

JEN:  
11013  
NSA

PROGRAMMES DE CALCUL ELASTOPLASTIQUE  
DE STRUCTURES

EN USAGE AU COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

par S.GOLDSTEIN-A.HOFFMANN

Commissariat à l'Energie Atomique  
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs  
Service des Etudes Mécaniques et Thermiques  
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay  
BP n°2 - 91190 Gif sur Yvette

---

~~COMMUNICATION PRESENTÉE AU~~

"CONGRES FRANCAIS DE MECANIQUE "

Poitiers-17.20 Septembre 1973

## I-INTRODUCTION

Le système de codes développé au Service des Etudes Mécaniques et Thermiques de Saclay a pour objectif principal de répondre aux besoins des différents groupes d'étude de réacteurs nucléaires. Trois types de réacteurs sont actuellement à l'étude :

- les réacteurs à haute température (modérés au graphite et refroidis à l'hélium)
- les réacteurs à eau légère
- les réacteurs à neutrons rapides (refroidis au sodium liquide)

Ces réacteurs de conceptions différentes peuvent être étudiés avec les mêmes outils de calcul.

En effet, la plupart des constituants du coeur ont des formes simples et peuvent être traités en géométrie bidimensionnelle. De plus, d'un type à l'autre, les effets du rayonnement sont formellement identiques. Par ailleurs, les problèmes d'ingénierie classique peuvent être traités avec un modèle de coque mince tridimensionnelle. Dans tous les cas, les études comportent non seulement le régime nominal de fonctionnement, mais également la prévision des conséquences des accidents.

Nous présentons dans ce document deux codes basés sur la méthode des éléments finis : PASTEL (bidimensionnel) et TRICO (coques tridimensionnelles). Les principales caractéristiques de ces codes sont décrites aux paragraphes II et III. Deux points particuliers sont ensuite détaillés : la méthode itérative en plasticité dans PASTEL (§ IV) et le modèle de plasticité pour les coques utilisé dans TRICO (§ V). Nous donnons enfin au § VI quelques exemples d'application.

## II-DESCRIPTION SOMMAIRE DE PASTEL

PASTEL calcule l'évolution des contraintes et des déformations dans un solide en présence de plasticité, de fluage et de variation de volume induite par l'irradiation . Le solide est constitué par la juxtaposition de matériaux différents. Chaque matériau peut au besoin être caractérisé par un grand nombre de données physiques. PASTEL a une structure de code d'évolution, toutes les données de chargement peuvent dépendre du temps. L'évolution est lente ou rapide selon que l'on néglige ou pas les forces d'inertie. Dans ce dernier cas ,l'équation  $M\ddot{X} + KX = F(t)$  ou X est le vecteur déplacement, est résolue pas à pas .

### II-1 -Géométrie

Le solide est décrit dans une géométrie à deux dimensions plane (XY) ou de révolution (RZ). En géométrie plane, le calcul peut être fait en approximation contrainte plane, déformation plane généralisée ou les deux simultanément.

On dispose de deux types de noeuds pour mailler le solide :

- noeud à deux degrés de liberté (deux déplacements) pour les structures massives et les coques et poutres sans flexion
- noeud à trois degrés de liberté (deux déplacements et une rotation) pour les coques minces de révolution.

### II-2 Caractéristiques physiques des matériaux

Les matériaux constituant le solide sont au mieux caractérisés par les données physiques suivantes :

- Le réseau des courbes de traction en fonction de la température  $\sigma(\epsilon, T)$
- La loi de variation du module d'Young en fonction de la température de la dose  $E(T, d)$
- La loi de variation de volume en fonction de la dose et de la température  $\Delta V/V = f(T, d)$  . Cette corrélation est soit de type acier (réacteurs à neutrons rapides) soit de type graphite (contraction de Wigner dans les réacteurs à haute température).

- La loi de fluage  $\dot{\epsilon} = A(T) \sigma^{n(T)}$  où A et n sont des fonctions de la température
- L'anisotropie (en géométrie plane) des propriétés mécaniques, de la variation de volume et de la dilatation thermique. L'é-crouissage reste toutefois isotrope.
- Le coefficient de dilatation thermique (dépendant linéairement de la température) la masse spécifique et le coefficient de Poisson

### II-3 Evolution

Le chargement est donné par un certain nombre de points d'une table de temps  $t_0, \dots, t_i, \dots, t_N$  et est extrapolé linéairement à chaque temps élémentaire de calcul  $\theta_i$ . On distingue deux types d'évolution :

- une évolution lente où l'on néglige les inerties. Le chargement est supposé varier en escalier. Si besoin est, des itérations de fluage et de plasticité ont respectivement lieu dans les intervalles  $(\theta_i, \theta_{i+1})$  et aux temps  $\theta_i$ .
- une évolution rapide où l'on néglige les variations de volume et le fluage. L'équation  $M\ddot{X} + KX = F(t)$  est discrétisée en temps et résolue pas à pas

### III-DESCRIPTION SOMMAIRE DE TRICO

TRICO calcule des structures formées de coques minces et de poutres. Il effectue trois types de calcul :

- Des calculs de contrainte classiques en élastoplasticité
- Des calculs de valeurs propres pour déterminer les modes propres ainsi que le seuil de flambage
- Des calculs dynamiques soit par discrétisation de l'équation  $M\ddot{X} + B\dot{X} + KX = F(t)$  en élastoplasticité soit par projection sur les modes propres.

### III-1 Géométrie - Matériaux

Les éléments de coque sont des facettes triangulaires planes caractérisées par leur épaisseur, leur module d'Young  $\nu$  leur coefficient de Poisson  $E$ , leur coefficient de dilatation thermique  $\alpha$ , ainsi que leur courbe de traction ( indépendante de la température) . Les éléments de poutre sont caractérisés par leurs moments d'inertie de flexion et de torsion,  $E$ ,  $\alpha$  le module d'élasticité transversal ainsi qu'une courbe de traction.

Il y a six degrés de liberté par noeud ( trois rotations, trois déplacements). Par un artifice numérique, la rotation normale à une coque est annulée.

### III-2 Calcul de valeurs propres

TRICO effectue deux types de calcul de valeurs propres :

- la recherche des fréquences propres et modes propres de vibration, soit les valeurs de  $\omega_n^2$  telles que :

$$\det \left[ K - \omega_n^2 M \right] = 0$$

où  $M$  est la matrice masse

Cette recherche s'effectue par la méthode classique de la puissance. On peut soit rechercher la fréquence propre la plus proche d'une fréquence donnée, soit déterminer toutes les fréquences contenues dans une plage donnée.

- la recherche de la charge critique de flambage avec l'hypothèse des petits déplacements s'effectue également en recherchant la plus petite valeur de  $\lambda$  telle que :

$$\det \left[ K + \lambda K_\sigma \right] = 0$$

où  $K$  est la matrice de rigidité et  $K_\sigma$  la matrice de flambage ne dépendant que de l'état des contraintes.

### III-3 Calculs dynamiques

Aussi bien dans PASTEL que dans TRICO, l'algorithme des calculs dynamique-plastique est le suivant :

- . calcul élastique (par discrétisation dans le temps) de  $X(\theta_i+1)$  et  $\dot{X}(\theta_i+1)$  en fonction de  $X(\theta_i)$  et  $\dot{X}(\theta_i)$
- . calcul des écoulements plastiques relaxant les contraintes à déplacement imposé
- . calcul élastique de  $X(\theta_i+1)$  et  $\dot{X}(\theta_i+1)$  compte tenu des écoulements précédents ..

Le calcul s'arrête lorsque le champ de contraintes à  $\theta_i+1$  est plastiquement admissible. Avec la méthode itérative indiquée plus loin, la convergence des itérations est très rapide.

### IV- METHODE ITERATIVE UTILISEE DANS PASTEL

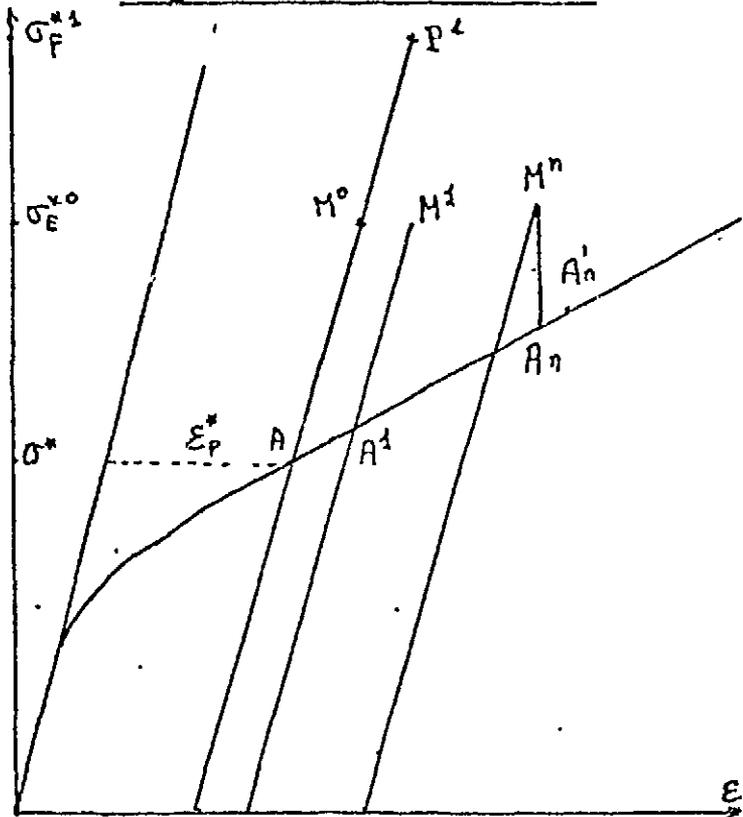
#### IV-1 Notations

$\underline{\sigma}$	tenseur des contraintes
$\sigma^* = f(\underline{\sigma})$	contrainte équivalente
$\underline{\epsilon}_p^*$	déformation équivalente plastique
$\underline{\epsilon} \quad \underline{\epsilon}_e \quad \underline{\epsilon}_T$	tenseurs des déformations totale, élastique et thermique
$\underline{\epsilon}_p$	tenseur des déformations plastiques
$\underline{D}$	matrice d'élasticité par élément
$\underline{B}$	matrice reliant le vecteur déplacement des sommets d'un élément ( soit $\vec{\delta}$ ) à la déformation totale de cet élément $\vec{\epsilon} = \underline{B} \cdot \vec{\delta}$ où $\vec{\epsilon} = (\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}, \epsilon_z)$
$\underline{K}$	matrice de rigidité
$\underline{F}_T, \underline{F}_p, \underline{F}^o$	forces aux noeuds ( thermique, plastique, extérieure)
$\frac{\delta f}{\delta(\underline{\sigma})}$	vecteur de composantes $\frac{\delta f}{\delta \sigma_x}, \frac{\delta f}{\delta \sigma_y}, \frac{\delta f}{\delta \sigma_{xy}}, \frac{\delta f}{\delta \sigma_z}$

$\sigma^* = \varphi(\varepsilon_p^*)$       courbe de traction  
 $R$       module d'érouissage       $h = \frac{d\sigma^*}{d\varepsilon_p^*} = \varphi'(\varepsilon_p^*)$   
 $X^0, X^1, \dots, X^n$       itérés successifs du champ de déplacements  
 $I$       matrice unité  
 $E$       module d'Young  
 $T$       température

$R$       matrice =
 
$$\begin{vmatrix}
 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\
 -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\
 0 & 0 & 3 & 0 \\
 -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1
 \end{vmatrix}$$

IV-2 Algorithme de calcul



Supposons qu'au temps  $t$  l'élément  $i$  du solide soit caractérisé par une déformation équivalente plastique  $\varepsilon_p^*$  et la contrainte équivalente  $\sigma^*$  (point A de la figure). Augmentons alors la charge et effectuons un calcul purement élastique. Le champ de contraintes ainsi obtenu  $\sigma_E^0$  est figuré par le point  $M^0$  ( $\sigma_E^0 = f(\sigma^*)$ )

Les méthodes itératives à matrice de rigidité constante peuvent en général se ramener à l'algorithme suivant :

\*\* Estimation d'un  $\Delta \varepsilon_p^{*0}$  et calcul du tenseur des déformations plastiques :

$$\Delta \varepsilon_p^0 = \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right)_0 \Delta \varepsilon_p^{*0}$$

\*\* Calcul des forces équivalentes aux noeuds :

$$\Delta F_p^0 = \int B^T D \Delta \varepsilon_p^0$$

\*\* Calcul des déplacements

$$X^1 = K^{-1} (F^0 + F_T + \bar{F}_p + \Delta F_p^0)$$

\*\* Calcul de la nouvelle contrainte élastique

$$\underline{\sigma}_E^1 = D (B X^1 - \underline{\varepsilon}_T - \underline{\varepsilon}_p - \Delta \varepsilon_p^0)$$

\*\* ....

Le calcul s'arrête lorsque le point  $M^n (\underline{\sigma}_E^{*n}, \underline{\varepsilon}_p^* + \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_p^{*i})$  est ramené sur la courbe de traction  $\underline{\sigma}^* = \varphi(\underline{\varepsilon}_p^*)$

Deux points n'ont pas été précisés dans l'algorithme précédent : le choix de  $\Delta \varepsilon_p^{*n}$  ainsi que les directions de l'écoulement définies par  $\left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right)_n$

Choix de  $\Delta \varepsilon_p^{*n}$   
-----

On peut calculer  $\Delta \varepsilon_p^{*n}$  en relaxant les contraintes dans chaque élément, à déplacement total  $X^n$  imposé, autrement dit en cherchant  $\underline{\sigma}^{*n}$  et  $\Delta \varepsilon_p^{*n}$  tels que :

$$\underline{\sigma}_E^n = D \left[ B X^n - \underline{\varepsilon}_T - \underline{\varepsilon}_p - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right)_i \Delta \varepsilon_p^{*i} - \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right)_n \Delta \varepsilon_p^{*n} \right]$$

$$\underline{\sigma}^{*n} = \varphi \left( \underline{\varepsilon}_p^* + \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_p^{*i} \right)$$

posons

$$\underline{\sigma}_F^n = D [ B X^n - \underline{\varepsilon}_T - \underline{\varepsilon}_p ]$$

d'autre part

$$\underline{\sigma}_E^n = D \left[ B X^n - \underline{\varepsilon}_T - \underline{\varepsilon}_p - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \right)_i \Delta \varepsilon_p^{*i} \right]$$

$\sigma_{\sim F}^n$  est la contrainte élastique qui induirait le de déplacement  $X^n$  en presence des déformations initiales  $\varepsilon_{\sim T}$   $\varepsilon_{\sim P}$ .  $\sigma_F^{*n}$  croît avec n pour des contraintes non relaxables ( points  $P^i$  de la figure)

Après linéarisation des équations (1), il vient :

$$\sigma^{*n} = \sigma_E^{*n} - \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n \cdot D \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n \Delta \varepsilon_P^{*n}$$

$$\sigma^{*n} - \sigma^{*n-1} = h \Delta \varepsilon_P^{*n}$$

soit

$$\Delta \varepsilon_P^{*n} = \frac{\sigma_E^{*n} - \sigma^{*n-1}}{h + \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n D \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n}$$

Le point représentatif  $A'_n$  ( $\sigma_n^*$ ,  $\varepsilon_P^* + \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_P^{*i}$ ) est voisin du point  $A_n$  situé à la verticale de  $M^n$  (cf. figure)

Calcul de  $\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n$

On pourrait maintenir  $\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n$  constant au cours des itérations et égal par exemple à sa valeur en A, soit  $\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_n = \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_A$ . Les équations (1) s'écrivent alors :

$$\sigma_{\sim}^n = D \left[ BX^n - \varepsilon_{\sim T} - \varepsilon_{\sim P} - \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_A \varepsilon_P^{*n} \right]$$

$$\sigma^{*n} = \varphi (\varepsilon_P^* + \varepsilon_P^{*n})$$

$$\varepsilon_P^{*n} = \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_P^{*i}$$

Il est facile de montrer que la courbe  $\sigma^{*n}(\varepsilon_P^{*n})$  déduite de (2-1) est une hyperbole passant par le point  $P^n$  et tangente à la droite

$$\sigma^{*n} = \sigma_f^{*n} - \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_A : D \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_A \varepsilon_P^{*n}$$

Cette hyperbole ne coupe la courbe de traction que lorsque  $\sigma_F^{*n}$  n'est pas trop grand. Dans le cas contraire, le système (2) n'a pas de solution et les itérations ne convergent pas. La signification physique est simple : les déplacements des sommets d'un élément étant imposés, on ne peut pas y relaxer à volonté les contraintes si les directions de l'écoulement plastique sont prédéterminées. Pour de grands incréments de charge, il est donc nécessaire de recalculer à chaque itération les directions des écoulements plastiques  $(\frac{\delta P}{\delta \sigma})_n$ . Cela est réalisé pratiquement dans PASTEL de la façon suivante :

- les équations (1) sont mises sous la forme implicite :

$$\left[ I + DR \frac{\Delta \varepsilon_p^{*n}}{\sigma^{*n}} \right] \sigma^n = \sigma_E^n$$
$$\sigma^{*n} = \varphi \left( \varepsilon_p^* + \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_p^{*i} \right)$$

- Ces équations ne sont pas linéaires car elles font intervenir  $\sigma^{*n}$ , il faudrait donc les résoudre par une méthode itérative.

- elles sont en fait résolues en une seule itération, en utilisant dans la parenthèse du premier membre de (3-1) les  $\Delta \varepsilon_p^{*n}$  et  $\sigma^{*n}$  correspondant au point  $A_n$  situé à la verticale de  $M^n$ .

Cette méthode que l'on pourrait qualifier d'implicite, a l'avantage de converger quel que soit l'incrément de charge.

On peut imaginer plusieurs procédures pour l'accélérer dans le cas de contraintes non relaxables. Nous avons choisi d'extrapoler les  $\Delta \varepsilon_p^{*n}$  comme s'il s'agissait de séries géométriques, lorsque l'indice global de convergence est stabilisé.

V-MODELE DE PLASTICITE DANS LES COQUES (TRICO) [1]

Le traitement exact de la plasticité dans les coques consisterait à calculer le tenseur des contraintes en un certain nombre de points dans l'épaisseur de la coque. Il n'y aurait alors aucune difficulté à utiliser les mêmes critères et lois d'écoulement qu'en géométrie plane. Il est évident que cette méthode est d'un emploi bien lourd et nécessite un stockage important en mémoire.

La méthode utilisée dans TRICO est globale. A un état de contrainte défini par les tensions moyennes :

$$N_1 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_1 dz \quad N_2 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_2 dz \quad N_3 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{12} dz$$

(t étant l'épaisseur de la coque)

et les moments

$$M_1 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_1 z dz \quad M_2 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_2 z dz \quad M_3 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{12} z dz$$

il fait correspondre une contrainte équivalente généralisée  $\sigma^*$ :

$$t \sigma^* = f(N_1, N_2, N_3, M_1, M_2, M_3)$$

Par analogie avec le critère de Von Misès, f est homogène et du 1er degré vis à vis des composantes  $N_i$  et  $M_i$ . D'autre part, f ne contient pas les premiers invariants des tenseurs N et M car cela conduirait à des changements de volume lors des écoulements plastiques. La forme adoptée pour f et qui conduit au formalisme le plus simple est :

$$f = \sqrt{N^2 + \frac{16}{t^2} M^2}$$

où  $M^2$  et  $N^2$  sont les invariants du second ordre des tenseurs M et N :

$$N^2 = N_1^2 + N_2^2 - N_1 N_2 + 3 N_3^2$$
$$M^2 = M_1^2 + M_2^2 - M_1 M_2 + 3 M_3^2$$

Le facteur  $\frac{16}{t^2}$  sert d'une part à homogénéiser la formule et d'autre part à conserver le chargement limite. En cas de flexion pure  $\sigma^* = \frac{2}{3} \sigma_m$  où  $\sigma_m$  est la contrainte maximum ou contrainte de peau. Une seule variable cachée  $\varepsilon^*$  est nécessaire pour représenter l'état de la coque, elle est déduite de l'essai de traction simple  $\sigma^*(\varepsilon^*)$ .

## VI-EXEMPLES D'UTILISATION

### VI-1 Exemples de calculs effectués avec PASTEL

-Evolution des contraintes dans une brique de graphite d'un réacteur à haute température [2]. Fig. 1 à 4.

Les figures 1 et 2 représentent le maillage et la contrainte axiale dans le plus petit élément de symétrie d'un réacteur de puissance. Les figures 3 et 4 représentent le même calcul pour 1/8 d'une brique irradiée dans le réacteur PEGASE. Ces calculs sont effectués en déformation plane, avec fluage, contraction de Wigner et anisotropie.

-Evolution des contraintes dans une gaine de réacteur rapide. La figure 5 représente une comparaison de PASTEL avec le code VULKIN (monodimensionnel). Des calculs de l'influence du gradient circonférentiel de température dans les gaines ont déjà été publiés [3]

-Calcul du chargement limite du caisson du projet de réacteur à eau pressurisée Schéma 0. Fig. 6

-Tenue de la cuve du projet SUPER PHENIX à une surpression interne. Fig. 7, au fluage en cas d'incident de refroidissement et aux cyclages thermiques.

-L'option dynamique du code a été utilisée pour des études de perforation de plaques d'acier [4].

#### VI-2 Exemples d'utilisation de TRICO

- Plaque circulaire (fig.8) . L'essai a été réalisé dans le but de vérifier le modèle de coque. L'accord avec l'expérience est bon jusqu'à une flèche de 5mm. Au delà, il y a un durcissement de l'éprouvette, non retrouvé par le calcul. Ce durcissement n'a pas non plus été retrouvé par PASTEL qui donne sensiblement les mêmes flèches que TRICO jusqu'à 16mm.
- Coude à section circulaire(fig.9,10 et 11) . Dans la plage de chargement considérée, l'accord avec l'expérience est très bon.
- Coude à section elliptique (fig.12 et 13). Ce coude est soumis à une pression interne. L'allure de la flèche en fonction de la pression est intéressante. Le coude commence par s'ouvrir, mais dès qu'il y a plastification, il se referme.
- Dalle de réacteur (fig.14 et 15). Cette pièce fait fonction de couvercle pour la cuve. Il s'agissait d'étudier son comportement en cas de réaction explosive dans la cuve (calcul dynamique plastique).

## REFERENCES

- [1] A.HOFFMANN, M.LIVOLANT, R. ROCHE-  
"Analyse des coques de formes quelconques dans  
le domaine plastique par la méthode des élé-  
ments finis".  
Communication présentée à la Conférence de Berlin  
(10-14 Septembre 1973).
- [2] D.BASTIEN, S.GOLDSTEIN, G.GROS-  
"Tenue des structures de graphite vis à vis des  
des sollicitations rencontrées dans un coeur de  
réacteur à haute température"  
Communication présentée à la Conférence de Berlin  
(10-14 Septembre 1973)
- [3] M.BURGER, G.CLOTTES, J.LECLERE, M.OSWALD  
"Calcul du comportement mécanique des gaines -  
Codes VULKIN et PASTEL : présentation et appli-  
cations"  
Communication présentée à la Conférence de l'AIEA  
Bruxelles. Juillet 1973
- [4] S.GOLDSTEIN, J.C.LEFEVRE  
"Note de synthèse des études de tenue des bâtiments  
à l'impact des missiles externes"  
Note interne SENS-TECHNICATOME .

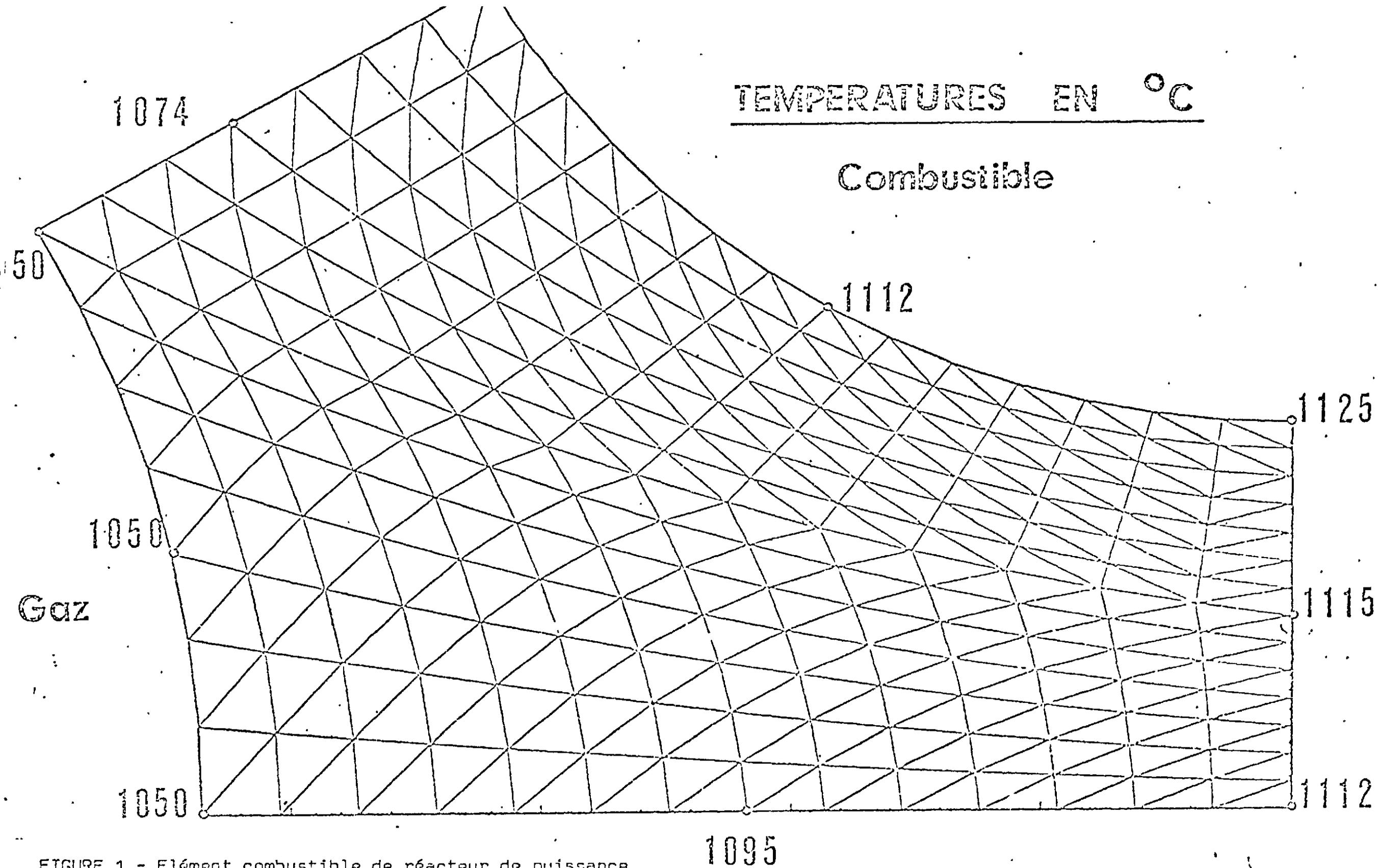


FIGURE 1 - Élément combustible de réacteur de puissance  
 Maillage et distribution de température

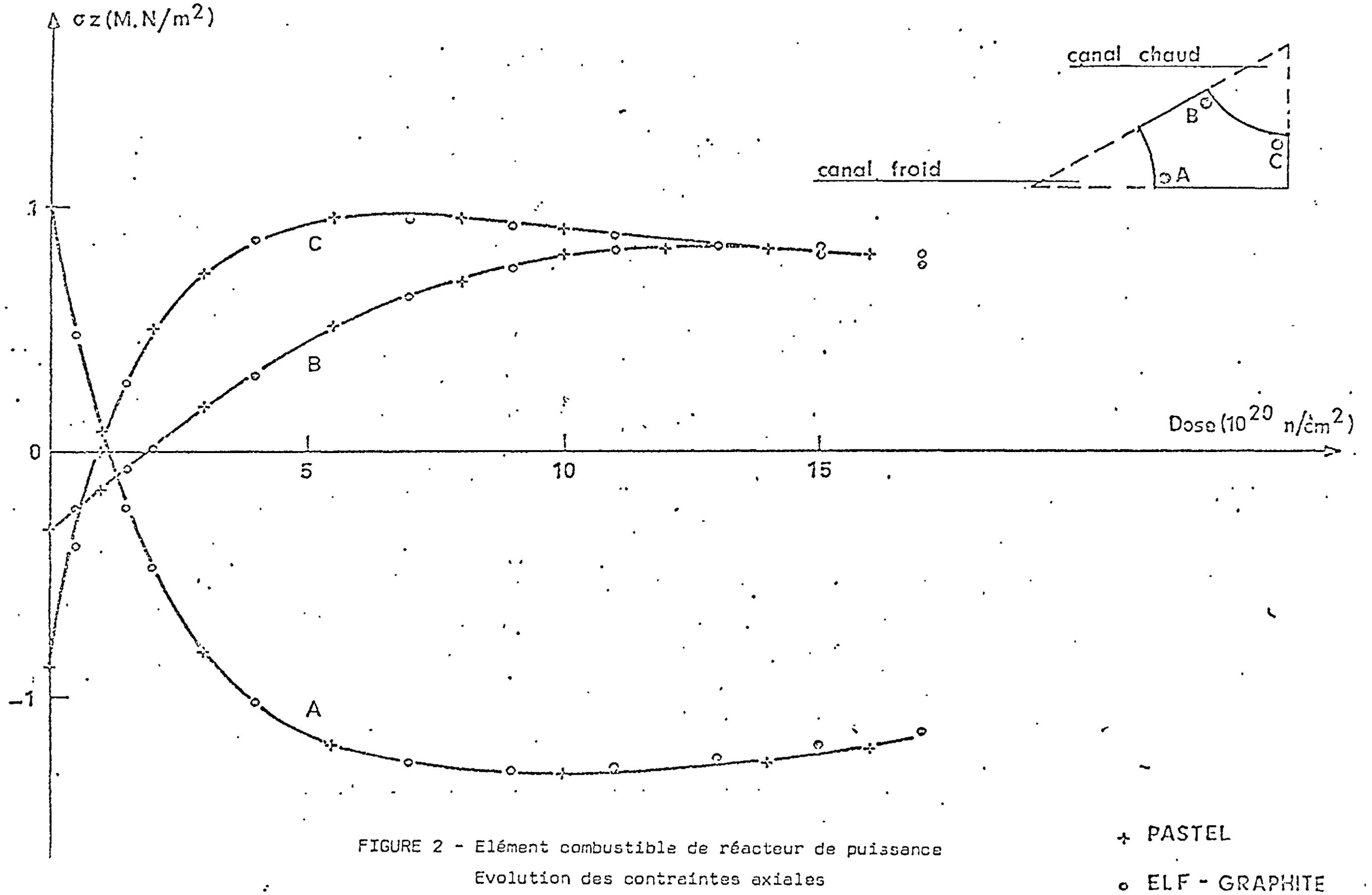


FIGURE 2 - Élément combustible de réacteur de puissance  
Evolution des contraintes axiales

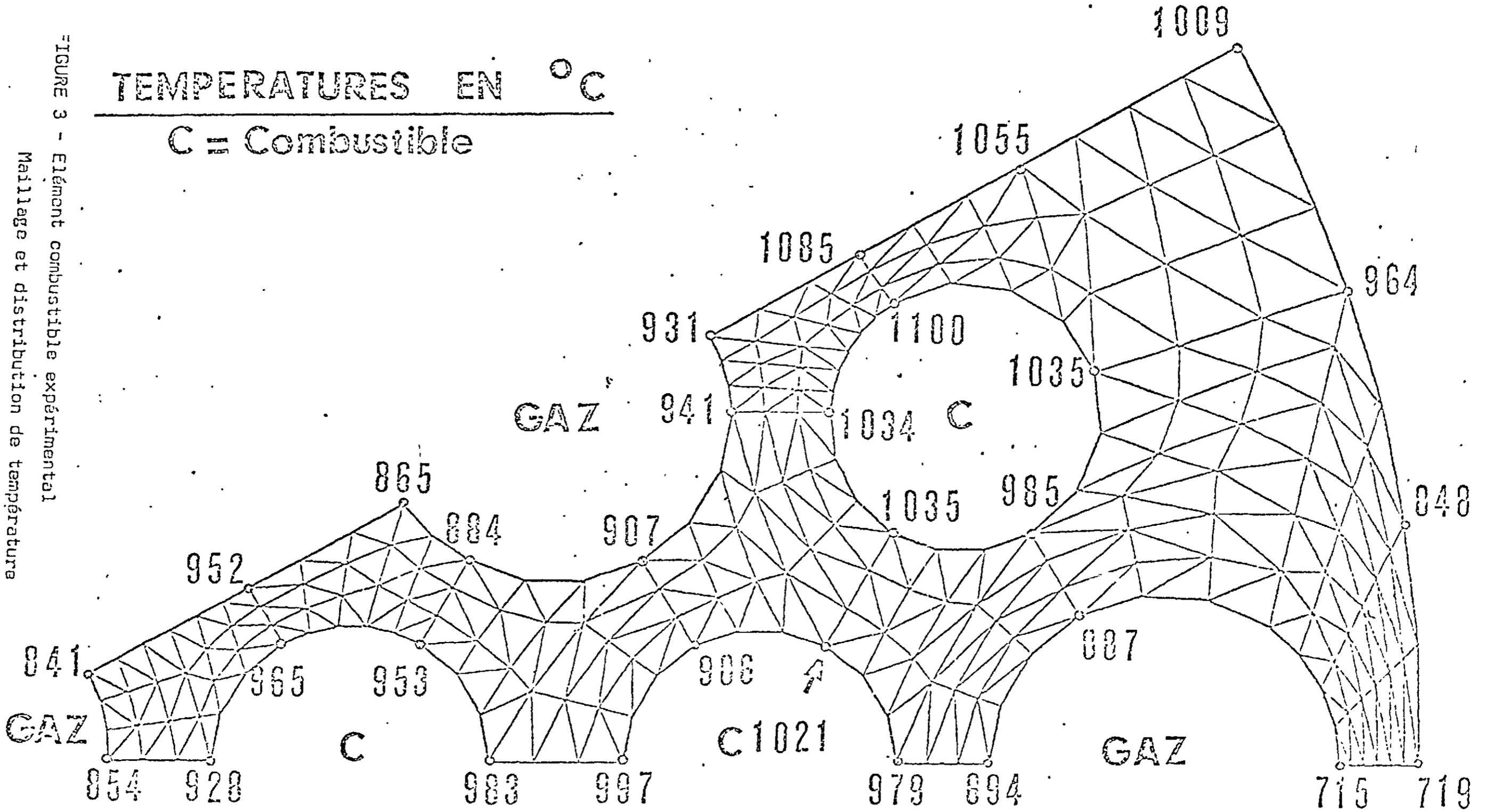
+ PASTEL

o ELF - GRAPHITE

TEMPERATURES EN °C

C = Combustible

FIGURE 3 - Élément combustible expérimental  
Maillage et distribution de température



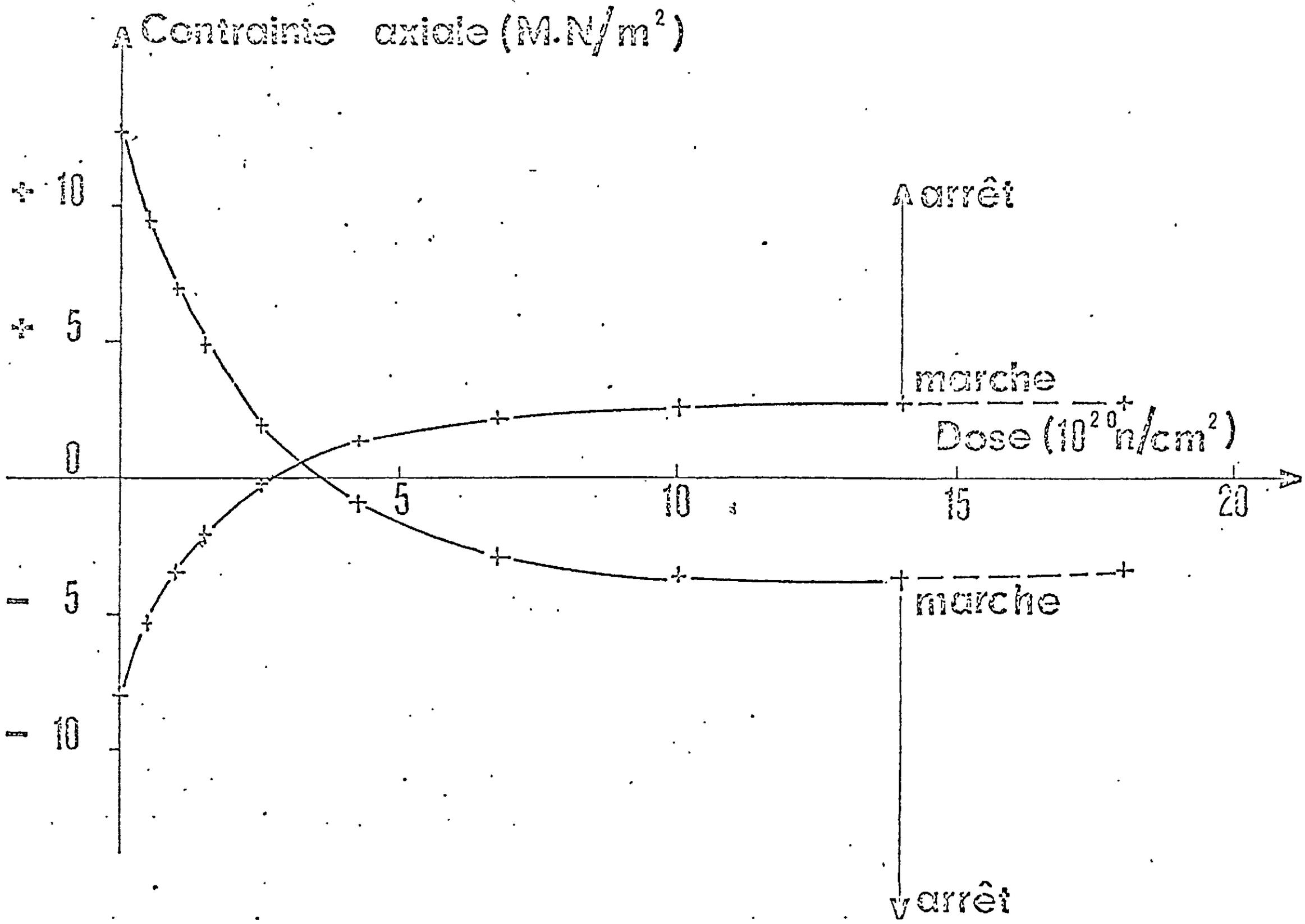


FIGURE 4 - Élément combustible expérimental  
Evolution des contraintes axiales maximales

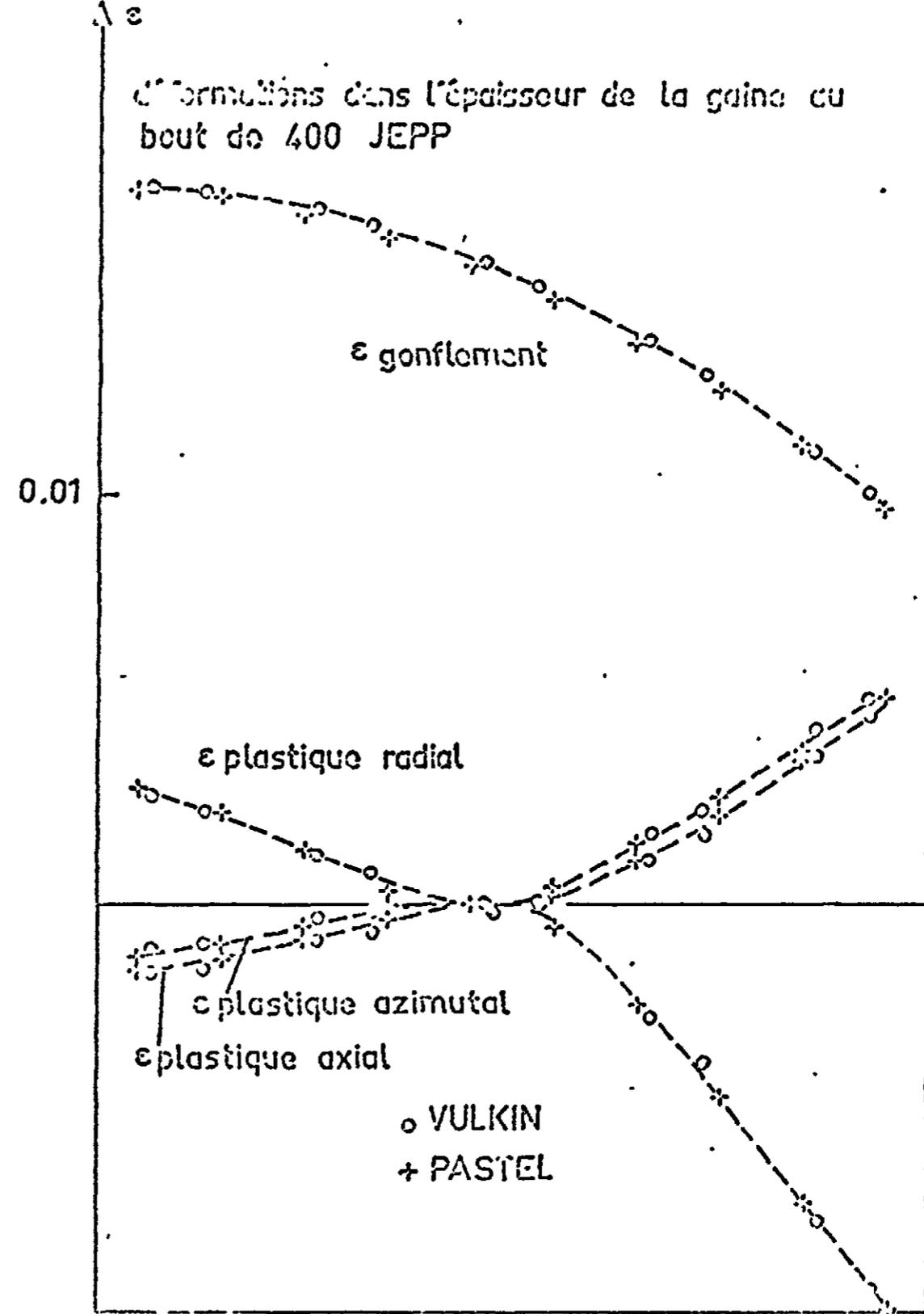
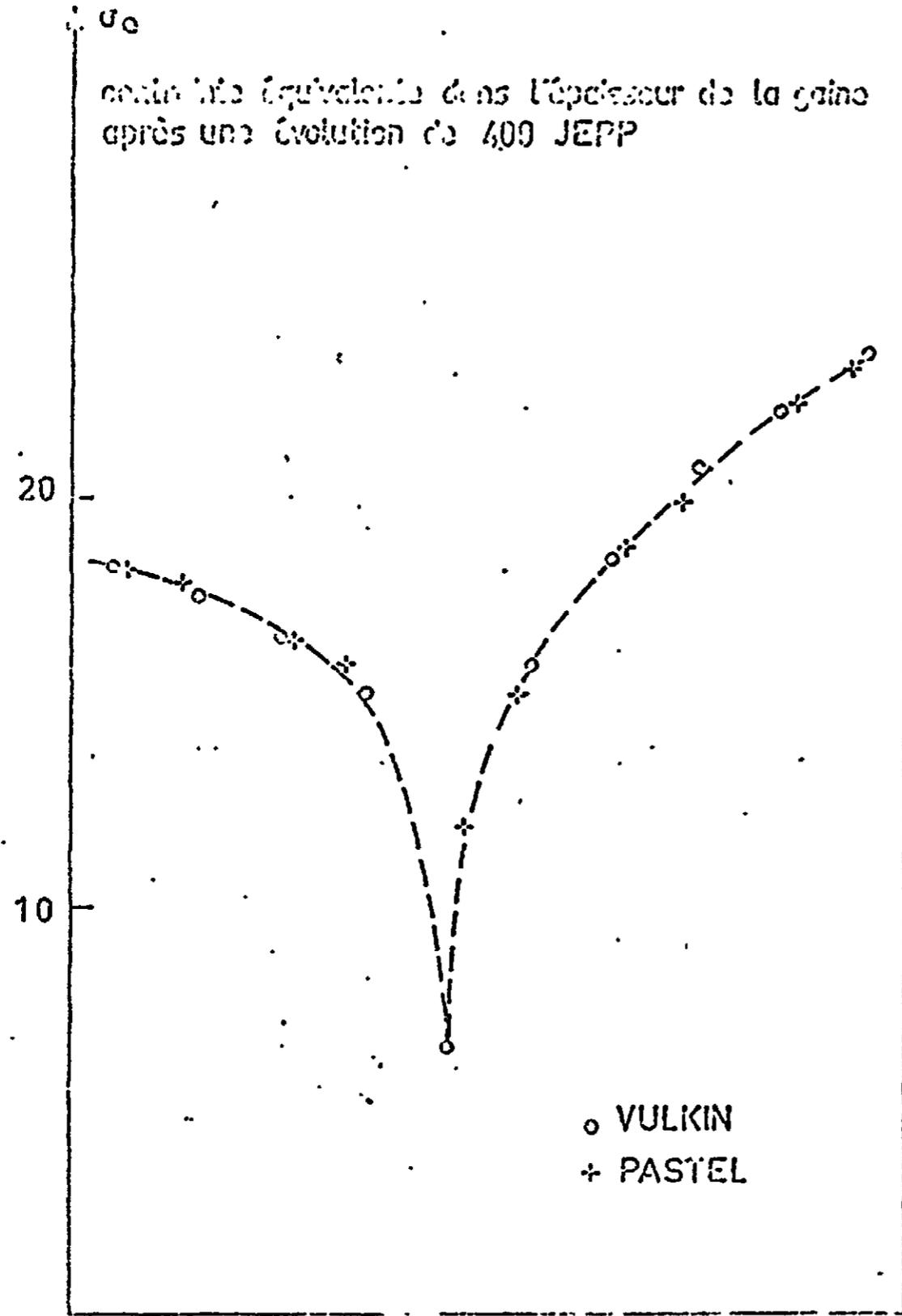
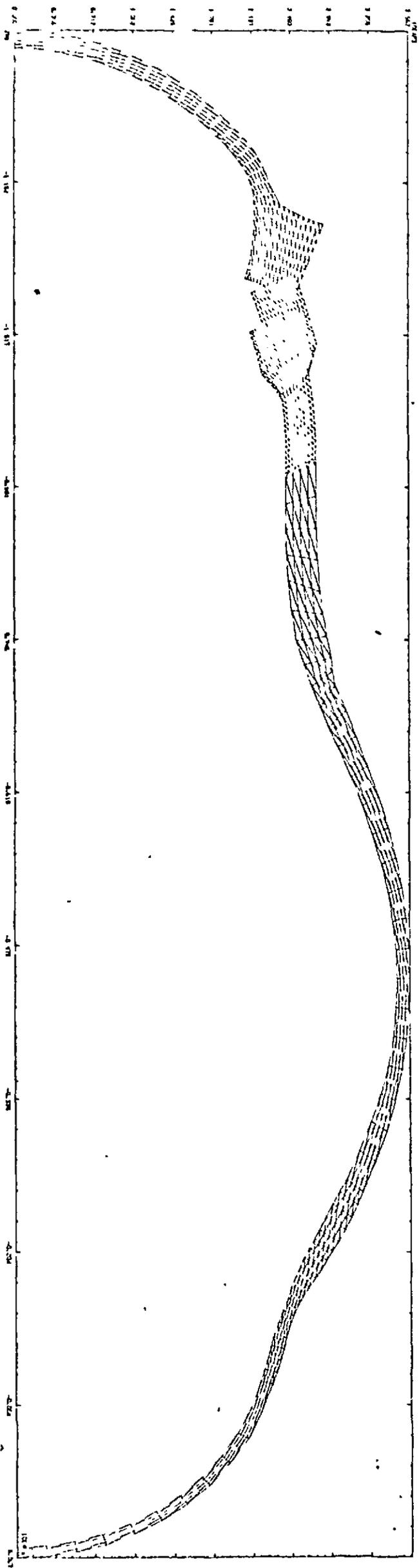


FIG. 5. Comparaison PASTEL-VULKIN



PIPE PWR SCHEMA 0 PRESSION 354.4 BARS

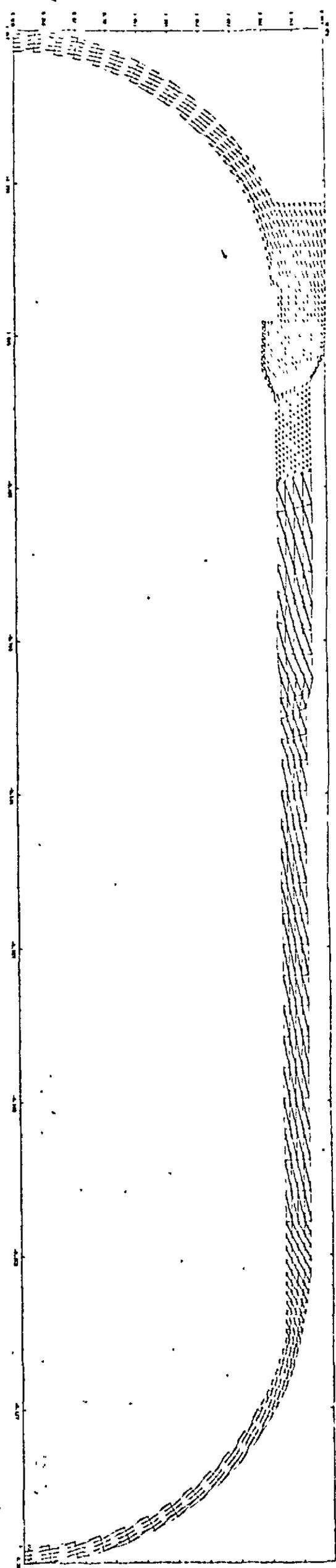


FIGURE 6

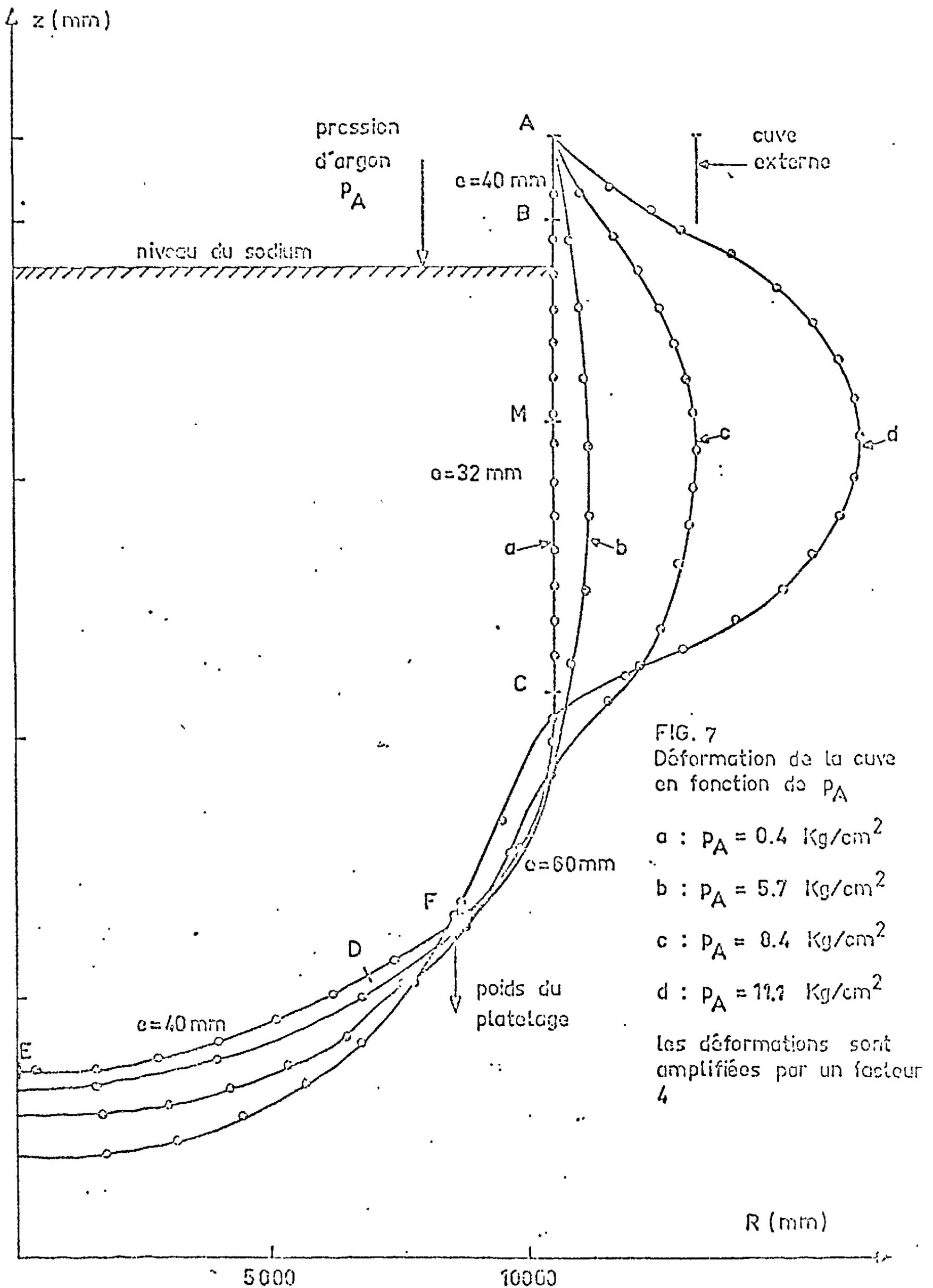


FIG. 7  
 Déformation de la cuve  
 en fonction de  $p_A$

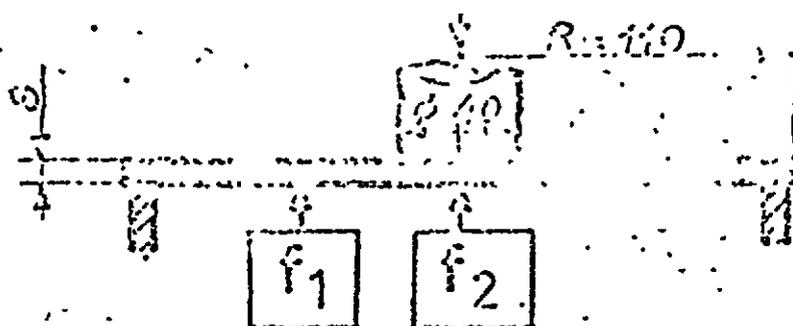
a :  $p_A = 0.4 \text{ Kg/cm}^2$

b :  $p_A = 5.7 \text{ Kg/cm}^2$

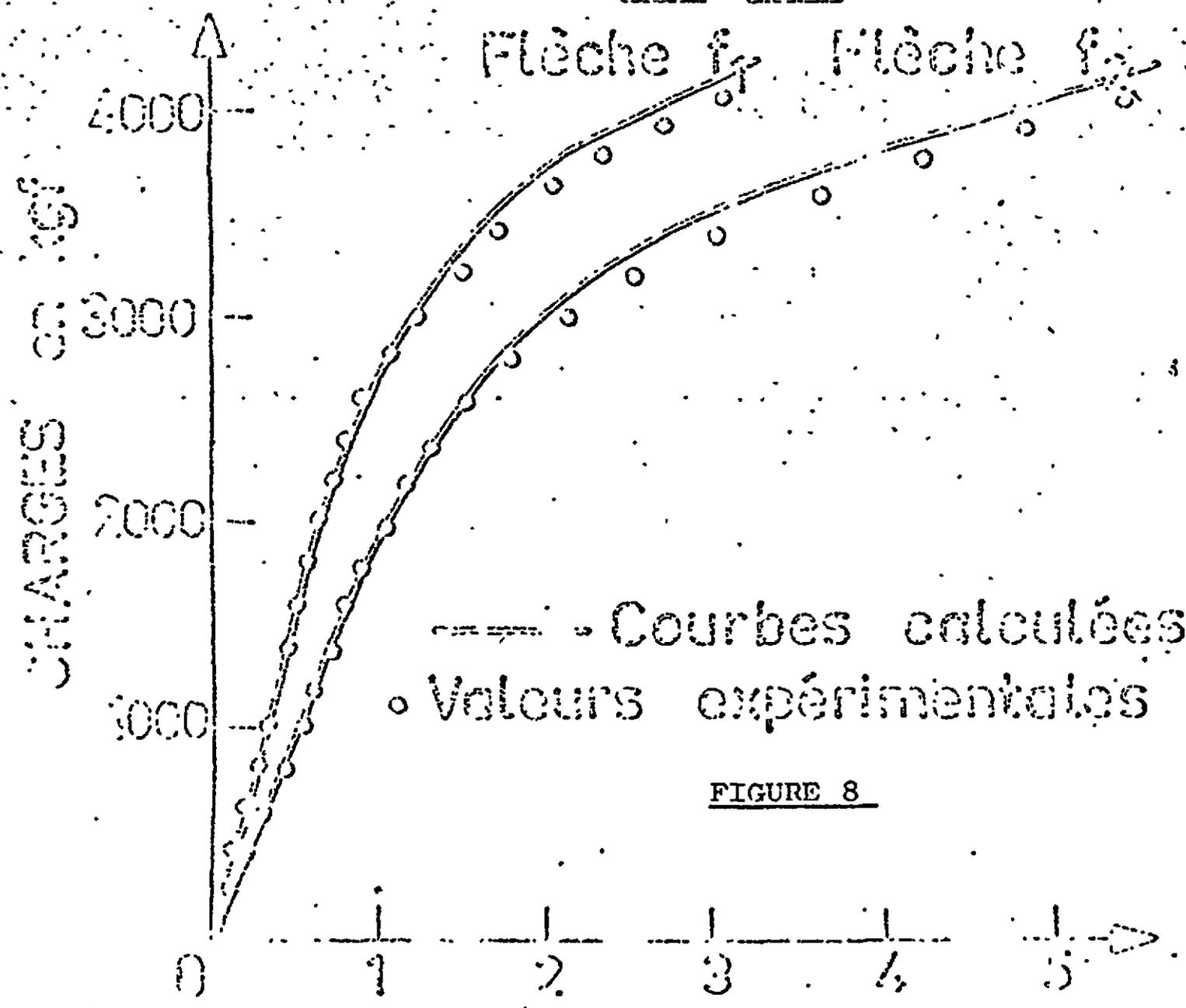
c :  $p_A = 8.4 \text{ Kg/cm}^2$

d :  $p_A = 11.7 \text{ Kg/cm}^2$

les déformations sont  
 amplifiées par un facteur  
 4

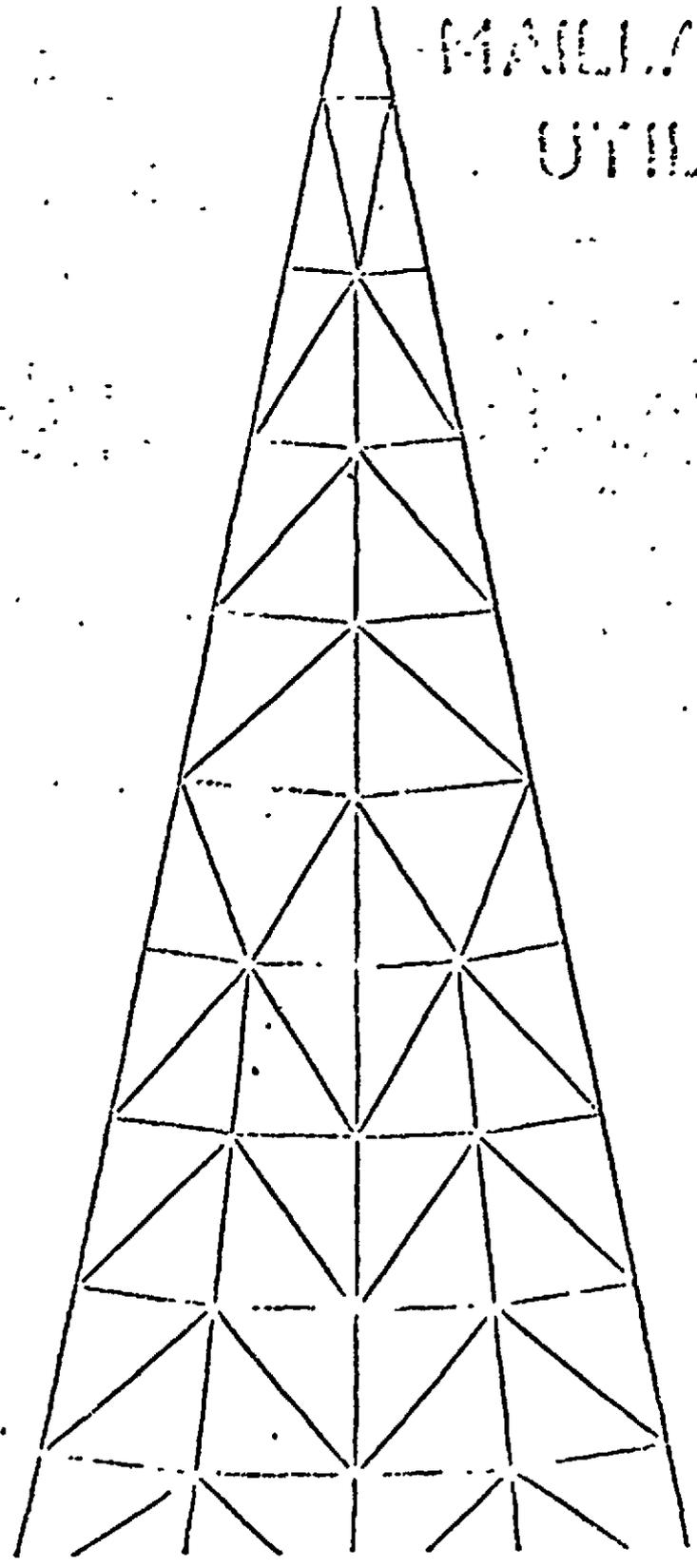


MAILLAGE  
UTILISE



Flèche  $f_1$  Flèche  $f_2$

FIGURE 8



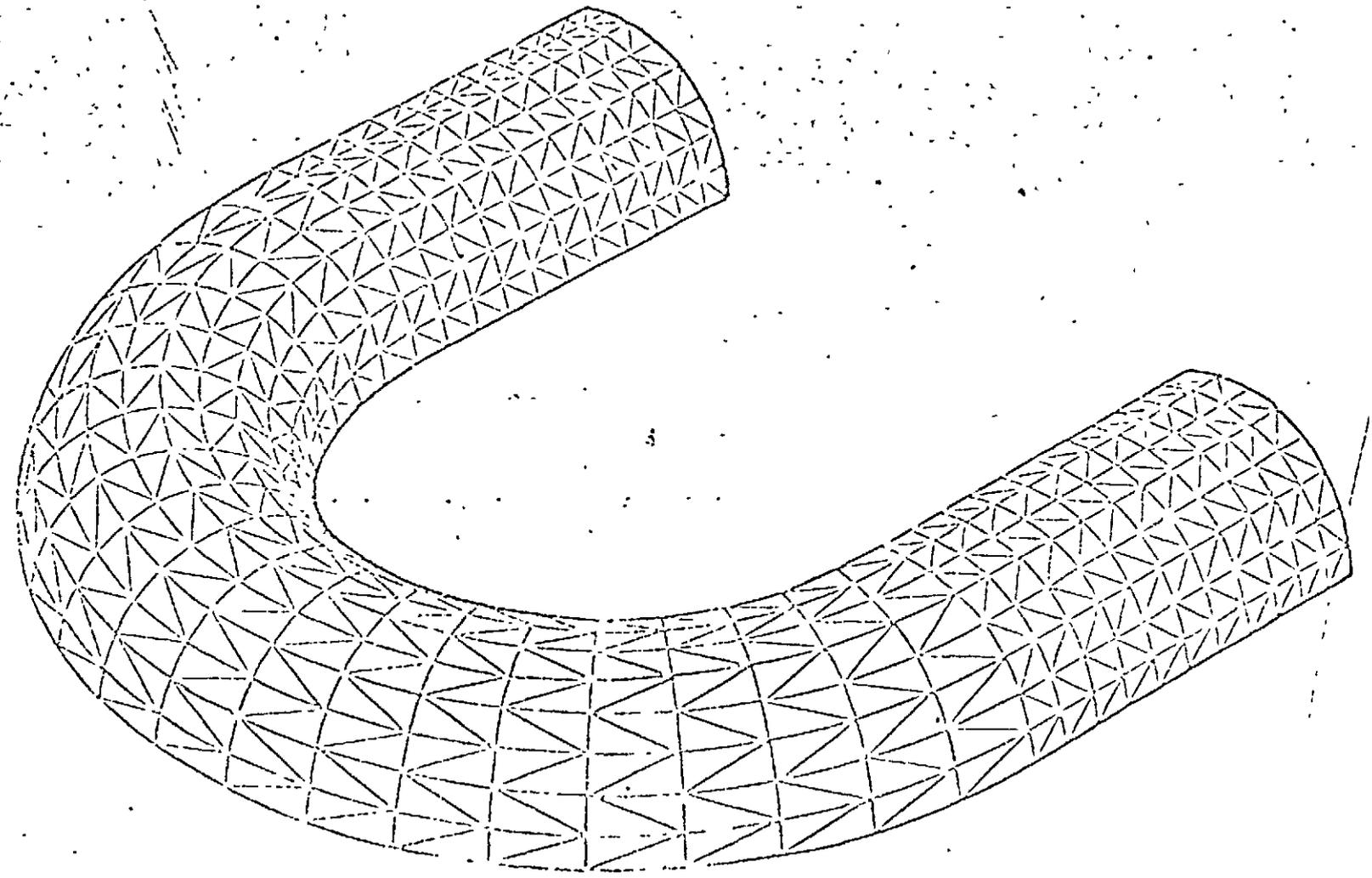


FIGURE 9

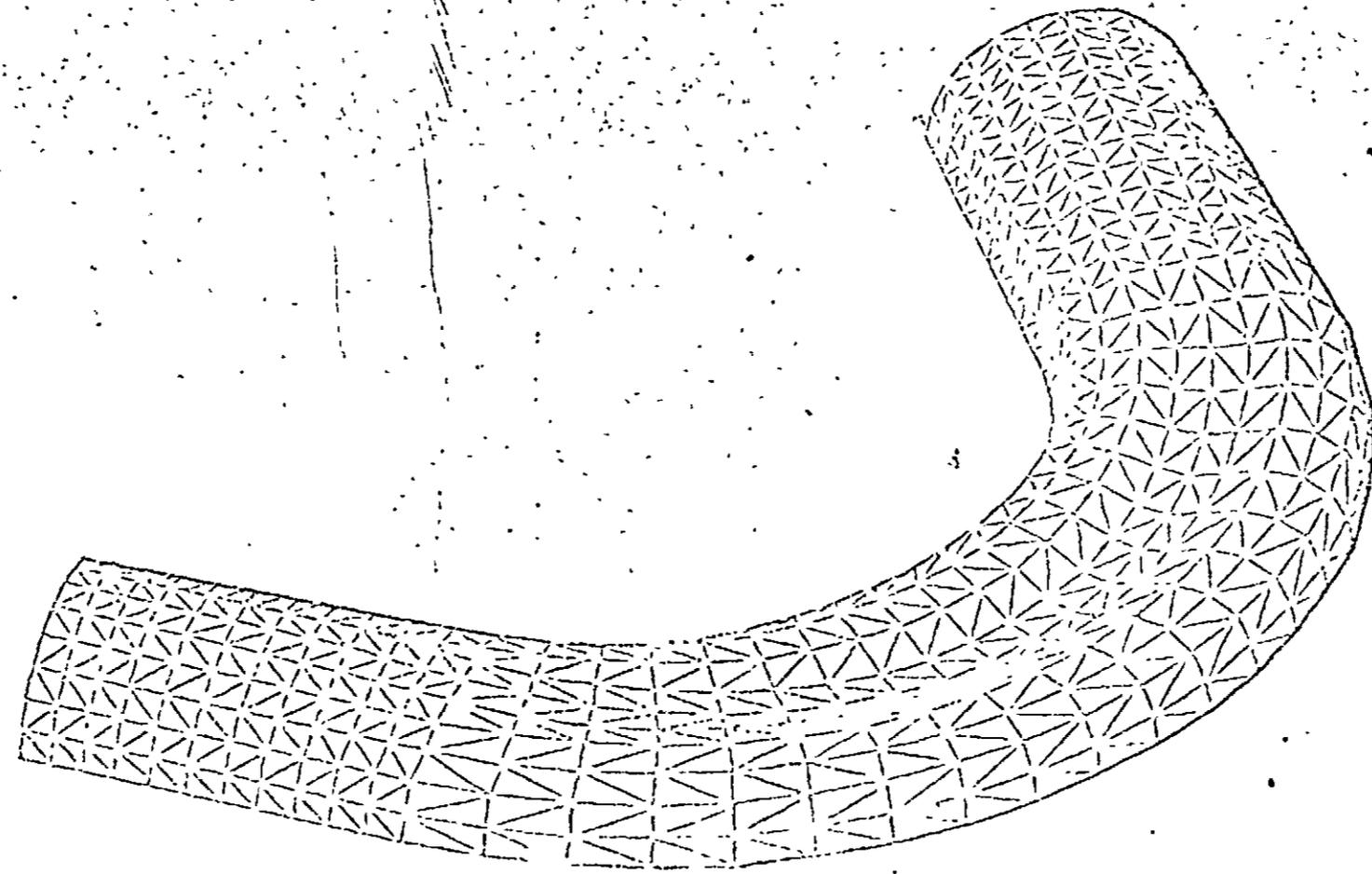


FIGURE 10 - COUDE · SECTION CIRCULAIRE  
DEFORMATIONS MULTIPLIEES PAR 10

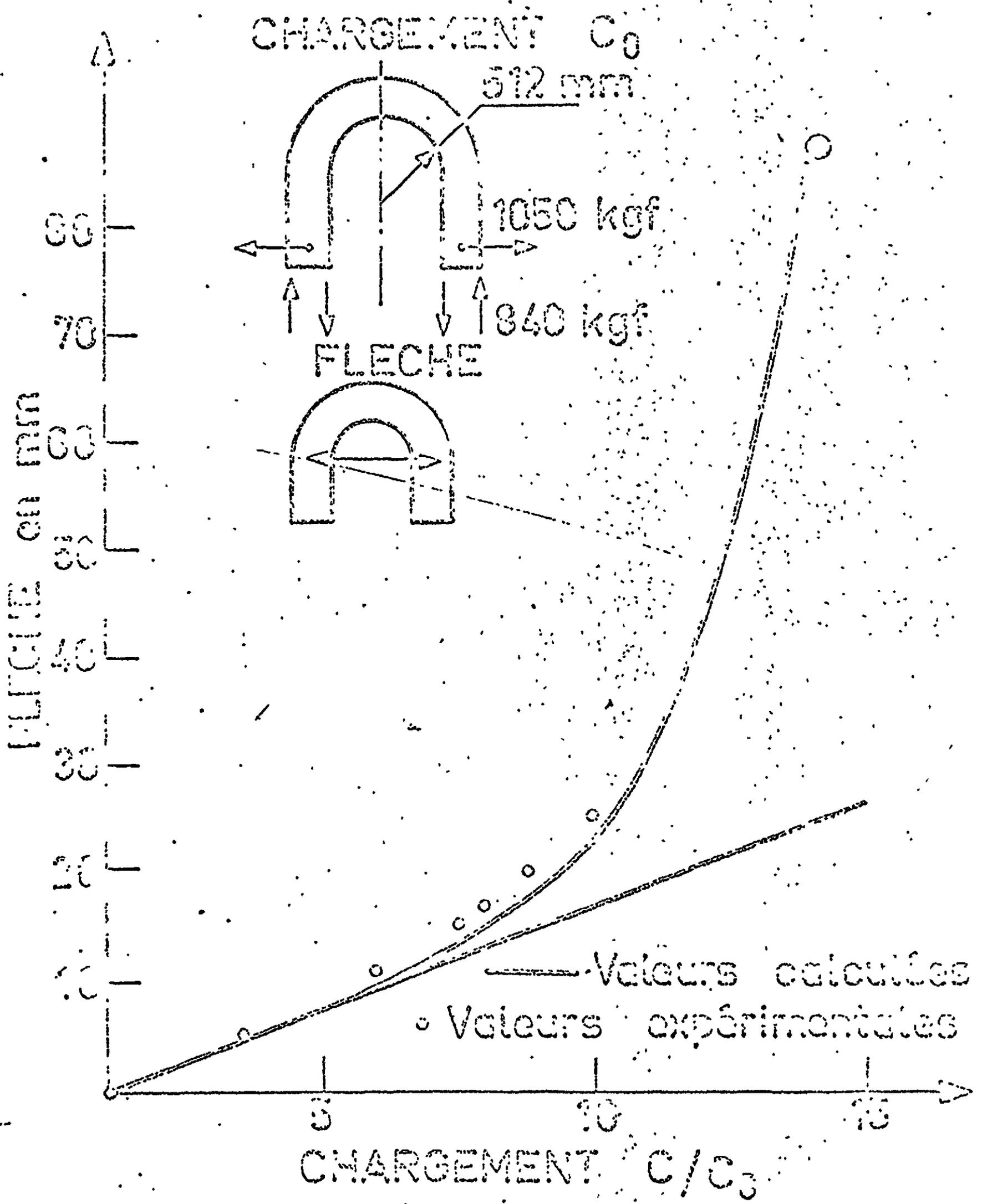


FIGURE 11

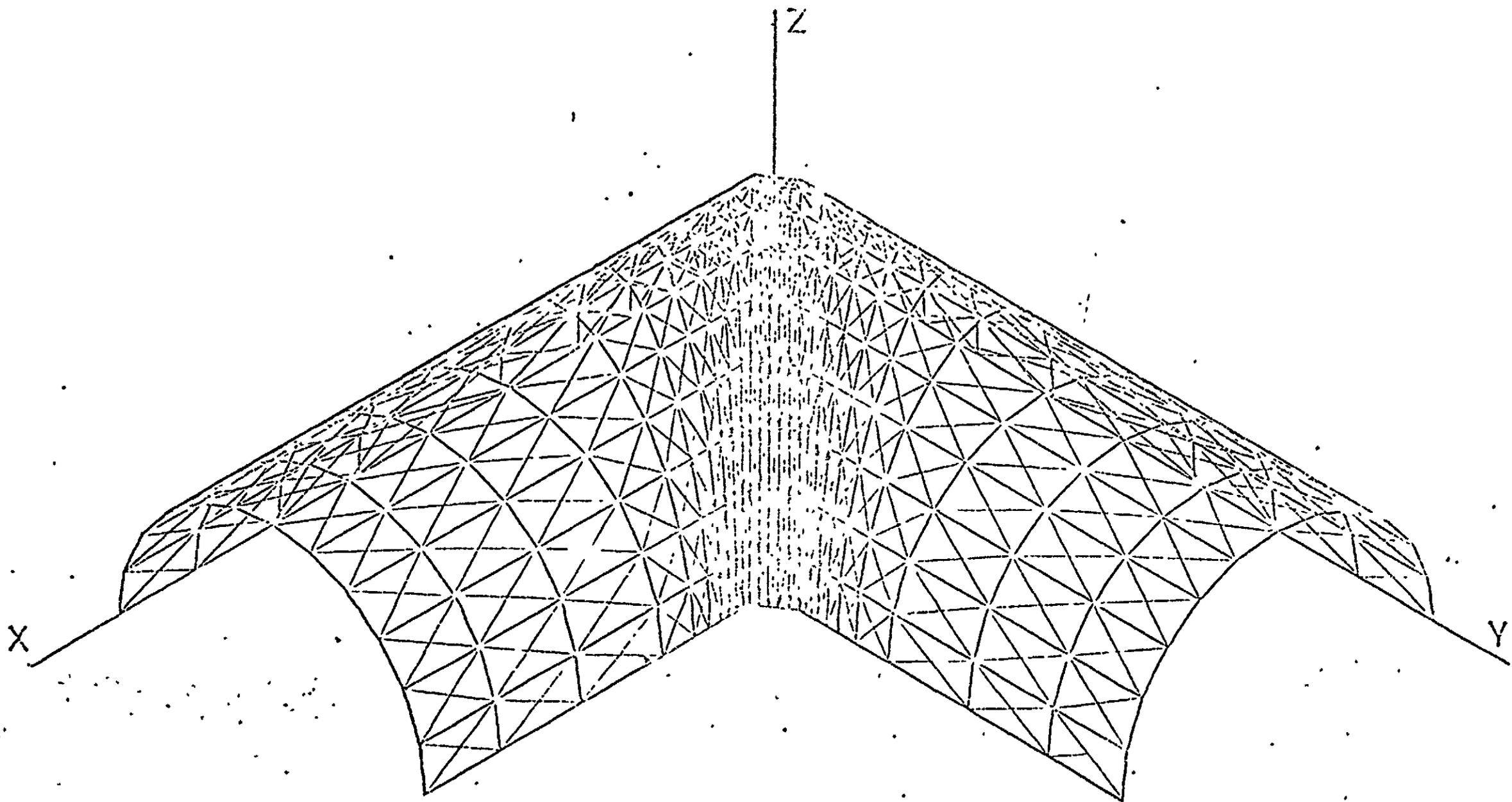


FIGURE 1 2

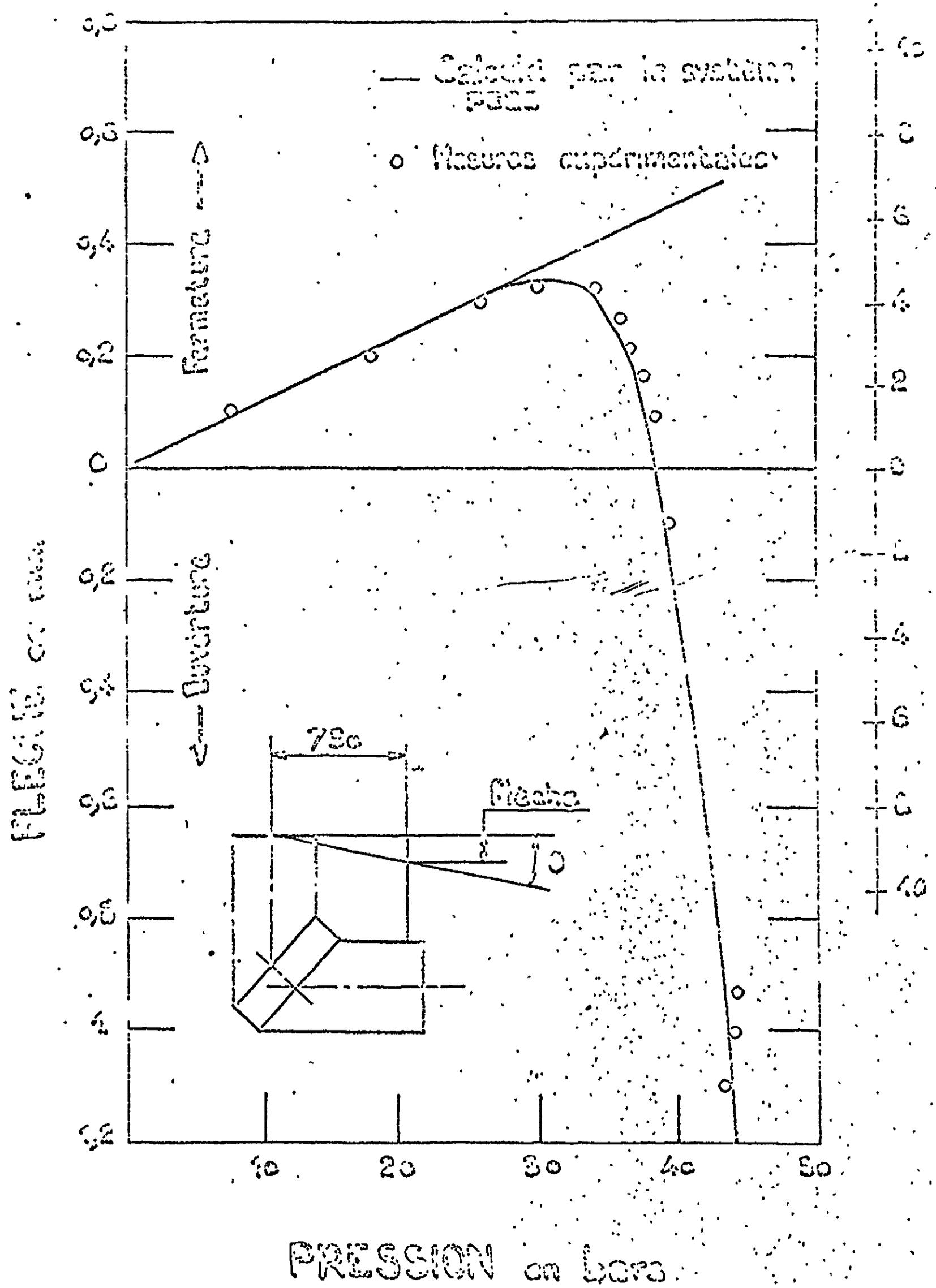


FIGURE 13

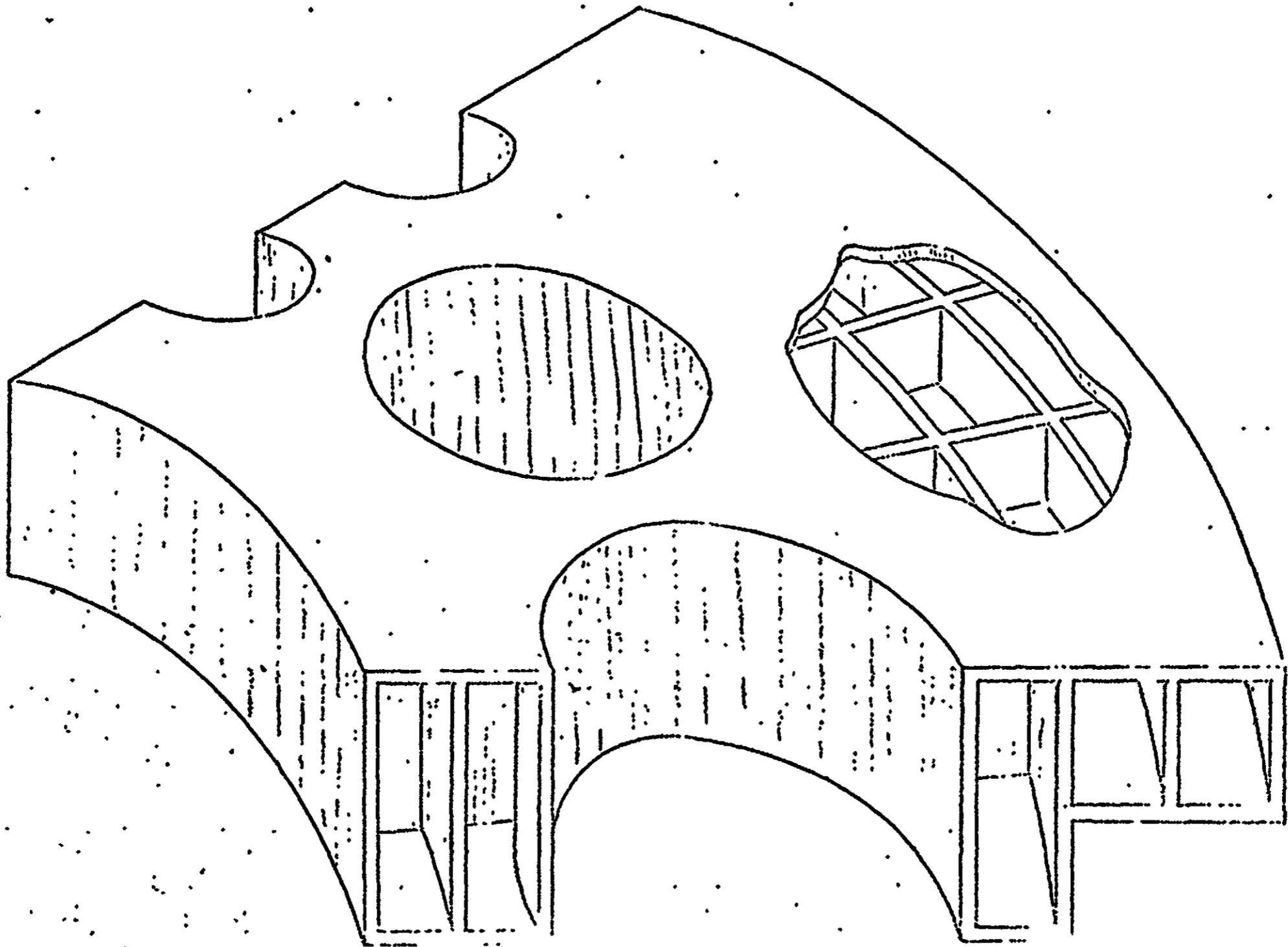
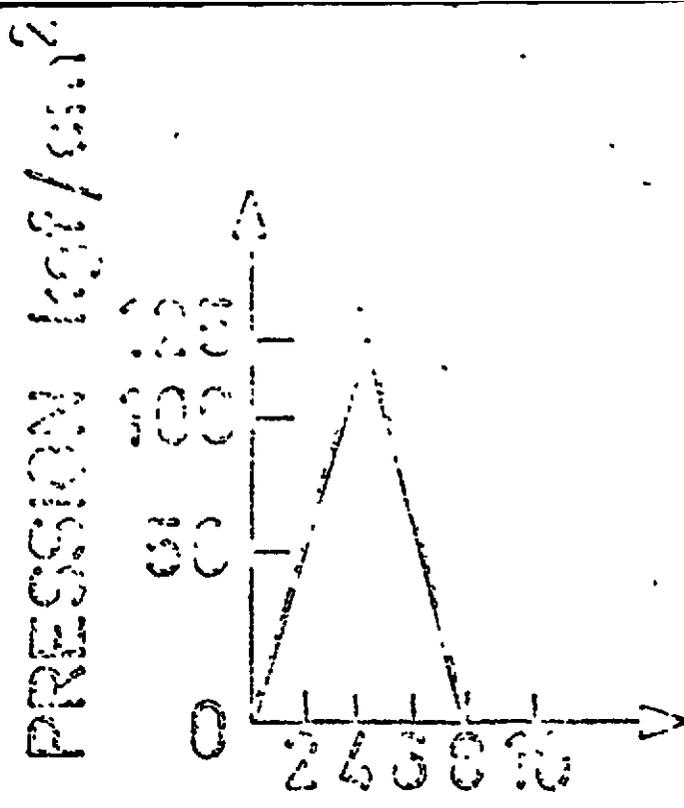


FIGURE 14



PRESSION  $\text{kg/cm}^2$

TEMPS en secondes  $\times 10^{-3}$

VARIATION DE LA PRESSION  
AU COURS DE TEMPS

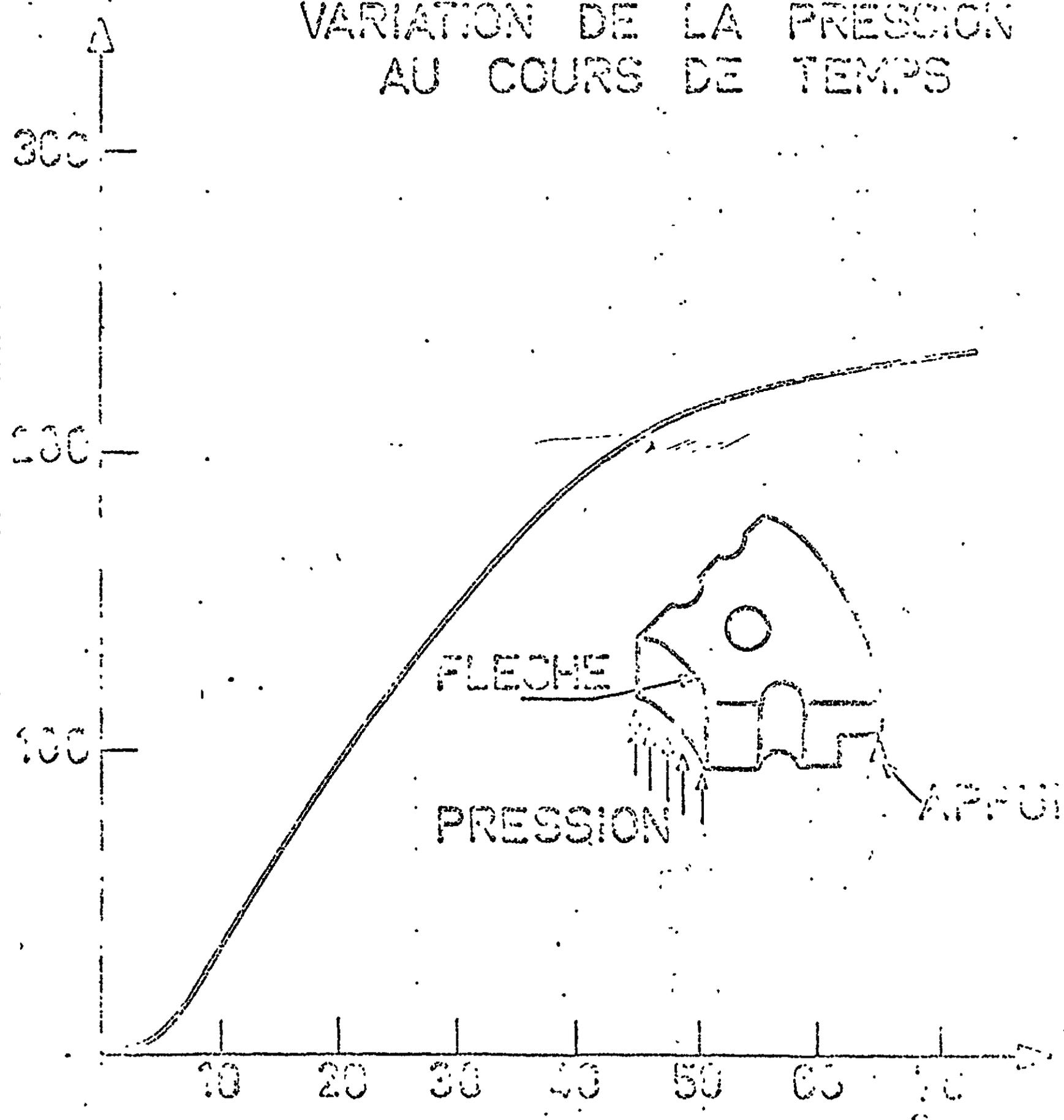


FIGURE 15- TEMPS en secondes  $\times 10^{-3}$