ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ
ГОС. КОМИТЕТА ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР

Удк 539.105

В.В.Владимирский, А.П.Гришин, Е.С.Николаевский,
В.Н.Петрухин.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ БАЛАНСА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ СПЕКТРОМЕТРА МАГИК-6

Москва, 1971 г.

№880

А Н Н О Т А Ц И Я

Основная схема программы - регуляризованная схема метода наименьших квадратов с учетом кинематических связей. Геометрические связи учитываются в неявном виде заданием дополнительных членов в функционале.

A b s t r a c t

The basic program scheme is a regulated one of the square minimisation method counting cinematic liasions. The geometric liasions are counted in a latent form by means of some additional terms in the functional.

Основная схема программы - регуляризованная схема метода наименьших квадратов с учетом связей [1]. Для работы этого метода необходимо задать вектор измеренных величин $\xi_i^0,\ i=1,\dots,I$, матрицу их ошибок H (размерами $I\times I$), начальные значения неизвестных $\eta_j,\ j=1,\dots,J$, вектор налагаемых связей $f_k(\xi,\eta),\ k=1,\dots,K$ и матрицы их производных по измеренным величинам f_ξ (размерами $K\times I$) и по неизвестным величинам f_η (размерами $K\times J$). Наилучшим решением задачи баланса кинематических переменных следует считать то, которое обращает в минимум функционал $\chi^2=\sum_{i_1,i_2=1,\dots,I} H^{-1}(i_1,i_2)(\xi_{i_1}-\xi_{i_1}^0)(\xi_{i_2}-\xi_{i_2}^0)=(\xi-\xi^0)^T H^{-1}(\xi-\xi^0)$ при условии выполнения всех налагаемых связей:

$$f_k(\xi,\eta)=0,\quad k=1,\dots,K.$$

После работы программ "Геометрия" и "Трек" для каждой частицы известны 5 параметров q_n, v_n, y_n, w_n, z_n, заданные в точке x_n, и блоки матрицы H^{-1}, определяющие ошибки этих параметров, заданные числами $\mathcal{X}_{1n}(x_n),\dots,\mathcal{X}_{9n}(x_n)$ [1]. Измеренные величины так или иначе должны быть функциями этих параметров, их матрица ошибок должна определяться ошибками параметров. После выбора гипотезы известны массы частиц и набор связей. Связи естественно делятся на кинематические (законы сохранения, массы вилок и нейтрали) и геометрические (пересечение треков в одной точке). Однако, при наличии систематических ошибок, связанных с неточным знанием оптических констант, принудительное сведение треков в одну точку может привести к ухудшению знания основных физических величин - импульсов и углов. Фактически при балансе нахождение координат вершины существенно лишь постольку, поскольку оно нужно для определения углов, т.к. импульс вдоль трека остается постоянным, а координаты прямо не входят в искомые физические величины. Кроме того, определение координат вершины может оказаться полезным для установления геометрической совместимости треков при отсеивании случайных пар треков, похожих на вилки и т.п. По этим причинам оптимальной будем считать следующую процедуру:

I) Приближенное определение вершины [3] и пересчет в вершину всех параметров, включая матрицу ошибок.

2) Баланс параметров в вершине, при котором варьируются все параметры, включая абсциссу вершины, но матрица ошибок остается неизменной. Геометрические связи при этом учитываются в неявном виде заданием дополнительного члена в функционале.

Изменение параметров вдоль трека

Поскольку точка вершины заранее не известна, программа "Трек" вычисляет параметры и ошибки для какой-то заданной абсциссы x_n. При переходе к другой абсциссе остается неизменным импульс частицы и следовательно q_n (ионизационные потери не учитываются). Все остальные параметры и ошибки изменяются. Для пересчета величин v_n, y_n, w_n, z_n нужно использовать дифференциальные уравнения ([I], стр. 4,IO) или программу РК [I]. Для величин $\mathcal{X}_{ln}$ наиболее простой способ пересчета заключался бы в частичном повторении вычислений по программе "Трек" с использованием параметров, пересчитанных для новой абсциссы x_n^0, в качестве начального приближения. При этом достаточно провести одну итерацию по блоку ОТ. Однако, такой способ вычисления требует слишком много машинного времени и скорее может служить для проверки, чем для повседневных расчетов. Более экономно проводить пересчет элементов матрицы ошибок по формулам, вытекающим из определения этих величин ([1], стр.14):

$$\varkappa_1^0 = \varkappa_1 + b^2\varkappa_3 + c^2\varkappa_6 - 2b\varkappa_2 - 2c\varkappa_4 + 2bc\varkappa_5$$
$$\varkappa_2^0 = \varkappa_2 - b\,\varkappa_3 - c\,\varkappa_5 - a\varkappa_4$$
$$\varkappa_3^0 = \varkappa_3 - 2a\varkappa_5 + a^2\varkappa_6$$
$$\varkappa_4^0 = \varkappa_4 - b\,\varkappa_5 - c\,\varkappa_6$$
$$\varkappa_5^0 = \varkappa_5 - a\,\varkappa_6$$
$$\varkappa_6^0 = \varkappa_6$$
$$\varkappa_7^0 = \varkappa_7 - 2a\varkappa_8 + a^2\varkappa_9$$
$$\varkappa_8^0 = \varkappa_8 - a\,\varkappa_9$$
$$\varkappa_9^0 = \varkappa_9$$

Здесь обозначено

$$a = x_n^0 - x_n\,,\quad b = \frac{1}{q_n}\left(\frac{v_n^0}{u_n^0} - \frac{v_n}{u_n}\right),\quad c = \frac{1}{q_n}\left(y_n^0 - y_n - \frac{v_n^0}{u_n^0}\,a\right)$$

Величины $\varkappa_\ell^0 \equiv \varkappa_{\ell n}^0,\ \ell = 1,\dots,9$ относятся к точке x_n^0, y_n^0, z_n^0, величины $\varkappa_\ell \equiv \varkappa_{\ell n}$ – к точке x_n, y_n, z_n.

Баланс в случае одной вилки

Рассмотрим процесс образования двух нейтральных частиц $1+2 \to 7+t$ с последующим распадом одной из этих частиц на две заряженные: $7 \to 3+4$.

Пусть для определенности положительно заряжены неподвижная в лабораторной системе частица I (обычно протон) и вторичная частица 3, отрицательно заряжены налетающая частица 2 и вторичная частица 4. Соответственно группируем исходные данные. Можно рассмотреть ряд гипотез, из которых упомянем несколько гипотез, пригодных для баланса:

$$\begin{array}{llllll}
\pi^- p \to K_1^\circ & (\Lambda^\circ) & K^- p \to K_1^\circ & (n) & \bar{p} p \to K_1^\circ & (K_2^\circ) \\
K_1^\circ & (\Sigma^\circ) & \Lambda^\circ & (\pi^\circ) & \Lambda^\circ & (\bar{\Lambda}^\circ) \\
\Lambda^\circ & (K_2^\circ) & & & \bar{\Lambda}^\circ & (\Lambda^\circ) \\
K_1^\circ & (K_2^\circ n) & & & &
\end{array}$$

В скобках здесь стоит t - нейтральная частица или группа частиц, продукты распада которой в спектрометре не обнаруживаются. Вне скобок справа от стрелки - нейтральная частица τ, распадающаяся на две заряженные частицы: $K_1^\circ \to \pi^+\pi^-$, $\Lambda^\circ \to p\pi^-$, $\bar{\Lambda}^\circ \to \pi^+\bar{p}$. Первая кинематическая связь - масса вилки:

$$f_1 \equiv [P_3(x) + P_4(x)]^2 - m_\tau^2$$

4- импульсы $P_3(x)$ и $P_4(x)$ зависят от вершины $x = x_3 = x_4$ лишь через посредство направляющих косинусов $v_3(x), v_4(x), w_3(x)$ и $w_4(x)$.

Вторая кинематическая связь - масса нейтрали t /в случае гипотезы $\pi^- p \to K_1^\circ (K_2^\circ n)$ эта связь отсутствует/:

$$f_2 \equiv [P_1 + P_2 - P_3(x) - P_4(x)]^2 - m_t^2$$

Вторая связь связана с вершиной также лишь через посредство параметров $v_3(x), v_4(x), w_3(x)$ и $w_4(x)$. Поэтому имеет смысл вместо переменных $v_3(x^\circ), v_4(x^\circ), w_3(x^\circ)$ и $w_4(x^\circ)$ $(x^\circ = x_3^\circ = x_4^\circ)$ принять за независимые переменные параметры $v_3(x), v_4(x), w_3(x)$ и $w_4(x)$, пересчитанные в сбалансированную вершину. Именно эти величины и являются физическим результатом баланса.

Обратный пересчет направляющих косинусов для подстановки в χ^2 /и, стало быть, для получения матрицы ошибок новых переменных/ можно выполнить по приближенным формулам, следующим из уравнений траектории:

$$V_n(x^0) = V_n(x) - q_n\left(\frac{W_n}{U_n}H_x - H_z\right)(x - x^0)$$
$$W_n(x^0) = W_n(x) - q_n\left(H_y - \frac{V_n}{U_n}H_x\right)(x - x^0)$$

Поле можно вычислять в точке x^0, существенен только член, пропорциональный H_z.

Окончательно в баланс войдут 10 параметров: параметры налетающей частицы q_2, V_2 и W_2 и параметры частиц 3 и 4, отнесенные к балансируемой вершине x: $q_3, V_3, W_3, q_4, V_4, W_4, X$. Матрица ошибок H^{-1} разбивается на два блока, которые можно обращать отдельно: ошибки параметров пучка (матрица 3-го порядка) и ошибки параметров частиц 3 и 4 (матрица 7-го порядка).

Эта последняя матрица имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix}
\varkappa_{13} & \varkappa_{23} & & & & & \varkappa_{q_3 x} \\
\varkappa_{23} & \varkappa_{33} & & & & & \varkappa_{V_3 x} \\
& & \varkappa_{73} & & & & \varkappa_{W_3 x} \\
& & & \varkappa_{14} & \varkappa_{24} & & \varkappa_{q_4 x} \\
& & & \varkappa_{24} & \varkappa_{34} & & \varkappa_{V_4 x} \\
& & & & & \varkappa_{74} & \varkappa_{W_4 x} \\
\varkappa_{q_3 x} & \varkappa_{V_3 x} & \varkappa_{W_3 x} & \varkappa_{q_4 x} & \varkappa_{V_4 x} & \varkappa_{W_4 x} & \varkappa_{xx}
\end{pmatrix}$$

Величины $\varkappa_{in}$ здесь берутся в точке x^0. Величина $\varkappa_{xx} = \varkappa^0_{xx} + \varkappa^1_{xx}$, где $\varkappa^0_{xx}$ получается при приближенном определении вершины.

$$\varkappa^0_{xx} = \tfrac{1}{2}\mathcal{D}''(x^0) = 6a^2x^{02} + 6abx^0 + b^2 + 2ac + d^2$$

Все остальные элементы матрицы и величина $\varkappa'_{xx}$ получаются из-за пересчета направляющих косинусов.

$$\varkappa_{q_3 x} = -\varkappa_{23}\, q_3^0 \left(\frac{W_3^0}{U_3^0} H_x - H_z\right)$$
$$\varkappa_{V_3 x} = -\varkappa_{33}\, q_3^0 \left(\frac{W_3^0}{U_3^0} H_x - H_z\right)$$
$$\varkappa_{W_3 x} = -\varkappa_{73}\, q_3^0 \left(H_y - \frac{V_3^0}{U_3^0} H_x\right)$$
$$\varkappa_{q_4 x} = -\varkappa_{24}\, q_4^0 \left(\frac{W_4^0}{U_4^0} H_x - H_z\right)$$
$$\varkappa_{V_4 x} = -\varkappa_{34}\, q_4^0 \left(\frac{W_4^0}{U_4^0} H_x - H_z\right)$$
$$\varkappa_{W_4 x} = -\varkappa_{74}\, q_4^0 \left(H_y - \frac{V_4^0}{U_4^0} H_x\right)$$
$$\varkappa'_{xx} = \varkappa_{33} q_3^{02}\left(\frac{W_3^0}{U_3^0} H_x - H_z\right)^2 + \varkappa_{73} q_3^{02}\left(H_y - \frac{V_3^0}{U_3^0} H_x\right) + \varkappa_{34} q_4^{02}\left(\frac{W_4^0}{U_4^0} H_x - H_z\right)^2 + \varkappa_{74} q_4^{02}\left(H_y - \frac{V_4^0}{U_4^0} H_x\right)^2$$

Нуликом наверху отмечены измеренные значения параметрсв.

Если при предварительном определении найдены две вершины, то перебор гипотез производится сначала для одной из них, потом для другой. В зависимости от результатов минимизации можно для сокращения времени опускать некоторые гипотезы.

Изменения в случае двух вилок

Теперь рассматривается процесс I+2→$\tau+s+t$, τ, s, t-нейтрали, и распады $\tau \to$ 3+4 , $s \to$ 5+6. Для определенности считаем, что частицы 1, 3 и 5 несут положительный, а 2,4 и 6 – отрицательный заряд. Теперь получается неоднозначность: сгруппировать частицы по вилкам можно двумя способами. Да еще для каждой вилки могут получиться две вершины, т.е. для двух вилок могут получиться четыре вершины. Если реакция идет с рождением и распадом Σ^0 /например, $\pi^- p \to K_1^0 \Sigma^0$, $\Sigma^0 \to \Lambda^0 (\gamma)$/, то известна еще одна масса: задан $(P_s + P_t)^2$, поэтому небезразлично, какие частицы относить к вилке τ , а какие – к вилке s , и неоднозначность еще увеличивается.

С помощью предварительного определения вершин большая часть неоднозначности ликвидируется. Однако, и для уже приблизительно определенных вершин все еще приходится перебирать немало гипотез. Имеет смысл проверять до начала минимизации, проходят ли прямолинейные треки τ и s близко друг от друга в районе мишени. Если нет, то пускать в минимизацию соответствующие вершины не следует /это свойство не зависит от гипотезы/.

Возможные гипотезы делятся на три группы. К первой группе относятся гипотезы с двумя вилками без нейтральной частицы. В этом случае в баланс входит 6 связей. Первые четыре имеют вид $P_t = 0$, остальные две - вид f_1 из предыдущего раздела и совершенно аналогичный вид

$$f_6 \equiv \left[P_5(\bar{x}) + P_6(\bar{x})\right]^2 - m_5^2 , \quad \bar{x} = x_5 = x_6 .$$

Примерами таких гипотез могут быть:

$$\pi^- p \to K_1^0 \Lambda^0 , \quad \pi^- p \to \Lambda^0 K_1^0 , \quad \bar{p} p \to K_1^0 K_1^0 ,$$

частицы здесь расположены в порядке 2,1, τ, s.

Вторая группа гипотез - две вилки и нейтраль, три связи: f_1 из предыдущего раздела, f_6 из этого раздела и $\left[P_1 + P_2 - P_3(x) - P_4(x) - P_5(\bar{x}) - P_6(\bar{x})\right]^2 - m_t^2$. Примеры таких гипотез /частицы в порядке 2,1, τ, s, t /:

$$\begin{array}{llll} \pi^- p \to & K_1^0 K_1^0 \ (n) & \qquad \bar{p} p \to & K_1^0 K_1^0 \ (\pi^0) \\ & K_1^0 \Lambda^0 \ (\pi^0) & & \\ & \Lambda^0 K_1^0 \ (\pi^0) & & \end{array}$$

Если m_t получается малой, а одна из вилок есть Λ°, то можно проверить гипотезу с наличием Σ°. Если Λ° есть ξ, то добавочная связь имеет вид f_2 из предыдущего раздела с заменой m_t на m_{Σ°. Если же Λ° есть τ, то в f_2 надо еще заменить $P_3(x)$ и $P_4(x)$ на $P_5(\bar{x})$ и $P_6(\bar{x})$. Нейтраль t в этом случае есть γ, $m_t = 0$.

Окончательно в баланс войдут 17 параметров: 3 параметра налетающей частицы и по 7 параметров, относящихся к вилкам τ и ξ. Матрица H^{-1} состоит из двух блоков 7-го порядка и блока 3-го порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В.Владимирский. Программа трек. Препринт ИТЭФ № 793, 1970.

Работа поступила
в печать 31/III-71 г.

Цена 4 коп.

Т-12621
ИТЭФ Заказ 8005 М-16 Тираж 150
Отв. за выпуск Николаевский