Effets des corrélations à courte portée en diffusion élastique hadron-noyau †

Eric Lambert
Institut de Physique
Université de Neuchâtel, Suisse

Résumé :

Nous rappelons certains aspects de l'analyse des effets des corrélations nucléaires en diffusion élastique hadron-noyau. Nous faisons quelques considérations au sujet de la qualité de l'information relative aux corrélations obtenue dans une telle analyse compte tenu, en particulier, de notre manque de connaissance de l'interaction élémentaire dans le domaine des énergies moyennes supérieures.

† Exposé donné lors de la réunion "Mesure et interprétation des impulsions élevées dans les noyaux", Saclay, 8-10 mai 1974.

La distribution angulaire de hadrons diffusés élastiquement par un noyau dépend de la structure nucléaire principalement par l'intermédiaire de la densité à une particule $\rho(\vec{r})$ de l'état fondamental. On peut s'interroger s'il est possible d'extraire de cette dernière des informations concernant l'existence de corrélations nucléaires de paires. Dans l'affirmative cela signifie qu'il est possible à partir d'un élément de matrice nucléaire d'un opérateur à un corps, de déduire des valeurs d'un élément de matrice d'un opérateur à deux corps. Une réponse négative s'impose, le concept même d'influence des corrélations de paires sur la densité à une particule n'étant pas univoque [1,2].

Il suit que c'est à un ordre supérieur, où peut intervenir la densité à deux particules $\rho(\vec{r}_1,\vec{r}_2)$ de l'état fondamental, qu'il s'agit de travailler afin de clairement tester l'influence éventuelle de corrélations de paires sur le processus de diffusion.

Par la suite nous rencontrerons la fonction de corrélation

$$C(\vec{r}_1,\vec{r}_2) = \rho(\vec{r}_1,\vec{r}_2) - \rho(\vec{r}_1)\rho(\vec{r}_2) \tag{1}$$

ou plutôt sa transformée de Fourier

$$\tilde{C}(\vec{q}_1,\vec{q}_2) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{\alpha\neq 0} \langle\phi_0/\sum_{i=1}^{N} e^{i\vec{q}_1\vec{r}_i}/\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha/\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} e^{i\vec{q}_2\vec{r}_j}/\phi_0\rangle \tag{2}$$

Ici $/\phi_0\rangle$ représente l'état nucléaire fondamental, N le nombre de nucléons du noyau et $\{\vec{r}_i\}$ leurs coordonnées intrinsèques. Il est intéressant de noter que phénoménologiquement cette fonction est indépendante de $\rho(\vec{r})$ dans le sens qu'elle peut être choisie librement et sans inconséquence avec une densité présupposée connue. Ce n'est évidemment pas le cas de la densité à deux particules $\rho(\vec{r}_1,\vec{r}_2)$. Il sera fait usage de cette remarque plus bas lorsque nous choisirons une densité reproduisant précisément les résultats de diffusion d'électrons et envisagerons plusieurs fonctions de corrélation.

Au niveau de la série de diffusion multiple décrivant la diffusion hadron-noyau, les processus liés à la fonction de corrélation font nécessairement intervenir le noyau dans un état excité (voir éq.(2)). Afin d'étudier leur effet il s'agit d'utiliser un formalisme rendant tout d'abord compte de façon précise des processus dominants dépendant de la densité nucléaire $\rho(\vec{r})$ et laissant le noyau dans son état fondamental entre deux diffusions. Nous allons maintenant rappeler les points principaux d'une telle approche, dont les détails peuvent être trouvés dans la littérature [3]. En bref il s'agit de la résolution exacte d'une équation de Schrödinger pour un potentiel optique dont seuls un premier ordre, proportionnel à $\rho(\vec{r})$, et un second, proportionnel à $C(\vec{r}_1,\vec{r}_2)$ ont été retenus et approximés soigneusement.

Le processus de diffusion hadron-noyau fait intervenir de nombreux canaux. Si notre intérêt se porte sur un seul de ceux-ci (diffusion élastique), l'influence des autres peut être reproduite par l'intermédiaire d'un potentiel optique. Le problème est alors réduit à la résolution d'une équation du mouvement pour une particule, toutes les complexités des processus de diffusion étant contenues dans le potentiel optique. Parmi ces processus on peut distinguer :

(i) les diffusions élémentaires avec échange et production de mésons
(ii) les excitations du noyau en tant que système à N nucléons
(iii) les excitations du projectile et des nucléons de la cible.

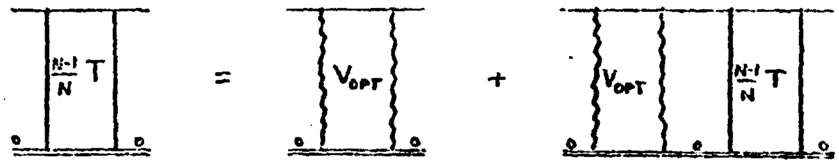
Dans le formalisme de Kerman-McManus et Thaler les premiers sont traités de façon phénoménologique à l'aide de l'amplitude élémentaire expérimentale, les derniers ignorés, alors que les excitations nucléaires sont traitées explicitement.

L'équation de Schrödinger à laquelle ce formalisme conduit est équivalente à l'équation de Lippmann-Schwinger

$$\Lambda_0 \frac{N-1}{N} T \Lambda_0 = \Lambda_0 V_{OPT} \Lambda_0 + \Lambda_0 V_{OPT} \frac{\Lambda_0}{E-K-H_N+i\eta} \frac{N-1}{N} T \Lambda_0 \ , \qquad (3)$$

où Λ_0 représente le projecteur sur l'état nucléaire fondamental, K l'opérateur d'énergie cinétique et H_N l'hamiltonien nucléaire.

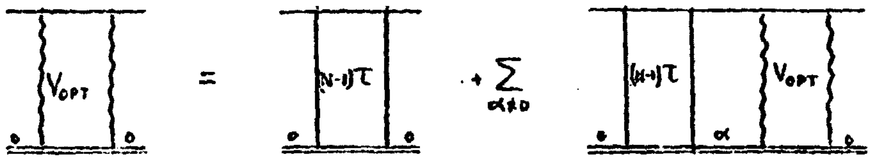
Elle peut être symboliquement écrite



(4)

C'est cette équation qu'il s'agit de résoudre exactement avec un potentiel optique V_{OPT} déterminé dans une certaine approximation que nous préciserons plus bas.

Ce potentiel optique satisfait l'équation



(5)

où τ est une interaction effective dépendant de l'énergie et que nous préciserons plus loin.

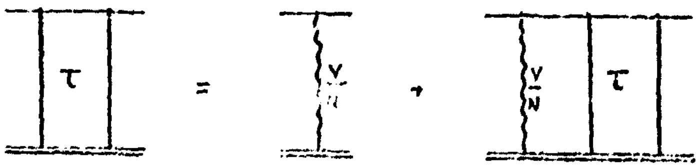
De façon peut-être un peu schématique nous pouvons dire que

i) retenir seulement les premiers termes de ces équations revient à ne considérer que la diffusion simple;

ii) résoudre exactement (4) avec V_{OPT} approximé par son premier terme conduit à tenir compte de la diffusion multiple avec retour du noyau à son état fondamental après chaque processus;

iii) les termes supérieurs de V_{OPT} introduisent des corrections venant des degrés de liberté d'excitation du noyau.

L'interaction effective τ satisfait l'équation

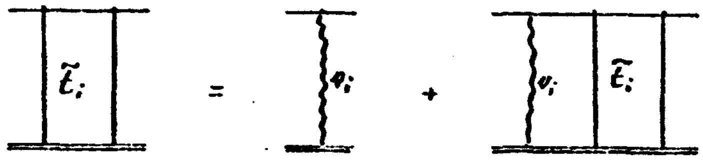


(6)

où V est la somme des potentiels d'interaction entre le projectile et les nucléons du noyau :

$$V = \sum_{i=1}^{N} v_i$$

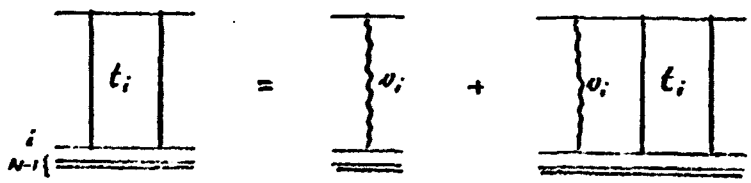
Cette interaction est proche de l'interaction élémentaire $\tilde{t}_i$ projectile-nucléon en présence du noyau



(7)

Il faut cependant remarquer que, par opposition à $\tilde{t}_i$, $\mathcal{T}$ est un opérateur symétrique ayant des éléments de matrice nuls entre des états à N particules de symétrie différente.

Représentons encore l'équation de définition de l'interaction projectile-nucléon libre :



(8)

t_i et $\tilde{t}_i$ diffèrent par des corrections de liaison qui sont d'un ordre supérieur ou égal à trois en v_i.

La différence essentielle entre ce formalisme et celui de Watson réside dans une sommation différente de la série de diffusion multiple conduisant, à côté des facteurs $\frac{N-1}{N}$,etc., à une équation du type Lippmann-Schwinger pour l'interaction effective $\mathcal{T}$ sans restriction sur des états nucléaires intermédiaires particuliers.

Un développement du potentiel optique au 2e ordre dans les éléments non-diagonaux de l'interaction effective $\mathcal{T}$, elle-même exprimée jusqu'au 2e ordre en $\tilde{t}_i$, fournit :

$$V_{opt} = (N-1) \langle \phi_0 | \frac{1}{N} \sum_i t_i | \phi_0 \rangle +$$

$$+ (N-1)^2 \Big[\langle \phi_0 | \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} t_i \, G \, t_j | \phi_0 \rangle - \langle \phi_0 | \frac{1}{N} \sum_i t_i | \phi_0 \rangle \, G \, \langle \phi_0 | \sum_j t_j | \phi_0 \rangle \Big] \tag{9}$$

où les corrections de liaisons ont été négligées et où nous avons introduit le propagateur moyen

$$\bar{G} = \left[E - \bar{\varepsilon} - K - \bar{V} + i\eta \right]^{-1}$$

$$\langle \phi_\alpha | \left[E - H_{11} - (N-1)\tau + i\eta \right]^{-1} | \phi_\beta \rangle \simeq \delta_{\alpha\beta} \bar{G} \tag{10}$$

L'évaluation des éléments de matrice figurant dans (9) est simplifiée par l'approximation du noyau gelé, par un traitement de la cinématique strictement correct vers l'avant seulement et par une transformation des éléments de matrice de t_i , lors du passage du système du centre de masse projectile-noyau cible à celui du centre de masse projectile-nucléon, exacte sur couche d'énergie seulement. Pour une amplitude de diffusion élémentaire $\tilde{A}(\vec{q})$ indépendante du spin et de l'isospin on est alors conduit à

$$\langle \vec{k} | V_{opt} | \vec{k}' \rangle = (N-1)\eta \tilde{A}(\vec{q}) F(\vec{q}) + (N-1)^2 \eta^2 \int d\vec{k}'' d\vec{k}''' \tilde{A}(\vec{q}_2) \bar{G}(\vec{k}'', \vec{k}''') \tilde{C}(\vec{q}_2, \vec{q}_1) \tilde{A}(\vec{q}_1) \tag{11}$$

où $\qquad \vec{q} = \vec{k} - \vec{k}' \quad , \quad \vec{q}_1 = \vec{k}''' - \vec{k}' \quad , \quad \vec{q}_2 = \vec{k} - \vec{k}''$.

η est un facteur cinématique tenant compte du changement de référentiel mentionné plus haut ainsi que de corrections provenant du traitement relativiste de la cinématique du projectile. $F(\vec{q})$ et $\tilde{C}(\vec{q}_1, \vec{q}_2)$ sont respectivement le facteur de forme et la fonction de corrélation (2) de l'état nucléaire fondamental.

La structure compliquée du second ordre du potentiel optique (11), second ordre contenant dans notre approximation toute l'information relative aux corrélations, empêche une résolution directe de l'équation de Schrödinger

$$(E - K - V_{opt}) | \psi \rangle = 0 \tag{12}$$

équivalente à (4). Ce problème se réduit à la résolution de deux équations couplées pour le canal élastique $|\psi\rangle$ et un canal inélastique moyen $|\psi'\rangle$

$$\begin{aligned} (E-K-V_{OPT}^{(1)})|\psi\rangle &= \mathcal{A}|\psi'\rangle \\ (E-K-\bar{\varepsilon}-\bar{V})|\psi'\rangle &= \mathcal{A}|\psi\rangle \end{aligned} \tag{13}$$

s'il est possible de trouver un potentiel $\mathcal{A}$, supposé local, tel que

$$\begin{aligned} \langle\vec{k}|V_{OPT}^{(2)}|\vec{k}'\rangle &= (N-1)^2\eta^2\int d\vec{k}''d\vec{k}'''\,\tilde{A}(\vec{q}_2)\,\tilde{G}(\vec{k}'',\vec{k}''')\,\tilde{C}(\vec{q}_2,\vec{q}_1)\,\tilde{A}(\vec{q}_1) = \\ &= \int d\vec{k}''d\vec{k}'''\,\tilde{\mathcal{A}}(\vec{q}_2)\,\bar{G}(\vec{k}'',\vec{k}''')\,\tilde{\mathcal{A}}(\vec{q}_1)\ . \end{aligned} \tag{14}$$

Il est à remarquer que cette factorisation ne revient pas à demander une factorisation, difficilement justifiable par ailleurs, de la fonction de corrélation.

Il est évident que (14) ne peut pas être satisfaite en toute généralité (i.e. pour tout $\vec{k}$ et $\vec{k}'$). Dans le cas d'un noyau de symétrie sphérique on peut cependant déterminer $\mathcal{A}$ tel que, dans une certaine approximation eikonale de $\bar{G}$, les contributions dominantes de $V_{OPT}^{(2)}$ soient reproduites précisément. Des détails à ce sujet peuvent être trouvés dans la référence [3]. Mentionnons seulement que pour une densité à deux particules

$$\rho_N(\vec{r}_1,\vec{r}_2) = C\,\rho_N(\vec{r}_1)\,\rho_N(\vec{r}_2)\left[1-\lambda\, e^{-\left(\frac{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}{r_c}\right)^2}\right] \tag{15}$$

et pour une amplitude élémentaire de la forme

$$A(r) = A(0)\, e^{-\left(\frac{r}{r_v}\right)^2} \tag{16}$$

les effets de corrélation, contenus dans le potentiel de couplage $\mathcal{A}(r)$, sont gouvernés par le facteur

$$\lambda\,\frac{r_c}{R}\,\frac{1}{1+2\left(\frac{r_v}{r_c}\right)^2} \tag{17}$$

où R est une mesure de la taille du noyau. Ces effets sont donc plus importants pour les noyaux légers et pour des corrélations de portée pas trop petite comparativement à celle de l'interaction élémentaire ($r_v \sim$ 0.7 fm pour des protons incidents d'énergie de 1 GeV).

Jusqu'à présent nous avons omis de parler de la dépendance en spin et isospin de l'interaction élémentaire. Elle doit cependant être prise sérieusement en considération si les effets, attendus faibles, des corrélations veulent être testés. Dans la référence [4] ce perfectionnement est introduit. Il conduit, pour une cible de spin et isospin nuls, à des termes spin-orbite additionnels pour le 1er ordre du potentiel optique et pour le potentiel de couplage $a(r)$. Ce dernier n'est cependant plus proportionnel à la fonction de corrélation (supposée ici indépendante de l'état de spin et d'isospin de la paire) mais contient une correction de l'ordre de $\frac{1}{N}$ dépendant du carré de la densité à une particule.

Nous mentionnons maintenant quelques résultats d'une analyse de la diffusion élastique de protons de 1 GeV sur ^{4}He faite selon cette approche [4]. D'après ce qui a été rappelé plus haut, ce noyau doit représenter une sorte d'optimum pour l'étude d'éventuels effets des corrélations de paires. D'autre part l'énergie se trouve dans un domaine où les approximations faites doivent être satisfaisantes. En résumé, il est montré dans la référence [4] que :

(i) en l'absence de corrélations de paires et en utilisant un facteur de forme réaliste (provenant de la diffusion d'électrons), la liberté laissée par la méconnaissance de l'amplitude de diffusion élémentaire, en particulier de celle correspondant à la partie spin-orbite de l'interaction proton-neutron, est suffisante pour permettre une description des résultats expérimentaux de section efficace différentielle obtenus au Cosmotron [5];

(ii) les effets de spin et d'isospin se manifestent dès la région du premier minimum de diffraction de la section efficace différentielle et qu'ils ne sauraient être négligés dans ce domaine où les effets des corrélations sont attendus;

(iii) des corrélations phénoménologiques raisonnables conduisent à des effets significatifs dans la région du second maximum de diffraction et qu'aucune conclusion ne peut être faite au sujet de la nature de ces corrélations avant que l'interaction élémentaire soit mieux déterminée et que les résultats expérimentaux de diffusion p-^{4}He soient plus précis.

Si ce dernier point est maintenant acquis [6] il n'en est pas de même du précédent. Ces nouveaux résultats expérimentaux différant sensiblement des précédents dans la région d'intérêt, il vaut la peine de savoir s'ils peuvent être reproduits dans le sens du point (i). Des calculs sont actuellement en cours pour répondre à cette question.

Quel que soit leur résultat, notre connaissance de l'interaction nucléon-nucléon dans le domaine d'énergie considéré doit être affirmée de façon beaucoup plus précise avant que des conclusions définitives au sujet des corrélations puissent être tirées de ce genre d'analyse.

Il existe d'autres questions, théoriques celles-là, que l'on doit se poser avant d'affirmer être en possession d'un premier ordre du potentiel optique suffisamment précis pour extraire des informations quantitatives d'un second ordre. Mentionnons-en certaines qui nous semblent importantes :

(i) Effets du mouvement interne et de la cinématique approchée utilisée.

(ii) Prolongement hors-couche d'énergie de l'interaction élémentaire. A ce sujet la référence [7] donne quelques indications du couplage qu'il peut exister entre effets hors-couche et effets de structure nucléaire.

(iii) Importance des degrés de liberté d'excitation du projectile entre deux diffusions [8].

Notons encore, sans pour autant affirmer quoi que ce soit au sujet de la convergence de la série de diffusion multiple utilisée, que la sensibilité de l'analyse au troisième ordre du potentiel optique semble suffisamment faible dans la région angulaire d'intérêt pour être négligée [9].

REFERENCES

[1] G. RIPKA et J. GILLESPIE, Phys. Rev. Lett. 25 (1970), 1624.
G. RIPKA, cette conférence.

[2] C. CIOFI DEGLI ATTI, cette conférence.

[3] H. FESHBACH et J. HÜFNER, Ann. Phys. (N.Y.) 56 (1970), 268.
H. FESHBACH, A. GAL et J. HÜFNER, Ann. Phys. (N.Y.) 66 (1971), 20.

[4] E. LAMBERT et H. FESHBACH, Ann. Phys. (N.Y.) 76 (1973), 80.

[5] H. PALEVSKY et al., Phys. Rev. Lett. 18 (1967), 1200.

[6] S.D. BAKER et al., Phys. Rev. Lett. 32 (1974), 839.
J. SAUDINOS, cette conférence.

[7] E. KUJAWSKI et E. LAMBERT, Ann. Phys. (N.Y.) 81 (1973), 591.

[8] M. IKEDA, Phys. Rev. C6 (1972), 1608.

[9] J.J. ULLO et H. FESHBACH, Ann. Phys. (N.Y.) 82 (1974), 156.