[redacted]

ФЭИ-252

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

*А. П. БУДНИК, Н. С. РАБОТНОВ*

# ПЛОТНОСТЬ ЯДЕРНЫХ УРОВНЕЙ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ КОЛЛЕКТИВНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЯМ

Обнинск — 1971

ФЭИ -252

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А.П. Будник, Н.С. Работнов

# ПЛОТНОСТЬ ЯДЕРНЫХ УРОВНЕЙ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ КОЛЛЕКТИВНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЯМ

Обнинск - 1971

Рассчитана плотность ядерных уровней, соответствующих коллективным возбуждениям типа поверхностных колебаний первых трех мультипольностей в зависимости от главного квантового числа и момента количества движения. Рассчитанная плотность примерно экспоненциально зависит от энергии. Зависимость от момента примерно та же, что и для одночастичной плотности. Результаты расчета обсуждаются в связи с возможностью существования коллективных возбужденных состояний во втором минимуме деформационного потенциала, проявляющихся в виде сильных делительных резонансов при подбарьерном делении.

## Введение.

Коллективные движения ядер, соответствующие динамическому изменению формы ядерной поверхности и её ориентации в пространстве являются важным типом возбуждения. Изучению их свойств посвящено большое количество работ. Чаще всего при этом используются методы феноменологической коллективной модели ядра, предложенной О.Бором и Моттельсоном [I,2] .

При рассмотрении коллективных возбуждений в подавляющем большинстве случаев ограничиваются низколежащими возбужденными состояниями с энергией $E \leqslant 1,5-2$ Мэв. Одно из немногочисленных исключений составляет ранняя работа Бете [3] , в которой оценивалась полная плотность уровней, соответствующих поверхностным колебаниям, при более высоких энергиях возбуждения.

В последнее время появились экспериментальные данные [4-7] , указывающие на то, что состояния коллективной природы могут играть заметную роль при энергиях возбуждения, близких к энергии связи нейтрона и к порогу деления тяжелых ядер. Их существование проявляется в резонансном увеличении вероятности деления при энергиях, соответствующих коллективным уровням в первом или втором минимуме деформационного потенциала. Расстояние между этими "делительными резонансами" весьма сильно меняется от ядра к ядру - от нескольких сот кэв до сотен эв [4-7] . Возникает необходимость оценить плотность коллективных уровней при энергиях возбуждения порядка 5-7 Мэв. Попытка произвести такую оценку и предпринята в настоящей работе.

## Постановка задачи.

Для описания коллективных возбуждений в ядрах со времени появления работ Бора и Моттельсона [I,2] . используются коллективные переменные $\alpha_{\lambda\mu}$ . Они представляют собой коэффициенты в разложении функции, описывающей форму поверхности ядра в лабораторной системе координат, по сферическим гармоникам

$$R(\theta,\varphi) = R_0\Big(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y^*_{\lambda\mu}(\theta,\varphi)\Big). \qquad (1)$$

Здесь $R_0$ - радиус равновеликой сферы. При рассмотрении малых колебаний ядра около равновесной сферической формы классическое выражение для энергии записывается в виде

$$E_{кол} = \frac{1}{2}\sum_{\lambda,\mu}\Big\{B_\lambda |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2 + C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2\Big\} \qquad (2)$$

,что соответствует гамильтониану

$$\hat{H}_{кол} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \left\{ B_\lambda^{-1} |\pi_{\lambda\mu}|^2 + C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right\} . \qquad (3)$$

Здесь $B_\lambda$ и $C_\lambda$ - соответственно массовый коэффициент и упругая постоянная для колебаний мультипольности $\lambda$ , $\pi_{\lambda\mu}$ и $\alpha_{\lambda\mu}$ - операторы обобщенного импульса и обобщенной координаты. Вместо координатного представления, однако, удобно перейти к представлению чисел заполнения. При этом операторы рождения и уничтожения $b^+_{\lambda\mu}$ и $b_{\lambda\mu}$ определяются соотношениями

$$\alpha_{\lambda\mu} = \left( \frac{\hbar}{2B_\lambda \omega_\lambda} \right)^{1/2} \left[ b_{\lambda\mu} + (-1)^\mu b^+_{\lambda-\mu} \right] \qquad (4)$$

$$\pi_{\lambda\mu} = i \left( \frac{1}{2} \hbar B_\lambda \omega_\lambda \right)^{1/2} \left[ b^+_{\lambda\mu} + (-1)^\mu b_{\lambda-\mu} \right]$$

,где $\omega_\lambda = \sqrt{\frac{C_\lambda}{B_\lambda}}$ . Операторы $b_{\lambda\mu}$ удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$\left[ b_{\lambda\mu}\; b^+_{\lambda'\mu'} \right] = \delta_{\lambda\lambda'} \; \delta_{\mu\mu'} \qquad (5)$$

,и с их введением гамильтониан (3) приобретает вид

$$\hat{H} = \sum \hbar\omega_\lambda \left( b^+_{\lambda\mu} b_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} \right) . \qquad (6)$$

Основному состоянию соответствует волновая функция

$$|0\rangle = 1 \qquad (7)$$

, а волновые функции возбужденных состояний получаются в результате воздействия на вакуумную функцию (7) однородных полиномов по операторам $b^+_{\lambda\mu}$ . Эти полиномы должны обладать определенными трансформационными свойствами по отношению к преобразованиям, входящим в группу вращений трехмерного пространства O(3), т.е. быть сферическими тензорами, соответствующими определенному значению момента количества движения $L$ и его проекции на фиксированную в пространстве ось M.

Максимальная мультипольность колебаний ограничивается, в принципе, требованием, чтобы длина соответствующих "поверхностных волн" была больше среднего межнуклонного расстояния в ядрах. Это приводит к значениям $\lambda_{max} \approx 5-6$ [I]. Мы ограничиваемся в настоящей работе рассмотрением колебаний с

$\lambda$ =2,3,4, поскольку все до сих пор обнаруженные физические эффекты удавалось интерпретировать с помощью мультипольностей этих трех низших порядков /дипольный член с $\lambda$ =I соответствует смещению центра тяжести и поэтому нами не учитывается/.

Таким образом при заданных значениях $\lambda$ задача сводится к подсчету полного числа колебательных состояний с заданными моментом и четностью, попадающих в определенный энергетический интервал.

Метод расчета.

Как известно /см., например, 8 /, тензоры в пространстве размерности $n$, имеющие определенную симметрию относительно перестановок переменных, образуют базис неприводимого представления общей линейной группы преобразований этого пространства $GL(n)$. Характер симметрии представления задается схемой Юнга $[\nu_1, \nu_2 \ldots, \nu_{n-1}, \nu_n]$, где $\nu_i$ -число элементов $i$ -ой строки схемы. Тензоры, образующие представление, симметричны относительно перестановок переменных, соответствующих элементам определенной строки. Поскольку мы рассматриваем бозонные возбуждения, то из всех возможных представлений нам следует рассматривать только полностью симметричные, которым соответствуют схемы Юнга типа $[\nu_1, 0, 0 \ldots 0, 0]$. При этом необходимо раскладывать полностью симметричные представления групп $SU(2\lambda+1)$ /размерность пространства деформаций мультипольности $\lambda$ равна $2\lambda+1$ / по подгруппам, изоморфным группе вращений трехмерного пространства, выделяя таким образом состояния с определенным значением момента. Для этого можно воспользоваться методом, предложенным Рака, который мы изложим на примере группы $SU(5)$ /см. 9 /.

Будем формально записывать представления группы $GL(n)$ как представления группы $SU(n)$. Они при этом остаются неприводимыми, но тогда представление $[\nu_1, \nu_2 \ldots \nu_{n-1}, \nu_n]$ эквивалентно представлению $[\nu_1-\nu_n, \nu_2-\nu_n, \ldots, 0]$. Обозначим через $F[A; L]$ кратность, с которой представление трехмерной группы вращений $\mathcal{D}^L$ встречается в представлении группы $SU(5)$, обозначенном символом A. Запишем следующую цепочку прямых произведений представлений

$$[N,0,0,0,0] \otimes [1,0,0,0,0] = [N,1,0,0,0] \oplus [N+1,0,0,0,0] \quad (8)$$

$$[N-1,0,0,0,0] \otimes [1,1,0,0,0] = [N-1,1,1,0,0] \oplus [N,1,0,0,0] \quad (9)$$

$$[N-2,0,0,0,0] \otimes [1,1,1,0,0] = [N-2,1,1,1,0] \oplus [N-1,1,1,0,0] \quad (10)$$

$$[N-3,0,0,0,0] \otimes [1,1,1,1,0] = [N-3,1,1,1,1] \oplus [N-2,1,1,1,0] \quad (11)$$

В силу отмеченного выше свойства $[N-3,1,1,1,1]$ эквивалентно $[N-4,0,0,0,0]$ , поэтому последнее равенство можно представить в виде

$$[N-3,0,0,0,0]\otimes[1,1,1,1,0]=[N-4,0,0,0,0]\oplus[N-2,1,1,1,0] \quad (12)$$

Отсюда, записывая кратности для представлений, получаем с помощью соотношений (8–10) и (12) следующее рекуррентное соотношение

$$F([N+1],L)=F([N]\otimes[1],L)-F([N-1]\otimes[1^2],L)+$$
$$+F([N-2]\otimes[1^3],L)-F([N-3]\otimes[1^4],L)+F([N-4],L) \quad (13)$$

,где

$$F([N]\otimes[1^{\tau}],L)=\sum_{L',L''}F([N],L')\cdot F([1^{\tau}],L'')\Delta(L,L',L'') \quad (14)$$

,а

$$\Delta(L,L',L'')=\begin{cases}1 & abs(L'-L'')\le L\le L'+L''\\ 0 & \text{в противном случае}\end{cases} \quad (15)$$

При этом учтено известное соотношение для представлений группы O(3):

$$\mathcal{D}^{L}\otimes\mathcal{D}^{L'}=\sum_{L''=abs(L'-L)}^{L+L'}\mathcal{D}^{L''} \quad (16)$$

Величины $F([1^{\tau}],L)$ легко найти, если учесть, что

$$F([1^{\tau}],L)=P(\tau,L)-P(\tau,L+1) \quad (17)$$

,где $P(\tau,L)$ равно числу различных способов, с помощью которых можно из $\tau$ различных чисел, изменяющихся от $-\lambda$ до $+\lambda$ , составить сумму, равную $L$ . Соотношения (13–15) и (17) с начальными условиями

$$\begin{cases}F([0],L)=\delta_{L0}\\ F([N],L)=0 \quad \text{при } N<0\end{cases} \quad (18)$$

позволяют найти любое $F([N],L))$ для группы $SU(2\lambda+1)$ другим способом эти величины были рассчитаны в работе [10] /до $\lambda=5$ и $\lambda\cdot N=60$ /. В нашем случае, когда мы считаем независимыми колебания трех мультипольностей $\lambda$ =2,3,4, волновые функции распадаются на три множителя, соответствующие колебаниям трех различных типов, причем кратности вырождения также перемножаются , и полная четность состояния получается как произведение четностей трех функций /для $\lambda = 2$ и 4 она всегда положительна, а для $\lambda = 3$ равна $(-1)^N$ /.

Тогда полное число уровней с моментом $L$ , попадающих в энергетический интервал от E до E+ E дается окончательным выражением

$$\rho(E, \Delta E, L) = \sum_{\substack{N_2, N_3, N_4 \\ L_2, L_3, L_4}} F_2(N_2, L_2) F(N_3, L_3) F(N_4, L_4) \Delta(L, L_2, L_3, L_4) \qquad (19)$$

,где суммирование распространяется на все значения $N_2, N_3, N_4$, удовлетворяющие неравенствам

$$E \leq \sum_{\lambda=2}^{4} N_\lambda \hbar\omega_\lambda \leq E + \Delta E \qquad (20)$$

,а допустимые комбинации моментов определяются отличными от нуля значениями символа $\Delta(L, L_2, L_3, L_4)$ , которые равны числу способов, с помощью которых можно связать $L_2, L_3, L_4$ в полный момент $L$ . Схема связи при этом безразлична. В выбранной нами схеме $L_2 L_3 L_4 L_{23} L$ :

$$\Delta(L, L_2, L_3, L_4) = \max(K, 0) \qquad (21)$$

,где

$$K = \min(L_2 + L_3, L + L_4) - \max(|L_2 - L_3|, |L - L_4|) + 1 \qquad (22)$$

Выражение (I9) с учетом (I3-I8) приводит к громоздким вычислениям, для реализации которых была составлена программа на машину М-220.

## Обсуждение результатов.

До рассмотрения конкретного примера следует обсудить предположения, положенные в основу расчета.

Первым и самым грубым из них является, казалось бы, выбор чрезмерно упрощенного гамильтониана, в котором никак не учитывается связь колебаний с внутренними возбуждениями и ангармонические эффекты. Рассматривать таким способом свойства индивидуальных уровней, разумеется, нельзя. Однако на интересующую нас характеристику - полное число уровней в энергетическом интервале, который содержит их много - эти приближения должны повлиять слабо. Учет любого взаимодействия при разумных значениях констант связи, когда еще имеет смысл говорить об исходных типах колебаний и их смешивании, лишь приводит к снятию вырождения, но не к изменению полного числа уровней, поэтому в нашем случае такое приближение, по-видимому, оправдано.

Более существенным является предположение о постоянстве частоты колебаний, о независимости её от энергии, которого мы придерживаемся. Однако, отказ от этого предположения не создает никаких принципиальных трудностей. Если удастся оценить зависимость массовых параметров и упругих постоянных от энергии, то результаты такой оценки очень просто учесть в описанных выше расчетах, внеся изменение в единственном месте - введя зависимость частот $\omega_\lambda$ от индексов $N_\lambda$ в неравенствах, определяющих пределы суммирования.

Целью настоящей работы является качественная оценка плотности коллективных состояний, которая позволила бы решить, достаточна ли эта плотность для объяснения небольшого расстояния между сильными делительными резонансами, если интерпертировать их как коллективные колебательные уровни /во второй или первой потенциальных ямах/?

В таблицах I и 2 приведены результаты расчета в простейшем предположении $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4$. В этом случае энергия любого уровня к; тна $\hbar\omega_2$, и мерой плотности является рост кратности вырождения в зависимости от главного квантового числа $N = N_2 + N_3 + N_4$. Эти результаты позволяют заключить, что вплоть до $N$ =10 плотность коллективных состояний примерно экспоненциально растет с увеличением энергии возбуждения, практически не зависит от четности состояния, при малых моментах $L$ примерно пропорциональна $2L+1$, причем эта зависимость ослабляется с ростом $L$. Для самых тяжелых ядер частоты, соответствующие коллективным колебаниям, наблюдающимся вблизи основного состояния, составляют примерно 0,5-0,8 Мэв, что согласно таблицам I и 2 соответствует энергии возбуждения $E$, примерно равной энергии связи нейтрона и соответствующей $N$ =10 средней плотности состояний с заданным моментом и четностью порядка десятка уровней на кэв. Полученная оценка показывает также, что плотность коллективных состояний уступает плотности одночастичных возбуждений, чего можно ожидать из самых общих соображений. Кроме того, говоря о плотности делительных резонансов, мы говорим, возможно лишь об уровнях с более сильной коллективной компонентой, четкое разделение высоковозбужденных состояний на коллективные и одночастичные невозможно, поэтому уже в самой постановке вопроса о сравнении плотностей уровней, соответствующих коллективным и внутренним возбуждениям, заключена значительная неопределенность.

## ЛИТЕРАТУРА


1. A. Bohr, Kong. Danske Vidensk. Selsk., Matt.-fys Medd 26, No 14 (1952). См. перевод П.С.Ф. N9 (1955)
2. A. Bohr, B. Mottelson, Kong. Danske. Vidensk. Selsk., Matt.-fys Medd 27, No 16 (1953). См. перевод П.С.Ф. N9 (1955)
3. Г.Бете, Физика ядра, ч.II. Гостехиздат /1948/, стр.44.
4. П.Е.Воротников, С.М.Дубровина, Г.Н.Отрощенко, В.А.Шигин, ЯФ, 5 (1967), 295.
5. A. Fubini, J. Blons, A. Michaudon, X. Raya, Phys. Rev. Lett 20, 1373 (1968)
6. E. Migneco, G. Theobald, Nucl. Phys. A 112, 663 (1968).
7. C. D. James, E. R. Rae, Nucl. Phys. A 118, 313, (1968).
8. М.Хамермеш, Теория групп. Мир, Москва. 1966.
9. G. Racah, Rev. Mod. Phys., 21, 494 (1949)
10. H. Buttner, Zeitsh. f. Phys, 198, 494 (1967)

Таблица I.

Кратности вырождения в зависимости от главного квантового числа $N$ и момента количества движения $L$ для уровней положительной четности.

| $N \backslash L$ | 0 | I | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | I | - | - | - | - | - |
| I | - | - | I | - | I | - |
| 2 | 3 | - | 4 | I | 4 | I |
| 3 | 6 | I3 | II | II | I6 | I0 |
| 4 | 20 | I8 | 52 | 43 | 67 | 5I |
| 5 | 49 | 8I | I65 | I78 | 230 | 2I4 |
| 6 | I47 | 267 | 522 | 592 | 764 | 745 |
| 7 | 367 | 845 | I500 | I833 | 2280 | 2386 |
| 8 | 980 | 2357 | 4I23 | 5I60 | 6428 | 6897 |
| 9 | 2383 | 626I | I0595 | I3698 | I6896 | I8562 |
| I0 | 575I | I5485 | 26075 | 34095 | 42205 | 47258 |

То же для уровней отрицательной четности.

| $N \backslash L$ | 0 | I | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 2 | - | - | I | - | - |
| 2 | - | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | I | 8 | 8 | I4 | II | I2 |
| 4 | 7 | 29 | 38 | 53 | 53 | 57 |
| 5 | 23 | I02 | I39 | I95 | 203 | 227 |
| 6 | 9I | 3I5 | 463 | 633 | 704 | 777 |
| 7 | 269 | 93I | I393 | I906 | 2I7I | 2442 |
| 8 | 785 | 2597 | 39I8 | 5305 | 62I5 | 70I5 |
| 9 | 2059 | 6546 | I0246 | I3943 | I6532 | I885I |
| I0 | 5I73 | I6000 | 25452 | 3454I | 4I558 | 47625 |

Препринт ФЭИ-252. Т-08419 от 5.У.71 г. Заказ № I84. Тираж I20.
Объем 0,5 усл.печ.л. Отпечатано на ротапринте ФЭИ, июнь I97I г.
Цена 5 коп.