

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э  
СПК 71 - 6

В.Д. Лонгинов, М.И. Попов

**ОШИБКИ ОТСЧЕТА  
БИПОЛЯРНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Серпухов 1971

Лонгинов В.Д., Попов М.И.

Ошибки отсчета биполярных измерительных систем. Серпухов, 1971.

14 стр. (ИФВЭ. 71-6).

Библиогр. 4.

В работе проводится анализ распределения ошибок по измерительному полю, возникающих при применении биполярной измерительной системы с дискретностью отсчета. Даются рекомендации по выбору параметров такой измерительной системы.

Препринт Института физики высоких энергий.  
Серпухов, 1971.

Longinov V.D., Popov M.I.

Counting Errors of Bipolar Measuring Systems. Serpukhov, 1971.

14 p. (~~ИФВЭ~~ 71-6).

Bibliogr. 4.

The paper presents the analysis of distribution of errors through the measuring field, that appear when a bipolar system with discrete count is used. Some recommendations on choosing parameters of such a measuring system are given.

Preprint. Institute of High Energy Physics.  
Serpukhov, 1971.

В.Д. Логгинов, М.И. Попов

**ОШИБКИ ОТСЧЕТА  
БИПОЛЯРНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Направлено в журнал "Автометрия"

M - 24

В разных областях физики высоких энергий в настоящее время требуются измерения координат следов на фотоэмульсиях. Пузырьковые и искровые камеры, многолучевые осциллографы дают большое количество снимков, требующих измерения с различной точностью. Среди приборов, применяемых для такой обработки, широкое распространение получили просмотрно-измерительные столы с биполярной измерительной системой<sup>/1,2/</sup>. Простота конструкции, легкость перемещения оператором измерительного элемента по всем направлениям обеспечивают хорошую надежность в эксплуатации и высокую производительность прибора.

Недостатком такой системы является увеличение максимальной ошибки, связанной с дискретностью отсчета, по сравнению с прямоугольной измерительной системой (см., например<sup>/3,4/</sup>). Однако во многих случаях при измерениях могут интересоваться не только максимальные ошибки, но и среднеквадратичные.

Известно, что среднеквадратичная ошибка, связанная с дискретностью отсчета, в случае прямоугольной системы измерений равна:

$$\sigma_{x,y} = \sigma_d = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h}{2},$$

а максимальная ошибка

$$\Delta_{x,y} = \Delta_d = \frac{h}{2}$$

здесь  $h$  — единица отсчета.

В случае биполярной системы измерения, координата каждой  $k$ -ой точки на плоскости определяется длинами двух радиусов  $r_{1k}$  и  $r_{2k}$  (рис. 1) с переходом из биполярной системы координат в прямоугольную через уравнения:

$$x_k = \frac{1}{2L} [(L + r_{1k} + r_{2k})(L + r_{1k} - r_{2k})(L - r_{1k} + r_{2k})(L - r_{1k} - r_{2k})]^{1/2},$$

$$y_k = \frac{1}{2L} [L^2 - r_{1k}^2 + r_{2k}^2].$$

Однако вследствие дискретности в отсчетах биполярных координат, одни и те же значения координат  $r_{1k}$ ,  $r_{2k}$  имеет целая совокупность точек, заполняющих площадку единичного отсчета. Эта площадка (рис. 1) имеет форму криволинейного четырехугольника со сторонами-дугами, расстояние между которыми равно единице отсчета  $h$ .

Так как обычно  $h \ll r_{1,2}$ , то образующие дуги площадки могут быть заменены касательными, а единичную площадку отсчета можно считать ромбом.

Вероятность оказаться в той или иной точке такого ромба подчинена равномерному закону распределения, однако при этом распределение ошибок в каждой из декартовых координат  $x$  и  $y$  описывается трапециевидальным законом (рис. 2).

Для этого распределения дисперсия ошибки определяется как

$$D = \int_{-a/2}^{a/2} \phi(\xi) \xi^2 d\xi = \frac{a^2 + b^2}{24}.$$

Отсюда среднеквадратичная ошибка:

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left( \frac{a^2 + b^2}{2} \right), \quad (1)$$

а максимальная —

$$\Delta = \frac{a}{2}. \quad (2)$$

Поскольку конфигурация площадки единичного отсчета различна для разных точек измерительного поля, то величина дисперсии меняется, меняются среднеквадратичная и максимальная ошибки и соотношение между ними.

Очевидно, для точек, симметричных относительно прямых  $x = 0$  и  $y = \frac{L}{2}$ , ошибки симметричны и соответственно равны, таким образом, для представления о всем поле ошибок, достаточно определить их для  $x > 0$ ,  $y > \frac{L}{2}$ .

Выразив величины  $a$  и  $b$  из (1) и (2) через  $x$  и  $y$ , нормированные на  $L$ , находим зависимость среднеквадратичных ошибок от положения точки на плоскости:

$$\sigma_x = \frac{h}{2\sqrt{3}} \left[ Y^2 + (Y-1)^2 \left( 1 + \frac{2Y^2}{X^2} \right) \right]^{1/2},$$

$$\sigma_y = \frac{h}{2\sqrt{3}} \left[ 2X^2 + Y^2 + (Y-1)^2 \right]^{1/2}.$$

Максимальные величины ошибок соответственно равны:

$$\Delta_x = \frac{h}{2} \left[ Y^2 + (Y-1)^2 \left( 1 + \frac{2Y^2}{X^2} \right) + \frac{2Y|Y-1|}{X^2} \sqrt{X^2 + Y^2} \sqrt{X^2 + (Y-1)^2} \right]^{1/2}$$

$$\Delta_y = \frac{h}{2} \left[ 2X^2 + Y^2 + (Y-1)^2 + 2 \sqrt{X^2 + Y^2} \sqrt{X^2 + (Y-1)^2} \right]^{1/2}.$$

Построенные по этим уравнениям графики ошибок с учетом симметричности картины относительно прямой  $Y = 0,5$  представлены на рис. 3, 4, 5, 6. Здесь  $X$  и  $Y$  отсчитываются в величинах  $L$ ,  $\sigma_{X,Y}$ ,  $\Delta_{X,Y}$  - в величинах  $h$ .

Можно видеть, что максимальные ошибки  $\Delta_{X,Y}$  всегда больше величины  $\Delta d = \frac{h}{2}$ .

Поведение среднеквадратичных ошибок носит более сложный характер. Измерительное поле можно разделить на зоны (рис. 7), в которых  $\sigma_X$  и  $\sigma_Y$  могут быть как меньше, так и больше обычной среднеквадратичной ошибки для прямоугольных систем. Однако не существует зоны, в которой одновременно  $\sigma_X$  и  $\sigma_Y$  были бы меньше  $\sigma_d$ . Окружность с диаметром, равным  $L$ , с центром в середине базы, является линией раздела, где среднеквадратичные ошибки  $\sigma_X$  и  $\sigma_Y$  равны  $\sigma_d$ . Прямые, проходящие через полюса перпендикулярно базе, являются границами, на которых  $\sigma_X$  также равны  $\sigma_d$ .

Удаление измерительного поля от полюсов может уменьшить ошибки по координате  $X$ , однако при этом увеличиваются ошибки по координате  $Y$ .

Приведенные графики позволяют найти удовлетворительный компромисс в каждом конкретном случае. Так, в случае измерения временных интервалов между вершинами импульсов, которые обычно при измерении многолучевых осциллограмм лежат для каждого луча в некоторой зоне шириной  $Y_1 - Y_2$ , ошибка определяется как

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\left| \int_{Y_1}^{Y_2} \sigma_X^2(X_1, Y) dY \right| + \left| \int_{Y_1}^{Y_2} \sigma_X^2(X_2, Y) dY \right|}{|Y_1 - Y_2|}},$$

где  $X_1$  и  $X_2$  - координаты концов измеряемого интервала, а  $\sigma_X(X_1, Y)$  и  $\sigma_X(X_2, Y)$  - ошибки в направлении  $X$ , взятые из рис. 3 для точек  $X_1$  и  $X_2$ .

## Л и т е р а т у р а

1. Г.Д.Жильченкова, Г.Д.Карлов, В.Д.Лонгинов, М.И.Попов, В.П.Буянов, А.П.Яблоков. Препринт ИФЭЭ 69-38, Серпухов, 1969.
2. M. Venot, G. Durupthy, P. Girand, I. Guillaume, L. Sohet, R. Zurbuchen. CERN 63-5, Geneva, 1963.
3. G. Peter, Davey, Premysl Mokry, Hermann Schneider, Herbert Ströbele. Preprint Institut für Hochenergiephysik, Heidelberg, 1966.
4. Л.Л.Лихтенбаум, В.И.Люлевич, В.А.Милешин, О.П.Федотов. Изд-во АН Армянской ССР, Физика 1, 386, 1966.

Рукопись поступила в издательскую группу  
19 января 1971 года.

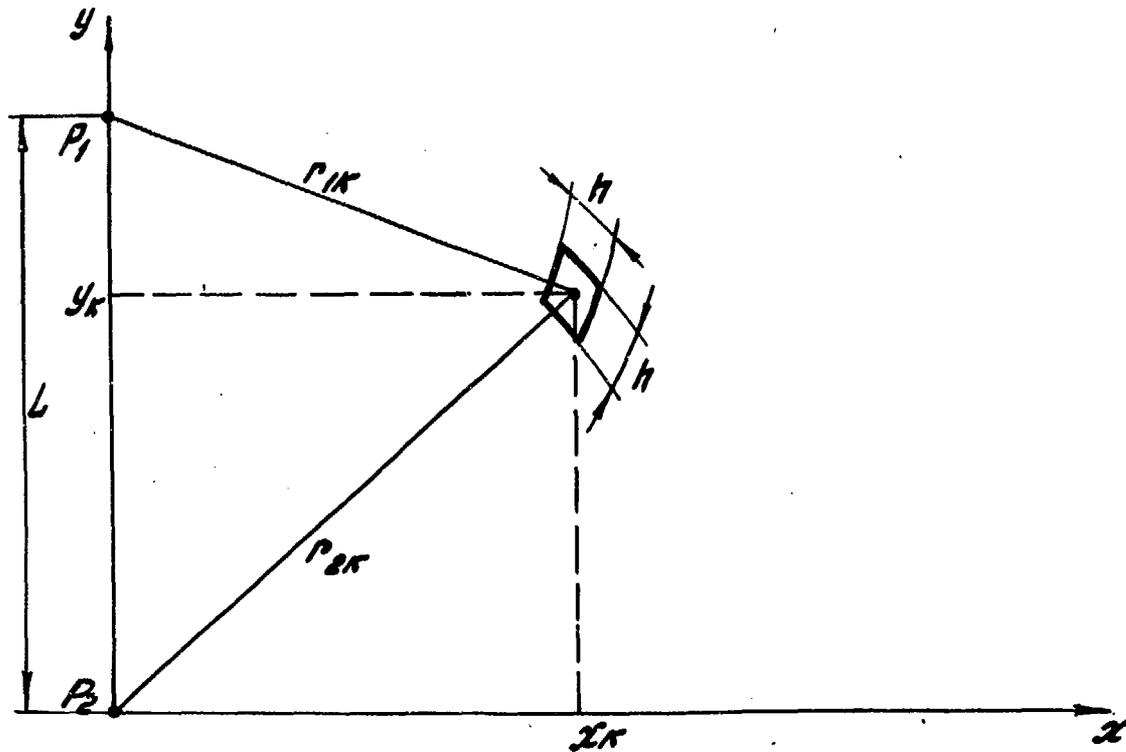


Рис. 1. Биполярная система координат.  $P_1, P_2$  - полюса,  $L$  - база,  $r_{1k}, r_{2k}$  - биполярные координаты,  $x_k, y_k$  - декартовы координаты.

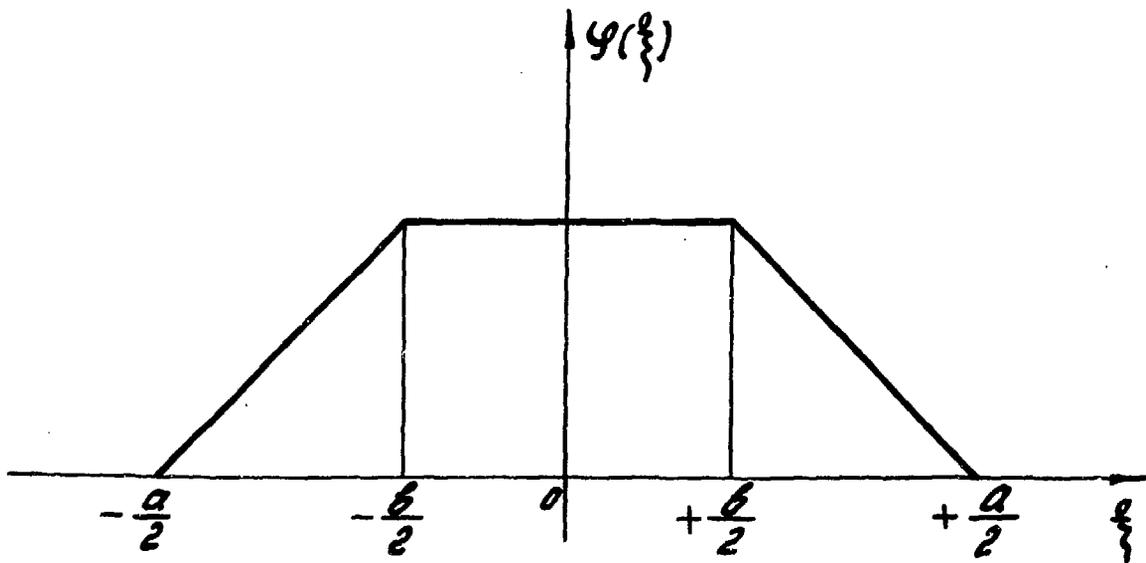


Рис. 2. Закон распределения, которому подчинены ошибки отсчета биполярной системы координат.

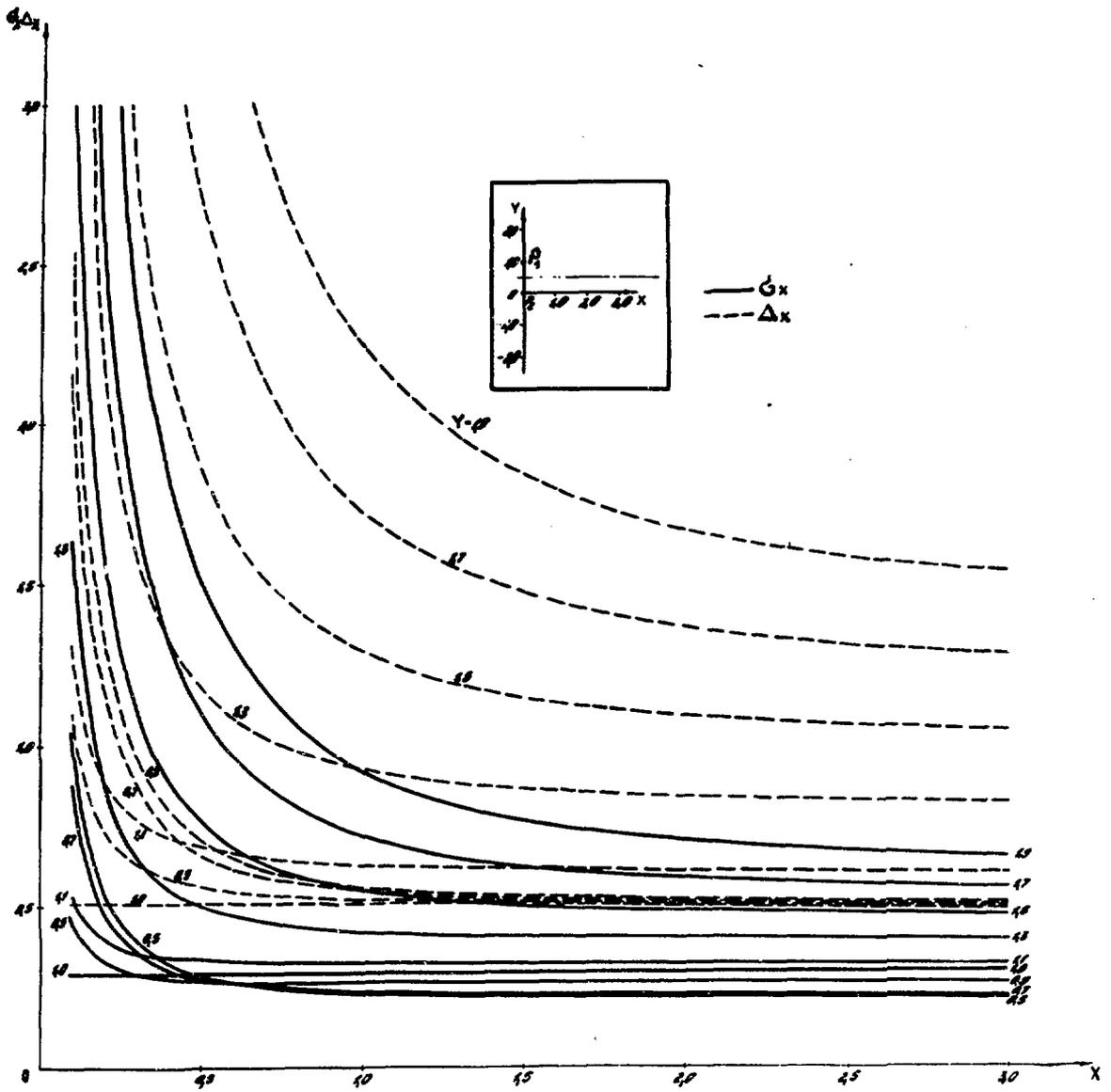


Рис. 3. Изменение ошибок в направлении оси  $X$  в зависимости от координаты  $X$ .

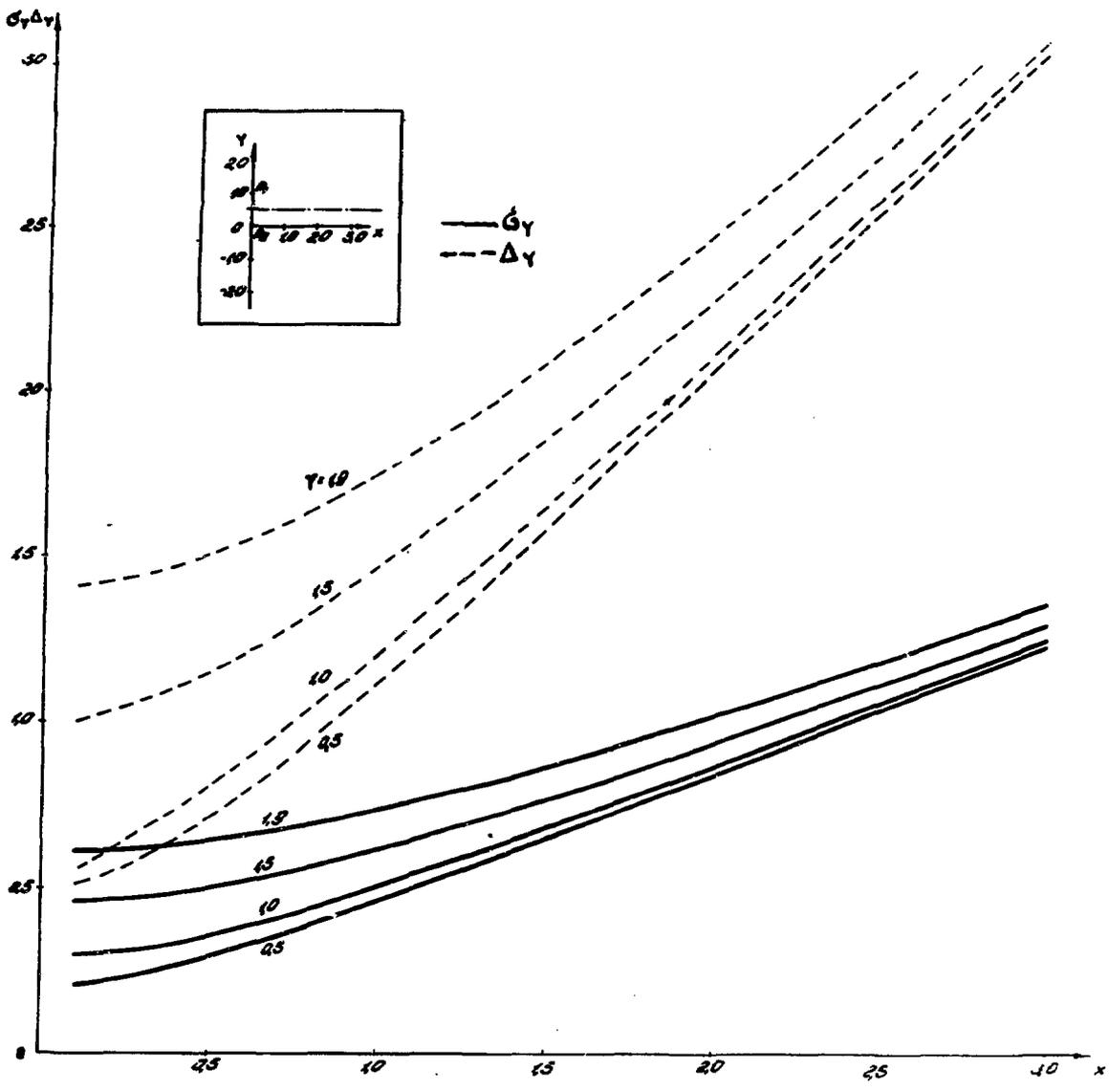


Рис. 4. Изменение ошибок в направлении оси  $Y$  в зависимости от координаты  $X$ .

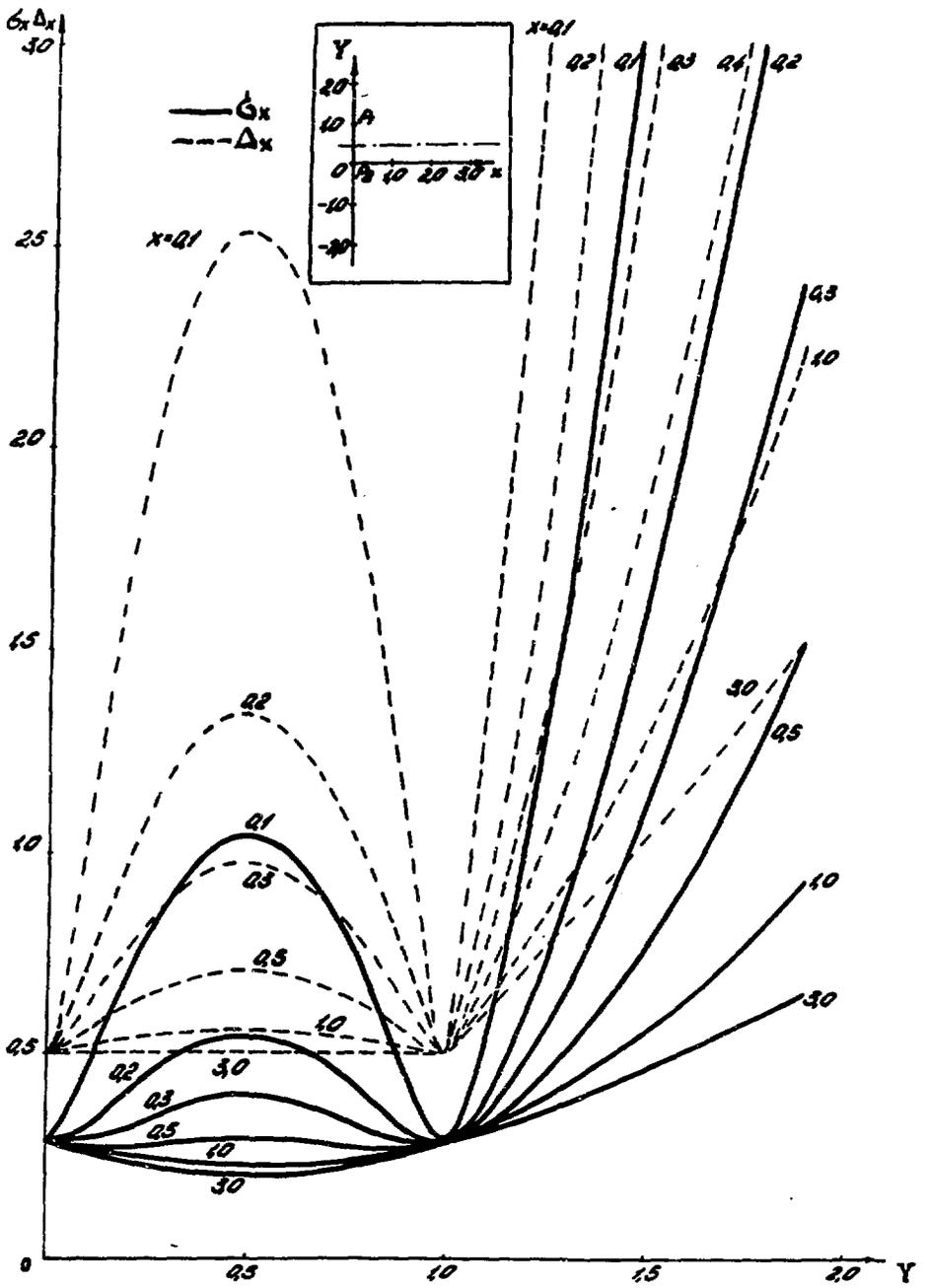


Рис. 5. Изменение ошибок в направлении оси X в зависимости от координаты Y.

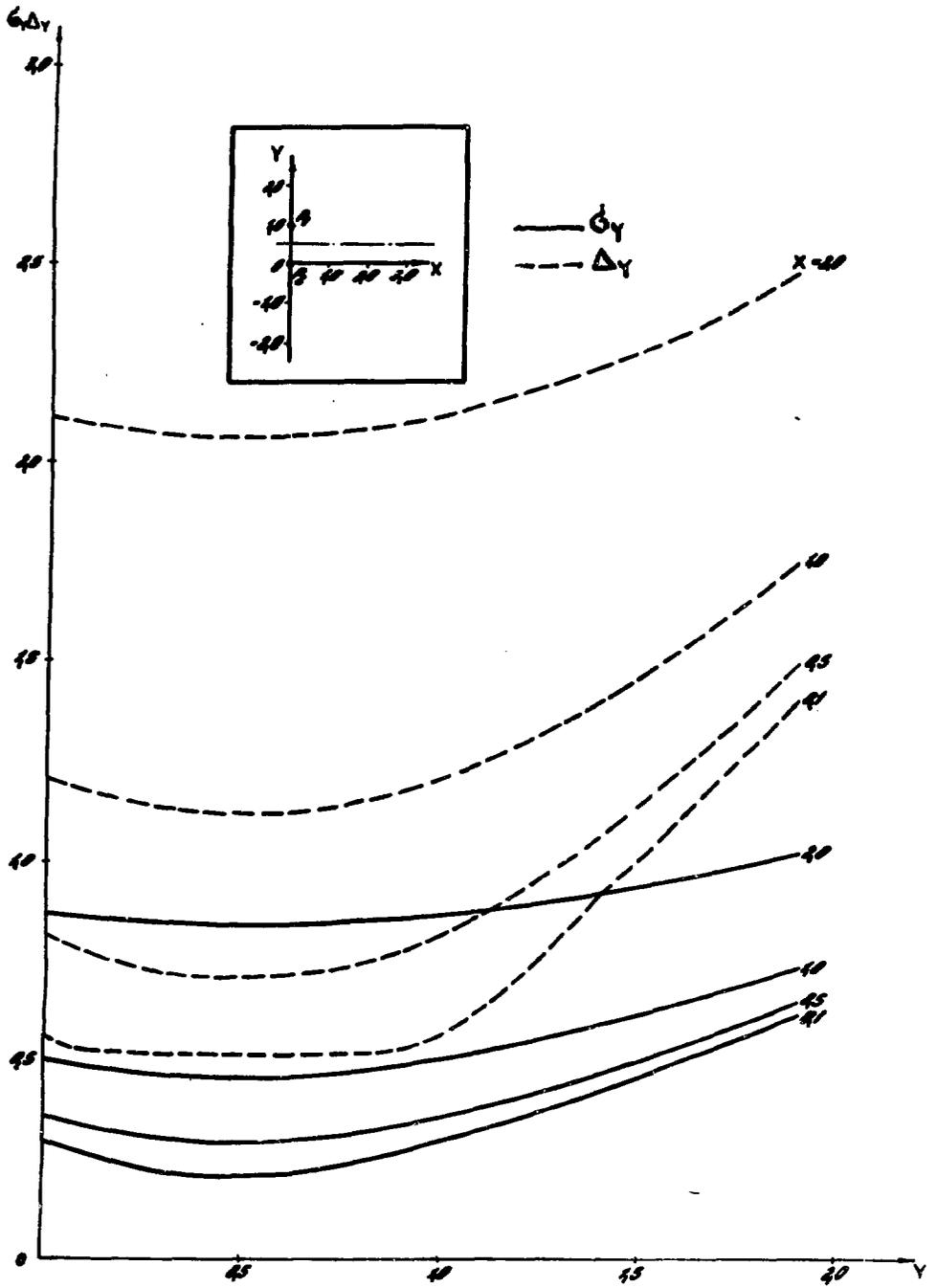


Рис. 6. Изменение ошибок в направлении оси  $Y$  в зависимости от координаты  $Y$ .

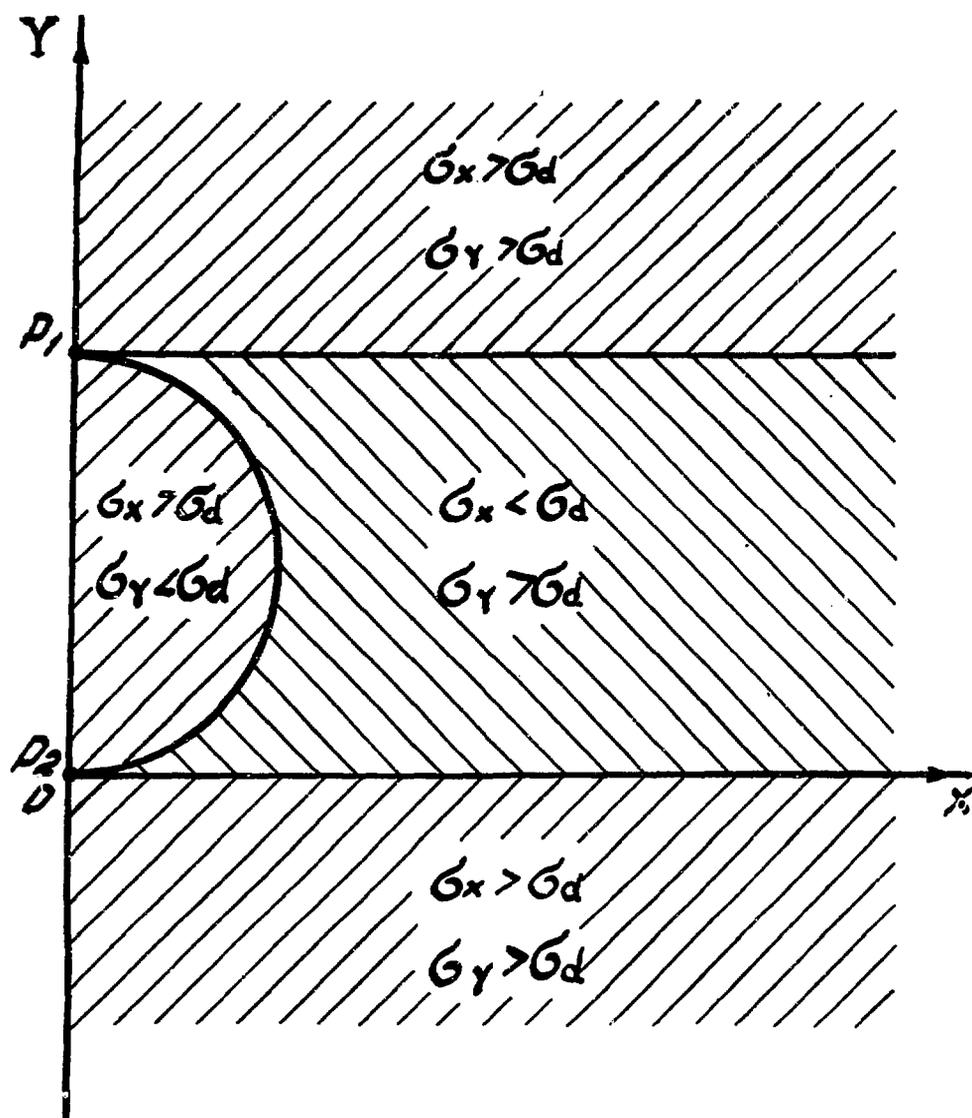


Рис. 7. Сравнение среднеквадратичных ошибок отсчета биполярной и декартовой систем координат.

