

Study on Multi-Trips Whole-Transport Vehicle Scheduling Problem Based on the Multistage Network Flow Model

Zhihua Song¹, Han Zhang²

¹Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi

²Science College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi

Email: szhele@163.com

Received: Aug. 7th, 2017; accepted: Aug. 19th, 2017; published: Aug. 28th, 2017

Abstract

Multi-trips whole-transport vehicle scheduling problem is one kind of Vehicle Scheduling Problem (VSP), and the ordinary VSP algorithms haven't made use of its special structure and behave poorly. Firstly, its structure is analyzed and the problem is transformed into a multistage network flow model. Secondly, the Bellman equation with tabu list is designed to deal with the non-monotonicity of the model, and then the dynamic programming algorithm for finding the minimum cost flow is designed. Finally, the effectiveness of the model and algorithm is verified through an example.

Keywords

Multi-Trips Whole-Transport, Vehicle Scheduling Problem, Multi-Stage Network Flow, Dynamic Programming, Tabu List

基于多阶段网络流模型的多回合整车装卸车辆调度问题研究

宋志华¹, 张 晗²

¹空军工程大学装备管理与安全工程学院, 陕西 西安

²空军工程大学理学院, 陕西 西安

Email: szhele@163.com

收稿日期: 2017年8月7日; 录用日期: 2017年8月19日; 发布日期: 2017年8月28日

摘要

多回合整车装卸约束下的车辆调度问题是一种特殊的车辆调度问题, 普通的车辆调度问题算法没有利用问题的特殊结构, 计算效率低。首先通过分析多回合整车装卸车辆调度问题的特点, 将其转换为多阶段网络流问题并建立模型; 然后针对模型有后效性的特点, 提出了基于禁忌列表的Bellman方程, 并以此为基础, 设计了基于动态规划算法的最小费用流求解算法。通过实例计算表明, 模型和算法适合描述及求解多回合整车装卸车辆调度问题, 能够较为快速高效地求解问题的优化行动方案。

关键词

多回合整车装卸, 车辆调度问题, 多阶段网络流, 动态规划, 禁忌列表

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 多阶段网络流模型的建立

车辆调度问题是一类经典的 NP 难问题, 对应的现实应用众多, 分类也十分繁多[1], 在算法方面, 以启发式算法为主流, 确定性算法比较少[2] [3]。Rivera [4]等人研究了多回合车辆路径问题的数学模型和精确算法, Novoa [5]等人研究了车辆路径问题的近似动态规划方法求解, 但是都是针对单车的。本文考虑一种多回合多车的整车装卸约束下的车辆调度问题。具体定义如下:

在图 $G=(V,E)$ 中, V 是点的集合, E 是边的集合。点集 V 的子集包括停车场集合 P , 仓库点的集合 D , 物资需求点集合 F , 普通道路节点的集合 C , 且有 $V=P+D+F+C$ 。平时车辆停放于停车场。车辆运送物资的特点是每次从仓库点仅能装载一个单位的物资。车辆从仓库装载货物后沿规划路径到达物资需求点卸货后, 要再重复执行运送任务, 因此, 称之为多回合整车装卸的车辆调度问题。

由于问题是多回合的, 在每个回合中, 车辆都要到一个仓库装载物资然后运送到一个物资需求点, 每个回合具有一定的相似性。因此, 可以建立多阶段决策模型进行分析。

1) 状态定义

假设所有车辆需要完成物资运送的回合数为 n , 则令多阶段决策模型的阶段数为 $2n+2$ 。令 X 代表模型的状态集合, $x_k \in X$ 代表第 k 阶段的状态, $X_k \subset X$ 代表第 k 阶段状态的集合。则每个阶段的状态定义如下表 1 所示。

2) 状态转移

令 U 代表模型的决策变量集合。 u_k 代表第 k 阶段可以采用的某个决策变量。记 $U(x) \subset U$ 为状态 x 可取的决策变量集合。记 $g(x_k, u_k)$ 为在状态 x_k 采用决策 u_k 的时候所需要支付的费用, 对应在 G 上两个点之间的距离。

记 \mathcal{M} 函数 $\mu: X \mapsto U$ 的集合, 对 $\forall x \in X$, 均有 $\mu(x) \in U(x)$ 。

从状态 x_0 开始, 采用策略 $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots\}$ 的费用为

$$J_{\pi}(x_0) = \sum_{k=0}^n g(x_k, \mu_k(x_k))$$

Table 1. State definition of multi-stages decision model**表 1.** 多阶段决策模型的状态定义

阶段	状态集合	备注
0	$X_0 = \{s\}$	虚拟的状态, 是产生计算的起点
1	$X_1 = M_1(P)$	$M_1: P \mapsto X_1$ 是停车场点到第 1 阶段状态的一一映射
2	$X_2 = M_2(D)$	$M_2: D \mapsto X_2$ 是仓库到第 2 阶段状态的一一映射
3	$X_3 = M_3(F)$	$M_3: F \mapsto X_3$ 是物资需求点到第 3 阶段状态的一一映射
4	$X_4 = M_4(D)$	$M_4: D \mapsto X_4$ 是仓库到第 4 阶段状态的一一映射
...
$2i+1(n > i \geq 2)$	$X_{2i+1} = M_{2i+1}(F)$	$M_{2i+1}: F \mapsto X_{2i+1}$ 是物资需求点到第 $2i+1$ 阶段状态的一一映射
$2i+2(n > i \geq 2)$	$X_{2i+2} = M_{2i+2}(D)$	$M_{2i+2}: D \mapsto X_{2i+2}$ 是仓库到第 $2i+2$ 阶段状态的一一映射
...
$2n+2$	$X_{2n+2} = \{e\}$	计算的终点

其中, 状态序列 $\{x_k\}$ 是由以下系统的状态转移方程产生

$$x_{k+1} = f(x_k, \mu_k(x_k)), \quad k = 0, 1, \dots$$

对应某辆车的优化调度目标就是寻找最优策略 π , 使得总的费用最少, 也即其目标函数为

$$J^*(x) = \inf_{\pi \in \Pi} J_{\pi}(x), \quad x \in X$$

而问题本身要为多辆车规划路径, 可以将车辆看作是模型中的网络流, 而最终方案是网络上的可行流。

3) 网络流模型

令两个状态之间的弧上的单位流量费用为 $h(x_k, x_{k+1})$, 则对应网络上停车场、仓库、物资需求点之间状态转移的费用均取其最短路的距离, 虚拟状态与其他状态之间的状态转移费用根据其功能需求进行设置, 具体取值如表 1。弧的容量为 $c(x_k, x_{k+1})$, 则对应网络上的从停车场出入的弧容量等于停车场处车辆的数量, 其他弧的容量为 1, 参见表 2。

这样, 某辆车的最优调度方案对应网络流模型上的一个流量为 1 的可行流, 此可行流必然是一个最小费用流, 而反之, 网络流模型的某流量为 1 的最小费用流不一定对应的某个车辆的最优调度方案, 此流量为 1 最小费用流还要满足经过的物资需求点不重复的约束, 因此, 通过求解网络流模型的最小费用流来得到车辆调度方案, 必须要考虑一定的约束。这与网络流模型本身的结构有关。

2. 求解算法分析

令 $R(X)$ 为实值函数 $J: X \mapsto \mathfrak{R}$ 的集合, 记映射 $H: X \times U \times R(X) \mapsto \mathfrak{R}$ 。对于任一策略 $\mu \in \mathcal{M}$ 定义映射 $T_{\mu}: R(X) \mapsto R(X)$ 为

$$(T_{\mu}J)(x) = H(x, \mu(x), J), \quad \forall x \in X, J \in R(X)$$

定义映射 T 为

$$(TJ)(x) = \inf_{u \in U(x)} H(x, u, J) = \inf_{\mu \in \mathcal{M}} (T_{\mu}J)(x), \quad \forall x \in X, J \in R(X)$$

Table 2. Unit flow cost and capacity of the edges in the network
表 2. 网络上弧的单位流量费用以及容量

单位流量费用	容量	备注
$h(s, x_1^i) = 0$	$c(s, x_1^i) = M_1^{-1}(x_1^i) $	$(i = 1, \dots, P)$ $x_1^i \in M_1(P)$
$h(x_1^i, x_2^j) = sp(M_1^{-1}(x_1^i), M_2^{-1}(x_2^j))$	$c(x_1^i, x_2^j) = M_1^{-1}(x_1^i) $	$(i = 1, \dots, P ;$ $j = 1, \dots, D)$
$h(x_2^j, x_3^i) = sp(M_2^{-1}(x_2^j), M_3^{-1}(x_3^i))$	$c(x_2^j, x_3^i) = 1$	$(i = 1, \dots, F ;$ $j = 1, \dots, D)$
$h(x_3^i, x_4^j) = sp(M_3^{-1}(x_3^i), M_4^{-1}(x_4^j))$	$c(x_3^i, x_4^j) = 1$	$(i = 1, \dots, F ;$ $j = 1, \dots, D)$
...		...
$h(x_{2n-1}^j, x_{2n}^i) = sp(M_{2n-1}^{-1}(x_{2n-1}^j), M_{2n}^{-1}(x_{2n}^i))$	$c(x_{2n-1}^j, x_{2n}^i) = 1$	$(i = 1, \dots, F ;$ $j = 1, \dots, D)$
$h(x_{2n}^i, x_{2n+1}^j) = sp(M_{2n}^{-1}(x_{2n}^i), M_{2n+1}^{-1}(x_{2n+1}^j))$	$c(x_{2n}^i, x_{2n+1}^j) = 1$	$(i = 1, \dots, F ;$ $j = 1, \dots, D)$
$h(x_{2n+1}^j, e) = 0$	$c(x_{2n+1}^j, e) = 1$	$(i = 1, \dots, F)$

其中 $sp(x_k, x_{k+1})$ 代表 x_k 与 x_{k+1} 在实际网络 G 中最短路的长度。

对于某函数 $\bar{J} \in R(X)$, 以及非静态策略 $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots\}$, 对于任一整数 $N \geq 1$, 定义函数

$$J_{\pi, N}(x) = (T_{\mu_0} T_{\mu_1} \dots T_{\mu_{N-1}} \bar{J})(x), \quad x \in X$$

其中, $T_{\mu_0} T_{\mu_1} \dots T_{\mu_{N-1}}$ 是复合函数, 也就是

$$T_{\mu_0} T_{\mu_1} \dots T_{\mu_{N-1}} J = \left(T_{\mu_0} \left(T_{\mu_1} \left(\dots \left(T_{\mu_{N-2}} \left(T_{\mu_{N-1}} J \right) \dots \right) \right) \right) \right), \quad J \in R(X)$$

$J_{\pi, N}$ 可被当作“ N 阶段费用函数”的表达式。

当然了, T_{μ} 和 T 必须要满足单调性[6], Bellman 方程才能够成立, 否则, 无法应用 Bellman 方程递推求解。

定义[6]: 如果满足以下条件, 则认为 T_{μ} 和 T 具有单调性, 或者说系统具有单调性:

如果 $J, J' \in R(X)$, 且 $J \leq J'$,

那么 $H(x, u, J) \leq H(x, u, J'), \forall x \in X, u \in U(x)$

证明: 多阶段决策网络流模型不满足单调性。

令 $\pi = \{x_{i1}^j, x_k^{j+1}, \dots\}$, $\pi' = \{x_{i1}^j, x_k^{j+1}, \dots\}$, 且有

$$x_m^j \notin \pi, \quad x_m^j \in \pi', \quad l > j$$

根据约束条件, 不考虑重复使用发射点(可以经过), 那么不妨设

$$H(x_m^{j-1}, u, J_{\pi'}) = \infty$$

并且有

$$H(x_m^{j-1}, u, J_\pi) = d(u) + \alpha J_\pi$$

现有 $J_\pi(x_{i1}^j) \geq J_{\pi'}(x_{i1}^j)$
那么,

$$H(x_m^{j-1}, u, J_\pi) < H(x_m^{j-1}, u, J_{\pi'})$$

因此模型不满足单调性条件, Bellman 方程不能直接应用。

3. 算法设计

3.1. 基于禁忌列表的 Bellman 方程

按照逆向求解的思路从后至前依次分析。

1) 在第 n 阶段的物资运送任务中, 从车辆当前的状态 x_{2n-1} 开始, 根据物资需求点不重复的约束, 采用策略 $\pi = \{\mu_{2n-1}, \mu_{2n}\}$ 只有在满足以下条件的时候才可行,

$$M_{2n+1}^{-1}(f(x_{2n}, \mu_{2n})) \neq M_{2n-1}^{-1}(x_{2n-1})$$

也就是说 $f(x_{2n}, \mu_{2n})$ 和 x_{2n-1} 两个状态不能对应同一个物资需求点。令禁忌列表

$L_T(x_{2n-1}) = \{M_{2i+1}^{-1}M_{2n-1}^{-1}(x_{2n-1}), i = 1, 2, \dots, n\}$, 也就是其他任意阶段中, 与状态 x_{2n-1} 对应同一物资需求点的状态的集合。

可行的最优方案为

$$J_1(x_{2n-1}) = \inf \left\{ g(x_{2n-1}, \mu_{2n-1}(x_{2n-1})) + \left\{ g(x_{2n}, \mu_{2n}(x_{2n}) - \lambda(L_T(x_{2n-1}))) \right\} \right\}$$

其中, $x_{2n} = f(x_{2n-1}, \mu_{2n-1}(x_{2n-1}))$, $\lambda(L_T(x_{2n-1}))$ 是所有的执行后会系统转移到 $L_T(x_{2n-1})$ 中状态的控制决策变量集合。

记

$$J_1(x_{2n-1}) = \inf H(x_{2n-1}, \mu_{2n-1}(x_{2n-1})) = TH(x_{2n-1}, \mu_{2n-1}(x_{2n-1}))$$

$$\{\mu^*(x_{2n-1}), x_{2n+1}^*\} = \arg J^*(x_{2n-1})$$

其中, $\mu^*(x_{2n-1})$ 是最优策略, x_{2n+1}^* 是最优策略上第 $2n+1$ 阶段的状态。

将最优策略 $\mu^*(x_{2n-1})$ 上第 $2n+1$ 阶段的状态 x_{2n+1}^* 对应同一个物资需求点的所有状态加入到禁忌列表, 令禁忌列表 $L_T(x_{2n-1}) = L_T(x_{2n-1}) + \{M_{2i+1}^{-1}M_{2n+1}^{-1}(x_{2n+1}^*), i = 2, \dots, n\}$ 。

2) 在第 $n-1$ 阶段的物资运送任务中, 从车辆当前的状态 x_{2n-3} 开始, 根据物资需求点不重复的约束, 采用策略 $\pi = \{\mu_{2n-3}, \mu_{2n-2}\}$ 只有在满足以下条件的时候才可行,

$$M_{2n-1}^{-1}(f(x_{2n-2}, \mu_{2n-2})) \neq M_{2n-3}^{-1}(x_{2n-3})$$

也就是说 $f(x_{2n-2}, \mu_{2n-2})$ 和 x_{2n-3} 两个状态不能对应同一个物资需求点。令禁忌列表

$L_T(x_{2n-3}) = L_T(x_{2n-3}) + \{M_{2i+1}^{-1}M_{2n-3}^{-1}(x_{2n-3}), i = 1, 2, \dots, n\}$, 也就是其他任意阶段中, 与状态 x_{2n-3} 对应同一物资需求点的状态的集合。

可行最优方案为

$$J_2(x_{2n-3}) = \inf \left\{ g(x_{2n-3}, \mu_{2n-3}(x_{2n-3})) + \left\{ g(x_{2n-2}, \dot{\mu}_{2n-2}(x_{2n-2})) \right\} + J_1(x_{2n-1}^*) \right\}$$

其中,

$$\begin{cases} x_{2n-2} = f(x_{2n-3}, \mu_{2n-3}(x_{2n-3})) \\ \left\{ \mu^*(x_{2n-3}), x_{2n-1}^* \right\} = \arg J_1(x_{2n-3}) \\ \dot{\mu}_{2n-2}(x_{2n-2}) \in U(x_{2n-2}) - \lambda(L_T) \end{cases}$$

其中, $\lambda(L_T)$ 是所有的执行后会系统转移到 L_T 中状态的控制决策变量集合。

将最优策略 $\mu^*(x_{2n-3})$ 上第 $2n-1$ 阶段的状态 x_{2n-1}^* 对应同一个物资需求点的所有状态加入到禁忌列表, 令禁忌列表 $L_T(x_{2n-3}) = L_T(x_{2n-3}) + L_T(x_{2n-1}^*)$ 。

...

(k) 在第 $n-k$ 阶段的物资运送任务中 ($k=1, 2, \dots, n-1$) 从车辆当前的状态 $x_{2n-2k-1}$ 开始, 根据物资需求点不重复的约束, 采用策略 $\pi = \{\mu_{2n-2k-1}, \mu_{2n-2k}\}$ 只有在满足以下条件的时候才可行,

$$M_{2n-2k+1}^{-1}(f(x_{2n-2k}, \mu_{2n-2k})) \neq M_{2n-2k-1}^{-1}(x_{2n-2k-1})$$

也就是说 $f(x_{2n-2k}, \mu_{2n-2k})$ 和 $x_{2n-2k-1}$ 两个状态不能对应同一个物资需求点。令禁忌列表 $L_T(x_{2n-2k-1}) = \{M_{2i+1}^{-1}M_{2n-2k-1}^{-1}(x_{2n-2k-1}), i=1, 2, \dots, n\}$, 也就是其他任意阶段中, 与状态 $x_{2n-2k-1}$ 对应同一物资需求点的状态的集合。

可行的最优方案为

$$J_{k+1}(x_{2n-2k-1}) = \inf \left\{ g(x_{2n-2k-1}, \mu_{2n-2k-1}(x_{2n-2k-1})) + \left\{ g(x_{2n-2k}, \dot{\mu}_{2n-2k}(x_{2n-2k})) \right\} + J_k(x_{2n-2k+1}^*) \right\}$$

其中,

$$\begin{cases} x_{2n-2k} = f(x_{2n-2k-1}, \mu_{2n-2k-1}(x_{2n-2k-1})) \\ \left\{ \mu^*(x_{2n-2k-1}), x_{2n-2k+1}^* \right\} = \arg J_1(x_{2n-2k-1}) \\ \dot{\mu}_{2n-2k}(x_{2n-2k}) \in U(x_{2n-2k}) - \lambda(L_T) \end{cases}$$

其中, $\lambda(L_T)$ 是所有的执行后会系统转移到 L_T 中状态的控制决策变量集合。

将最优策略 $\mu^*(x_{2n-2k-1})$ 上第 $2n-2k+1$ 阶段的状态 $x_{2n-2k+1}^*$ 对应的禁忌列表加入本级禁忌列表, 令禁忌列表 $L_T(x_{2n-2k-1}) = L_T(x_{2n-2k-1}) + L_T(x_{2n-2k+1}^*)$ 。

...

加入禁忌列表后, 单调性满足了。

3.2. 基于禁忌列表的动态规划算法

设计多回合整车装卸车辆调度问题的算法如下:

步骤 1: 依照基于禁忌列表的 Bellman 方程寻找一条可行的最优路径方案

$\mu_k^*(s) = \min \{g(p_i, d_j) + \mu(R_j) : i=1, 2, |P|; j=1, 2, |D|\}$ 作为最小费用增广链将 $\mu_k^*(s)$ 记录下来, 扩充 $\mu_k^*(s)$ 的流量, 并令 k 增加 1。

步骤 2: 在多阶段网络流模型中去掉当前已经找到的最优路径方案所包含的需求点。

步骤 3: 重复步骤 2 和步骤 3, 直到没有办法找到最优路径方案。

算法计算过程中找到的所有最小费用增广链, 构成车辆行动方案的一个集合。通过将最小费用增广链 $\mu_k^*(s)$ 上点之间的弧映射回实际网络中的最短路径序列, 就可以得到一个车辆行动方案。下面通过一个算例来验证算法的性能和效能。

4. 计算实例及算法性能分析

某导弹部队的导弹火力单元平时隐蔽待机于待机地 p_1 和 p_2 , 两个待机地的火力单元数量分别是 $|p_1|=15$ 和 $|p_2|=15$, 现接收到 3 波次火力打击任务, 每波次都有 10 个火力单元发射导弹。火力单元需要通过网络机动到某一个发射点 r_i 发射导弹, 然后火力单元到导弹仓库 d_j 装载导弹后, 再到下一个发射点 r_k 发射导弹, 假设为了隐蔽起见, 在整个火力打击任务中, 所有的火力单元均不会第二次使用同一个发射点, 直到所有的火力单元都完成多波次火力发射任务为止。各个地点的平面坐标数据如表 3 所示。

各点的位置及相互之间的道路连接情况如图 1 所示, 两点之间道路的长度可以使用两点之间直线的距离进行估算。

在本问题中, 导弹发射车是多回合整车装卸车辆调度问题中的车辆, 发射点相当于物资需求点, 导弹仓库相当于物资仓库, 规划导弹发射车的多波次打击行动方案, 相当于规划多回合整车装卸车辆调度问题中的车辆路径, 可以采用本文提出的方法求解。

算法首先根据点的平面坐标计算的各个点之间的直线距离, 然后计算任意两点之间的最短路的距离, 可以建立此问题的多阶段网络流模型如图 2 所示。

在这样的一个网络流模型中, 最小费用最大流对应多车多波次导弹火力打击任务的最优行动方案。这样, 多车多波次导弹火力打击行动规划问题的最优行动方案, 转化为在网络流模型中寻找最小费用最大流, 按照所提算法求解, 可以得到网络流模型的最小费用最大流, 求解过程中所找到的所有最小费用增广链如表 4 所示。

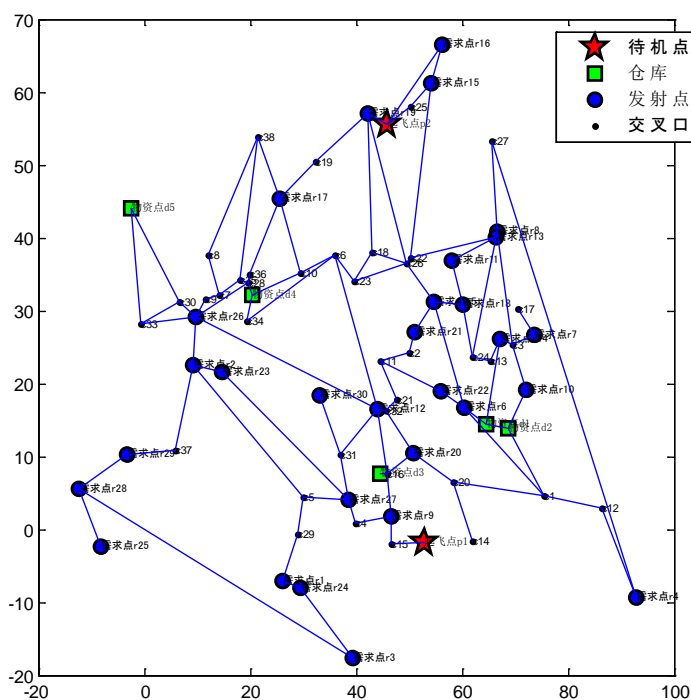


Figure 1. Position of vertices and the structure of the network
图 1. 网络中各点的位置及网络结构

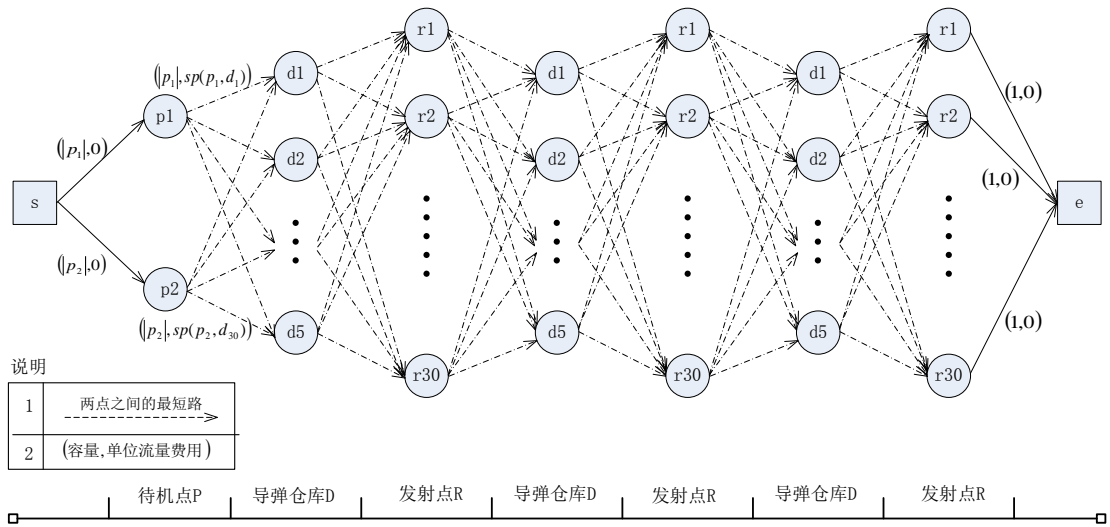


Figure 2. Multi-stages network flow model
图 2. 多阶段网络流模型

Table 3. Coordinates of vertices in the network
表 3. 网络中各点的平面坐标数据

地点	x	y	地点	x	y	地点	x	y
待机地 p1	52.8	-1.7	发射点 r19	42.1	57.0	交叉口 c14	61.9	-1.7
待机地 p2	45.9	55.5	发射点 r20	50.8	10.5	交叉口 c15	46.6	-2.0
仓库 d1	64.6	14.5	发射点 r21	51.1	27.1	交叉口 c16	45.8	7.6
仓库 d2	68.8	13.9	发射点 r22	56.0	18.9	交叉口 c17	70.5	30.3
仓库 d3	44.6	7.6	发射点 r23	14.7	21.7	交叉口 c18	43.1	37.9
仓库 d4	20.4	32.2	发射点 r24	29.6	-7.9	交叉口 c19	32.4	50.5
仓库 d5	-2.5	44.1	发射点 r25	-8.2	-2.3	交叉口 c20	58.3	6.5
发射点 r1	26.1	-7.0	发射点 r26	9.7	29.2	交叉口 c21	47.8	17.7
发射点 r2	9.2	22.5	发射点 r27	38.6	4.1	交叉口 c22	50.2	37.3
发射点 r3	39.3	-17.7	发射点 r28	-12.3	5.6	交叉口 c23	39.5	34.1
发射点 r4	92.7	-9.3	发射点 r29	-3.2	10.3	交叉口 c24	62.0	23.8
发射点 r5	54.7	31.1	发射点 r30	33.1	18.3	交叉口 c25	50.4	58.1
发射点 r6	60.4	16.7	交叉口 c1	75.4	4.6	交叉口 c26	49.6	36.5
发射点 r7	73.5	26.6	交叉口 c2	50.0	24.3	交叉口 c27	65.7	53.2
发射点 r8	66.7	40.9	交叉口 c3	69.6	25.5	交叉口 c28	19.7	33.9
发射点 r9	46.5	1.9	交叉口 c4	39.8	0.8	交叉口 c29	28.9	-0.7
发射点 r10	72.2	19.1	交叉口 c5	30.0	4.5	交叉口 c30	6.5	31.2
发射点 r11	58.1	36.9	交叉口 c6	36.1	37.6	交叉口 c31	37.0	10.2
发射点 r12	44.0	16.5	交叉口 c7	14.3	32.2	交叉口 c32	45.6	16.3
发射点 r13	66.3	40.2	交叉口 c8	12.2	37.7	交叉口 c33	-0.5	28.3
发射点 r14	67.2	26.1	交叉口 c9	11.7	31.5	交叉口 c34	19.4	28.6
发射点 r15	54.1	61.2	交叉口 c10	29.6	35.1	交叉口 c35	18.2	34.3
发射点 r16	56.2	66.5	交叉口 c11	44.5	23.1	交叉口 c36	19.9	35.0
发射点 r17	25.7	45.4	交叉口 c12	86.5	2.9	交叉口 c37	5.8	10.9
发射点 r18	60.1	30.9	交叉口 c13	65.2	23.2	交叉口 c38	21.4	53.9

Table 4. Minimum cost augmenting chains found by the algorithm**表 4.** 算法求解过程中所找到的最小费增广链

	阶段 1	阶段 2	阶段 3	阶段 4	阶段 5	阶段 6	阶段 7	阶段 8	阶段 9
路径 1	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r9	仓库 d3	发射点 r20	仓库 d3	发射点 r12	'e'
路径 2	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r22	仓库 d1	发射点 r14	仓库 d1	发射点 r6	'e'
路径 3	's'	待机点 p2	仓库 d4	发射点 r2	仓库 d4	发射点 r17	仓库 d4	发射点 r26	'e'
路径 4	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r5	仓库 d1	发射点 r7	仓库 d1	发射点 r10	'e'
路径 5	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r21	仓库 d1	发射点 r13	仓库 d1	发射点 r8	'e'
路径 6	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r23	仓库 d3	发射点 r30	仓库 d3	发射点 r27	'e'
路径 7	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r19	仓库 d1	发射点 r11	仓库 d1	发射点 r18	'e'
路径 8	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r1	仓库 d4	发射点 r15	仓库 d4	发射点 r29	'e'
路径 9	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r24	仓库 d4	发射点 r16	仓库 d2	发射点 r4	'e'
路径 10	's'	待机点 p1	仓库 d3	发射点 r3	仓库 d4	发射点 r25	仓库 d4	发射点 r28	'e'

在上述路径中, 相邻两点插入原图中的最短路方案, 就可以得到发射车的火力打击行动方案。在这样的一个结果中, 待机点 p2 仅派出了一辆发射车, 而发射点 p1 派出了 9 辆发射车, 究其原因, 是因为 p2 点距离所有的仓库都比较远, 大大降低了使用效率。因此, 这样的计算结果, 对于评估待机点或者仓库的选址位置的优劣, 也是具有参考意义的。在计算机使用 Matlab 上实现以上算法, 计算的时间为 0.04 秒。

5. 结束语

本文研究了多回合整车装卸条件下的车辆调度问题。根据问题多阶段的特点, 建立了多阶段决策网络流模型。为了克服动态规划方法求解的非单调性, 提出了基于禁忌列表的 Bellman 方程, 用于满足物资需求点不重复的约束, 然后设计了基于禁忌列表的动态规划算法求解模型的最小费用流, 属于精确算法, 在收敛速度和优化效果方面都具有优势。

参考文献 (References)

- [1] Kumar, S.N. and Panneerselvam, R. (2012) A Survey on the Vehicle Routing Problem and Its Variants. *Intelligent Information Management*, **4**, 66-74.
- [2] Toth, P. and Vigo, D. (2014) *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*. Siam. <https://doi.org/10.1137/1.9781611973594>
- [3] Song, Z.H., et al. (2015) Algorithm for Distance Constrained Aerial Vehicle Routing Problem: Based on Minimum Spanning Tree and Genetic Computation. 2015 11th *International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS)*, IEEE. <https://doi.org/10.1109/CIS.2015.10>
- [4] Rivera, J.C., Afsar, H.M. and Prins, C. (2016) Mathematical Formulations and Exact Algorithm for the Multitrip Cumulative Capacitated Single-Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, **249**, 93-104. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.08.067>
- [5] Novoa, C. and Storer, R. (2009) An Approximate Dynamic Programming Approach for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands. *European Journal of Operational Research*, **196**, 509-515. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.03.023>
- [6] Bertsekas, D.P. (2014) *Abstract Dynamic Programming*. Tsinghua University Press, Beijing, 1-25.

期刊投稿者将享受如下服务：

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：orf@hanspub.org