JAERI-M
5949

ＬＯＣＡ時に被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子の計算法

1975年1月

阿 部 清 治

日 本 原 子 力 研 究 所
Japan Atomic Energy Research Institute

ＬＯＣＡ時に被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子の計算法

日本原子力研究所動力炉開発管理室
阿　部　清　治

（１９７４年１２月１４日受理）

燃料棒間輻射熱伝達は，冷却材喪失事故の解析の上で，重要な問題のひとつである。本報告書では，被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子の計算法を紹介する。（ここで角度因子とは，輻射体から放出された全輻射量のうち，被輻射体に到達する割合である。）

問題を解くにあたり，次のような幾つかの仮定を設ける。すなわち，輻射は二次元問題であると考え，各輻射体表面上で輻射率と温度とは一様であるとみなす。燃料棒の彎曲はおきないとし，被覆管の断面はふくれる前も後も完全な円形を保つとする。

また，従来のLambertの式にかえて，新しい一般的角度因子計算式である「射影面積法」を採用した。この式は，正射影の考え方に基くもので，角度因子が平行光線による輻射体と被輻射体の射影面積の関数で表わされる。

新しい計算式の採用により，被覆管の任意の大きさのふくれに対し，角度因子が解析的に求まるようになった。その結果，ＬＯＣＡ解析で被覆管のふくれが予測されるたびに，ただちにかつ正確に角度因子が計算できるようになった。

Method of Computing the Angle Factors among Fuel Rods in Clad Swelling during LOCA

Kiyoharu ABE

Office of Power Reactor Projects, JAERI

(received December 14, 1974)

Radiation heat transfer between the fuel rods is important in analysis of a loss-of-coolant accident. A method of computing the angle factors among fuel rods is reported. (The angle factor is defined as the fraction of total radiant energy from a radiating body which strikes an irradiated body.)

The assumptions made are : the radiation as two-dimensional, emissivity and temperature uniform on the surface of a radiating body, no bowing, and the cross section of a fuel-rod cladding as perfect circle before and after swelling.

The shadow area method, which is a general calculation of the angle factor, is used instead of the Lambert's equation. The method developed is based on orthography, and the angle factor is given as a function of the shadow areas of radiating and the irradiated bodys by parallel rays. It enables analytical calculation of the angle factors among fuel rods for any degrees of clad swelling. Prompt and accurate computation is possible each time the LOCA analysis predicts the swelling.

目　次

1 はじめに

エネルギー源の石油から原子力への転換が進むに伴い，原子力施設は，当然のことながら，より一層の安全性を要求される。そして，現在特に問題になっているのが，軽水炉の配管破断によって起きる冷却材喪失事故（LOCA）の解析であり，また，そのときの緊急炉心冷却装置（ECCS）の効能解析である。本報告書の対象とする，被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子の計算も，このLOCA－ECCS解析の途中に必要となった問題点のひとつである。それゆえ，最初にLOCA－ECCS過渡現象の概略について説明しておく。

冷却材が破断口から流出するにつれて，原子炉の冷却能は著しく低下する。ブローダウンの初期は核沸騰によって熱除去されていたものが，流量の低下に伴い膜沸騰に変って熱除去量は著しく低下する。この間，核分裂生成物の崩壊による発熱が続き，また，燃料棒内で温度分布の平坦化がおこることにより，被覆管温度は顕著な上昇を見せる。

ブローダウンが終了し，炉心にほとんど水がなくなってしまうと，もはや対流による熱除去は期待できなくなり，被覆管温度は一層上昇する。この時期には，輻射による高温燃料から低温燃料あるいはチャンネルボックスへの熱移動が，熱伝達の支配的モードになる。

一方，炉心の急激な減圧は被覆管の内外に圧力差を生じさせ，被覆管は引っ張り応力を受ける。また，被覆管温度の上昇はその降伏強さを低下させる。引っ張り応力が降伏強さに達すると，被覆管はふくれはじめ，ついには破裂する。

被覆管のふくれは，その後の被覆管温度の上昇に様々な影響を与える。たとえば，燃料ペレットと被覆管とのギャップ・コンダクタンスが減少するし，流路の閉塞がおきてその後の流動条件が変化する。また，ジルコニウム ── 水反応の反応量を定める，被覆管表面積と酸化層厚さが変わる。

被覆管のふくれは，燃料棒間，および（BWRにおいては）燃料棒 ── チャンネルボックス間の輻射熱伝達にも大きな影響を与える。被覆管表面積の増加は輻射量を増大させる。また，あちこちの燃料被覆管が様々な程度にふくれる結果，これまでたがいに見えていた燃料棒が見えなくなったり，逆にこれまでたがいに見えなかった燃料棒が見えてきたりして，輻射熱伝達の図式は一変する。

このように，燃料棒間の輻射熱伝達，特に被覆管がふくれたときの輻射熱伝達を正しく評価することは，LOCA－ECCSの解析にとって欠かせぬ要因である。

ところで，一般の輻射解析において，これまで最も困難であった問題のひとつは，物体間の角度因子を求めることであった。ここで，角度因子とは，輻射体を出た全輻射線のうち，どれだけの割合が特定の被輻射体に到達するかを表わす量であり，角関係あるいは形状係数とも呼ばれるものである。そして，輻射体の表面で温度と輻射率が一定であるとき，体系の形状だけで定まるという性質を持っている。

角度因子は，これまで，以下に示すLambertの式[1],[2]で求められてきた（図1，a参照）。

$$F^{(\mathrm{III})}_{1\to 2} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \frac{1}{d_{12}^2} \, dA_1 \, dA_2 \qquad (1)$$

この式は，輻射体および被輻射体上の微小面 dA_1，dA_2 間の熱輻射量を求め，それをそれぞれの全表面 A_1，A_2 について積分することにより，二体間の伝熱量を求め，それから角度因子を求めるものである。しかしながら，この方程式は三角関数と距離の2乗分の1の項が混在する関数を2重に面積分（すなわち4重積分）するものであり，解析的に角度因子が求まるのは実際には極めて稀な場合に限られた。また，計算機を用いて数値積分するにしても，4重積分をそのまましたのでは，時間もかかるし精度も望めなかった。

二次元問題での角度因子計算は幾分簡単にみえる。この場合，Lambert の式は次のように変形できる（図1，b参照。）[4],[5]

$$F^{(\mathrm{II})}_{1\to2} = \frac{1}{2P_1}\int_{P_1}\int_{P_2} \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \; \frac{1}{d_{12}} \, dP_1 \, dP_2 \tag{2}$$

しかしながら，この式も実際に使用してみると(1)式同様まず解析的には求まらないものであった。

このため，(1)および(2)式の数値積分法として，次のような方法が知られている。[2],[3],[4]

三次元問題について（図2，a参照）

$$F^{(\mathrm{III})}_{1\to2} = \frac{1}{\pi A_1}\int_{A_1} A_2^* \, dA_1 \tag{3}$$

二次元問題について（図2，b参照）

$$\begin{aligned} F^{(\mathrm{II})}_{1\to2} &= \frac{1}{2P_1}\int_{P_1} P_2^* \, dP_1 \\ &= \frac{1}{2P_1}\int_{P_1} (\cos\theta_2 - \cos\theta_1)\, dP_1 \end{aligned} \tag{4}$$

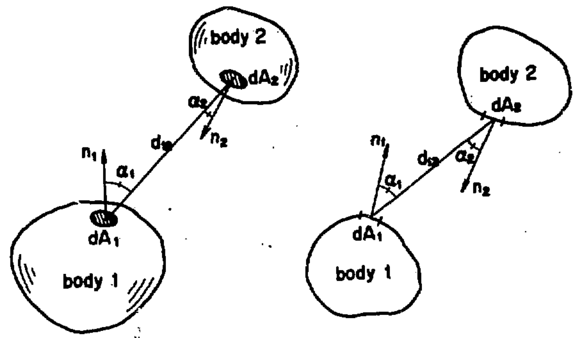
これらの式を用いれば，比較的正確な積分値が得られる。しかしながら，不定積分が求まらないという点では，先の(1)，(2)式とまったく変わるものではなく，角度因子の計算はやはり繁雑さから脱けられなかった。

しかしながら，正射影を応用しての新しい角度因子の計算法が見つかり，[5] 輻射解析に大きな展望が開けた。この方法は，最初にある方向ωを与え，その方向の熱輻射線による伝熱量を求め，それを全方向Ωについて積分することにより伝熱量を求めようとするものであり，具体的には次の式で計算される（図3，a参照）。

$$F^{(\mathrm{III})}_{1\to2} = \frac{1}{\pi A_1}\int_{\Omega} S_{12}^{(\omega)} \, d\omega \tag{5}$$

ここで，$S_{12}^{(\omega)}$とは，輻射体と被輻射体それぞれの，ω方向平行光線による正射影$S_1^{(\omega)}$と$S_2^{(\omega)}$の共通部分の面積である。このように，角度因子が正射影面積を用いて表わされることから，この方法を「射影面積法」と呼んでいる。

射影面積法によると，二次元問題での角度因子は一層簡単に表わされる（図3，b参照）



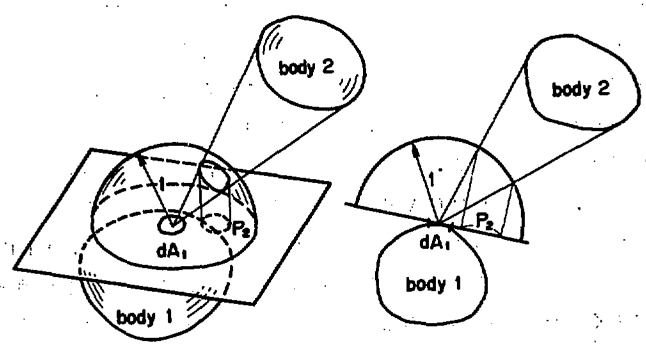
a. three dimensional problem

$$F^{(\mathrm{III})}_{1\to2}=\frac{1}{\pi A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{d_{12}^2}dA_2dA_1$$

b. two dimensional problem

$$F^{(\mathrm{II})}_{1\to2}=\frac{1}{2A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{d_{12}}dA_2dA_1$$

図 1　Lambert の式による角度因子計算法



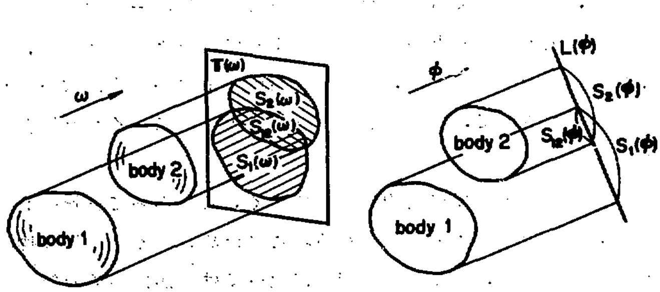
a. three dimensional problem

$$F^{(\mathrm{III})}_{1\to2}=\frac{1}{\pi A_1}\int_{A_1}P_2dA_1$$

b. two dimensional problem

$$F^{(\mathrm{II})}_{1\to2}=\frac{1}{2A_1}\int_{A_1}P_2dA_1$$

図 2　Lambert の式の図式近似計算法



a. three dimensional problem

$$F^{(\mathrm{III})}_{1\to2}=\frac{1}{\pi A_1}\int_{\Omega}S_{12}(\omega)d\omega$$

b. two dimensional problem

$$F^{(\mathrm{II})}_{1\to2}=\frac{1}{2A_1}\int_{0}^{2\pi}S_{12}(\phi)d\phi$$

図 3　正射影を用いての新しい角度因子計算法

$$F_{1\to2}^{(\mathrm{II})} = \frac{1}{2P_1}\int_0^{2\pi} S_{12}(\phi)\,d\phi \tag{6}$$

射影面積法は，単に式の形が簡単になっただけでなく，実際の計算も非常に簡単である。それは，これまでの方法が，たとえば(3)式のθ_1，θ_2を決めるときのように，1点から広がる輻射線について考えているのに対し，射影面積法は平行線について考えるからである。また，従来の式では被積分関数が三角関数なのにそれを長さで積分していたのに対し，射影面積法は三角関数を角度で積分するからである。

射影面積法を用いて，これまで解析的には積分値が求まらなかった幾つかの場合について，角度因子が解析的に求められた。たとえば，被覆管がふくれない場合には，燃料棒間の角度因子が解析的に求められた[5]。

燃料棒間の角度因子の計算も，従来はめんどうな作業だった。被覆管がふくれない場合に対しては，原子炉メーカーなどを中心に計算プログラムが作られてきた。原研でも，たとえばJPHEATコード[3]などに計算法が示されている。これらの計算は，すべて(4)式を用いて数値積分によって求めるものであった。また，対象が被覆管がふくれていない，規則的な体系についてのみ限られていた。このため，あちこちの被覆管が，次々としかもいろいろの大きさにふくれていくといった，実際のLOCA現象を追跡するのにはまったく無力だった。

被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子を求めようとする試みは，VIEWPINコード[4]によってなされた。この先駆的試みはそれなりの成果をあげた。幾つかの典型的な場合については，被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子が求められるようになった。しかしながら，この方法も(4)式を用いての数値積分であった。また，計算できるのは幾つかの典型的な場合に限られた上，その計算をするのにも何度も人為的な判断を挿入しなければならないものだった。このため，LOCA時の角度因子を時間を追って計算していくには，まだまだ不十分な方法であった。

このようなとき，正射影による投影面積を用いての新しい一般的角度因子計算法が見つかり，角度因子の計算は従来よりずっと簡単にできるようになった。たとえば，先にも述べたように，被覆管がふくれない場合については，燃料棒間角度因子が解析的に求められた。本報告書では，この方法をさらに発展させて，被覆管がさまざまな大きさにふくれた場合の燃料棒間角度因子の計算法について報告する。

ただ，被覆管の変形は決して規則的なものでなく，したがって実際のLOCA時の燃料棒間輻射熱伝達も極めて不規則な体系でなされる。このため，ふくれを伴う燃料棒の間の角度因子を解析的に求めるためには，ふくれない場合に比べてはるかに多くの仮定を必要とする。本報告書では，以下に述べるように幾つかの仮定を設けている。これらの仮定は，現在のLOCA－ECCSの解析においては十分許される仮定であると思われるが，研究が進んでさらに正確な計算結果が必要になった場合には，成りたたなくなってしまうものもあるであろうことを，前もって断わっておく。

燃料集合体がドライアウトしたときの，実際の輻射熱伝達は極めて複雑な現象である。輻射はもちろん三次元的なものであるし，また，各燃料棒は周方向にも温度の分布があるであろう。

被覆管のふくれは，それぞれ異なる形状で異なる大きさでおきるだろう。さらに，燃料棒が彎曲して格子配列さえ崩れてしまうかも知れない。

このような場合の燃料棒間角度因子を正確に計算することは，実際上不可能に近い。また，燃料棒の彎曲やふくれたあとの形状のゆがみを正しく予想することはさらに困難だから，たとえ歪んだ形状について角度因子が計算できたとしても，それを適用できるようなモデルは殆んどないであろう。このような観点から，本報告書では以下のような仮定を設けて問題を簡単にしている。

仮定 1. 輻射は二次元問題として取り扱い，軸方向の熱移動は考えない。

仮定 2. 各燃料棒表面の温度および輻射率は周方向に一様とする。すなわち，単位時間に単位面積（この場合，単位周長）から出る熱輻射量は，それぞれの燃料棒表面で一様である。

仮定 3. 燃料棒は，ふくれのあるなしにかかわらず，最初の格子点から偏心することはないとする。

仮定 4. 各燃料棒の断面は，ふくれたあとでも完全な円形を保つものとする。

仮定 5. 各燃料棒のふくれの程度は任意とするが，燃料棒同志の接触がおきない範囲とする。

このような仮定を設けると，以下の本論に述べるような方法で燃料棒間角度因子が計算できる。計算法の特徴をまとめて示すと次のようになる。

◎角度因子は射影面積法を用いて求めた。

◎各燃料棒間角度因子は，任意の大きさのふくれについて解析的に求められた。

◎このため，計算精度，計算速度とも，従来のLambertの方法よりはるかに向上した。

なお，この角度因子計算法は，現在，著者の作成したBWRのLOCA時のヒートアップ解析コードSCŌRCH−B2に取り入れられている。このコードでは，被覆管がふくれたと計算されると，ただちに，燃料棒間および燃料棒 − チャンネルボックス間の輻射角度因子を計算するようになっている。ただし，SCŌRCH−B2では，被覆管のふくれの程度はどの燃料棒も同じとしており，その値はインプットするようになっている。温度や内圧などからふくれの程度まで計算し，計算されたばらばらのふくれに対して角度因子を計算するのは，次の版であるSCŌRCH−B3以降になる。

2　計算体系と各角度因子間の関係

この章では，図4に示すように，正方格子配列の燃料棒がいろいろの大きさにふくれている場合について，各角度因子間の関係をあきらかにし，それによって，角度因子を求めるための計算体系と計算手順とを導く。

いま，図4の中から適当に燃料棒Rを取り出し，Rを輻射体，残りを被輻射体と考えて，Rから他の燃料棒への角度因子を考えることにする。

最初に，図中の斜線を施した燃料棒について考えると，実は，通常の軽水炉では，これらの燃料棒にはRからの輻射線が到達しない。その理由は以下のとおりである。

たとえば，Rからの輻射線が燃料棒Aに到達するためには，この輻射線はB－C間（あるいはB'－C間）の隙間を抜け，さらにC－D間（あるいはC－D'間）の隙間を抜けねばならない。このような輻射線が存在する必要条件は，円Cが円Bと円D（あるいは円B'と円D'）の共通外接線の外側にあることである。この条件が最も満足されやすいのは，図中に点線で示したように，B，C，D（あるいはB'，C，D'）がすべてふくれていないときである。このとき，必要条件は次式で与えられる。

$$\xi_N < \frac{\sqrt{2}}{4} = 0.353553\cdots\cdots \qquad (7)$$

ここに，ξ_N はふくれをおこしていない場合の半径対ピッチ比である。通常の軽水炉燃料では，ξ_N ＝ 0.36～0.38程度であり，条件式(7)が満足されることはない。すなわち，Rから出てAに到達する輻射線は存在せず，角度因子 $f_{R\to A}$ は常に0である。同様にして，他の斜線を施した燃料棒へもRからの輻射線が到達しないことがわかる。

このように見てくると，輻射体Rからの角度因子の計算は，実は次の2通りの角度因子を計算すれば良いことがわかる。

i）輻射体Rと同じ行または列にある燃料棒（たとえば，B，B'，E，Fなど）への角度因子。

ii）輻射体Rと1つずれた行または列にある燃料棒（たとえば，C，D，D'，Gなど）への角度因子。

このうち，前者は，輻射体のすぐ隣りにあるもの（B，B'）を除いては，燃料棒がふくれをおこしたためにはじめて考慮に入れる必要がでたものであり，どの燃料棒もふくれない場合には考えなくてよかったものである。

さて，図5は図4の一部を抜き取ったものである。図4において，Rからの輻射線が到達し得る燃料棒は，行と列を入れ替えたり裏返したりの操作により，必ず図5の配置におけるから，今後は図5においてRからの角度因子を考えれば良い。

各角度因子間の関係を考えるのに先立って，ここで，各角度因子を次のような記号で表わすことに約束する（図5参照）。

i）Rを出た輻射線のうち A_1 に到達するものの割合

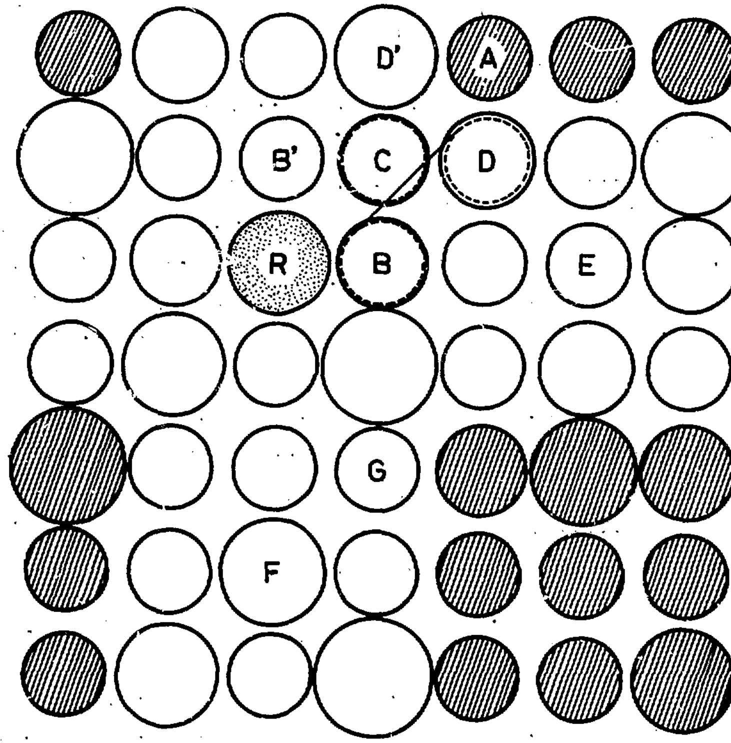


図４　いろいろな程度にふくれている格子配列燃料集合体の例。
図中のＲからの輻射を考えると，斜線を施した燃料棒へは
輻射線が到達せず，白く残っている燃料棒への輻射だけ考え
れば良いことがわかる。

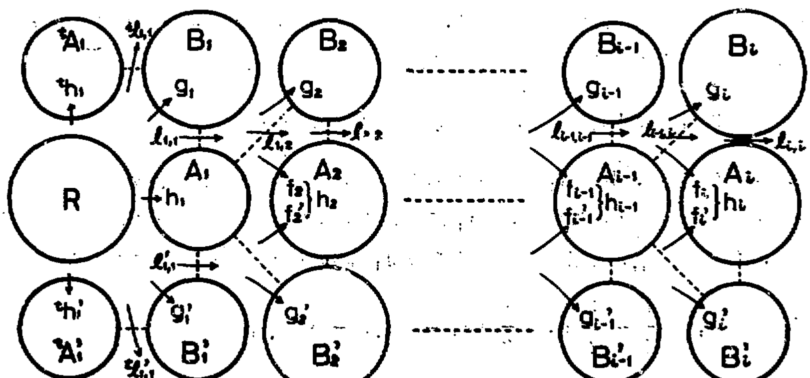


図５　計算体系と各角度因子の名称。図１の燃料集合体は，
必ずこの体系に置き換えられる。

…… h_i （ i = 1, 2, 3, …… ）

ii） R を出た輻射線のうち B_i に到達するものの割合

…… g_i （ i = 1, 2, 3, …… ）

iii） R を出た輻射線のうち，妨害体 A = A_1，A_2，……，A_{i-1} および妨害体 B = B_1，B_2 ……，B_{i-1} の間を通過して A_i に到達するものの割合 …… f_i（i=2, 3, 4, ……）

iv） R を出た輻射線のうち，妨害体 A = A_1，A_2，……，A_{i-1} および妨害体 $B' = B'_1$，B'_2，…… B'_{i-1} の間を通過して A_i に到達するものの割合 …… f_i'（i=2, 3, 4, …… ）

v） R を出た輻射線のうち，妨害体 A = A_1，A_2，……，A_i および妨害体 B = B_1，B_2，……，B_j の間を通過するものの割合　…… $\ell_{i,j}$（i=1, 2, ……，j=1, 2, ……）

vi） R を出た輻射線のうち ${}^tA_1$ に到達するものの割合

…… ${}^th_1$

vii） R を出た輻射線のうち ${}^tA_1 - B_1$ 間を通過するものの割合

…… ${}^t\ell_{1,1}$

ここで，記号 t は行と列とを転置して得られることを意味しており，記号 ′ は上下を引っくり返して得られることを意味している。なお，燃料棒に到達する割合，燃料棒間を通過する割合，という意味を明瞭にするため，今後は角度因子という呼び方の他に，到達率 h，g，f，通過率 ℓ という呼び方を用いることにする。

まず最初に，到達率 h_1，${}^th_1$，g_1 と通過率 $\ell_{1,1}$ および ${}^t\ell_{1,1}$ の間の関係について調べてみる。これには，図 5 の R − A_1 および R − ${}^tA_1$ 上に鏡を立てて得られる，図 6 の体系を考えてみるとわかりやすい。図 6 において，各度因子の総和が 1 という性質を用いれば，各角度因子間に次の関係が成り立っていることがわかる。

$$2h_1 + 2\,{}^th_1 + 4g_1 + 4\ell_{1,1} + 4\,{}^t\ell_{1,1} = 1 \tag{8}$$

(8)式中，到達率 h_1 は，R − A_1 間に妨害体がない（後注）ため簡単に求められる。（具体的な計算法は 3 章で述べる）。これは，${}^tA_1$ についても同様である。従って，もし $\ell_{1,1}$ が計算できれば，（当然 ${}^t\ell_{1,1}$ も計算できるから）g_1 を次式で求めることができる。

$$g_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}h_1 - \frac{1}{2}\,{}^th_1 - \ell_{1,1} - {}^t\ell_{1,1} \tag{9}$$

次に，R から A_i（i ≧ 2）への到達率 h_i について考える。図 5 で見たように，R から A_i（i ≧ 2）に到達する輻射線の総量は，妨害体 A = A_1，A_2，…，A_{i-1} の上側と下側を通って A_i に到達する輻射線の和であるから，当然，次の関係が成立する。

$$h_i = f_i + f_i' \quad (i=2, 3, 4, \cdots\cdots) \tag{10}$$

従って，f_i（i=2, 3, 4, …… ）が求められれば，（当然 f_i' も求められるから）h_i（i=2, 3, 4, …… ）が計算できる。

続いて，図 7 に示すように，到達率 f_i，g_i と，通過率 $\ell_{i,i}$，$\ell_{i-1,i}$，$\ell_{i-1,i-1}$ の間

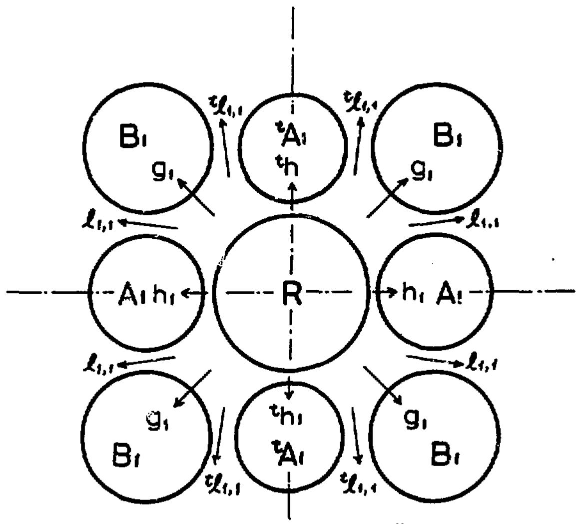


図 6　g_1 の計算法。図のように2本の対称軸を採って考えれば，RからB₁ への角度因子 g_1 と他の角度因子との間に次の関係がある。

$$4g_1+2h_1+2{}^th_1+4\ell_{1,1}+4{}^t\ell_{1,1}=1$$

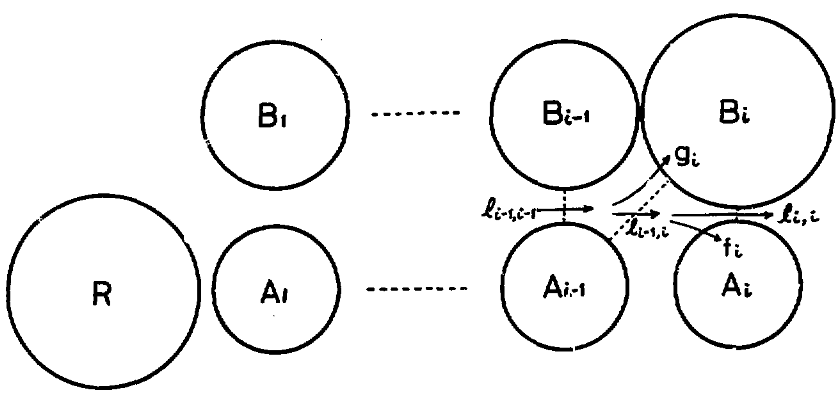


図 7　f_i・g_i・$\ell_{i,i}$・$\ell_{i-1,i}$ および $\ell_{i-1,i-1}$ の間の関係。図において，$A_{i-1}-B_{i-1}$ 間を通り抜けた輻射線は，$A_{i-1}-B_i$ 間を通り抜けるか B_i の表面に到達するかのいずれかだから，$\ell_{i-1,i-1}=\ell_{i-1,i}+g_i$。また，$A_{i-1}-B_i$ 間を通り抜けたものは，A_i-B_i 間を通り抜けるか，A_i の表面に到達するかのいずれかだから，$\ell_{i-1,i}=\ell_{i,i}+f_i$。

の関係を調べる（$i=2, 3, 4, \cdots\cdots$）。いま，$A_{i-1}-B_{i-1}$ 間を通過した輻射線について考えると，この輻射線は $A_{i-1}-B_i$ 間を抜けるか，B_i に到達するかのいずれかとなる。従って，到達率 g_i は次式で表わされる。

$$g_i = \ell_{i-1,i-1} - \ell_{i-1,i} \quad (i=2, 3, 4, \cdots\cdots) \tag{11}$$

また，$A_{i-1}-B_i$ 間を抜けた輻射線は，A_i-B_i 間を抜けるか A_i に到達するかのいずれかになるので，到達率 f_i は次式のようになる。

$$f_i = \ell_{i-1,i} - \ell_{i,i} \quad (i=2, 3, 4, \cdots\cdots) \tag{12}$$

したがって，到達率 f_i，g_i（$i=2, 3, 4, \cdots\cdots$）は，通過率 $\ell_{i,i}$（$i=1, 2, 3, \cdots$）および $\ell_{i-1,i}$（$i=2, 3, 4, \cdots$）を計算できれば求められる。

$A_{i-1}-B_i$ 間の通過率 $\ell_{i-1,i}$ のかわりに，A_i-B_{i-1} 間の通過率 $\ell_{i,i-1}$ を考えると，同様の考え方により，(11)，(12) 式のかわりに次の関係が得られる。

$$f_i = \ell_{i-1,i-1} - \ell_{i,i-1} \quad (i=2, 3, 4, \cdots\cdots) \tag{13}$$

$$g_i = \ell_{i,i-1} - \ell_{i,i} \quad (i=2, 3, 4, \cdots\cdots) \tag{14}$$

この場合は $\ell_{i,i}$（$i=1, 2, 3, \cdots\cdots$）および $\ell_{i,i-1}$（$i=2, 3, 4 \cdots\cdots$）を計算できれば，f_i, g_i（$i=2, 3, 4, \cdots\cdots$）を求められる。本報告書では，(11)，(12)式を用いることにする。

以上見てきたように，ふくれを伴う燃料棒間の角度因子の計算は，次の2種類の計算ができればよいことに帰結された。すなわち，

i）到達率 h_i の計算。これは，2体間に妨害がないときの2本の円柱間の角度因子の計算である。

ii）通過率 $\ell_{i,j}$ の計算（$i=1, 2, 3, \cdots, j=i$ or $i+1$）。これは，Rを出た輻射線が，妨害体 $A=A_1, A_2, \cdots\cdots, A_i$ と妨害体 $B=B_1, B_2, \cdots, B_j$ の間を抜ける割合である。

次の第3章で h_i の計算法を，続く第4章では $\ell_{i,j}$ の計算法を述べることにする。なお，図5で目標にした角度因子 h_1，h_2，$\cdots\cdots$，h_i および g_1，g_2，$\cdots$，g_i の計算は，h_i，$\ell_{i,j}$ が計算できれば，図8のような流れによって計算できる。

注）厳密に言うと，Rから A_1 への輻射線が妨害されることがある。たとえば，図9に見られるように，Rおよび B_1 が極めて大きくふくれ，B_1 が A_1 にほとんど接しているとき，Rから A_1 への輻射線の極めて微小な部分が B_1 によって妨害される。この影響をまともに考えると問題がかなり複雑になるのに反し，影響の大きさは十分小さいので，本報告書では B_1 がRから A_1 への輻射線を妨害することはないとする。同様に，B_i はRから A_i への輻射線を妨害せず，A_i はRから B_i への輻射線を妨害しないとする。また，A_1 もRから B_i への輻射線を妨害しないとする。

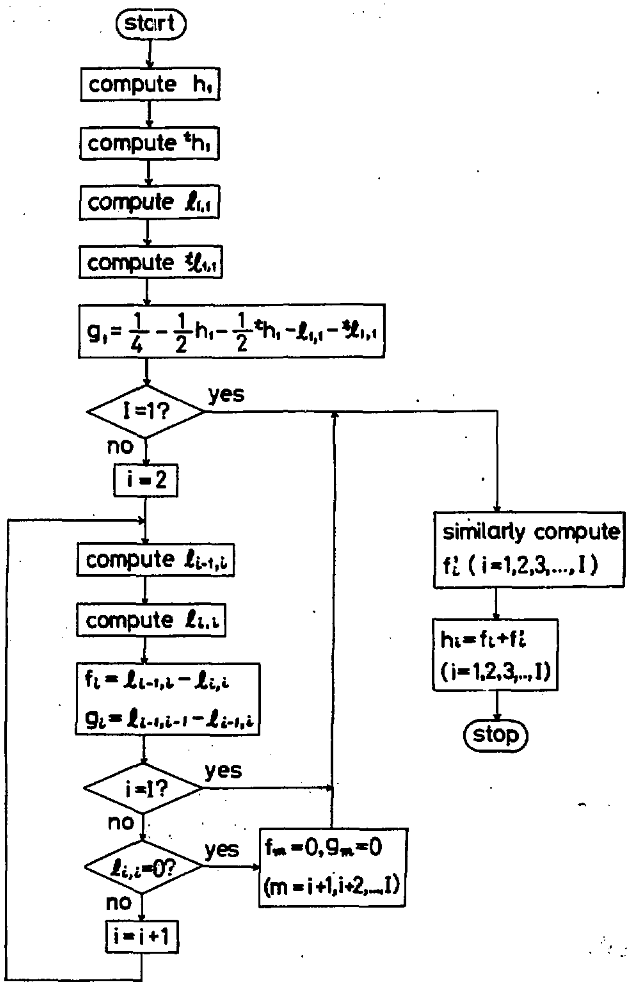


図 8　角度因子計算の手順

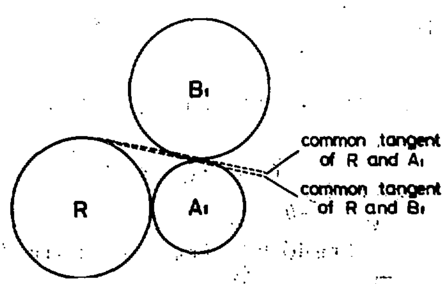


図 9　B_1 が R から A_1 への輻射線を妨害する例

3 妨害のない場合の燃料棒間角度因子計算法

この章では，２本の燃料棒間に妨害となる別の燃料棒がない場合について，一方の燃料棒かから他の燃料棒への角度因子（到達率）の計算法を述べる。これは，具体的には，前章で定義した到達率 h_1 の計算法である。

正射影を用いての角度因子の新しい計算法（射影面積法）によれば，平面問題における，物体Rから物体Aへの到達率 $F_{R \to A}$ は次式で表わされる。

$$F_{R \to A} = \frac{1}{2P_R} \int_0^{2\pi} S(\phi) d\phi \tag{15}$$

ここで，P_R は輻射体Rの周長，$S(\phi)$ は，図１０に示すように，ϕ 方向平行光線によるRの正射影とAの正射影の共通部分の長さである。

この角度因子計算法を，図１１に示すような二円について適用する。図中に記すように，二円の半径を r_R　r_{A_1} とし，二円の中心間の距離（ピッチ）をｄとする。簡単のために，$r_R \leqq r_{A_1}$ の場合を考えて話を進め，$r_R > r_{A_1}$ の場合については最後に結果だけ示すことにする。

最初に，方向 ϕ を定めたときの，共通射影面積長 $S(\phi)$ を求める。$\pm\psi$ を二円の共通外接線の勾配とし，$\pm\theta$ を二円の共通内接線の勾配として，図１２(a)，(b)に示すように，$S(\phi)$ が次のように求まる。

$$S(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi \leqq -\theta) \\ r_R + r_{A_1} + d \sin\phi & (-\theta \leqq \phi \leqq -\psi) \\ 2 r_R & (-\psi \leqq \phi \leqq \psi) \\ r_R + r_{A_1} - d \sin\phi & (\psi \leqq \phi \leqq \theta) \\ 0 & (\theta \leqq \phi) \end{cases} \tag{16}$$

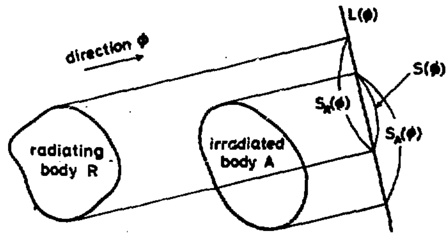
ただし，角 ψ，θ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\psi = \sin^{-1}\left(\frac{r_{A_1} - r_R}{d}\right) \tag{17}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{r_{A_1} + r_R}{d}\right) \tag{18}$$

(16)式を(15)式に代入すれば，角度因子 $F_{R \to A_1}$ $(=h_1)$ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2 \cdot 2\pi r_R} \left\{ \int_{-\theta}^{-\psi} (r_R + r_{A_1} + d \sin\phi) d\phi \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\psi}^{\psi} 2 r_R d\phi + \int_{\psi}^{\theta} (r_R + r_{A_1} - d \sin\phi) d\phi \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi r_R} \left\{ 2 r_R \psi + (r_R + r_{A_1})(\theta - \psi) \right. \end{aligned}$$



$$F_{R\to A}=\frac{1}{2P_R}\cdot\int_0^{2\pi}S(\phi)\,d\phi$$

where

$F_{R\to A}$: Angle Factor from R to A

P_R : *Perimeter of R*

$S_R(\phi)$: Shadow of R by Parallel Rays in a Direction ϕ

$S_A(\phi)$: Shadow of A by *Parallel Rays* in a Direction ϕ

$S(\phi)$: Length of Intersection of $S_R(\phi)$ and $S_A(\phi)$

図１０　平面問題での，正射影を用いての角度因子計算法

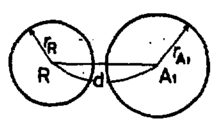
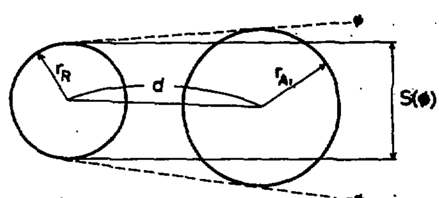
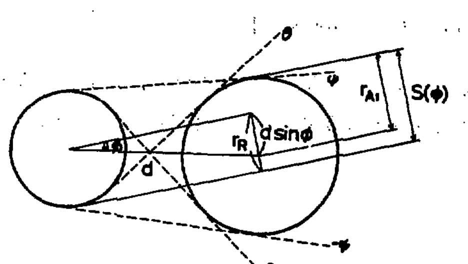


図１１　燃料棒間に妨害物のない場合。即ち，h_1 の計算体系。



a: $S(\phi)=2r_R$ (for $-\psi\leq\phi\leq\psi$)



b: $S(\phi)=r_R+r_{A_1}-d\sin\phi$ $(\psi\leq\phi\leq\theta)$

Similarly

c: $S(\phi)=r_R+r_{A_1}+d\sin\phi$ $(-\theta\leq\phi\leq-\psi)$

図１２　$r_R \leqq r_{A_1}$ のときの $S(\phi)$ の計算法

$$+d(\cos\theta-\cos\psi)\Big\} \tag{19}$$

ところで，角度因子は相似な体系では等しくなるという性質を持っているから，問題を簡単にするため，今後はピッチが1になるような相似な体系を考えることにする。そのときの相対的な半径をξで表わすと，ξとrおよびdの間には次の関係が成り立っていることは自明である。（ただし，添字はrとξに共通につけるとする。）

$$\xi=\frac{r}{d} \tag{20}$$

この関係を用いて，(17) ～ (19)式を整理すると，$\xi_R \leqq \xi_{A_1}$ のときの角度因子h_1は次式で表わされる。

$$\psi=\sin^{-1}(\xi_{A_1}-\xi_R) \tag{21}$$

$$\theta=\sin^{-1}(\xi_{A_1}+\xi_R) \tag{22}$$

として，

$$h_1=\frac{1}{2\pi\xi_R}\Big\{2\xi_R\psi+(\xi_R+\xi_{A_1})(\theta-\psi)+(\cos\theta-\cos\psi)\Big\} \tag{23}$$

以上と同様に考えて，$\xi_R>\xi_{A_1}$ の場合の到達率h_1は次式で表わされる。

$$\psi=\sin^{-1}(\xi_R-\xi_{A_1}) \tag{24}$$

$$\theta=\sin^{-1}(\xi_R+\xi_{A_1}) \tag{25}$$

として，

$$h_1=\frac{1}{2\pi\xi_R}\{2\xi_{A_1}\psi+(\xi_R+\xi_{A_1})(\theta-\psi)+(\cos\theta-\cos\psi)\} \tag{26}$$

ξ_Rおよびξ_{A_1}を適当に変えたときのh_1の変化は，図13のようになる。この図は，ξ_Rおよびξ_{A_1}が，それぞれ0.38～0.50の間で変化したときのh_1を表わしている。

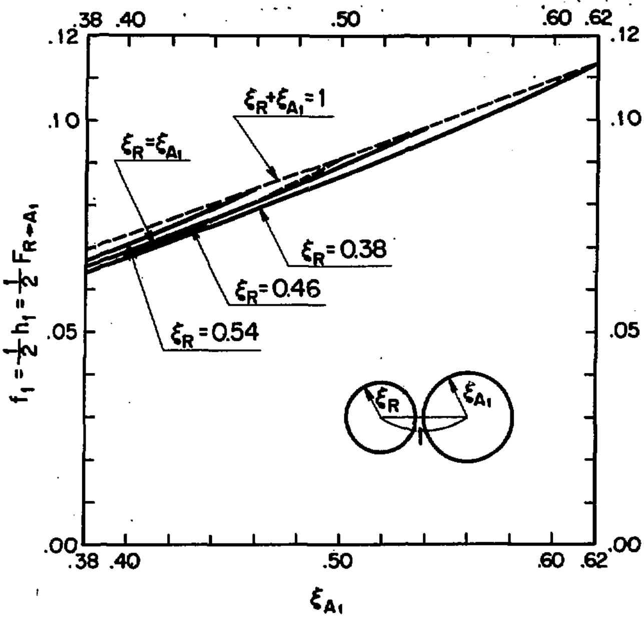


図１３　RからA$_1$への到達率h$_1$と，RおよびA$_1$の半径対ピッチ比 ξ_R，ξ_{A_1} との関係

4　妨害体間の通過率の計算法

2章で見たように，燃料棒間角度因子の計算は，最終的に$A_i - B_j$間の通過率$\ell_{i,j}$を求める計算に帰結された。本章では，この通過率$\ell_{i,j}$の計算法について述べる。記述を簡単にするため，A_1，A_2，・・・・，A_iおよびB_1，B_2，・・・・B_jを，それぞれ単に妨害体A，妨害体Bと呼び，$\ell_{i,j}$を単にA－B間の通過率ℓと呼ぶことにする。

射影面積法によれば，A－B間の通過率ℓは次式で表わされる。

$$\ell = \frac{1}{2P_R} \int S(\phi)\, d\phi \tag{27}$$

ただし，P_Rは輻射体の周長，$S(\phi)$は，方向ϕを定めたときにA－B間を通過する輻射線束の幅である。積分は$S(\phi) \geq 0$なる全区間にわたって考えるものとする。

図14に方向ϕと$S(\phi)$との関係について示す。図に示すように，$S(\phi)$の形はϕにより，次の3つの場合に分けられることがわかる。

a　ϕ方向輻射線のうち妨害体A－B間を通過するものがあり，かつ妨害体Bがϕ方向輻射線に対しては妨害体として働いていない場合。この場合の$S(\phi)$を$S(\phi) = S_A(\phi)$と表わすことにする。

b　ϕ方向輻射線のうち妨害体A－B間を通過するものがあり，かつその輻射線はA，Bによって妨害されている場合。この場合の$S(\phi)$を$S(\phi) = S_{A,B}(\phi)$で表わすことにする。

c　ϕ方向輻射線は妨害体A－B間を通過しない場合。この場合は$S(\phi) = 0$である。

したがって，通過率ℓは$\int S_A(\phi) d\phi$と$\int S_{A,B}(\phi) d\phi$の適当な組み合わせで表現できる。この組み合わせは，輻射体Rと妨害体AおよびBの位置関係によって決まる。以下，R，A，Bの位置関係と組み合わせの型との関連について説明する。

いろいろ検討して見ると，以上述べてきた積分の型式は，以下のα，β，γ，δという4つの角の大小関係によって決まるので，まず，これらの角の定義を述べる。（図15を参照のこと。）

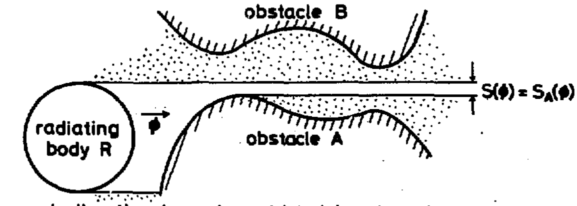
α：輻射体Rと妨害体Aの共通接線の勾配。ただし，図15aの$\overline{RA'}$のように，Aのどこかで接した直線が別なところでAと交わる場合にはこれを採用しない。すなわち，αは，円Rと円群A_1，A_2，A_3，・・・・それぞれとの共通外接線の勾配の最大値である。

β：輻射体Rと妨害体Bの共通接線の勾配。これも，図15aの$\overline{RB'}$のようなものを除く。βは，円Rと円群B_1，B_2，B_3，・・・・それぞれの共通外接線の勾配の最小値である。

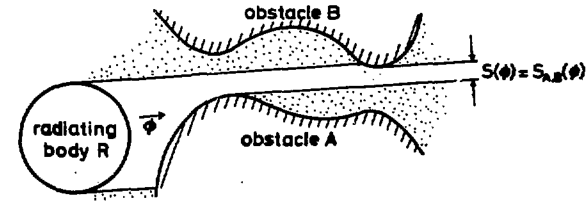
γ，δ：妨害体Aと妨害体Bの共通内接線。この場合も図15bの$\overline{AB'}$や$\overline{BA'}$のようにAもしくはBと交わるものは除く。この共通内接線は2本あるか全然ないかのいずれかである。2本ある場合には$\delta < \gamma$になるようにδ，γを選ぶものとする。

このように分類すると，α，β，γ，δの大小関係により，積分の型式は次のように分類される（図16参照）。

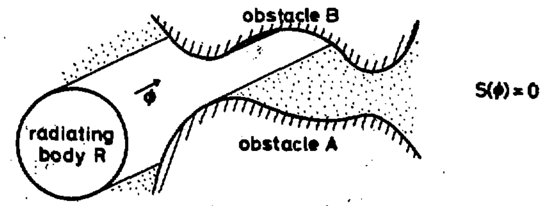
1）$\alpha < \beta$のとき。このとき，必ず$\delta < \alpha < \beta < \gamma$になる。このときの$\ell$は次式で表わされ



a: φ-direction beam is restricted by obstacle A.

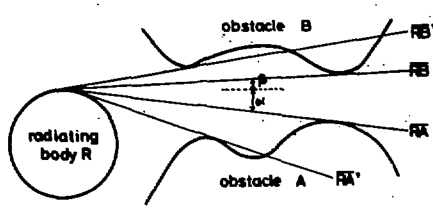


b: φ-direction beam is restricted by obstacle A and B.

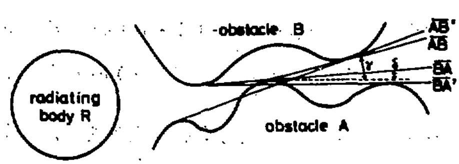


c: No beam in a direction φ passes between A and B.

図１４　方向φと，φ方向輻射線束の幅S(φ)との関係



a: Definition of common tangent $\overline{RA}$ and $\overline{RB}$. $\overline{RA}$' and $\overline{RB}$' are not considered to be the common tangents. α and β are the respective inclinations of $\overline{RA}$ and $\overline{RB}$.



b: Definition of common tangent $\overline{AB}$ and $\overline{BA}$. $\overline{AB}$' and $\overline{BA}$' are not considered to be the common tangents. γ and δ are the respective inclinations of $\overline{AB}$ and $\overline{BA}$.

図１５　勾配α，β，γ，δの決め方

る。

$$\ell = \frac{1}{2P_R}\left\{\int_{\alpha}^{\beta} S_A(\phi)d\phi + \int_{\beta}^{\gamma} S_{A,B}(\phi)d\phi\right\} \tag{28}$$

これを，今後第Ⅰ型と呼ぶ。

ii) $\alpha \geqq \beta$ かつ $\beta < \gamma$ のとき。このとき，必ず $\beta \leqq \alpha < \delta < \gamma$ となる。このときの ℓ は次式で表わされる。

$$\ell = \int_{\delta}^{\gamma} S_{A,B}(\phi)d\phi \tag{29}$$

これを，第Ⅱ型と呼ぶ。

iii) $\alpha \geqq \beta$ かつ $\beta \geqq \gamma$ のとき。このときは，必ず $\delta < \gamma \leqq \beta \leqq \alpha$ となる。この場合，$S(\phi) > 0$ となることはなく，$\ell = 0$ である。これを第Ⅲ型と呼ぶ。

iv) γ および δ が存在しないとき。この場合も $\ell = 0$ である。これを第Ⅲ'型と呼ぶ。

かくして，ℓ は $S_A(\phi)$ と $S_{A,B}(\phi)$ とで表わされた。以後，$S_A(\phi)$ および $S_{A,B}(\phi)$ の計算法を述べることにする。

図17のaおよびbに，$S_A(\phi)$ および $S_{A,B}(\phi)$ の計算法を示す。図からただちにわかるように，方向 ϕ を決めると，そのときに実際に妨害となる燃料棒 A_i および B_j が定まる。このことから，$S_A(\phi)$ および $S_{A,B}(\phi)$ をそれぞれ次のように表わすことにする。

$$S_A(\phi) = S(A_i) \tag{30}$$

$$S_{A,B}(\phi) = S(A_i, B_j) \tag{31}$$

図17から，$S_A(\phi)$，$S_{A,B}(\phi)$ はそれぞれ次のようになる。

$$S_A(\phi) = \varepsilon_R - \varepsilon_{A_i} + i \sin\phi \tag{32}$$

$$S_{A,B}(\phi) = -\varepsilon_{A_i} - \varepsilon_{B_j} - (j-i)\sin\phi + \cos\phi \tag{33}$$

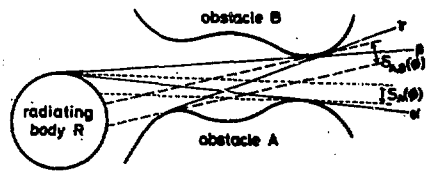
したがって，Cを積分定数として

$$\begin{aligned}\int S_A(\phi)\,d\phi &= \int(\varepsilon_R - \varepsilon_{A_i} + i\sin\phi)d\phi \\ &= (\varepsilon_R - \varepsilon_{A_i})\phi - i\cos\phi + C\end{aligned} \tag{34}$$

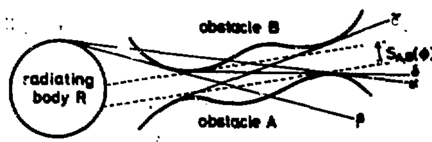
$$\begin{aligned}\int S_{A,B}(\phi)\,d\phi &= \int\{-\varepsilon_{A_i} - \varepsilon_{B_j} - (j-i)\sin\phi + \cos\phi\}d\phi \\ &= -(\varepsilon_{A_i} + \varepsilon_{B_j})\phi + (j-i)\cos\phi + \sin\phi + C\end{aligned} \tag{35}$$

(34)式において，A_i が実際の妨害体として働く ϕ の範囲を $\phi_1 \leqq \phi \leqq \phi_2$，(35)式において A_i と B_j とが実際の妨害体として働く ϕ の範囲を $\phi_3 \leqq \phi \leqq \phi_4$ とすれば，(34)，(35)式から次の定積分が得られる。

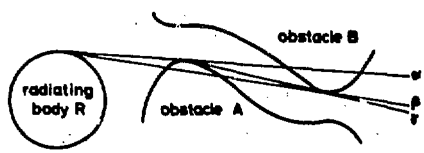
$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} S_A(\phi)d\phi = (\varepsilon_R - \varepsilon_{A_i})(\phi_2 - \phi_1) - i(\cos\phi_2 - \cos\phi_1) \tag{36}$$



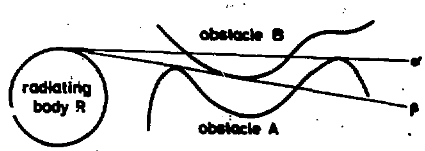
Type I ($\alpha < \beta$)
In this case, $\ell = \frac{1}{2R_0}\left\{ \int_{\alpha}^{\beta} S_A(\phi)\,d\phi + \int_{\beta}^{\gamma} S_{A,B}(\phi)\,d\phi \right\}$



Type II ($\alpha \geq \beta$ and $\beta < \gamma$)
In this case, $\ell = \frac{1}{2R_0}\int_{\delta}^{\gamma} S_{A,B}(\phi)\,d\phi$



Type III ($\alpha \geq \beta$ and $\beta \geq \gamma$)
In this case, $\ell = 0$



Type III' ($\alpha \geq \beta$ and γ and δ do not exist)
In this case, $\ell = 0$

図１６　輻射体Ｒと妨害体Ａ，Ｂの位置関係による
ℓの計算式の相違

$$\int_{\phi_3}^{\phi_4} S_{A,B}(\phi)d\phi = -(\xi_{A_i}+\xi_{B_j})(\phi_2-\phi_1) + (j-i)(\cos\phi_2-\cos\phi_1)+(\sin\phi_2-\sin\phi_1) \tag{37}$$

これより，方向ϕが変化するにつれて，実際に妨害体となる燃料棒の番号 i，j がどのように変化していくかを調べれば，$S_A(\phi)d\phi$ および $S_{A,B}(\phi)d\phi$ が計算でき，ℓを計算することができる。

それでは，方向ϕが定められたとき，妨害体A，Bのどの燃料棒が実際の妨害体となっているかについて考えてみよう。いま，図18の例について考えることにする。（図18は，角の大小関係をわかりやすくするため，縦の長さを2倍に拡大して描いてある。）図18は，先に図16で分類した第I型のものであり，$S(\phi)\geqq 0$ なる範囲はϕが$\alpha\leqq\phi\leqq\gamma$の範囲にあるときである。この範囲で，$\phi$が大きくなるにつれて実際に妨害体となる燃料棒がどのように移っていくかを見てみる。なお，以後の説明は第I型についてし，第II型については必要に応じて結果のみ述べることにする。

まず，妨害体Aについて考える。図18の例では，まずA_4が妨害体となり，ϕがある程度以上に大きくなるとA_2が妨害体になる。A_1，A_3，A_5は妨害体として働くことがない。

同様に妨害体Bについて考える。ϕがβより小さいとき，Bはどの燃料棒も妨害体とならない。ϕがβを越えると，B_2，B_3，B_5の順に妨害体となる。しかし，B_1，B_4は妨害体として働くことがない。

このように見てくると，妨害体に関して次のような性質があることがわかる。

i）A_3，A_4 のように "くぼんでいる" 燃料棒は妨害体として働くことがない。

ii）妨害体Aについては，αを定める燃料棒（この場合A_4）よりも右側の燃料棒（この場合A_5）と，γを定める燃料棒（この場合A_2）よりも左側の燃料棒（この場合A_1）は妨害体として働かない。

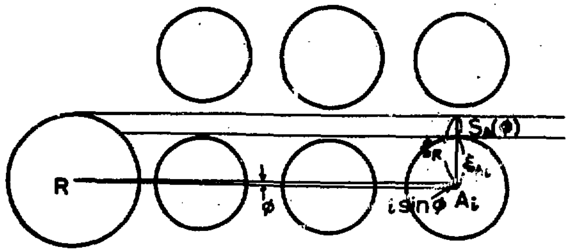
iii）妨害体Bについては，βを定める燃料棒（この場合B_2）よりも左側の燃料棒（この場合B_1）と，γを定める燃料棒（この場合B_5）よりも右側の燃料棒（この場合にはない）は妨害体として働かない。

iv）残りの燃料棒は，ϕの変化する過程で必ず妨害体として働く。妨害体になる燃料棒は，妨害体Aについては右から左へ，妨害体Bについては左から右へと移動する。

なお，ℓが第II型の積分で表わされるときは，上記の性質 ii），iii）に出てくるαおよびβをともにδとおいて読みなおすことにより，i）～ iv）の性質はそのまま成り立つ。

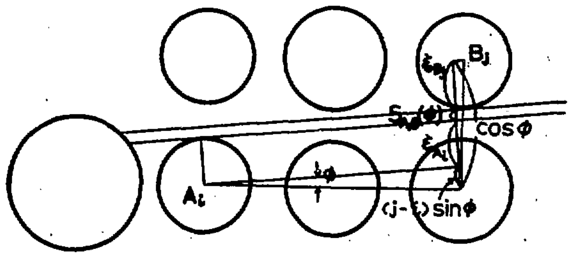
さて，以上のような考察の結果，妨害体A，Bは，実際には，図18中に示すように，"縮約された妨害体" $a=a_1, a_2, \cdots\cdots, b=b_1, b_2, \cdots\cdots$ について考えればよいことがわかる。ここで，添字は角ϕを次第に大きくしていったときに妨害体になってくる順序に従って番号を打つものと約束する。（妨害体aは右から左へ，妨害体bは左から右へ番号を打つ。また，a_mに対応する燃料棒をAi_m，b_nに対元する燃料棒をB_{j_n}とする）このように約束すると，実際に妨害体として働く燃料棒がどれであるかは，以下のように判定される。

妨害体aについては



a: Computation of $S_A(\phi)$.

$$S_A(\phi) = \xi_R - \xi_{A_i} + i\sin\phi$$



b: Computation of $S_{A,B}(\phi)$.

$$S_{A,B}(\phi) = -\xi_{A_i} - \xi_{B_j} - (j-i)\sin\phi + \cos\phi$$

図１７　妨害体 A_i , B_j が決まったときの $S_A(\phi)$, $S_{A,B}(\phi)$ の計算法

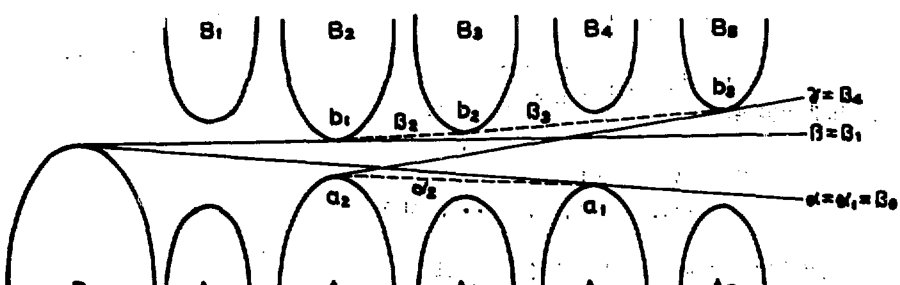


図１８　実際に妨害体となる燃料棒。この図の例では，実際に妨害体として働くのは，妨害体Ａについては A_4 および A_2 ，妨害体Ｂについては B_2 , B_3 および B_5 である。これらを，それぞれ，a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , b_3 とし，妨害体Ａ，Ｂのかわりに，縮約された妨害体ａ，ｂについて考えることにする。
（この図は縦を２倍にして描いてある）

$$\begin{cases} \alpha \leqq \phi \leqq \alpha_2 & \text{のとき} \quad a_1 = A_{i_1} \\ \alpha_2 \leqq \phi \leqq \alpha_3 & \text{のとき} \quad a_2 = A_{i_2} \\ \vdots & \\ \alpha_m \leqq \phi \leqq \alpha_{m+1} & \text{のとき} \quad a_m = A_{i_m} \\ \vdots & \\ \alpha_M \leqq \phi \leqq \gamma & \text{のとき} \quad a_M = A_{i_M} \end{cases} \tag{38}$$

妨害体bについては

$$\begin{cases} \alpha \leqq \phi \leqq \beta & \text{のとき} \quad \text{なし} \\ \beta \leqq \phi \leqq \beta_2 & \text{のとき} \quad b_1 = B_{j_1} \\ \beta_2 \leqq \phi \leqq \beta_3 & \text{のとき} \quad b_2 = B_{j_2} \\ \vdots & \\ \beta_n \leqq \phi \leqq \beta_{n+1} & \text{のとき} \quad b_n = B_{j_n} \\ \vdots & \\ \beta_N \leqq \phi \leqq \gamma & \text{のとき} \quad b_N = B_{j_N} \end{cases} \tag{39}$$

ただし，MおよびNは，それぞれ縮約された妨害体a，bに含まれる燃料棒の本数，α_mはa_{m-1}とa_mの共通接線，β_nはb_{n-1}とb_nの共通接線であり，$\alpha<\alpha_2<\alpha_3<\cdots\cdots<\alpha_m<\cdots\cdots<\alpha_M<\gamma$，$\alpha<\beta<\beta_2<\beta_3<\cdots\cdots<\beta_n<\cdots\cdots<\beta_N<\gamma$なる関係がある（図18参照）。

ここで，図18に書きこんだように，

$$\begin{cases} \alpha_1 = \beta_0 = \alpha \\ \beta_1 = \beta \\ \alpha_{M+1} = \beta_{N+1} = \gamma \end{cases} \tag{40}$$

とおくと，(38)，(39)の関係は次のように整理される。
妨害体aで実際に妨害体として働く燃料棒は，

$$\alpha_m \leqq \phi < \alpha_{m+1} \ \text{のとき} \quad a_m \tag{41}$$
$$(\text{ただし，} m=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M)$$

妨害体bで実際に妨害体として働く燃料棒は

$$\begin{cases} \beta_0 \leqq \phi < \beta & \text{のとき} \quad \text{なし} \\ \beta_n \leqq \phi < \beta_{n+1} & \text{のとき} \quad b_n \end{cases} \tag{42}$$
$$(\text{ただし，} n=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N)$$

ℓが第II型の積分で表わされるときは，(40)式のα，βのかわりにδとおいて，

$$\alpha_1 = \beta_0 = \beta_1 = \delta \tag{43}$$

とすれば，(37)，(38)式がそのまま成り立つ。（ただし，(42)式の$\beta_0 \leqq \phi \leqq \beta$　の部分は意

味を持たなくなる。）

さて，第I型の積分は，先に述べたように次の形で表わされた。

$$\ell = \frac{1}{4\pi\varepsilon_R}\left\{\int_{\alpha}^{\beta} S_A(\phi)d\phi + \int_{\beta}^{\gamma} S_{A,B}(\phi)d\phi\right\} \tag{28}$$

この式は，以上の考察から次のように書きなおせる。

$$\ell = \frac{1}{4\pi\varepsilon_R}\left\{\int_{\beta_0}^{\beta_1} S_a(\phi)d\phi + \sum_{N=1}^{N}\int_{\beta_n}^{\beta_{n+1}} S_{a,b}(\phi)d\phi\right\} \tag{44}$$

ここで，積分 $\int_{\beta_n}^{\beta_{n+1}} S_{a,b}(\phi)d\phi$ について考えてみる。このとき，妨害体bの中で実際に妨害体として働いているのは，(42)式の関係から b_n である。妨害体aについてはどうかというと，図19に示すように，μ_n を $\alpha_m < \beta_n$ を満たすmの最大値と定義することにより，実際に妨害体として働く燃料棒は次のようになる。

$$\begin{cases} \beta_n \leqq \phi \leqq \alpha_{\mu_n+1} & \text{のとき} \quad a_{\mu_n} \\ \alpha_{\mu_n+1} \leqq \phi \leqq \alpha_{\mu_n+2} & \text{のとき} \quad a_{\mu_n+1} \\ \vdots & \\ \alpha_{\mu_{n+1}-1} \leqq \phi \leqq \alpha_{\mu_{n+1}} & \text{のとき} \quad a_{\mu_{n+1}-1} \\ \alpha_{\mu_{n+1}} \leqq \phi \leqq \beta_{n+1} & \text{のとき} \quad a_{\mu_{n+1}} \end{cases} \tag{45}$$

ここで，$\mu_n \leqq m \leqq \mu_{n+1}$ なるmに対し，

$$\alpha'_{n,m} = \begin{cases} \beta_n \, (m = \mu_n \text{ のとき}) \\ \alpha_m \, (\mu_n < m \leqq \mu_{n+1} \text{ のとき}) \\ \beta_{n+1} \, (m = \mu_{n+1}+1 \text{ のとき}) \end{cases} \tag{46}$$

と約束すると，(39)の関係は次のようにまとめられる。

$\beta_n \leqq \phi \leqq \beta_{n+1}$ の範囲で実際に妨害体として働くaは

$$\alpha'_{n,m} \leqq \phi \leqq \alpha'_{n,m+1} \text{のとき} \quad a_m \tag{47}$$

（ただし，$m = \mu_n, \mu_n+1, \cdots\cdots, \mu_{n+1}-1, \mu_{n+1}$）

したがって，

$$\int_{\beta_n}^{\beta_{n+1}} S_{a,b}(\phi)d\phi = \sum_{m=\mu_n}^{\mu_{n+1}} \int_{\alpha'_{n,m}}^{\alpha'_{n,m+1}} S(a_m, b_n)d\phi \tag{48}$$

同様に，積分 $\int_{\beta_0}^{\beta_1} S_a(\phi)d\phi$ について考えると，

$$\int_{\beta_0}^{\beta_1} S_a(\phi)d\phi = \sum_{m=1}^{\mu_1} \int_{\alpha'_{0,m}}^{\alpha'_{0,m+1}} S(a_m)d\phi \tag{49}$$

(48)，(49)式を(44)式に代入すれば，第I型の積分は，最終的に次の形に表わされる。

$$\ell = \frac{1}{4\pi\varepsilon_R}\left\{\sum_{m=1}^{\mu_1}\int_{\alpha'_{0,m}}^{\alpha'_{0,m+1}} S(a_m)d\phi + \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=\mu_n}^{\mu_{n+1}}\int_{\alpha'_{n,m}}^{\alpha'_{n,m+1}} S(a_m, b_n)d\phi\right\} \tag{50}$$

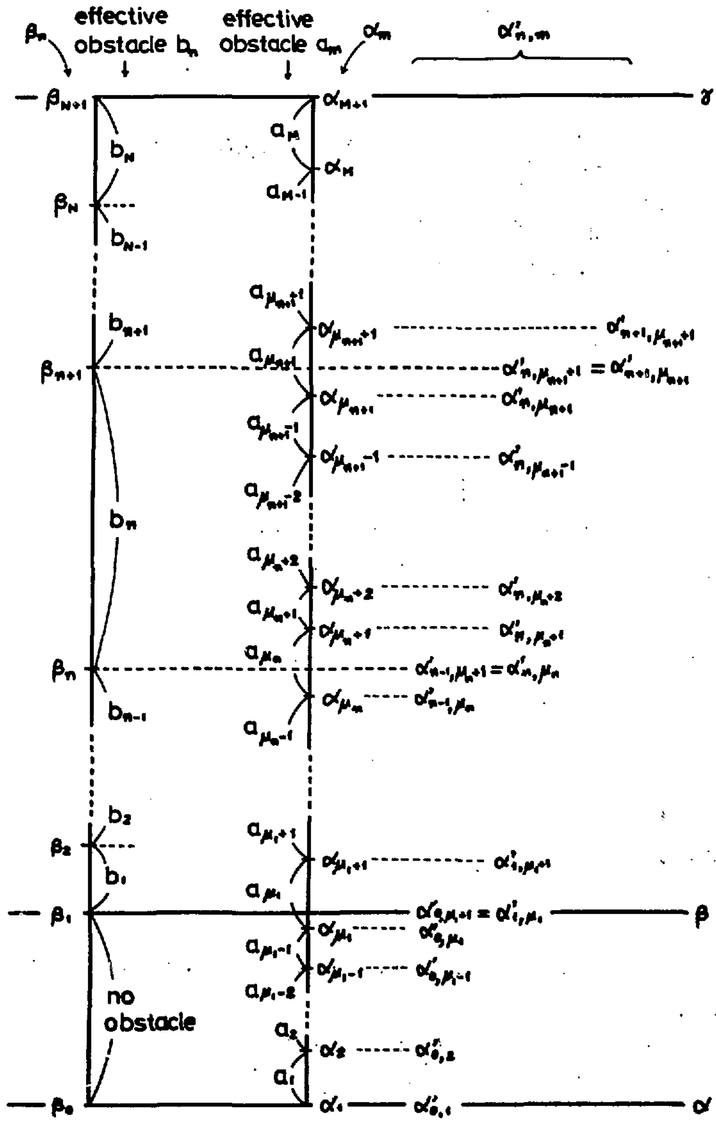


図19　α_m , β_n および $\alpha'_{m,n}$ の関係。μ_n は $\alpha_m < \beta_n$ を満たす m の最大値とする。

なお，第Ⅱ型の積分は次のようになる。

$$\ell=\frac{1}{4\pi\xi_R}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=\mu_n}^{\mu_{n+1}}\int_{\alpha'_{n,m}}^{\alpha'_{n,m+1}} S(a_m,\ b_n)\,d\phi \tag{51}$$

5　計算プログラムと計算例

以上述べてきた手法に沿って，計算プログラムを作成した。その流れ図を図２０に示す。図に示すように，このプログラムのおよその流れは次のようになる。

1. 輻射体の相対半径 ξ_R，妨害体 A_i，B_i の数K，妨害体 A_i の各相対半径 ξ_{A_i}（i＝1，2，・・・・，K）および妨害体 B_j の各相対半径 ξ_{B_j}（j＝1，2，・・・・，K）を読み込む。
2. 到達率 f_1 を計算する。（(23)式もしくは(26)式）
3. 通過率 $\ell_{i,j}$（i＝1，2，・・・・，K，j＝i，i＋1，ただし，i＝Kのときはj＝iのみ）を計算する。この計算は，サブルーチン$\bar{\mathrm{O}}$BSTCLとサブルーチンINTGRLによってなされる。$\bar{\mathrm{O}}$BSTCLは，妨害体A，Bを凸化した後，角 α，β，γ，δ を求め，また，α_m，β_n を求める。さらに，積分が第何型に属するかを定める。INTGRLでは，$\bar{\mathrm{O}}$BSTCLで計算した α_m，β_n から，μ_n，$\alpha'_{m,n}$ を求め，それから(50)もしくは(51)式により $\ell_{i,j}$ を求める。
4. 到達率 g_1 を計算する。（(9)式）
5. 到達率 f_i，g_i（i＝2，3，4，・・・・K）を計算する（(11)および(12)式）

この計算プログラムを用いての計算例を図２１に示す。この図は，正常時の相対半径 ξ_N が0.4であるような燃料集合体において，図中の A_2 と B_1 とが同じ割合だけふくれたときの計算例である。この図は，1/8象限だけを対象としているので，角度因子の合計も1/8になっている。即ち，各角度因子間に次の関係がある。

$$\frac{1}{2}h_1+f_2+\ell_{2,2}+g_2+\frac{1}{2}g_1=\frac{1}{8} \tag{52}$$

（この関係は，図３で1/4象限について示したのと同様の手法を1/8象限についておこなえば得られる。）

図からあきらかなように，到達率 h_1 は ξ_S にかかわらず一定である。f_2 は最初０であったものが，ふくれることによってRから見えるようになり，ξ_S の増加につれて増加してくるが，そのうち B_1 に邪魔されて減少に転じ，ついには再び０になる。g_1 は単調に増加し，ξ_S＝0.６０（すなわち A_1 とくっついたとき）に最大になる。このとき，h_1 と g_1 以外の角度因子は０になる。g_2，$\ell_{2,2}$ は単調に減少する。

また，ふくれを伴わない場合の計算例を，半径対ピッチ比 ξ をパラメーターとして図２２に示す。この図はJAERI−M−５４８６からの再掲である。

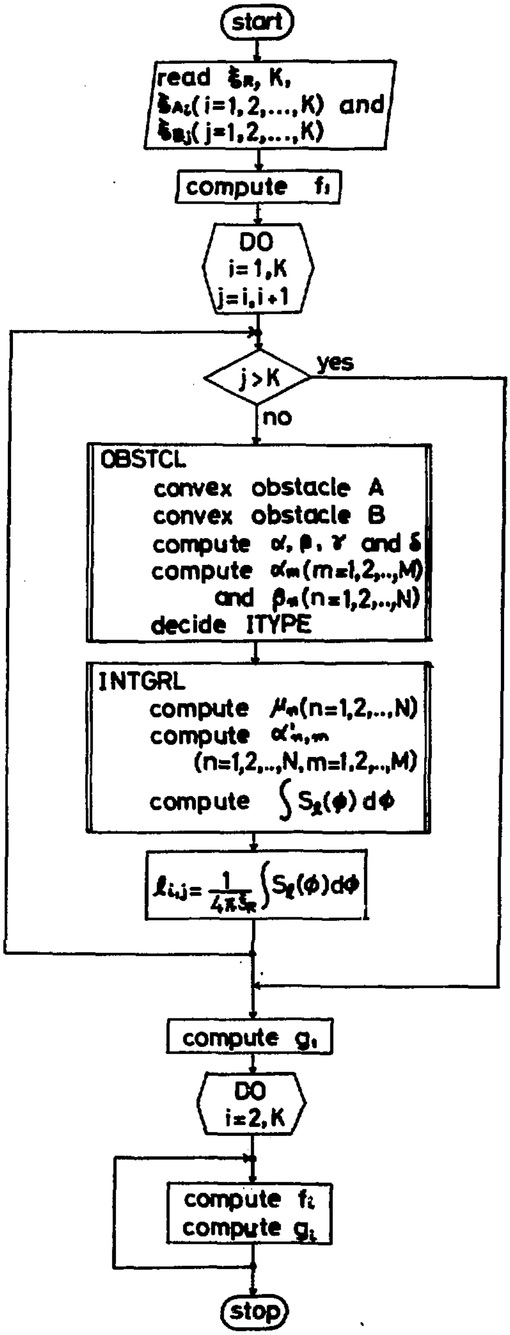
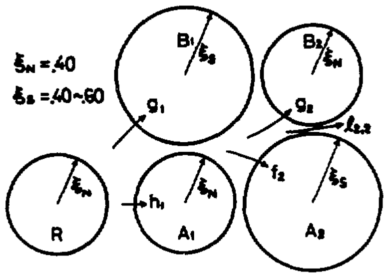


図２０　角度因子計算プログラムの流れ図



ξ_S	.40	.45	.50	.55	.60
$\frac{1}{2}g_1$	.0438	.0482	.0520	.0551	.0570
g_2	.0114	.0070	.0032	.0006	—
$\ell_{2,2}$	.0018	.0017	.0013	.0006	—
f_2	—	.0001	.0005	.0007	—
$\frac{1}{2}h_1$	.0680	.0680	.0680	.0680	.0680

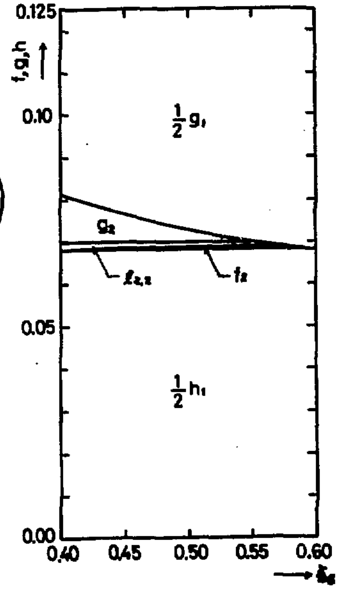


図２１　被覆管がふくれたときの燃料棒間角度因子の計算例。
この例は，ふくれないときの各燃料棒のピッチに対する相対半径 ξ_N を 0.4 として，燃料棒 A_2 と B_1 とが同じ相対半径 ξ_S にふくれたときの，角度因子の変化を表わしたものである。

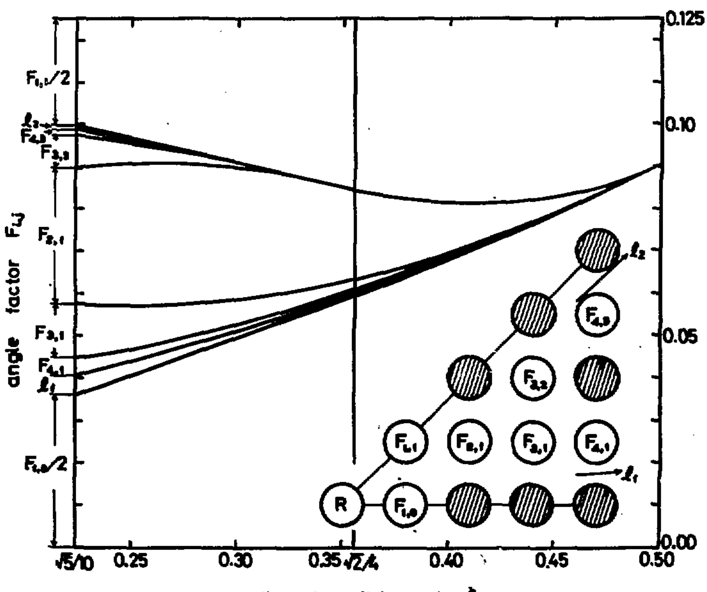


図２２　参考図。燃料棒がふくれないときの，角度因子と半径対ピッチ比の関係。（JAERI−M−5486から再掲）

謝　　辞

本報告書の作成にあたっては，動管室原子炉安全解析班長の佐藤一男氏と，安全工学部安全工学第一研究室長の斯波正誼氏に，多方面にわたる懇切な指導・助言を受けた。ここに，心からの感謝の意を表したい。

参　考　文　献

(1) R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot, Transport Phenomena, John Wiley & Sons, Inc., (1960)

(2) 日本機械学会，伝熱工学資料改訂第2版，(1966)

(3) 岸和正，私信（JPDR-IIのドライアウトモデルによる大破断事故解析），JAERI-memo 4694，(1972)

(4) G. L. Singer, VIEWPIN-A FORTRAN Program to Calculate View Factors for Cylindrical Pins, ANCR-1054，(1972)

(5) 阿部清治，輻射問題における角度因子計算への正射影法の応用（射影面積法），JAERI-M-5486，(1973)