.7246446-02	1.0453755 00	4.8857728-02
12	2.1207014-03	3.0727378-03	2.4024144-03	1.0017340 00
13	7.6164766-03	1.3642641-02	1.5432017-02	2.3995276-02
14	9.3751472-03	4.3256702-03	3.9603420-03	4.3624496-03
15	3.8990162-02	2.3630666-02	8.7665390-03	1.5903052-02
16	1.0229819-02	1.9142071-02	5.1476326-03	1.6504175-02
17	4.5620450-02	4.0057220-02	2.6381106-02	3.8181174-02
18	3.0312602-02	6.2215510-02	5.3016158-03	1.0949923-02
19	5.2580634-03	1.0791983-02	9.1962508-04	1.8993874-03
20	3.4692870-02	3.6950880-02	1.1958109-02	2.4828992-02
21	1.5295851-02	6.5422312-03	3.5730042-03	2.1643918-02
22	7.5944414-03	7.8181936-03	9.0859092-03	1.0856945-02
23	1.1668804-02	2.0282440-02	7.9909074-03	9.8618778-03
24	6.9853596-02	2.5600322-02	6.6084564-03	1.1952991-02
25	7.0334128-04	1.7946968-03	1.2346289-03	1.3763008-03
26	9.0514360-02	8.2472402-02	5.6942792-02	1.1752109-01
27	2.8248636-02	5.0892232-02	5.0770394-02	4.5312106-02
28	3.1880196-02	6.0824858-02	5.8466068-02	3.3786178-02
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

	13	14	15	16
01	3.3975010-02	7.6822626-02	2.3559606-02	1.0887267-02
02	1.5065115-03	1.1260620-02	4.8237072-03	1.8600412-03
03	1.2300585-03	2.5122850-03	1.3170700-03	1.6869265-03
04	1.0347318-01	2.4788608-02	2.7607654-02	1.0763461-02
05	6.5383546-03	1.1610629-02	2.6259176-01	9.2855902-02
06	1.8478740-04	1.3911030-03	8.1405740-05	7.2311476-05
07	1.1343448-01	5.5608542-02	8.3162130-03	4.6429052-03
08	9.4692200-03	9.2029614-03	1.1948705-02	1.0052399-02
09	4.0195762-03	7.4601890-03	4.2835206-03	5.0073638-03
10	3.0182298-06	2.4599268-05	1.1658081-06	9.9154018-07
11	2.3506468-02	1.9158304-01	9.0794998-03	7.7222782-03
12	2.6393458-03	5.5070508-03	2.9009072-03	3.7195080-03
13	1.0028457 00	1.3300795-02	1.8983035-02	1.0237213-02
14	8.1356292-03	1.0015105 00	2.6160364-03	4.5094930-03
15	7.5165540-03	1.7756263-02	1.0049433 00	3.2970994-01
16	7.8765062-03	2.9437696-02	6.7580090-03	1.0051285 00
17	6.1842894-02	1.0667286-01	5.6559082-02	6.0432746-02
18	6.2586914-03	1.5231207-02	9.1941968-03	1.0112106-02
19	1.0856409-03	2.6420258-03	1.5948368-03	1.7540592-03
20	1.5402653-02	4.1932818-02	2.5314604-02	2.7914216-02
21	3.1214462-03	5.2241432-03	3.5403126-03	7.5042666-03
22	7.3361442-03	7.6055196-03	6.8791002-03	6.5839028-03
23	8.7535392-03	1.3627847-02	1.0516437-02	1.0784796-02
24	1.1597522-02	1.9820403-02	1.6945495-02	1.5193572-02
25	8.7700338-04	8.5658676-04	6.4651862-04	5.2535648-04
26	6.1221448-02	7.9912956-02	5.5554780-02	6.5418554-02
27	4.3396932-02	6.1151452-02	5.5588408-02	7.2982200-02
28	1.2375632-01	7.3571308-02	4.5645132-02	4.2338216-02
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

	17	18	19	20
01	4.3529558-02	4.0239442-03	0.0000000-50	3.9900830-03
02	5.6626762-03	2.2553020-04	0.0000000-50	4.1741844-04
03	1.6859586-02	7.1248424-04	0.0000000-50	1.0941740-03
04	2.6266924-02	1.6615458-03	0.0000000-50	2.7060394-03
05	2.0421234-02	9.3490540-03	0.0000000-50	1.2400573-02
06	9.7413660-04	2.5631770-05	0.0000000-50	4.2364792-05
07	2.7790728-02	1.7039286-03	0.0000000-50	2.3420154-03
08	2.0578748-02	5.1796298-02	0.0000000-50	2.3624076-02
09	4.8441134-02	1.2601699-01	0.0000000-50	4.4484816-02
10	1.2329291-05	3.7700832-07	0.0000000-50	5.8409204-07
11	9.6022512-02	2.9362022-03	0.0000000-50	4.5490030-03
12	3.7186058-02	1.5711291-03	0.0000000-50	2.4129910-03
13	8.5922218-03	5.3747780-03	0.0000000-50	7.1617660-03
14	2.8749870-03	6.1452966-03	0.0000000-50	5.2593382-03
15	1.3320711-02	1.2489854-02	0.0000000-50	3.5353064-02
16	1.1199311-02	9.2106496-03	0.0000000-50	2.2927454-02
17	1.0106299 00	1.6538849-02	0.0000000-50	3.4797056-02
18	1.5090970-02	1.0151106 00	0.0000000-50	3.3064950-01
19	2.6176990-03	1.7608240-01	1.0000000 00	5.8742560-02
20	2.3080876-02	3.6147370-02	0.0000000-50	1.0176478 00
21	9.7359408-03	1.3875185-02	0.0000000-50	1.2761619-02
22	9.4179734-03	8.7646046-03	0.0000000-50	9.2170864-03
23	3.2422398-02	7.8097890-02	0.0000000-50	3.4037840-02
24	2.0672616-02	4.9127434-02	0.0000000-50	2.7946248-02
25	1.3722763-03	1.2094412-03	0.0000000-50	7.7144130-04
26	8.7021692-02	6.6788192-02	0.0000000-50	7.4077162-02
27	5.5320736-02	7.2044258-02	0.0000000-50	6.8033516-02
28	3.8376468-02	3.1299240-02	0.0000000-50	4.5872036-02
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

	21	22	23	24
01	1.0921567-02	5.6887960-03	2.5791416-03	2.3524150-03
02	3.2251194-04	5.8793578-04	1.4156825-04	1.4874527-04
03	1.1429907-03	1.2584554-03	7.3295898-04	5.2684114-04
04	2.5270544-03	3.5083186-03	1.1370986-03	1.0851769-03
05	9.1844222-03	2.2841472-02	1.4277052-02	5.0320114-03
06	4.3455386-05	4.1269930-05	1.4164218-05	1.3649646-05
07	2.4644792-03	2.1673354-03	9.7730046-04	9.7831940-04
08	6.5833222-02	2.0444526-02	1.3894113-01	1.5493901-01
09	1.3520839-01	4.0924482-02	6.1177856-03	8.7448992-03
10	5.7899916-07	5.4868330-07	2.0276966-07	1.9445093-07
11	4.5093396-03	4.2732344-03	1.5792032-03	1.5144154-03
12	2.5206356-03	2.7756308-03	1.6167926-03	1.1619463-03
13	5.3315994-03	4.1051028-03	2.4034704-03	3.0754566-03
14	2.3142734-03	1.6735474-03	1.9146096-03	2.2197200-03
15	1.3626222-02	7.9110244-02	1.1454023-02	1.4017925-02
16	7.4256816-03	9.3365690-03	7.1763184-03	1.4169448-02
17	3.9540274-02	3.7780492-02	1.0203420-02	1.0014769-02
18	1.8048320-02	5.9416624-02	7.4040630-03	2.9969650-02
19	3.1306850-03	1.0306486-02	1.2843185-03	5.1985746-03
20	2.2086614-02	9.8602560-02	1.5878917-02	7.0152400-02
21	1.0052692 00	1.9435604-01	5.2863310-03	3.3640370-02
22	5.5300300-03	1.0049758 00	3.1557606-03	8.1373362-03
23	1.9770045-02	1.9047383-02	1.0062144 00	5.1799660-02
24	5.5794856-02	1.9243746-02	1.7490992-02	1.0176176 00
25	1.3140509-03	8.5497682-04	3.3556684-04	1.1196875-03
26	6.3579292-02	9.1405478-02	4.3381880-02	7.3801442-02
27	3.9788162-02	6.9721408-02	5.0923752-02	3.8759096-02
28	3.5752696-02	5.5931498-02	5.1739444-02	5.1106044-02
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

	25	26	27	28
01	3.0211174-03	1.2388514-03	6.3706280-03	2.3633634-03
02	2.6623874-04	1.1430279-04	1.4007711-04	2.0013172-04
03	1.1501291-03	6.5699664-04	7.4999214-04	7.5894244-04
04	1.5277099-03	1.1262085-03	1.2834941-03	1.5049743-03
05	6.2578854-03	2.4071952-03	5.5960060-03	3.5836274-03
06	3.0323128-05	1.3135073-05	1.2512140-05	2.6465048-05
07	1.4580779-03	2.0634650-03	1.0932802-03	1.5356627-03
08	1.4002319-02	2.6870304-03	3.7015994-02	7.3898448-03
09	1.9845805-02	2.0714704-03	3.4628630-03	2.6151686-03
10	4.2387428-07	1.8661979-07	1.7507740-07	3.4479762-07
11	3.3012018-03	1.4534251-03	1.3635311-03	2.6853400-03
12	2.5370538-03	1.4484458-03	1.6543034-03	1.6737612-03
13	2.5849638-03	3.6964370-03	2.7822124-03	4.9647274-03
14	4.6875408-03	1.2243454-03	1.0511038-03	5.0164576-04
15	1.7115095-02	6.5332202-03	1.4015254-02	9.9913456-03
16	1.7556936-02	9.0698858-03	2.5738272-02	1.4596940-02
17	2.3797242-02	9.7329064-03	9.7858510-03	2.5575842-02
18	6.1214092-02	3.4288138-03	1.8838252-02	5.9072862-03
19	1.0618277-02	5.9476658-04	3.2677076-03	1.0246856-03
20	1.7079661-01	7.8121208-03	5.2539310-02	1.5536285-02
21	8.5266848-02	7.9873730-03	2.8773614-03	4.6350818-03
22	2.2253512-02	2.6464786-02	3.3079190-03	1.3044100-02
23	2.1447456-02	3.0325306-03	8.0352968-02	1.5446073-02
24	1.1588300-02	4.4133836-03	1.0646578-02	7.0514976-03
25	1.0003384 00	5.3892940-04	5.2759582-04	2.3943986-04
26	9.4790822-02	1.0067982 00	3.9221578-02	1.3991380-01
27	5.3402596-02	8.1017362-03	1.0145620 00	1.4211803-01
28	6.1373314-02	1.6424554-02	3.8146538-02	1.0102282 00
29	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50	0.0000000-50

01	8.3179768-02
02	1.1292375-02
03	5.8096704-02
04	7.4645756-02
05	1.0790000-02
06	2.0082920-02
07	6.2560480-02
08	1.0157975-02
09	5.5467024-03
10	2.0955556-02
11	1.6318731-01
12	1.2584230-01
13	3.1163500-02
14	2.1149342-03
15	1.4195627-02
16	2.2952214-02
17	4.2421496-02
18	1.0970718-02
19	1.9029952-03
20	2.6046036-02
21	1.4757607-02
22	1.4204421-02
23	1.2865067-02
24	9.3164738-03
25	2.3533094-03
26	9.3831446-02
27	6.6474158-02
28	1.6061961-01
29	1.0000000 00

		2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	-0,0329971	-0,0398507	-0,05578 2	-0,0471183	-0, 00720	-0,1712560	0 49104	-0,01092 3
2	0		0	0	0		-0,0009577	0	0
3	0	0	1	0	0	0	-0,0002998	0	0
4	-0,0462502	-0,0031491	-0,0016392	1	01 4450	0	-0,2005100	0	0
5	0	0	0	0	1	0	-0,0215294	-0,0006313	-0,0004827
6	0	0	0		0	1	0	0	0
7	-0,0537460	-0,0078098	-0,0082499	-0,0229515	-0,0081473	0	1	0	0
8	0	0	0	-0,0000337	-0,0003104	-0,0071090	-0,0000671	1	-0,0050434
9	0	0	0	0	0	-0,0011254	0	0	1
10	0	0	0		0	0	0	0	0
11	-0,0075606	-0,0046355	-0,0047894	-0,0024906	-0,0071676	0	-0,1405500	0	0
12	-0,0000171	0	0	-0,0000084	-0,0000388	-0,0004584	-0,0000824	-0,0001637	-0,0001664
13	-0,0153360	-0,0593369	-0,0458114	-0,0061945	-0,0012240	-0,0538988	-0,0000696	-0,0107323	-0,0052952
14	-0,0058043	-0,0067769	-0,0052839	-0,0029018	-0,0029679	-0,0015713	-0,0008269	-0,0056353	-0,0084681
15	-0,0067728	-0,0033003	-0,0028632	-0,0071551	0	-0,0118145	-0,0018343	-0,0343729	-0,0325202
16	-0,0004154	-0,0014108	-0,0042688	-0,0015608	-0,0015868	-0,0051508	-0,0006436	-0,0088411	-0,0061358
17	-0,0299815	-0,0031239	-0,0408138	-0,0284787	-0,0013191	-0,0205641	-0,0091515	-0,0162745	-0,0375137
18	0	0	0	-0,0002696	0	0	0	0	-0,0176499
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	-0,0047914	-0,0046254	-0,0053724	-0,0029665	-0,0032550	-0,0498155	-0,0029062	-0,0164826	-0,0243808
21	-0,0005081	-0,0005542	-0,0007314	-0,0002703	-0,0003201	-0,0020302	-0,0005033	-0,0030865	-0,0104489
22	-0,0044368	-0,0038293	-0,0038784	-0,0037241	-0,0035500	0	-0,0025433	-0,0038582	-0,0035995
23	-0,0015103	-0,0026503	-0,0027383	-0,00144 8	-0,0020601	-0,0484926	-0,0002097	-0,0026984	-0,0023990
24	-0,0004720	-0 00140	-0 016867	-0,0033045	-0,0012589	0	-0,0007286	-0,0824598	-0,0637774
25	-0,0010211	-0,0012596	-0,0007809	-0,0046510	0	0	-0,000. 568	-0,0007[illegible]	-0,0004161
26	-0,0193029	-0,0243[illegible]	-0,0316905	-0,0180 3	-0,0295726	-0,0407183	-0,0173572	-0,0718206	-0,0706601
27	-0,0096306	-0,00718	0 0168 0	-0 0006962	-0,0073810	-0,0035365	-0,0178682	-0,0112706	-0,0130934
28	-0,01[illegible]	-0,0055777	-0,0157451	-0,01058 7	-0,0036992	-0,0149286	-0,0477744	-0,0172636	-0,0194101
29	0	0	0	0	[illegible]	0	0	0	0

MATRIZ DIRECTA

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	−0,3344873	−0,0133582	0	0	−0,0044031	−0,0002806	−0,0018241	0	0
−0,0798286	−0,0580930	0	0	0	−0,0042671	0	0	0	0
−0,0015725	0	−0,4531600	0	0	0	0	0	0	0
−0,1665370	−0,0366461	−0,0255889	−0,0769799	0	−0,0185907	0	−0,0128433	0	0
−0,0009965	−0,0028393	−0,0026731	−0,0008457	−0,0030[illegible]0	−0,2598939	−0,0057783	−0,0151700	−0,0045712	0
−0,0772295	−0,0070901	0	0	0	0	0	−0,0002893	0	0
−0,1124807	−0,2366392	0	−0,1031501	−0,0038130	0	0	−0,0007548	0	0
−0,0036775	−0,0025313	−0,0049109	−0,0044139	−0,0004427	−0,0054441	−0,0014063	−0,0100299	−0,0304928	0
0,0004996	−0,0003044	0	0	0	0	0	−0,0446350	−0,1212434	0
1	−0,0001284	0	0	0	0	0	0	0	0
−0,0418800	1	−0,0387820	0	−0,1730513	0	0	−0,0885863	0	0
−0,0011739	−0,0011694	1	−0,0001340	−0,0011015	−0,0005479	−0,0010984	−0,0364022	−0,0006004	0
−0,0000819	−0,0032916	−0,0003160	1	−0,0086793	−0,0166338	−0,0030868	−0,0047803	−0,0029925	0
−0,0015835	−0,0001900	−0,0007756	−0,0071122	1	−0,0010176	−0,0032712	−0,0013523	−0,0042601	0
−0,0109177	−0,0008772	−0,0058676	−0,0014916	−0,0039676	1	−0,3254333	−0,0047017	−0,0013156	0
−0,0137243	−0,0014268	−0,0107110	−0,0036975	−0,0241957	−0,0027182	1	−0,0066390	−0,0036962	0
−0,0214505	−0,0033523	−0,0097386	−0,0508426	−0,0951558	−0,0519042	−0,0381075	1	−0,0055652	0
−0,0489591	−0,0007081	−0,0017811	−0,0003459	0	0	0	−0,0058496	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	−0,1734613	1
−0,0219283	−0,0024681	−0,0148391	−0,0081805	−0,0318238	−0,0174752	−0,0143034	−0,0133044	−0,0223914	0
−0,0021568	−0,0004699	−0,0176745	−0,0002413	−0,0012880	−0,0006164	−0,0044938	−0,0051646	−0,0083081	0
−0,0019930	−0,0032776	−0,0043450	−0,0030697	−0,0025632	−0,0030528	−0,0026699	−0,0050382	−0,0052415	0
−0,0048268	−0,0008974	−0,0019003	−0,0020338	−0,0032241	−0,0023111	−0,0008250	−0,0248614	−0,0679207	0
−0,0178659	−0,0030701	−0,0062669	−0,0075149	−0,0138624	−0,0128060	−0,0069961	−0,0127452	−0,0338246	0
−0,0004368	−0,0000792	−0,0005889	−0,0001946	−0,0003813	−0,0003229	−0,0001764	−0,0009812	−0,0009293	0
−0,0460325	−0,0247767	−0,0846984	−0,0307794	−0,0462137	−0,0301247	−0,0358947	−0,0613171	−0,0387174	0
−0,0238284	−0,0271609	−0,0233123	−0,0169546	−0,0331329	−0,0404396	−0,0466462	−0,0382174	−0,0564091	0
−0,0361303	−0,0305755	−0,0123973	−0,1093980	−0,0519798	−0,0344632	−0,0212490	−0,0226166	−0,0154270	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
0	−0,0061642	0	0	0	0	0	−0,0049394	0	−0,0047260
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	−0,0010123
0	0	0	0	0	0	0	0	0	−0,0380710
−0,0003751	−0,0044269	−0,0000914	−0,0108021	−0,0000872	−0,0002381	−0,0003490	−0,0005799	−0,0001034	−0,0033297
0	0	0	0	0	0	0	0	0	−0,0172954
0	0	0	0	0	0	−0,0011993	0	0	−0,0314359
−0,0015869	−0,0522377	−0,0002726	−0,1337537	−0,1415021	−0,0010823	−0,0007378	−0,0233266	−0,0000730	−0,0023714
0	−0,1304454	−0,0065657	−0,0042881	0	0	0	0	0	−0,0001534
0	0	0	0	0	0	0	0	0	−0,0209326
0	0	0	−0,0000150	0	0	0	0	0	−0,1404786
−0,0006302	−0,0008227	−0,0008502	−0,0010515	−0,0004476	−0,0011905	−0,0010127	−0,0010433	−0,0003732	−0,1237301
−0,0039855	−0,0026224	−0,0002118	0	0	0	−0,0032308	−0,0012783	−0,0036606	−0,0225932
−0,0028184	−0,0002829	−0,0001634	−0,0007921	−0,0006597	−0,0033550	−0,0010314	−0,0002705	0	0
−0,0233140	−0,0029065	−0,0699638	−0,0030863	−0,0008599	−0,0037338	−0,0011839	−0,0021954	−0,0028697	−0,0007095
−0,0172860	−0,0027627	−0,0027177	−0,0032092	−0,0088091	−0,0107143	−0,0081900	−0,0228523	−0,0093109	−0,0153829
−0,0239823	−0,0290224	−0,0200390	−0,0041379	−0,0004005	−0,0108225	−0,0070709	−0,0038092	−0,0211746	−0,0224218
−0,3311959	−0,0075291	−0,0240060	−0,0017070	−0,0058358	−0,0020139	−0,0000072	−0,0009972	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	−0,0095268	−0,0859236	−0,0083112	−0,0608676	−0,1606710	−0,0039158	−0,0477740	−0,0052167	−0,0122512
−0,0059632	1	−0,1904847	−0,0011512	−0,0297659	−0,0782467	−0,0024374	−0,0008172	−0,0010039	−0,0078913
−0,0040043	−0,0019094	1	−0,0005708	−0,0042879	−0,0175325	−0,0258789	−0,0011302	−0,0087229	−0,0072556
−0,0028737	−0,0110755	−0,0046904	1	−0,0443755	−0,0100541	−0,0013847	−0,0766776	−0,0027216	−0,0025742
−0,0038927	−0,0392482	−0,0010154	−0,0040969	1	−0,0005411	−0,0030385	−0,0049310	−0,0038704	−0,0023447
−0,0002363	−0,0010136	−0,0003631	−0,0001366	−0,0008246	1	−0,0004797	−0,0003864	−0,0000406	−0,0015709
−0,0398429	−0,0343640	−0,0571753	−0,0208559	−0,0449056	−0,0653131	1	−0,0231424	−0,1291682	−0,0385847
−0,0333957	−0,0251896	−0,0425318	−0,0388385	−0,0202853	−0,0281926	−0,0084729	1	−0,1356137	−0,0251151
−0,032[illegible]	−0,0229525	−0,0364302	−0,0440729	−0,0377410	−0,0419784	−0,0129864	−0,0285081	1	−0,1345192
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

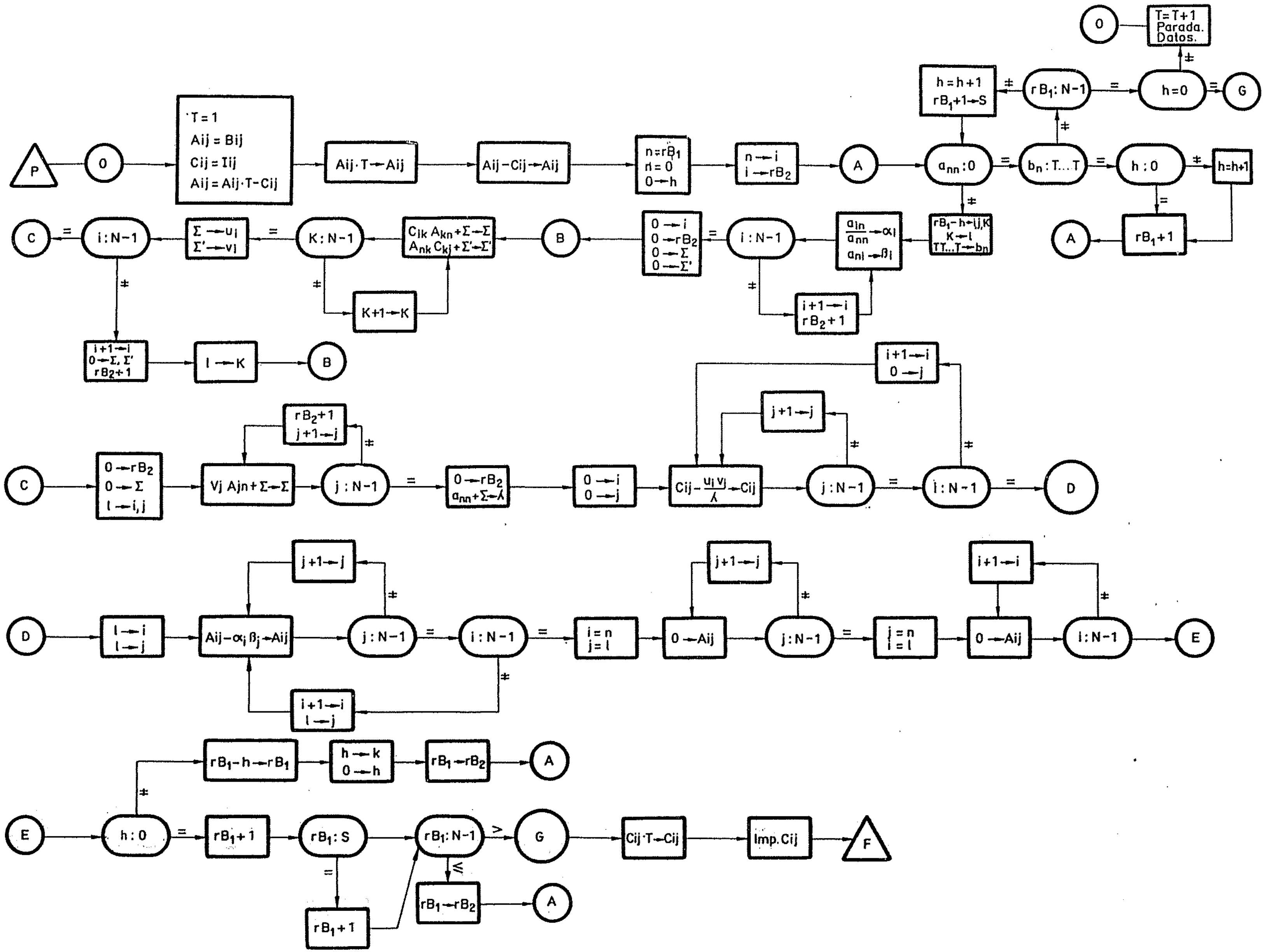

DIAGRAMA BLOQUE

J.E.N. 122-D.F./I 38

Junta de Energía Nuclear, División de Física Teórica, Madrid.
"SYRIO" A program for the calculation of the inverse of a matrix.
GARCIA DE VIEDMA ALONSO, L. (1963) 9 pp. 2 refs.

"SYRIO" is a code for the inversion of a non-singular square matrix whose order is not higher than 40 for the UNIVAC-UCT (SS-90).

The treatment stands from the inversion formula of sherman and Morrison, and following the Herbert S. Wilf's method for special matrices, generalize the procedure to any kind of non-singular square matrices. The limitation of the matrix order is not inherent of the program itself but imposed by the storage capacity of the computer for which it was coded.

J.E.N. 122-D.F./I 38

Junta de Energía Nuclear, División de Física Teórica, Madrid.
"SYRIO" A program for the calculation of the inverse of a matrix.
GARCIA DE VIEDMA ALONSO, L. (1963) 9 pp. 2 refs.

"SYRIO" is a code for the inversion of a non-singular square matrix whose order is not higher than 40 for the UNIVAC-UCT (SS-90).

The treatment stands from the inversion formula of sherman and Morrison, and following the Herbert S. Wilf's method for special matrices, generalize the procedure to any kind of non-singular square matrices. The limitation of the matrix order is not inherent of the program itself but imposed by the storage capacity of the computer for which it was coded.

J.E.N. 122-D.F./I 38

Junta de Energía Nuclear, División de Física Teórica, Madrid.
"SYRIO" A program for the calculation of the inverse of a matrix.
GARCIA DE VIEDMA ALONSO; L. (1963) 9 pp. 2 refs.

"SYRIO" is a code for the inversion of a non-singular square matrix whose order is not higher than 40 for the UNIVAC-UCT (SS-90).

The treatment stands from the inversion formula of sherman and Morrison, and following the Herbert S. Wilf's method for special matrices, generalize the procedure to any kind of non-singular square matrices. The limitation of the matrix order is not inherent of the program itself but imposed by the storage capacity of the computer for which it was coded.

J.E.N. 122-D.F./I 38

Junta de Energía Nuclear, División de Física Teórica, Madrid.
"SYRIO" A program for the calculation of the inverse of a matrix.
GARCIA DE VIEDMA ALONSO, L. (1963) 9 pp. 2 refs.

"SYRIO" is a code for the inversion of a non-singular square matrix whose order is not higher than 40 for the UNIVAC-UCT (SS-90).

The treatment stands from the inversion formula of sherman and Morrison, and following the Herbert S. Wilf's method for special matrices, generalize the procedure to any kind of non-singular square matrices. The limitation of the matrix order is not inherent of the program itself but imposed by the storage capacity of the computer for which it was coded.