

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МГД - ПРОЦЕССОВ В ТОКАМАКАХ

A14

Д.П.Костомаров

МГД - приближение широко используется в теории высокотемпературной плазмы. Оно позволяет описать круг явлений, связанных с геометрией магнитного поля, с обменом энергией между полем и плазмой. При исследовании МГД - процессов в плазме Токамака наиболее распространенными являются следующие три типа задач:

1. Расчет МГД - равновесия.
2. Исследование устойчивости равновесных состояний. Линейная задача о малых колебаниях.
3. Нелинейные МГД - процессы. Временная эволюция неустойчивой плазмы.

В докладе излагаются вопросы численного решения этих задач на ЭВМ и обсуждаются полученные результаты.

## 1. Расчет МГД - равновесия.

С математической точки зрения задача о МГД - равновесии аксиально-симметричного плазменного шнура сводится к уравнению

/ 1 / :

$$\frac{r}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = - \left\{ 16\pi^3 r^2 \frac{d\rho}{d\psi} + \frac{8\pi^2}{c^2} \frac{dI^2}{d\psi} \right\}$$

Здесь  $\psi(r, z) = 2\pi r A_\phi(r, z)$  - поток полоидального поля,  $\rho(\psi)$  и  $I(\psi) = \frac{c}{2} \int_0^{\psi} B_\phi(r, z)$  - функции, устанавливающие связь давления плазмы и тороидального поля с полоидальным полем.

Наиболее характерны следующие две постановки задачи о равновесии:

1. Удержание плазменного шнура внутри идеально-проводящего коуха  $\sqrt{\quad}$ . Коух принимается за одну из магнитных поверхностей и на нём задается граничное условие:  $\psi|_r = \psi_0$ .
2. Удержание плазменного шнура магнитным полем сторонних токов. В этом случае в правую часть уравнения нужно дописать плотность сторонних токов, текущих вне плазмы, и решить уравнение во всем пространстве с условием:  $\psi|_{\infty} = 0$ .

Сформулированные задачи являются предметом многочисленных исследований. С помощью аналитических методов подробно изучено равновесие тороидального плазменного шнура круглого сечения / 2 /. В 1972 году появились первые работы по численному решению задачи о равновесии / 3 /. В настоящее время список работ подобного типа насчитывает десятки названий. Соответствующие программы имеются во всех крупных лабораториях. Численному расчету равновесия посвящен обзор / 4 /, однако в нем совершенно не отражены работы советских авторов.

## 2. Исследование устойчивости равновесных состояний.

После того, как равновесное состояние рассчитано, встает вопрос об его устойчивости. Для исследования устойчивости используется линеаризованная система МГД - уравнений и вытекающий из неё энергетический принцип / 5, 6 /. В настоящее время теория МГД - устойчивости развита достаточно полно. Основные результаты для задач со сравнительно простой геометрией были получены аналитически.

Переход к исследованию более сложных равновесий, которые рассчитываются численно, естественно потребовал разработки численных методов решения задачи об устойчивости. Опыт показывает,

что наиболее естественно создавать комплексную программу, решающую сразу две задачи: расчет равновесия и исследование его на устойчивость. Большая программа подобного типа создана в Принстоне, она позволяет рассчитать весь спектр линейных МГД - колебаний тороидального плазменного шнура произвольного сечения / 7 /.

### 3. Нелинейные МГД - процессы. Временная эволюция неустойчивой плазмы.

Если равновесное состояние неустойчиво, то плазма от него уйдет. В одних случаях развитие неустойчивости приведет к гибели значительной части плазмы, в других - нелинейные процессы вызовут её перестройку и переход в устойчивое состояние. Описать эволюцию неустойчивой плазмы - одна из основных задач нелинейной теории.

В последние годы много внимания уделялось изучению нелинейных процессов, связанных с винтовой неустойчивостью. В 1973 году Б.Б.Кадоццев и О.Н.Погуде получили приближенную двумерную МГД - систему для винтовых волн / 8 /. С её помощью был исследован ряд важных вопросов, относящихся к нелинейной стадии процесса / 8,9 /. Система Кадоццева-Погуде была также использована для численного моделирования эволюции винтовых возмущений на ЭВМ /10-12/. Результаты проведенных расчетов оказались в хорошем соответствии с теоретическими предсказаниями / 8,9 /, позволили получить количественную информацию об изучаемых явлениях, дать интерпретацию ряда экспериментальных фактов.

Однако двумерная МГД - система не позволяет рассмотреть всех интересных вопросов и, прежде всего, вопроса о нелиней-

ном взаимодействии винтовых волн с разным шагом. Это принципиально трехмерная задача и для её решения необходимо использовать полную МГД - систему. Соответствующая программа была разработана нами / II /. Расчеты с помощью этой программы позволили, в частности, установить следующий интересный результат. В определенных условиях развитие неустойчивости высшей моды ( $m=2$ ) может привести к неустойчивости высшей моды ( $m=1$ ), которая первоначально была устойчивой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.Д.Шафранов, Вопросы теории плазмы, вып.2, 92 (1963).
2. V.S.Mukhovatov, V.D.Shafranov, Nuclear Fusion, II, 605 (1971)
3. Y.N.Dnestrovskii, D.P.Kostomarov, A.M.Popov, Fifth Europ. Conf. on Controlled Fusion, Grenoble, 36 (1972)
4. B.McNomara, Methods in Computational Physics, vol. 16 "Controlled Fusion", 211, (1976).
5. Б.Б.Кадошцев, Вопросы теории плазмы, вып.2, 132 (1963).
6. Л.С.Соловьев, Вопросы теории плазмы, вып.6, 210 (1972).
7. G.C.Grimm, J.M.Green, J.L.Johnson, Methods in Computational Physics, vol. 16 "Controlled Fusion", 253 (1976).
8. Б.Б.Кадошцев, О.Л.Погуце, ИЭФ, 65, 575 (1973).
9. Б.Б.Кадошцев, Физика плазмы, I, 710 (1975).
10. А.Ф.Данилов, Ю.Н.Днепровский, Д.П.Костомаров, А.М.Попов, Физика плазмы, 2, 167 (1976).
11. Y.N.Dnestrovskii, A.F.Danilov, D.P.Kostomarov, A.M.Popov, Sixth Conference IAEA, I, 605 (1976).
12. R.B.White, D.A.Monticello, M.N.Rosenbluth, B.V.Waddel, Sixth Conference IAEA, I, 595 (1976).