

P11-8145

Г.А.Ососков

**БЫСТРЫЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ С ПУАССОНОВЫМ
ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

Ранг публикаций Объединенного института ядерных исследований

Препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований /ОИЯИ/ являются самостоятельными публикациями. Они издаются в соответствии со ст. 4 Устава ОИЯИ. Отличие препринтов от сообщений заключается в том, что текст препринта будет впоследствии воспроизведен в каком-либо научном журнале или аperiodическом сборнике.

Индексация

Препринты, сообщения и депонированные публикации ОИЯИ имеют единую нарастающую порядковую нумерацию, составляющую последние 4 цифры индекса.

Первый знак индекса - буквенный - может быть представлен в 3 вариантах:

“Р” - издание на русском языке;

“Е” - издание на английском языке;

“Д” - работа публикуется на русском и английском языках.

Препринты и сообщения, которые рассылаются только в страны-участницы ОИЯИ, буквенных индексов не имеют.

Цифра, следующая за буквенным обозначением, определяет тематическую категорию данной публикации. Перечень тематических категорий изданий ОИЯИ периодически рассылается их получателям.

Индексы, описанные выше, вставляются в правом верхнем углу на обложке и титульном листе каждого издания.

Ссылки

В библиографических ссылках на препринты и сообщения ОИЯИ мы рекомендуем указывать: инициалы и фамилию автора, далее - сокращенное наименование института-издателя, индекс, место и год издания.

Пример библиографической ссылки:

И.И.Иванов. ОИЯИ. Р2-4985. Дубна, 1971.

P11-8145

Г.А.Ососков

**БЫСТРЫЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ С ПУАССОНОВЫМ
ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

Ососков Г.А.

P11-8145

Быстрый способ получения случайной последовательности
с пуассоновским распределением

Предложен быстрый способ получения случайных чисел, распределенных по закону Пуассона, основанный на подсчете случайного числа членов произведения.

Труды авторской группы по разработке и реализации программы на ЭВМ ВЭМ-С, которая позволяет генерировать случайные числа по закону Пуассона. Программа работает на ЭВМ ВЭМ-С, которая имеет в своем составе генератор случайных чисел на основе деления на 10.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.

Дубна, 1974

Ososkov G.A.

P11-8145

A Fast Method for Generating the Random
Sequence with Poisson Distribution

A fast method is considered for random numbers with the Poisson distribution generating based on counting of random number of some product terms.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna, 1974

В основе моделей многих физических процессов, а также потоков событий в системах массового обслуживания лежит использование пуассоновского процесса. Как показано, например, в /1/, основным его свойством является то, что появление случайного числа событий в течение промежутка времени единичной длины не зависит от начала промежутка и распределено по закону

$$P(\nu = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad /1/$$

где λ - среднее число событий в единицу времени или интенсивность процесса, а временные интервалы τ_i / $i = 1, 2, \dots, n$ / между событиями распределены по экспоненциальному закону

$$P(\tau_i < x) = 1 - e^{-\alpha x}, \quad (\alpha = 1/\lambda). \quad /2/$$

Меняя масштаб времени, мы получаем отсюда, что если нарастающая сумма случайных величин τ_i , распределенных по показательному закону /2/ с $\alpha = 1$, превысит впервые уровень λ , то случайное число ν членов этой суммы будет распределено по закону Пуассона /1/, т.е.

$$P\left\{ \sum_{i=1}^{k-1} \tau_i \leq \lambda < \sum_{i=1}^k \tau_i \right\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}. \quad /3/$$

В работе /2/ этот способ было предложено использовать для генерирования на ЭВМ случайной последовательности величин с пуассоновым распределением.

Однако обычный метод получения случайных величин r_i из равномерно распределенных в $[0,1]$ величин ξ_i с помощью обращения закона распределения /2/

$$r_i = -\ln \xi_i \quad /4/$$

делает этот способ слишком громоздким для применения его на ЭВМ, поскольку для получения одного числа r_i приходится в среднем λ раз обращаться к медленно вычисляемой логарифмической функции.

Поэтому обычно рекомендуется использовать табличный способ обращения дискретной функции распределения /см., например, /3/ /, требующий на получение одного r_i всего одно равномерно распределенное случайное число ξ . Однако предварительно должны быть проведены большие вычисления таблиц интегрального распределения Пуассона при заданном λ , в памяти ЭВМ приходится резервировать место для размещения такой таблицы при максимально возможной ее длине, и наконец, применять специальные процедуры для ускорения получения числа r_i с помощью таблиц /4/.

Весьма простой, экономичный и удобный для реализации на ЭВМ способ преобразования исходной последовательности равномерно распределенных чисел ξ_i в последовательность с пуассоновым законом распределения был получен автором путем почти тривиального преобразования выражения /3/.

Подставим в /3/ выражение для r_i из /4/, после чего, умножая неравенства в скобках в левой части /3/ на $-1/$ и потенцируя, получим

$$P \left(\prod_{i=1}^k \xi_i < e^{-\lambda} \leq \prod_{i=1}^{k-1} \xi_i \right) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad /5/$$

Таким образом, мы приходим к следующему простому алгоритму получения значения случайной величины r_i при заданном λ : сравниваем $E = e^{-\lambda}$ сначала с ξ_1 , потом с $\xi_1 \cdot \xi_2$ и т.д. Поскольку $0 < \xi_i < 1$, произведение $\prod \xi_i$ будет убывать. Как только оно при каком-то

k впервые станет меньше E , выдаем $k-1$ в качестве значения r .

Эксплуатация стандартной программы, реализующей этот алгоритм на ЭВМ БЭСМ-6, показала, что он работает в среднем в 10 раз быстрее генератора, основанного на табличном способе *.

В заключение автор благодарит В.И.Кочкина за проведение тестовых расчетов.

Литература

1. А.Я.Хинчин. Работы по математической теории массового обслуживания. М., Физматгиз, 1963.
2. Д.И.Голенко. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М., Физматгиз, 1965.
3. Ю.Г.Полляк. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., "Советское радио", 1971.
4. Л.А.Кулюкина и др. Стандартные программы, используемые в методе Монте-Карло. Препринт ОИЯИ, P11-3274, Дубна, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 июля 1974 года.

*Здесь следует отметить специфику БЭСМ-6, на которой благодаря специальной аппаратной реализации арифметики с плавающей запятой среднее время умножения меньше среднего времени сложения.

Тематические категории публикаций Объединенного института ядерных исследований

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория физики твердого тела

Нет ли пробелов в Вашей библиотеке?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

- | | | | | |
|-----------|---|----------|------|-------|
| 16-4888 | Дозиметрия излучений и физика защиты ускорителей заряженных частиц. Дубна, 1969. | 250 стр. | 2 р. | 64 к. |
| Д-6004 | Бинарные реакции адронов при высоких энергиях. Дубна, 1971. | 768 стр. | 7 р. | 60 к. |
| Д13-6210 | Труды VI Международного симпозиума по ядерной электронике. Варшава, 1971. | 372 стр. | 3 р. | 67 к. |
| Д10-6142 | Труды Международного симпозиума по вопросам автоматизация обработки данных с пузырьковых искровых камер. Дубна, 1971. | 564 стр. | 6 р. | 14 к. |
| Д-6465 | Международная школа по структуре ядра. Алушта, 1972. | 525 стр. | 5 р. | 85 к. |
| Д-6840 | Материалы II Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Штрбске Плесо, ЧССР, 1972. | 398 стр. | 3 р. | 96 к. |
| Д2-7161 | Нелокальные, нелинейные и неренормируемые теории поля. Алушта, 1973. | 280 стр. | 2 р. | 75 к. |
| | Глубокоупругие и множественные процессы. Дубна, 1973. | 507 стр. | 5 р. | 66 к. |
| P1,2-7642 | Международная школа молодых ученых по физике высоких энергий Гомель, 1973. | 623 стр. | 7 р. | 15 к. |
| Д13-7616 | Труды VII Международного симпозиума по ядерной электронике. Будапешт, 1973. | 372 стр. | 3 р. | 65 к. |

- Д10-7707 Сопущание по программированию и математическим методам решения физических задач, Дубна, 1973. 564 стр. 5 р. 57 к.
- 13 - 7154 Пропорциональные камеры. Дубна. 1973. 173 стр. 2 р. 20 к.
- Д1,2-7781 Материалы III Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Свия, 1973. 478 стр. 4 р. 78 к.
- Д3-7991 II Международная школа по нейтронной физике. Алушта, 1974. 552 стр. 2 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79,
издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.



Условия обмена

Препринты и сообщения ОИЯИ рассылаются бесплатно, на основе взаимного обмена, университетам, институтам, лабораториям, библиотекам, научным группам и отдельным ученым более 50 стран.

Мы ожидаем, что получатели изданий ОИЯИ будут сами проявлять инициативу в бесплатной посылке публикаций в Дубну. В порядке обмена принимаются научные книги, журналы, препринты и иного вида публикации по тематике ОИЯИ.

Единственный вид публикаций, который нам присылать не следует, — это репринты /оттиски статей, уже опубликованных в научных журналах/.

В ряде случаев мы сами обращаемся к получателям наших изданий с просьбой бесплатно прислать нам какие-либо книги или выписать для нашей библиотеки научные журналы, издающиеся в их странах.

Отдельные запросы

Издательский отдел ежегодно выполняет около 3 000 отдельных запросов на высылку препринтов и сообщений ОИЯИ. В таких запросах следует обязательно указывать индекс запрашиваемого издания.

Адреса

Письма по всем вопросам обмена публикациями, а также запросы на отдельные издания следует направлять по адресу:

*101000 Москва,
Главный почтамт, п/я 79,
Издательский отдел
Объединенного института
ядерных исследований.*

Адрес для посылки всех публикаций в порядке обмена, а также для бесплатной подписки на научные журналы:

*101000 Москва,
Главный почтамт, п/я 79,
Научно-техническая библиотека
Объединенного института
ядерных исследований.*

Министерский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Заказ 18352. Тираж 490. Уч.-изд. листов 0,26.
Редактор В.В. Колесова. Подписано к печати 23.8.74 г.