

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



507605970

P9 - 9233

Ким Ен Зун, К.А.Решетникова

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОДА  
С МОДИФИЦИРОВАННОЙ СПИРАЛЬЮ

1975

## Ранг публикаций Объединенного института ядерных исследований

Препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований /ОИЯИ/ являются самостоятельными публикациями. Они издаются в соответствии со ст. 4 Устава ОИЯИ. Отличие препринтов от сообщений заключается в том, что текст препринта будет впоследствии воспроизведен в каком-либо научном журнале или аperiodическом сборнике.

## Индексация

Препринты, сообщения и депонированные публикации ОИЯИ имеют единую нарастающую порядковую нумерацию, составляющую последние 4 цифры индекса.

Первый знак индекса - буквенный - может быть представлен в 3 вариантах:

“Р” - издание на русском языке;

“Е” - издание на английском языке;

“Д” - работа публикуется на русском и английском языках.

Препринты и сообщения, которые рассылаются только в страны-участницы ОИЯИ, буквенных индексов не имеют.

Цифра, следующая за буквенным обозначением, определяет тематическую категорию данной публикации. Перечень тематических категорий изданий ОИЯИ периодически рассылается их получателям.

Индексы, описанные выше, проставляются в правом верхнем углу на обложке и титульном листе каждого издания.

## Ссылки

В библиографических ссылках на препринты и сообщения ОИЯИ мы рекомендуем указывать: инициалы и фамилию автора, далее - сокращенное наименование института-издателя, индекс, место и год издания.

Пример библиографической ссылки:

*И.И.Иванов. ОИЯИ, Р2-4985, Дубна, 1971.*

**Р9 - 9233**

**Ким Ен Зун, К.А.Решетникова**

**ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОДА  
С МОДИФИЦИРОВАННОЙ СПИРАЛЬЮ**

***Направлено в ЖТФ***

## Введение

В коллективном методе ускорения электронное кольцо, содержащее ионы, после вывода из компрессора должно ускоряться системой резонаторов. Для ввода кольца в нужную фазу ускоряющего поля резонатора предусмотрена фазирующая система типа группирующей секции линейного ускорителя на бегущей волне<sup>/1/</sup>. Основное назначение этой системы состоит в том, чтобы обеспечить коэффициент захвата  $\frac{\Delta\phi}{2\pi} \approx \frac{1}{4}$ , где  $\Delta\phi$  - диапазон фаз, используемых для ускорения. Исследования по динамике частиц показали возможность использования для целей фазировки спирального волновода<sup>/2/</sup>, работающего на той же частоте, что и ускоряющие резонаторы, и обеспечивающего малые фазовые скорости электромагнитной волны.

В связи со сравнительно большой длиной системы  $L \approx 6$  м/ для обеспечения механической прочности отдельных секций был выбран вариант волновода типа модифицированной спирали с кожухом /см. рис. 1/. Впервые предложенная в работе<sup>/3/</sup>, модифицированная спираль без кожуха экспериментально исследована в работе<sup>/4/</sup>, в работах<sup>/5,6/</sup> использовалась спираль с кожухом для частот  $f > 300$  мГц и сравнительно малых диаметров спирали  $/2a \approx 2,4$  см/. Для целей коллективного метода требуются дисперсионные характеристики спирали для частоты  $f \approx 150$  мГц и размеров волновода, пригодных для пропускания электронного кольца  $/2a \approx 10-12$  см/. Эта задача стимулировала постановку теоретических и экспериментальных исследований дисперсионных свойств модифицированной спирали.

Дисперсионные характеристики модифицированной спирали теоретически изучались в ряде работ /см. /3,7,8//. В работах /3,7/ поля выражаются через токи, в связи с чем вводятся предположения о том или ином направлении токов, протекающих по спирали. В работе /8/ рассматриваются лишь азимутально-симметричные волны. Трудности получения дисперсионного уравнения в достаточно общем виде состоят здесь в наличии азимутальной несимметрии и двойной периодичности /по  $\phi$  и  $z$  / при довольно сложных граничных условиях.

В настоящей работе предложен вывод дисперсионного уравнения электродинамическим способом с учетом указанных особенностей системы.

### Вывод дисперсионного уравнения

Исходная система уравнений состоит из уравнений для составляющих векторного потенциала:

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_r}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_r}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 A_r}{\partial z^2} - \frac{A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} = 0 \quad /1a/$$

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_\phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} - \frac{A_\phi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} = 0 \quad /1b/$$

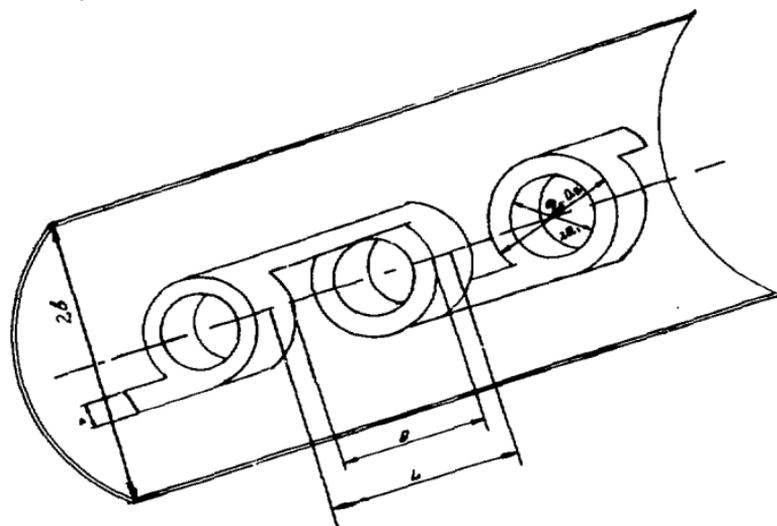
$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} = 0. \quad /1c/$$

Для вихревой части поля имеем:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}; \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{A}.$$

Рассмотрим решения уравнений /1/ для спирали, изображенной на рис. 1. Здесь  $a_1$  - внутренний радиус кольца,  $a_2$  - внешний радиус кольца,  $b$  - радиус кожура,  $\Delta = \phi_0$  - размер перемычки по  $\phi$ ,  $S_0 = \phi_0 a_1$ ,  $L = l$  - размер кольца

по  $z$ ,  $D = 2l$  - период системы,  $\rho$  - расстояние между кольцами.



**Рис. 1. Волновод с модифицированной спиралью.**

Рассмотрим три области:  $r \leq a_1$ ,  $a_1 < r \leq a_2$ ,  $a_2 < r \leq b$ . Решения уравнений /1/ в первой и третьей областях будем искать в виде:

$$\vec{A} = \vec{A}(r) e^{i(\omega t - k_{nm}z - m\phi)}, \quad \text{где } k_{nm} = k_0 + \frac{2\pi}{D}(n+m),$$

$$k_0 = \frac{k}{\beta}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad \beta = \frac{v}{c},$$

$v$  - фазовая скорость,  $\omega$  - частота,  $c$  - скорость света,  $n, m$  - целые числа/. Такое представление для фазы удовлетворяет основному свойству симметрии модифицированной спирали:  $(r, \phi, z) \rightarrow (r, \phi \pm \pi, z + D/2)$ . т.е. при смещении по  $z$  на половину периода фаза по  $\phi$  меняется на  $\pi/3$ /. Во второй области решения ищем в виде:

$$A_r = iA_r(r) \cos q\phi \sin gze^{i\omega t} \cdot A_\phi = A_\phi(r) \sin q\phi \sin gze^{i\omega t},$$

$$A_z = A_z(r) \cos q\phi \cdot \cos gze^{i\omega t},$$

где  $q = q(s)$ ,  $g = g(p,s)$ ,  $p, s$  - целые числа. В результате получаем следующую систему уравнений /для I и III областей/:

$$\frac{\partial^2 A_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_0}{\partial r} - \kappa_{nm}^2 A_0 - \frac{(m-1)^2}{r^2} A_0 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} - \kappa_{nm}^2 A_1 - \frac{(m+1)^2}{r^2} A_1 = 0, \quad /2/$$

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} - \kappa_{nm}^2 A_z - \frac{m^2}{r^2} A_z = 0.$$

Здесь  $A_0 = A_\phi - iA_r$ ,  $A_1 = A_\phi + iA_r$ ,  $\kappa_{nm}^2 = k_{nm}^2 - k^2$ . Аналогичную систему уравнений получаем и для второй области с заменой:  $m \rightarrow q$ ;  $\kappa_{nm}^2 = \chi_{ps}^2$ ,  $\chi_{ps}^2 = g_{ps}^2 - k^2$ .

В результате, получаем следующие решения.

В области I:

$$A_r = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [b_{nm} I_{m-1}(x_1) - \bar{b}_{nm} I_{m+1}(x_1)] e^{-i(k_{nm}z + m\phi)}, \quad /3a/$$

$$A_\phi = \sum [b_{nm} I_{m-1}(x_1) + \bar{b}_{nm} I_{m+1}(x_1)] e^{-i(k_{nm}z + m\phi)}, \quad /3в/$$

$$A_z = \sum_{n,m} a_{nm} I_m(x_1) e^{-i(k_{nm}z + m\phi)}. \quad /3с/$$

Здесь  $x_1 = \kappa_{nm}r$ .

В области II:

$$A_r = - \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \{ [\bar{c}_{ps} I_{q-1}(x_2) - \bar{c}_{ps} I_{q+1}(x_2)] + \\ + [ \bar{d}_{ps} K_{q-1}(x_2) - \bar{d}_{ps} K_{q+1}(x_2) ] \} \cos q\phi \sin g_{ps} z, \quad /4a/$$

$$A_\phi = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \{ [\bar{c}_{ps} I_{q-1}(x_2) + \bar{c}_{ps} I_{q+1}(x_2)] + \\ + [ \bar{d}_{ps} K_{q-1}(x_2) + \bar{d}_{ps} K_{q+1}(x_2) ] \} \sin q\phi \sin g_{ps} z. \quad /4b/$$

$$A_z = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \{ \bar{a}_{ps} I_q(x_2) + \bar{a}_{ps} K_q(x_2) \} \cos q\phi \cdot \cos g_{ps} z. \quad /4c/$$

Здесь

$$q = \frac{\pi}{2(\pi - \phi_0)} (2s - 1), \quad s = 1, 2, \dots,$$

$$g_{ps} = \frac{2\pi}{\rho} (p + 2s), \quad p = 0, 1$$

$$x_2 = \chi_{ps} r.$$

**Решения во второй области удовлетворяют граничным условиям:**  $A_z = A_r = 0$  при  $|\phi| = \pi - \phi_0$ ,  $|z| = \frac{\rho}{2}$  и  $A_r = 0$  при  $|r| = \frac{\rho}{2}$ ,  $0 < |\phi| \leq (\pi - \phi_0)$ .

**В области III:**

$$A_r = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ c_{nm} [ I_{m-1}(x_3) - \ell_{nm} I_{m+1}(x_3) ] + \\ + d_{nm} [ K_{m-1}(x_3) - h_{nm} K_{m+1}(x_3) ] e^{-i(k_{nm} z + m\phi)}, \quad /5a/$$

$$A_\phi = \sum_{n,m} \{ c_{nm} [ I_{m-1}(x_3) + \ell_{nm} I_{m+1}(x_3) ] + \\ + d_{nm} [ K_{m-1}(x_3) + h_{nm} K_{m+1}(x_3) ] e^{-i(k_{nm} z + m\phi)}, \quad /5b/$$

$$A_z = \sum_{n,m} \{ a'_{nm} [ I_m(x_3) + G_{nm} K_m(x_3) ] e^{-i(k_{nm} z + m\phi)}, \quad /5c/$$

где  $x_3 = \kappa_{nm} r / l(x)$ ,  $K(x)$  - модифицированные функции Бесселя/. Здесь везде опущен множитель  $e^{i\omega t}$ .

Граничные условия на границах раздела сводятся, как обычно, к непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля при переходе из одной области в другую и к равенству нулю тангенциальной компоненты электрического поля на идеально проводящей поверхности:

$$r = b \quad \dot{A}_{z3} = 0 \quad \dot{A}_{\phi3} = 0, \quad /6/$$

Точка означает дифференцирование по времени.

$$r = a_2, \quad \dot{A}_{z_2} = \dot{A}_{z_3}, \quad \dot{A}_{\phi_2} = \dot{A}_{\phi_3} \quad /7a/$$

$$\left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right)_2 = \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right)_3 \quad \text{при } |z| < \frac{\ell}{2} \quad /7b/$$

$$\left[ \frac{\partial(rA\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]_2 = \left[ \frac{\partial(rA\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]_3 \quad |\phi| < \pi - \phi_0 \quad /7c/$$

$$\dot{A}_{z_3} = 0, \quad \dot{A}_{\phi_3} = 0 \quad \text{при } \ell/2 \leq z \leq L/2 \quad /7d/$$

$$\pi - \phi_0 \leq |\phi| \leq \pi$$

$$r = a_1, \quad \dot{A}_{z_1} = \dot{A}_{z_2}, \quad \dot{A}_{\phi_1} = \dot{A}_{\phi_2} \quad /8a/$$

$$\left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right)_1 = \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right)_2 \quad \text{при } |z| < \ell/2, /8b/$$

$$\left[ \frac{\partial(rA\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]_2 = \left[ \frac{\partial(rA\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]_3 \quad |\phi| < \pi - \phi \quad /8c/$$

$$\text{при } \frac{\ell}{2} \leq |z| \leq \frac{L}{2} \quad /8d/$$

$$\dot{A}_{z_1} = 0, \quad \dot{A}_{\phi_1} = 0 \quad \pi - \phi_0 \leq |\phi| \leq \pi.$$

Из условия /6/ получим:

$$G_{nm} = -\frac{I_m(x)}{K_m(x)}, \quad \rho_{nm} = -\frac{I_{m-1}(x)}{I_{m+1}(x)}, \quad h_{nm} = -\frac{K_{m-1}(x)}{K_{m+1}(x)} \quad /9/$$

где  $x = \kappa_{nm} b$ . Используя соотношение  $\operatorname{div} A = 0$ , найдем некоторые связи коэффициентов:

$$b_{nm} - \bar{b}_{nm} = \frac{k_{nm}}{\kappa_{nm}} a_{nm}, \quad /10a/$$

$$\bar{c}_{ps} - \underline{c}_{ps} = \frac{\kappa_{ps}}{\chi_{ps}} \bar{a}_{ps}, \quad \bar{d}_{ps} - \underline{d}_{ps} = \frac{\kappa_{ps}}{\chi_{ps}} \bar{a}_{ps}, \quad /10b/$$

$$c_{nm} = \frac{k_{nm}}{\kappa_{nm}(1-\rho_{nm})} a'_{nm}, \quad d_{nm} = -\frac{k_{nm} G_{nm}}{\kappa_{nm}(1-h_{nm})} a'_{nm}. \quad /10c/$$

Из граничных условий /7/, используя известную методику /9/, получим систему для определения коэффициентов  $\bar{a}_{ps}$ ,  $\bar{c}_{ps}$ ,  $\bar{d}_{ps}$ ,  $\bar{a}_{ps}$ . С этой целью подставим /4в/, /4с/, /5в/ и /5с/ в /7а/, умножим первое соотношение на  $\cos \varphi \cos \kappa_{ps} z$ , второе - на  $\sin \varphi \sin \kappa_{ps} z$  и проинтегрируем по  $z$  от  $-l/2$  до  $l/2$  и по  $\phi$  от  $-\pi$  до  $\pi$  с учетом условия /7 д/. Далее, подставим /4/ в /5/ в /7в/, /7с/, умножаем соответственно на те же множители и интегрируем по  $z$  от  $-l/2$  до  $l/2$  и по  $\phi$  от  $-(\pi-\phi_0)$  до  $(\pi-\phi_0)$ .

В результате получим:

$$\bar{a}_q + \bar{a}K_q = \sum_{n,m} a'_{nm} f_1 \cdot D_{nmps} \quad /11a/$$

$$\frac{\kappa}{\chi} (\bar{a}I_{q+1} - \bar{a}K_{q+1}) + (\bar{c}I'_q - \bar{d}K'_q) = \sum_{n,m} a'_{nm} f_2 C_{nmps} \quad /11b/$$

$$\bar{a}(-\chi I'_q + \frac{\kappa}{\chi} I_{q+1}) + \bar{a}(-\chi K'_q - \frac{\kappa}{\chi} K_{q+1}) = \quad /11c/$$

$$-\frac{2q\kappa}{\chi a_2} (\bar{c}I'_q - \bar{d}K'_q) = \sum_{n,m} a'_{nm} f_3 D'_{nmps},$$

$$g(\bar{a}I_q + \bar{a}K_q) + 2\chi(\bar{c}I_q - \bar{d}K_q) = \sum a'_{nm} f_4 C'_{nmps}. \quad /11d/$$

Здесь у коэффициентов  $\bar{a}$ ,  $\bar{a}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{d}$  опущены значки  $p, s$ . Аргумент функций Бесселя  $I_q, K_q$  равен  $(\chi_{ps} a_2)$ . Штрих означает дифференцирование по аргументу. Введены следующие обозначения:

$$f_1 = I_m + G_{nm} K_m,$$

$$f_2 = \frac{k_{nm}}{\kappa_{nm}} \left[ \frac{I_{m-1} + \ell_{nm} I_{m-1}}{1 - \ell_{nm}} - G_{nm} \frac{K_{m-1} + h_{nm} K_{m+1}}{1 - h_{nm}} \right],$$

$$f_3 = -\kappa_{nm} \left[ I'_m + G_{nm} K'_m \right] + \frac{k_{nm}^2}{\kappa_{nm}} \left[ \frac{I_{m-1} - \ell_{nm} I_{m+1}}{1 - \ell_{nm}} - G_{nm} \frac{K_{m-1} - h_{nm} K_{m+1}}{1 - h_{nm}} \right], \quad /12/$$

$$f_4 = k_{nm} \left[ \frac{(1 + \ell_{nm})}{(1 - \ell_{nm})} I_m + G_{nm} \frac{(1 + h_{nm})}{(1 - h_{nm})} K_m \right],$$

$$D_{nm\psi} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(k_{nm} z + m\phi)} \cos(q\phi) \cos(g_{ps} z) d\phi dz, \quad /13/$$

$$C_{nm\psi} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(k_{nm} z + m\phi)} \sin(q\phi) \sin(g_{ps} z) d\phi dz.$$

Коэффициенты  $D', C'$  аналогичны  $D, C$ , но в пределах по  $z$  от  $\ell/2$  до  $\ell/2$ , по  $\phi$  от  $-(\pi - \phi_0)$  до  $(\pi - \phi_0)$ . Аргумент функций Бесселя с индексом  $m$  здесь равен  $(\kappa_{nm} \cdot a_2)$ . Определив коэффициенты  $\bar{a}$ ,  $\bar{a}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{d}$  из /11/, подставим их в соотношения, аналогичные /11a/ - /11c/, но полученные из граничных условий /8/, т.е. при  $r = a_1$ . В результате для нахождения коэффициентов  $a'_{nm}$ ,  $a_{nm}$ ,  $b_{nm}$  получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{n,m} (a'_{nm} \psi_1 - a_{nm} \bar{\psi}_1) = 0$$

$$\sum_{n,m} (a'_{nm} \psi_2 - a_{nm} \bar{\psi}_2 - b_{nm} \bar{\bar{\psi}}_2) = 0 \quad /14/$$

$$\sum_{n,m} (a'_{nm} \psi_3 - a_{nm} \bar{\psi}_3 - b_{nm} \bar{\bar{\psi}}_3) = 0.$$

Здесь введены обозначения:

$$\bar{\psi}_1 = I_m D; \quad \bar{\psi}_2 = -\frac{k_{nm}}{\kappa_{nm}} I_m + r C; \quad \bar{\psi}_3 = [-\kappa_{nm} I'_m + \frac{k_{nm}^2}{\kappa_{nm}} I_m + 1] D';$$

$$\bar{\bar{\psi}}_2 = 2I'_m \cdot C; \quad \bar{\bar{\psi}}_3 = 2m \frac{k_{nm}}{\kappa_{nm} a_1} \cdot I_m \cdot D'. \quad /15/$$

Индексы  $n, m, p, s$  у коэффициентов  $D, D', C$  опущены. В /15/  $I_m = I_m(\kappa_{nm} a_1)$ . Далее.

$$\psi_1 = (F_0 I_q + F_1 K_q),$$

$$\psi_2 = \mu_1 (F_0 I_{q+1} - F_1 K_{q+1}) + 2(F_2 I'_q - F_3 K'_q), \quad /16/$$

$$\psi_3 = -\mu_2 (F_0 I'_q + F_1 K'_q) + \mu_3 (-F_2 I_q + F_3 K_q) +$$

$$+ \mu_4 (F_0 I_{q+1} - F_1 K_{q+1}),$$

где

$$\mu_1 = \frac{g_{ps}}{2\chi_{ps}}, \quad \mu_2 = \chi_{ps}, \quad \mu_3 = \frac{2qg_{ps}}{\chi_{ps} a_2}, \quad \mu_4 = \frac{g_{ps}^2}{\chi_{ps}},$$

$$I_q = I_q(\chi_{ps} a_1), \quad K_q = K_q(\chi_{ps} a_1).$$

Для коэффициентов  $F$  имеем:

$$F_0 = \frac{Q_0 K_q + Q_1 K'_q + Q_2 K_{q+1}}{Z}, \quad F_1 = -\frac{Q_0 I_q + Q_1 I'_q - Q_2 I_{q+1}}{Z},$$

$$F_2 = \frac{Q_3 K_q + Q_4 K'_q}{Z_1}, \quad F_3 = \frac{Q_3 I_q + Q_4 I'_q}{Z_1}.$$

/17/

Здесь

$$Q_0 = f_3 D' + \mu_4 \cdot f_4 \cdot C' - \mu_6 \cdot f_1 \cdot D,$$

$$Q_1 = \mu_2 f_1 D; \quad Q_2 = \mu_4 f_1 C',$$

$$Q_3 = 2\mu_1 (F_0 I_{q+1} - F_1 K_{q+1}) - f_2 C,$$

/18/

$$Q_4 = \mu_7 f_4 C' - \mu_1 f_1 D,$$

$$\mu_5 = \mu_3 / 2\chi_{ps}; \quad \mu_6 = \mu_5 g_{ps}, \quad \mu_7 = 1/2\mu_2,$$

$$Z_1 = I_q K'_q - I'_q K_q; \quad Z = \mu_2 Z_1 + \mu_4 (I_q K_{q+1} + K_q I_{q+1}) = \frac{k^2}{\chi_{ps} a_2}.$$

В /17/, /18/ все функции Бесселя берутся при  $r = a_2$ . Напомним, что в /14/ величины  $\phi$ ,  $\bar{\psi}$ ,  $\bar{\bar{\psi}}$  зависят от  $n, m, p, s$ .

Условие разрешимости системы уравнений /14/ заключается в равенстве нулю детерминанта, составленного из членов, являющихся коэффициентами при неизвестных  $a'_{nm}$ ,  $a_{nm}$ ,  $b_{nm}$ . Это условие и является дисперсионным уравнением для модифицированной спирали. Определять из детерминанта системы уравнений /14/ зависимость фазовой скорости от частоты и геометрии спирали с учетом гармоник можно лишь с помощью ЭВМ. Приведем некоторые упрощения. Для коллективного метода ускорения существенен диапазон длин волн, при котором выполняется неравенство:  $\lambda \gg \ell$ . Толщина перемычки и колец в радиальном направлении обычно мала:  $h = a_2 - a_1 \ll \ell$ . В этом случае для  $\delta = \chi_{ps} h \ll 1$  имеем:

$$I_q(y_2) = I_q(y_1) + O(\delta), \quad K_q(y_2) = K_q(y_1) + O(\delta),$$

где

$$y_1 = \chi_{ps} a_1, \quad y_2 = \chi_{ps} a_2.$$

Выражения для функций  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ , входящих в определитель системы /14/, теперь упрощается:

$$\psi_1 = f_1 \cdot D + \delta(\Delta_1); \quad \chi\psi_2 = f_2 C + \delta(\Delta_2); \quad \psi_3 = f_3 D' + \delta(\Delta_3).$$

Здесь  $f_1, f_2, f_3$  определяются выражениями /12/. Описание алгоритма для /14/, численные и экспериментальные результаты будут даны отдельно.

В заключение авторы благодарят Г.А.Иванова за постоянное внимание и интерес к работе.

#### Литература

1. З.Г.Гаврилова, Г.А.Иванов. Препринт ОИЯИ, Р9-8227, Дубна, 1974.
2. Ким Ен Зун, З.Г.Гаврилова, Г.А.Иванов. Сообщения ОИЯИ, 9-8807, Дубна, 1975.
3. M. Chodorow and E.L. Chu. *Journal of Applied Physics.*, v. 26, No. 1, p. 33, 1955.
4. C.K. Birdsall and T.E. Everhart, *IRE Transactions on Electron Devices*, v. ED-3, No. 4, p. 190, 1956.
5. А.К.Березин, П.М.Зейдлиц, А.М.Некрашевич, И.П.Скоблик. *ЖТФ*, т. XXIX, в. 7, стр. 815, 1959.
6. Р.А.Силин, В.П.Сазонов. *Замедляющие системы*. М., Советское радио, 1966.
7. В.П.Шестопалов, С.С.Калмыкова. *ЖТФ*, т. 31, в. 3, стр. 327, 1961.
7. Л.Н.Лошаков, Е.Б.Ольдерогге. *Радиотехника*, т. 30, вып. 3, стр. 4С, 1975.
8. А.И.Ахизер, Я.Б.Файнберг. *УФН*, т. 44, вып. 3, стр. 321, 1951.

Рукопись поступила в издательский отдел  
20 октября 1975 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния

# Нет ли пробелов в Вашей библиотеке?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

16-4888	Дозиметрия излучений и физика защиты ускорителей заряженных частиц. Дубна, 1969.	250 стр.	2 р. 64 к.
Д1-5969	Труды Международного симпозиума по физике высоких энергий. Дрезден, 1971.	773 стр.	7 р. 69 к.
Д-6004	Бинарные реакции адронов при высоких энергиях. Дубна, 1971.	18 стр.	7 р. 60 к.
Д10-6142	Труды Международного симпозиума по вопросам автоматизации обработки данных с пузырьковых и искровых камер. Дубна, 1971.	304 стр.	6 р. 14 к.
Д13-6210	Труды VI Международного симпозиума по ядерной электронике. Варшава, 1971.	372 стр.	3 р. 67 к.
Д1-6349	Труды IV Международной конференции по физике высоких энергий и структуре ядра. Дубна, 1971.	670 стр.	6 р. 95 к.
Д-6465	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1972.	525 стр.	5 р. 85 к.
Р2-6762	Р.М. Мурадян. Автомодельность в инклюзивных реакциях. Лекция, прочитанная на Школе молодых ученых по физике высоких энергий. Сухуми, 1972.	111 стр.	1 р. 10 к.
Д-6840	Материалы II Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Штрбске Плесо, ЧССР, 1972.	398 стр.	3 р. 96 к.
13 - 7154	Пропорциональные камеры. Дубна, 1973.	173 стр.	2 р. 20 к.
Д2-7161	Нелокальные, нелинейные и ненормируемые теории поля. Алушта, 1973.	280 стр.	2 р. 75 к.

Д1,2-7411	Глубоконеупругие и множественные процессы. Дубна, 1973.	507 стр.	5 р. 66 к.
Д13-7616	Труды VII Международного симпозиума по ядерной электронике. Будапешт, 1973.	372 стр.	3 р. 65 к.
Р1,2-7642	Труды Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Гомель, 1973.	623 стр.	7 р. 15 к.
Д10-7707	Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1973.	564 стр.	5 р. 57 к.
Д1,2-7781	Труды III Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Синая, 1973.	478 стр.	4 р. 78 к.
Д3-7991	Труды II Международной школы по нейтринной физике. Алушта, 1974.	552 стр.	2 р. 50 к.
Д1,2-8405	Труды IV Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Варна, 1974.	376 стр.	2 р. 05 к.
Д10,11-8450	Труды Международной школы по вопросам использования ЭВМ в ядерных исследованиях. Ташкент, 1974.	465 стр.	2 р. 46 к.
Р1,2-8529	Труды Международной школы-семинара молодых ученых. Актуальные проблемы физики элементарных частиц. Сочи, 1974.	582 стр.	2 р. 60 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:

101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79,

издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.



### Условия обмена

Препринты и сообщения ОИЯИ рассылаются бесплатно, на основе взаимного обмена, университетам, институтам, лабораториям, библиотекам, научным группам и отдельным ученым более 50 стран.

Мы ожидаем, что получатели изданий ОИЯИ будут сами проявлять инициативу в бесплатной посылке публикаций в Дубну. В порядке обмена принимаются научные книги, журналы, препринты и иного вида публикации по тематике ОИЯИ.

Единственный вид публикаций, который нам присылать не следует, - это репринты /оттиски статей, уже опубликованных в научных журналах/.

В ряде случаев мы сами обращаемся к получателям наших изданий с просьбой бесплатно прислать нам какие-либо книги или выписать для нашей библиотеки научные журналы, издающиеся в их странах.

### Отдельные запросы

Издательский отдел ежегодно выполняет около 3 000 отдельных запросов на высылку препринтов и сообщений ОИЯИ. В таких запросах следует обязательно указывать индекс запрашиваемого издания.

### Адреса

Письма по всем вопросам обмена публикациями, а также запросы на отдельные издания следует направлять по адресу:

*101000 Москва,  
Главный почтамт, п/я 79.  
Издательский отдел  
Объединенного института  
ядерных исследований.*

Адрес для посылки всех публикаций в порядке обмена, а также для бесплатной подписки на научные журналы:

*101000 Москва,  
Главный почтамт, п/я 79.  
Научно-техническая библиотека  
Объединенного института  
ядерных исследований.*

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.  
Заказ 20515. Тираж 390. Уч.-изд. листов 0,69.  
Редактор О.С.Виноградова                      Подписано к печати 19.11.75 г.  
Корректор Н.А.Кураева