L'ultimo teorema di Fermat

Edizione 0.8 4/07/2006

Nota: L'attuale versione del libro è reperibile all'indirizzo:

http://it.wikibooks.org/wiki/L'ultimo_teorema_di_Fermat

Indice dei contenuti

Introduzione

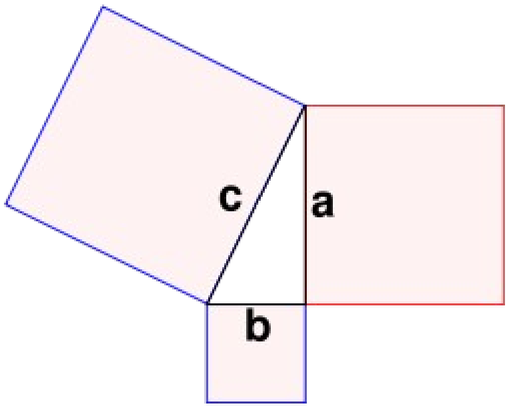
$$a^n+b^n=c^n$$

Il famoso teorema, per n>2 non ha soluzione nei numeri interi

Queto è un libro prodotto dal sito it.wikibooks.org con il lavoro collaborativo degli utenti del sito. La versione aggiornata del libro è disponibile sul sito dove è anche possibile visionare l'elenco completo degli autori accedendo alla cronologia delle singole sezioni. Questo libro tratterà uno dei più famosi teoremi della matematica. Si parlerà di quello che viene comunemente chiamato l'ultimo teorema di Fermat, l'argomento verrà affrontato da un punto di vista principalmente storico essendo i concetti e i teoremi dietro la dimostrazione troppo complessi anche per la maggior parte dei matematici professionisti. Il libro seguirà una logica temporale partendo dall'inizio della matematica fino ad arrivare ai giorni nostri, difatti pur essendo stato enunciato nel 1637 il teorema ha profonde implicazioni con molti rami della matematica e le premesse che lo generarono partono fin dai primordi della matematica.

Pitagora

Tutto è numero (Pitagora)



La storia del teorema di Fermat e più in generale della teoria dei numeri si perde nei meandri della storia umana. Infatti fin dall'antichità gli uomini studiarono i numeri e le loro proprietà. All'inizio lo studio era dettato da necessita pratiche (misure geometriche, astronomiche, economiche,ecc) ma in seguito alcuni uomini iniziarono ad interessarsi alle proprietà dei numeri e cercarono di comprendere non solo come risolvere i problemi ma anche perché certe formule o metodi dessero sempre il risultato corretto. Questo desiderio di astrazione, desiderio di esplorare la natura più intima dei numeri e delle loro proprietà vide uno dei suoi massimi esponenti in Pitagora. Pitagora è un matematico, filosofo e più in generale scienziato vissuta tra il 575 a.C e il 490 a.C. Nella sua vita Pitagora passo gli anni della sua giovinezza a navigare in lungo e in largo il mediterraneo alla ricerca di conoscenza. Durante i suoi viaggi apprese praticamente tutte le nozioni in campo matematico possedute dagli egizi e dai babilonesi ma, mentre questi popoli erano interessati principalmente alle applicazioni pratiche Pitagora voleva comprendere il perché della matematica e più in generale delle cose. Dopo alcune vicissitudini riuscì a fondare una scuola di filosofia, questa scuola a differenza dei moderni centri di istruzione assomigliava più a una setta ove i numeri erano venerati come entità divine. Chi entrava nella scuola doveva spogliarsi di tutti i suoi beni terreni che finivano nella cassa comune e vigeva l'obbligo di segretezza assoluta rispetto ai non iniziati difatti sulla scuola sorsero molti miti e leggende. Pitagora è universalmente famoso per il suo teorema.

Fissati **a** e **b** i cateti di un triangolo rettangolo e **c** la sua ipotenusa si ha:

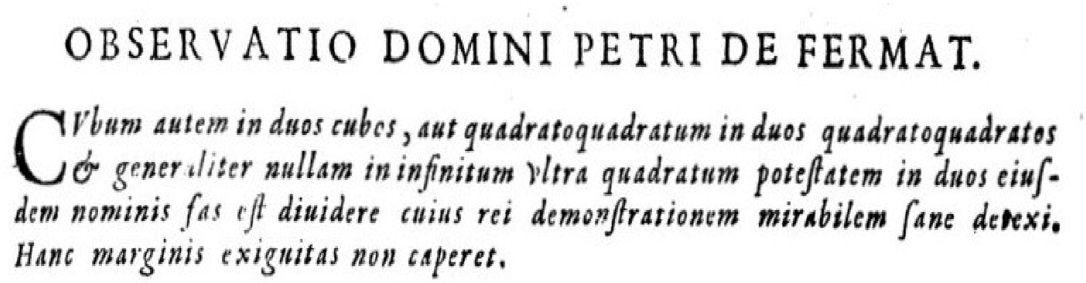
$$a^2+b^2=c^2$$

In realtà questa equazione era conosciuta da molti altri matematici dell'epoca ma Pitagora ne divenne il *padre* perché fu il primo a fornire una dimostrazione generica dell'equazione. Produsse tramite una combinazione di logica e di geometria elementare una dimostrazione per ogni triangolo rettangolo quindi passo da una dimostrazione empirica per un numero finito di casi a una dimostrazione coma la intendiamo modernamente, cioè una dimostrazione per fissate le precondizioni è sempre vera. Le dimostrazioni sono ciò che differenzia la matematica da ogni altra scienza. Nelle scienze come la fisica, la chimica, ecc, le teorie sono basate su considerazioni teoriche e su prove sperimentali ma non sono considerate mai definitive, possono essere sempre superate dall'evoluzione della conoscenza. Invece in matematica una volta che un teorema è stato dimostrato la sua veridicità non é più essere messa in discussione. Il teorema di Pitagora era vero duemila anni fa e sarà vero anche tra duemila anni e oltre. Il legame tra il teorema di Pitagora e l'ultimo teorema di Fermat è evidente, basta sostituire l'esponente 2 con un generico esponente n per ottenere il teorema di Fermat. Infatti il teorema di Pitagora è un caso particolare del teorema di Fermat. Questo infatti stava studiando le proprietà delle terne pitagoriche (le soluzioni del teorema di Pitagora) quando enunciò il suo teorema.

Pierre de Fermat


Pierre de Fermat

Pierre de Fermat era un magistrato francese vissuto tra il 1601 e il 1665. Sebbene il suo lavoro di magistrato fosse molto impegnativo, Fermat trovo il tempo per dedicarsi in modo molto proficuo allo studio della Matematica. Pur non essendo di formazione un matematico professionista Fermat diede importanti contributi nello studio di funzioni e nella teoria dei numeri. Fermat intratteneva una stretta corrispondenza con diversi matematici dell'epoca, ma un suo naturale riserbo insieme a una notevole riluttanza nel rendere note le sue scoperte fecero sì che il suo genio venne scoperto molto tempo dopo la sua morte, quando il figlio decise di raccogliere la carte del padre e di renderle pubbliche. Il famoso enigma venne ideato da Fermat mentre studiava l'*Arithmetica* di Diofanto di Alessandria, matematico vissuto tra il 212 d.C. e il 298 d.C. e che spesso viene chiamato padre dell'algebra per le suo scoperte. Il libro di Diofanto raccoglieva molte dimostrazioni eleganti di problemi a soluzioni intere che i matematici avevano affrontato nel corso dei secoli; leggendo la parte legata alle terne pitagoriche, si suppone che Fermat abbia avuto l'idea di estendere l'esponente da 2 ad un generico n. Fermat scrisse in una nota del libro l'enunciato del suo famoso teorema e poi aggiunse:


OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

*Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiguitas non caperet

*Dispongo di una meravigliosa dimostrazione di questo teorema, che non può essere contenuta nel margine troppo stretto della pagina

Fermat era solito chiosare i suoi libri: molti teoremi vennero trovati sui loro bordi, generalmente senza dimostrazione. La dimostrazione di questi teoremi in alcuni casi fu semplice mentre in altri casi richiese un duro lavoro. L'"ultimo teorema" infatti prende il suo nome dal fatto di essere l'ultimo teorema di Fermat ad essere dimostrato, non dal fatto di essere stato l'ultimo ad essere enunciato. Ad essere precisi, anzi, il suo nome era improprio: fino a quando nel 1994 non venne dimostrato, più che un teorema esso era a rigor di termini una congettura. La maggior parte dei matematici utilizzava comunque questo nome: lo ritenevano infatti vero pur non essendo in grado di dimostrarlo, dato che la maggior parte delle affermazioni di Fermat si erano dimostrate vere. Va da sé che questi fatti non sono sufficienti a rendere una congettura un teorema, ma la maggior parte dei matematici in questo caso particolare passava sopra a questo *dettaglio* senza troppi problemi.

Leonhard Euler


Eulero a 49 anni, dipinto da Emanuel Handmann (1756)

La pubblicazione degli scritti di Fermat aveva generato tra i matematici opinioni contrastanti. La maggior parte ne riconosceva l'utilità ma il fatto che la maggior parte dei teoremi fosse senza dimostrazione o con dimostrazioni incomplete ovviamente ne riduceva l'utilità immediata anche se alcuni matematici presero i teoremi come delle sfide da affrontare e vincere. Molti furono affrontati e risolti ma quello che in seguito sarebbe stato chiamato l'ultimo teorema resisteva a qualsiasi tentativo di assalto. I primi risultati li ottenne Leonhard Euler un secolo dopo Fermat. Euler (in Italia noto come Eulero) era un matematico svizzero nato nel 1707 a Basilea e morto nel 1783 a San Pietroburgo. Inizialmente Euler doveva diventare un teologo ma Johann Bernoulli si rese conto delle straordinarie capacità del ragazzo e convinse il padre a far diventare Leonhard un matematico. Questa fu un enorme fortuna per la matematica dato che i contributi di Euler spaziano in talmente tante aree della matematica e sono talmente profondi da rendere Euler uno dei maggiori matematici del XIX secolo se non addirittura il maggiore. Euler analizzando le note scritte da Fermat trovo una dimostrazione abbozzata del caso n=4. Fermat aveva scritto questa dimostrazione dentro un'altra dimostrazione. Per dimostrare quel caso Fermat fece uso di una tecnica chiamata discesa infinita, Euler cercò di utilizzare questa tecnica per gli altri casi in modo da trovare una dimostrazione per tutti gli n. Inizialmente affrontò il caso n=3. Riuscì a risolvere questo caso ma dovette fare uso dei numeri complessi, in realtà altri matematici avevano cercato di adattare la discesa infinita la caso n=3 ma serviva una persona creativa come Euler per capire che erano necessari i numeri complessi per ottenere una dimostrazione valida. Euler cercò di risolvere anche n=5 ma senza risultati.

Sophie Germain

Ritratto di Sophie Germain

Dopo i progressi di Euler per circa cinquanta anni non ci furono miglioramenti nonostante l'ultimo teorema fosse diventato il problema più famoso della teoria dei numeri. Questa situazione mutò radicalmente grazie a Sophie Germain. Sophie Germain nacque nel 1776 e mori nel 1831 e per tutta la vita dovette scontrarsi contro il pregiudizio. Nella sua società non era pensabile che una dama della buona società di dedicasse ad argomenti come la matematica, la ma Germain quando era piccola lesse un libro di storia della matematica e rimase affascinata dalla morte di Archimede. La leggenda narra che quando un soldato romano andò a chiamare Archimede per condurlo davanti al centurione questo si rifiutò di seguirlo essendo assorto in un problema geometrico e il soldato quindi trafisse Archimede. La Germain fu talmente colpita dal fatto che un uomo potesse perdere la vita per la matematica dal decidere di studiarla. Inizialmente la sua decisione fu molto avversata dal padre ma con il trascorrere degli anni il padre dovette arrendersi alla volontà della figlia e decise di assecondarla. La Germain trovo molto difficile impadronirsi delle moderne tecniche matematiche dato che i suoi precettori non intendevano insegnargliele e lei in quanto donna non poteva frequentare le università ove si tenevano corsi di matematica avanzata. La Germain allora utilizzo lo stratagemma di farsi passare per il signore Le Blanc uno studente che si era ritirato dall'Ecole Polytecnique. Ovviamente non poteva frequentare le lezioni ma utilizzando questa falsa identità riusciva a farsi stampare le dispense e i problemi per gli allievi frequentanti che risolveva e presentava sempre sotto lo stesso pseudonimo. All'inizio il trucco funziono fino a quando il docente del corso il grande matematico Joseph-Louis Lagrange non volle conoscere l'allievo che forniva quelle soluzioni così geniali. Lagrange incontrando la Germain fu sorpreso ma compiaciuto dalla giovane donna e decise di aiutarla nello studio della materia. La Germain lavorò per anni alla teoria dei numeri e si interesso anche al teorema di Fermat. Ottenne un risultato che riteneva molto importante ma volendo delle conferme sulla validità della sua scoperta decise di contattare la massima autorità d'allora cioè Carl Friedrich Gauss. Gauss non si era interessato al teorema di Fermat ritenendo l'enunciato a se stante privo di interesse, ma quando ricevette la lettera della Germain rimase così impressionato dal suo risultato da dedicarsi comunque al problema e da confermare alla Germain la validità del suo metodo. L'idea di Germain si basava sull'utilizzo di una tipologia particolare di numeri primi che in seguito vennero chiamati numeri primi di Sophie Germain. Per questi numeri primi la Germain riuscì a dimostrare che probabilmente non esistevano soluzioni del teorema di Fermat. Per probabilmente si intende che queste eventuali soluzioni avrebbero dovuto avere delle proprietà talmente particolari da rendere difficile l'esistenza di questi numeri. Alcuni suoi colleghi analizzando i problemi definiti da questi numeri primi riuscirono a dimostrare che queste soluzioni non esistevano per alcuni numeri primi come il 5 o il 7. In seguito Gauss abbandono la teoria dei numeri per dedicarsi alla matematica applicata e la Germain senza più appoggi nel campo della matematica decise di concentrasi sulla fisica dove diede importanti contributi nello studio delle vibrazioni elastiche.

Gabriel Lamé e Augustin Luis Cauchy

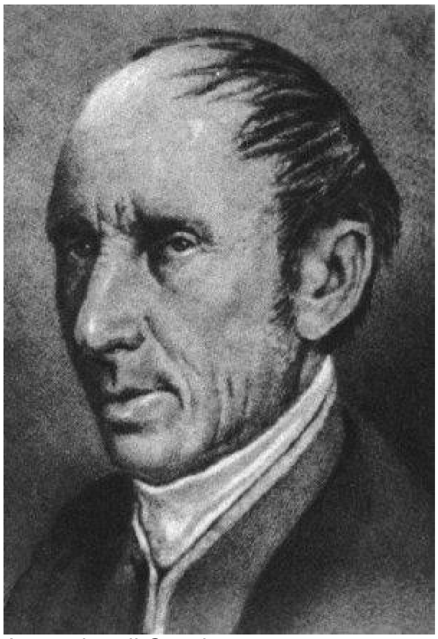


Immagine di Cauchy

I risultati di Sophie Germain sembrarono a molti il punto di svolta e che la soluzione definitiva all'enigma fosse vicina. L'accademia Francese delle scienze offrì una serie di premi a chi fosse riuscito a dimostrare l'ultimo teorema di Fermat. Allora l'offerta di premi per la soluzione di enigmi matematici era una pratica comune e molte accedemie la seguivano dato che si poteva indirizzare la ricerca di molti scienziati in aree specifiche del sapere. Questi premi venivano utilizzati sia per la ricerca di soluzioni a problemi pratici che per la soluzione di problemi teorici come era il teorema di Fermat. I matematici Gabriel Lamé e Augustin Luis Cauchy annunciarono di essere sul punto di dimostrare il teorema utilizzando tecniche simili. Questi matematici infiammarono i salotti parigine con affermazioni e stralci delle rispettive dimostrazioni ma senza mai pubblicare le dimostrazioni complete. Questa situazione si protrasse per tutto il mese di aprile del 1847 fino a quando il matematico Joseph Lionville lesse all'accademia delle scienze una lettera del matematico Ernst Eduard Kummer. Kummer analizzando i pochi indizi sulle dimostrazioni di Cauchy e di Lamé di era reso conto che le dimostrazioni seguivano lo stesso ragionamento e che contenevano un errore logico che rendeva le dimostrazioni fallate. Kummer si era reso conto che i due matematici basavano la loro dimostrazione su una proprietà conosciuta come fattorizzazione unica. Questa proprietà dice in sostanza che ogni numero intero può essere scomposto in una sola serie di numeri primi. Questa è una proprietà nota fin dai tempi di Euclide (quarto secolo a.C.) ed è utilizzata in moltissime dimostrazioni. Il problema era che la dimostrazione di Cauchy e Lamé utilizzavano i numeri complessi e nel campo dei numeri complessi questa proprietà non è necessariamente vera. La mancanza di fattorizzazione unica poteva essere aggirata con alcune tecniche ma comunque rimanevano dei numeri recalcitranti. Questi numeri potevano in teoria essere affrontati singolarmente ma essendo infiniti ciò non avrebbe risolto il problema. Lamé si rese conto della impossibilità di trovare una soluzione generale mentre Cauchy ritenne la sua implementazione non così dipendente dalla fattorizzazione e lavorò per diverse settimane all'argomento prima di arrendersi. Infine nel 1856 visto che nessuna soluzione corretta era stata presentata all'accademia questa decide di ritirare il premio. Alla soluzione finale infatti mancavano ancora 138 anni.

Paul Wolfskehl

I lavori di Kummer sulla fattorizzazione dei numeri complessi gettarono una generale sfiducia sulla possibilità di trovare una dimostrazione in tempi ragionevoli del teorema di Fermat. Le ricerche si arrestarono ache per il nascere di nuove branche della matematica che distoglievano gli studiosi dalla teoria dei numeri. Nel 1908 Paul Wolfskehl diede un nuovo impulso alle ricerche. Wolfskehl era un'industriale tedesco di Darmstadt e proveniva da una famiglia molto ricca e dedita al mecenatismo. Paul aveva studiato all'università matematica e sebbene avesse maggior successo negli affari che nella matematica il suo contributo fu determinante per far rinascere l'interesse sul teorema. Wolfskehl in quel periodo era innamorato di una donna che rifiutava ogni sua attenzione. Spinto dallo sconforto Wolfskehl aveva deciso di suicidarsi allo scoccare della mezzanotte ma essendo una persona meticolosa e precisa aveva pianificato il tutto e aveva provveduto a sistemare adeguatamente i suoi affari e a salutare gli amici più stretti tramite delle lettere. Wolfskehl aveva terminato i preparativi prima di mezzanotte e per passare il tempo inizio a sfogliare alcuni testi di matematica. In particolare sfogliando il lavoro di Kummer notò un assunto non dimostrato. Se quell'assunto si fosse rivelato in realtà falso forse si sarebbe riaperta la possibilità di dimostrare il teorema di fermat con il metodo di Lamé o di Cauchy. Wolfskehl lavorò tutta la notte e infine riuscì a dimostrare che l'assunto era vero e quindi la dimostrazione era corretta. Questa era una brutta notizia per la matematica ma Wolfskehl era talmente felice di aver potuto correggere il grande Kummer da riprendere fiducia in se. Abbandono i propositi di suicidio e invece scrisse un testamento in cui lasciava buona parte del suo patrimonio a che fosse stato in grado di dimostrare il teorema di Fermat. Il testamento divenne operativo nel 1908 e la Regia Società di Scienze di Gottinga divenne l'ente preposto alla verifica delle dimostrazioni che ambissero al premio. Il premio venne annunciato da tutte le riviste di matematica europee e migliaia di aspiranti matematici intasarono l'università di Gottinga con presunte dimostrazioni del teorema di Fermat. Purtroppo il premio non attirò molti matematici seri dato che questi che erano ben consci dell'estrema difficoltà del problema e quindi non produsse reali ricadute nel campo della matematica ma il premio rese famoso al grande pubblico il problema dell'ultimo teorema di Fermat.

Andrew Wiles

Andrew Willes nacque nel Regno Unito, l'11 aprile 1953. Fin da giovane dimostro un forte interesse per gli enigmi e i problemi matematici. Quando era ancora un bambino amava andare nelle biblioteche pubbliche alla ricerca di libri contenenti problemi ed enigmi. All'età di 10 anni in una biblioteca trovò il libro *The Last Problem* di Eric Temple Bell. In questo libro l'autore descriveva il problema di Fermat partendo dai greci fino ad arrivare alle scoperte di fine ottocento. Il giovane Willes rimase affascinato dal problema, un'equazione così semplice da enunciare era sfuggita ed alcuni dei più abili matematici del mondo e allora il ragazzo iniziò a fantasticare sperando di trovare la dimostrazione elementare che era sfuggita agli altri. Wiles ipotizzo chee Fermat non avesse conoscenze in campo matematico superiori alle sue e quindi cerco una dimostrazione con le sue limitate conoscenze. Ovviamente non fu in grado di trovarla, Il teorema di Fermat lo avrebbe perseguitato per buona parte della sua vita. Wiles divenne un matematico professionista e dovette temporaneamente abbandonare Fermat dato che quel problema era considerato troppo difficile per un giovane matematico e non si riteneva che potesse produrre matematica interessante nell'immediato. Il supervisore al dottorato di Wiles lo indirizzo verso lo studio delle curve ellittiche e questo fu la fortuna di Wiles infatti queste furono fondamentali per dimostrare il teorema di Fermat. Nello specifico Wiles analizzo alcune equazioni ellittiche nell'aritmetica modulare. Mentre l'aritmetica classica tratta con un numero infinito di numeri nell'aritmetica modulare si utilizza solo un sottoinsieme di valori. L'aritmetica modulare viene chiamata anche aritmetica dell'orologio dato che l'orologio utilizza una aritmetica modulare con modulo 24. Tutti sanno infatti che se sono le 18 per esempio e si attendo 8 ore non ci si trova alle 26 ma alle 2, dato che quando l'orologio arriva a 24 lo si azzera e si parte da 0 a contare. L'aritmetica modulare è un'aritmetica completa come quella classica solo che i numeri utilizzati sono limitati. L'aritmetica modulare inoltre dispone di alcune proprietà molto interessati che la rendono molto utile in alcuni campi della matematica. Quando un matematico analizza una curva ellittica nell'aritmetica modulare estrae una serie di soluzioni che vengono chiamate L-serie. Wiles lavorò molto sulle equazioni ellittiche e sulle loro L-serie accumulando esperienza che gli sarebbe tornata utile in futuro.

Verso la fine degli anni 50 i matematici giapponesi Yutaka Taniyama e Goro Shimura formularono una congettura nota come congettura di Taniyama-Shimura. Questa congettura affermava che ogni L-serie di un'equazione ellittica poteva essere associata ad una specifica M-serie di una forma modulare. In sostanza questa congettura asseriva che ogni forma modulare poteva essere messa in corrispondenza biunivoca con una curva ellittica o che detto in altri termini le forme modulari e le curve ellittiche erano lo stesso oggetto matematico visto da due punti di vista diversi. Questa congettura dal punto di vista di un matematico è molto importante infatti, se si fosse dimostrata vera avrebbe voluto dire che problemi delle curve ellittiche vecchi di secoli si sarebbero potuti trasportare nelle loro forme modulari e affrontati con nuovi strumenti matematici, ovviamente sarebbe valso anche l'opposto.

Nel 1984 avvenne un fatto che rivoluziono la vita di Wiles, durante un convegno in Germania Gerhard Frey dimostro che chi avesse dimostrato la congettura di Taniyama-Shimura avrebbe automaticamente dimostrato anche l'ultimo teorema di Fermat. Frey dimostro con una serie di passaggi non troppo complessi che un ipotetico controesempio al teorema di Fermat (cioè una soluzione valida dell'equazione $a^n+b^n=c^n$) si sarebbe potuta scrivere come un'equazione ellittica talmente particolare e atipica da non poter essere associata a nessuna M-serie di una forma modulare. Quindi dimostrando la congettura di Taniyama-Shimura si dimostrava che non esisteva questa equazione degenere e che quindi il teorema di Fermat era vero. In realtà quasi ogni cosa legata al teorema di Fermat non è semplice come sembra, difatti lo sviluppo di una dimostrazione che legasse in modo indissolubile il teorema di Fermat alla congettura Taniyama-Shimura fece penare per più di due anni i matematici di mezzo mondo, difatti la dimostrazione iniziale di Frey era incompleta.

Nel 1986 Wiles venne a conoscenza del fatto che il legame tra la congettura di Taniyama-Shimura e il teorema di Fermat era stato dimostrato. Questa sembro a Wiles un'occasione d'oro, poteva far matematica di alto livello (cercando di dimostrare la congettura di Taniyama-Shimura) lavorando al problema della sua vita (il teorema di Fermat). Wiles decise di seguire una strategia contraria alla filosofia imperante e decise di lavorare in assoluta segretezza. Mentre in molte discipline è comune quando si lavora ad un progetto mantenere uno stretto riserbo per evitare fughe di notizie e la perdita di potenziali brevetti in matematica si segue un approccio opposto. I matematici parlano fra di loro costantemente, il confrontarsi a vicenda e un ottimo metodo per affrontare problemi che sembrano insolubili e nella matematica teorica il problema del segreto industriale praticamente non esiste.

Wiles si preparò accuratamente, abbandono tutte le incombenze non obbligatorie, prese una imponente ricerca che stava per pubblicare, la divise in un buon numero di articoli in modo da poter fornire un flusso costante di lavori mentre lavorava alla congettura e cerco di assimilare tutto il possibile sulle forme modulari e sulle equazioni ellittiche. Willes rivelo il segreto del suo lavoro solamente a sua moglie.

Nei primi due anni di lavoro Wiles utilizzando la teoria dei gruppi di Galois e fece dei progressi sebbene fosse ancora lontano dalla soluzione. L'8 marzo 1988 Willes rimase esterrefatto nel leggere sul Washington Post che il matematico giapponese Yoichi Miyaoka aveva dimostrato la congettura di Fermat. In realtà Miyaoka non aveva prodotto una dimostrazione compiuta ma utilizzando la geometria differenziale, una nuova branca della geometria aveva posto delle ottime basi per la soluzione definitiva. Purtroppo per Miyaoka la sua dimostrazione aveva una lacuna che sebben all'inizio non sembrasse grave in seguito si dimostro essere catastrofica e rese impossibile provare il teorema di Fermat tramite quella tecnica.

Intanto Wiles utilizzando un metodo chiamato Kolyvagin-Flach riuscì ad associare una particolare equazione ellittica alla sua forma modulare. Il problema di Wiles era che il metodo non poteva essere esteso a tutte le equazioni ellittiche. Willes allora classifico tutte le equazioni ellittiche in famiglie e modificò il metodo in modo da adattarlo alle singole famiglie. Wiles per utilizzare il metodo Kolyvagin-Flach si era dovuto inoltrare profondamente nella geometria algebrica e non essendo molto esperto decise infine di confidarsi con un matematico esperto del settore e fidato. Quindi Wiles contatto Nick Katx un matematico del suo dipartimento. Dato che la dimostrazione era molto complessa e voluminosa una discussione informale nello studio di Katx non sarebbe stata sufficiente per dipanare tutti i dubbi e quindi i due decisero di mascherare i loro incontri con delle lezioni post laurea. Wiles avrebbe tenuto le lezioni mentre Katx avrebbe partecipato tra il pubblico. Wiles svolse le lezioni in modo molto tecnico e noioso in modo da scoraggiare eventuali studenti difatti dopo poche settimane della classe era rimasto solo Katx. Wiles grazie all'aiuto di Katx ripasso la dimostrazione che effettivamente sembrava corretta. Intanto Wiles lavorando alacremente eliminava le famiglie rimaste e infine nel maggio del 1993 Wiles terminò la dimostrazione abbattendo anche l'ultima recalcitrante famiglia.

A fine di giugno a Cambridge si tenne una conferenza sulle L-funzione e l'aritmetica. In questo contesto, circondato da alcuni tra i più brillanti matematici del pianeta Wiles presenta in una serie di tre conferenze la sua dimostrazione. Il 23 giugno si svolse la terza e ultima conferenza ed un lungo applauso concluse l'ultima conferenza di Wiles, il teorema di Fermat era stato dimostrato. I giornali di tutto il mondo parlarono dell'accaduto e in un pomeriggio Wiles divenne il matematico più famoso del pianeta. Wiles spedì la dimostrazione ad una rivista in modo che il direttore della rivista potesse sottoporre la dimostrazione alla verifica di una commissione qualificata. Il direttore delle rivista vista l'importanza e la complessità della dimostrazione suddivise il fascicolo in sei parti e le affido a altrettanti commissari. Questi mano a mano che analizzavano il manoscritto contattavano Wiles per ottenere delucidazioni su passaggi poco chiari e su presunti errori. Uno dei commissari era Katx, lo stesso matematico che Wiles aveva contattato per verifica la corretta applicazione del metodo Kolyvagin-Flach.

Purtroppo per Wiles Katx individuò un errore. Inizialmente sembrava uno dei tanti errori di poco conto che costellano una complessa dimostrazione. Questi errori sono paragonabili a sviste e usualmente vengono corrette nel giro dii qualche ora ma quell'errore pur essendo molto sottile era anche molto insidioso infatti Wiles non riusciva ad eliminarlo. Con il passare del tempo notizie sempre più insistenti della lacuna si diffusero nella comunità di matematici e anche fuori arrivando a ottenere articoli su giornali generalisti come il New York Times. Infine Wiles attraverso la posta elettronica comunico alla comunità matematica che effettivamente la dimostrazione aveva una lacuna me che era fiducioso di poterla sistemare in poche settimane. I mesi passavano e Wiles non riusciva a risolvere il problema mentre sempre più matematici chiedevano di poter visionare la dimostrazione per poter correggere l'errore e quindi ricevere una parte della fama derivante dal teorema di Fermat. Wiles non voleva distribuire la dimostrazione anche perché sapeva che il flusso di domande e chiarimenti sulla dimostrazione gli avrebbe impedito di lavorare. Su consiglio di un amico decise di farsi aiutare da un esperto del metodo Kolyvagin-Flach e quindi contatto Richard Taylor. Taylor era uno dei revisori della dimostrazione ed era un ex-studente di Wiles quindi era la persona perfetta, conosceva il problema e aveva la fiducia di Wiles.

Il 3 aprile 1994 successe l'incredibile, Noam Elkies annunciò di aver individuato un controesempio valido al teorema di Fermat. Quindi la dimostrazione di Wiles era sbagliata per via delle natura stessa della matematica e nessuna tecnica l'avrebbe potuta salvare. Per fortuna di Wiles si scopri quasi subito che era un pesce d'aprile che per via dei fusi orari e del copia e incolla via e-mail aveva una data sbagliata. Intanto Wiles e Taylor lavoravano alacremente al problema ma senza ottenere nessun miglioramento apprezzabile. Verso fine dell'estate Wiles era demoralizzato al tal punto da proporre a Taylor di dichiarare pubblicamente la sconfitta ma, Taylor lo convinse a perseverare fino a fine settembre almeno.

Il 19 settembre Wiles stava analizzando il metodo Kolyvagin-Flach cercando di capire perché il metodi fallisse quando si rese conto che sebbene il metodo non fosse sufficiente per ottenere una dimostrazione il metodo permetteva ad un metodo chiamato di Iwasawa di funzionare. Il metodo di Iwasawa era stato utilizzato inizialmente da Wiles per la dimostrazione ma era stato abbandonato in quanto insufficiente. Lo stesso metodo invece utilizzato in congiunzione con il metodo Kolyvagin-Flach forniva una dimostrazione valida. Il 25 ottobre Willes diede alle stampe due manoscritti, nel primo vi era la dimostrazione del teorema di Fermat e portava la sua firma. Il secondo manoscritto specificava alcune proprietà di alcune curve ellittiche ed era firmato da Wiles e Taylor. Il secondo manoscritto serviva a dimostrare un passaggio fondamentale del primo manoscritto. La pubblicazione dei manoscritti mise la parola fine a uno delle più complesse e difficile dimostrazioni che la matematica abbia mai sviluppato. E da notare che Wiles e Taylor non dimostrarono totalmente la congettura Taniyama-Shimura, difatti la dimostrazione per tutti i casi arrivo nel 1999 da Christophe Breuil, Brian Conrad, Fred Diamond, e lo stesso Taylor, che partendo dal lavoro di Wiles dimostrarono incrementalmente i casi rimanenti.

Bibliografia

Per lo sviluppo di questo breve libro ci si è basati principalmente sul libro: L'ultimo Teorema di Fermat di Simon Sight ISBN 88-17-11291-7

Il libro è un testo divulgativo che come questo volumetto ripercorre la storia del teorema. Il libro approfondisce la storia degli scienziati che hanno incrociato il teorema di Fermat anche in modo indiretto e approfondisce in maniera chiara gli aspetti matematici fondamentali senza diventare eccessivamente tecnico.

Per la realizzazione del libro di sono utilizzate come riferimento anche le pagine di Wikipedia riguardanti il Teorema di Fermat, le bibliografie degli scienziati elencati nel libro e degli argomenti matematici trattati nel libro.

Licenza

GNU Free Documentation License

Version 1.2, November 2002

```
Copyright (C) 2000,2001,2002  Free Software Foundation, Inc.
51 Franklin St, Fifth Floor, Boston, MA  02110-1301  USA
Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies
of this license document, but changing it is not allowed.
```

0. PREAMBLE

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document "free" in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondarily, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of "copyleft", which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

1. APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The "Document", below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as "you". You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A "Modified Version" of the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A "Secondary Section" is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The "Invariant Sections" are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The "Cover Texts" are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A "Transparent" copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not "Transparent" is called "Opaque".

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, PostScript or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The "Title Page" means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, "Title Page" means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

A section "Entitled XYZ" means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as "Acknowledgements", "Dedications", "Endorsements", or "History".) To "Preserve the Title" of such a section when you modify the Document means that it remains a section "Entitled XYZ" according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties: any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

2. VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

3. COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts: Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

4. MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.
B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.
C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.
D. Preserve all the copyright notices of the Document.
E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.
F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.
G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.
H. Include an unaltered copy of this License.
I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.
J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.
K. For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.
L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.
M. Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.
N. Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to conflict in title with any Invariant Section.
O. Preserve any Warranty Disclaimers.
If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your

Modified Version by various parties--for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

5. COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections Entitled "Endorsements."

6. COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

7. AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an "aggregate" if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

8. TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

9. TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided for under this License. Any other attempt to copy, modify, sublicense or distribute the Document is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such parties remain in full compliance.

10. FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See http://www.gnu.org/copyleft/.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation.

How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

```
Copyright (c)  YEAR  YOUR NAME.
Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document
under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2
or any later version published by the Free Software Foundation;
with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover
Texts.  A copy of the license is included in the section entitled "GNU
Free Documentation License".
```

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the "with...Texts." line with this:

```
with the Invariant Sections being LIST THEIR TITLES, with the
Front-Cover Texts being LIST, and with the Back-Cover Texts being LIST.
```

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.