ФЭИ-473

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А. А. ЛУКЬЯНОВ, Е. М. САПРЫКИН

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ

Часть I

МАТРИЦА СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ ОДНОНУКЛОННЫХ РЕАКЦИЙ

Обнинск — 1974

ФЭИ - 473

ФИЗИКО - ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А.А.Лукьянов,Е.М.Сапрыкин

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ

Часть I

МАТРИЦА СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ ОДНОНУКЛОННЫХ РЕАКЦИЙ

Обнинск-1974.

УДК 539.171.017.
м-17

Аннотация

В представлении взаимодействия для базиса, соответствующего реальным состояниям ядра-мишени и нуклону в центрально-симметричном потенциале, построена общая схема параметризации матрицы столкновений для однонуклонных ядерных реакций. Переходы при взаимодействии нуклона с ядром в области непрерывного спектра относятся к прямым процессам, а возбуждения связанных состояний базиса из-за остаточных взаимодействий соответствуют резонансам составного ядра. Проведено разбиение матрицы столкновений на две части, первая из которых описывает прямые реакции, а вторая – резонансные. Полученное выражение для энергетической зависимости резонансной части по форме совпадает с соответствующим результатом R – матричной теории.

§I Введение

Теоретическая интерпретация имеющихся экспериментальных данных по спектрам и угловым распределениям нейтронов эмиссии при взаимодействии нейтронов с энергиями $\sim 5 - 20$ Мэв с атомными ядрами [I - 3] в последнее время все чаще сталкивается с проблемой, довольно общей для физики ядерных реакций при средних энергиях возбуждения, необходимостью совместного рассмотрения двух механизмов реакции: прямого и компаунд процессов [4 - 6]. Хотя основным здесь является, как правило, компаунд процесс, ряд экспериментальных фактов указывает на заметный вклад при рассматриваемых энергиях прямого взаимодействия. Это, во-первых, отличие наблюдаемых спектров неупруго рассеянных нейтронов в жесткой части от спектра модели испарения, характерного для компаунд-процесса, а во-вторых, заметная асимметрия углового распределения относительно 90°, типичная для прямого процесса [I - 3]. Хорошо известны методы анализа спектров в случае преобладания одного из механизмов реакции [7,5]. Цель данной работы - последовательное построение схемы анализа спектров неупруго рассеянных нейтронов с учетом прямого и компаунд механизмов взаимодействия.

Прежде всего отметим, что простое суммирование соответствующих амплитуд реакции с некоторыми коэффициентами, определяемыми сравнением с экспериментальными данными, в общем случае некорректно. Так, например, при резонансной зависимости вклада компаунд процесса условие унитарности суммарной амплитуды приводит к резонансной же зависимости вклада прямого процесса [5,8] . Существует также известный произвол в определении понятия прямого процесса в различных модельных представлениях о механизме ядерной реакции. Выделение вклада прямого взаимодействия из суммарного сечения можно в различных ядерных реакциях и различных энергетических интервалах сделать разными способами в зависимости от имеющейся экспериментальной информации, цели анализа, наличия разработанных схем для решения соответствующих модельных задач и ряда других, зачастую, субъективных факторов [5]. Последовательная процедура выделения такого вклада проводится в рамках определенного формализма теории ядерных реакций, причем выбор того или иного из них определяется, как правило, требованием простоты физической интерпретации определенного круга экспериментов. Из множества вариантов теории в данной работе мы остановимся на формализме

Фешбаха - Мак Дональда (ФМ - схема), наиболее удобном, по нашему мнению, для описания однонуклонных ядерных реакций с учетом прямых и компаунд взаимодействий[4,8]. Использующая представление взаимодействия, ФМ-схема определяет базисный набор функций как в дискретном, так и непрерывном спектре. Разложение элементов матрицы столкновений (амплитуды реакции) содержит собственные энергии базисных состояний и матричные элементы перехода между состояниями различного типа за счет остаточного взаимодействия. Выделяя в этом разложении часть, содержащую лишь матричные элементы переходов между состояниями непрерывного спектра, можно ассоциировать ее с прямым процессом, а оставшуюся часть, связанную с состояниями дискретного спектра, с компаунд взаимодействием. Строгая процедура разложения матрицы столкновений при выборе вещественного базиса и выделение матрицы прямого процесса является основным содержанием I-й части работы. Показано, что в общем случае можно построить схему параметризации дважды дифференциальных сечений неупругого рассеяния нейтронов, где выделены вклады прямого и компаунд взаимодействий, близкую по форме к соответствующей схеме R - матричной теории при соответствующем переопределении параметров последней.

§2 Определение базиса

Рассмотрим основные моменты ФМ-схемы в приложении к однонуклонным каналам реакции. Здесь используется стационарное уравнение Шредингера и представление взаимодействия, где полный гамильтониан системы нуклон плюс ядро-мишень разбивается на сумму

$$H\Psi = (H_0+V)\Psi = E\Psi , \qquad (I)$$

и для H_0 находится набор собственных функций (базис), по которому раскладывается волновая функция задачи Ψ . Потенциал V остаточного взаимодействия определяет коэффициенты разложения .

Гамильтониан H_0 может быть выделен различными способами в зависимости от специфики рассматриваемой задачи. В последовательных схемах расчета ядерных реакций с нуклонами наиболее часто в настоящее время используется базис независимых частиц, где собственные функции H_0 представляют собой соответствующие антисимметризованные произведения одночастичных волновых функций, вычисляемых в оболочечном потенциале [8,10]. Вводя этот потенциал, а также остаточное взаимодействие V , в явном виде, можно сформулировать численный метод построения матрицы столкновений для однонуклонных каналов реакции [8]. Здесь, однако, возникает известная трудность, связанная с учетом остаточного взаимодействия при построении волновых функций ядра-мишени. Практически, задача состоит из двух частей: расчета собственных функций и энергий уровней ядра-мишени и исследования вероятности перехода между этими уровнями при ядерных реакциях с нуклонами. При феноменологическом рассмотрении процесса взаимодействия падающего нуклона с нуклонами ядра-мишени можно ограничиться лишь второй частью общей задачи, предполагая формально решения для гамильтониана ядра-мишени известными [4]

$$H_A(\vec{\xi})\, v_\alpha(\vec{\xi}) = B_\alpha\, v_\alpha(\vec{\xi}) \tag{2}$$

где $\vec{\xi}$ - набор координат, а B_α -реальные уровни ядра-мишени. В этом случае удобно определить базис для рассматриваемой системы нуклон плюс ядро-мишень как набор состояний в гамильтониане

$$H_c(\vec{\xi},\vec{r})\Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r}) = \left[H_A(\vec{\xi},\vec{r})+T(\vec{r})+U(\vec{r})\right]\Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r}) = E_\alpha\Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r}), \tag{3}$$

где $T(\vec{r})$ - оператор кинетической энергии нуклона, а $U(\vec{r})$ - эффективный одночастичный сферически симметричный потенциал. Остаточное взаимодействие V определяется суммой парных сил между падающим нуклоном и всеми нуклонами ядра-мишени.

Решения уравнения (3) в общем случае определяются как линейные комбинации произведений соответствующих решений $v_\alpha(\vec{\xi})$ и $u_\alpha(\vec{r})$:

$$\left[T(\vec{r})+U(\vec{r})\right]u_\alpha(\vec{r}) = \mathcal{E}_\alpha\, u_\alpha(\vec{r}), \tag{4}$$

с учетом тождественности падающего нуклона с нуклонами ядра-мишени. Последнее обстоятельство оказывается в ряде случаев весьма существенным для расчета матричных элементов переходов. Однако, в рассматриваемой здесь задаче - построении схемы параметризации матрицы столкновений через значения этих матричных элементов (а также собственных энергий E_α) - антисимметризация не влияет на форму конечных результатов и для упрощения выкладок может быть опущена [4]. Таким образом, определяя базис, выберем решения $\Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r})$ (3) в виде произведений:

$$\Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r}) = V_\alpha(\vec{\xi})\, U_\alpha(\vec{r}) \tag{5}$$

с собственными энергиями $E_\alpha = B_\alpha + \mathcal{E}_\alpha$.

Уравнения (2-4) в общем случае имеют решения как в дискретном, так и непрерывном спектрах. Предположим, что для описания неупругого рассеяния нуклонов (и других однонуклонных реакций) при энергиях ниже порога вылета двух и более нуклонов набор состояний Φ_α, образующих базис, можно приближенно ограничить лишь теми, которым соответствуют либо только связанные нуклоны, либо один нуклон из всей системы A+1 частица находится в непрерывном спектре. Если при этом выбрать только связанные состояния ядра-мишени $V_\alpha(\vec{\xi})$ $[V_\beta(\vec{\xi})]$, то однонуклонные каналы реакции можно связать с соответствующими решениями уравнения (4) для непрерывного спектра. В сферически симметричном потенциале V, включающем спин-орбитальное взаимодействие, эти решения характеризуются обычно значениями относительного орбитального момента ℓ и полного момента оболочки $j=\ell\pm\frac{1}{2}$ - $U_{\ell j \mathcal{E}}(\vec{r})$. Волновым функциям базисного набора (5), относящимся к области непрерывного спектра,

$$\Phi_{\beta\ell j}(\mathcal{E},\vec{r},\vec{\xi}) = V_\beta(\vec{\xi})\,U_{\ell j\mathcal{E}}(\vec{r}) \equiv \Phi_c(\mathcal{E}_c,\vec{\xi},\vec{r})$$
$$(\mathcal{E}_c = B_\beta + \mathcal{E}) \tag{6}$$

отвечает канал реакции c, характеризуемый значениями ℓ, j, m_j, B_β, а также I_β - спином состояния ядра-мишени и π_β - его четностью [7-11].*) В решениях (6) удобно выделить

---

*) В отличие от принятого в обычной R-матричной теории определения канала лишь во внешней области, где нет ядерного взаимодействия, понятие канала в представлении взаимодействия относится ко всему простанству $(0<r<\infty)$ [9].

радиальную зависимость -

$$\Phi_c(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r}) = \widetilde{u}_{c\varepsilon}(r)\, G_c\left(\vec{\xi},\frac{\vec{r}}{r}\right), \tag{7}$$

где $\widetilde{u}_{c\varepsilon}(r) \equiv \widetilde{u}_{\ell j \varepsilon}(r)$ - решение радиального уравнения (4) в области непрерывного спектра, а $G_c \equiv G_{\beta \ell j m_j}$ - волновая функция канала, не зависящая от r :

$$G_{\beta \ell j m_j}\left(\vec{\xi},\frac{\vec{r}}{r}\right) = V_\beta(\vec{\xi}) \sum_{m,\sigma} \langle \ell m \tfrac{1}{2}\sigma | j m_j \rangle Y_{\ell m}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \chi_{1/2\,\sigma} \tag{8}$$

($Y_{\ell m}$ и $\chi_{1/2\,\sigma}$ - сферическая и спиновая функции, соответственно) [7,II]. Такой выбор представления канала реакции типичен для оболочечного подхода [8,I0]. Однако, в практическом анализе нейтронных сечений используется обычно представление спина канала $\vec{S}_c = \vec{I}_\beta + \vec{\frac{1}{2}}$ с учетом сохранения в реакции полного момента системы $J = |\vec{I}_\beta + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\ell}|$ и четности $\pi = \pi_\beta(-1)^\ell$ [9]. С помощью известной процедуры пересвязки нетрудно перейти от одного представления к другому. Можно также непосредственно использовать соотношения для матрицы столкновений и сечений в выбранном представлении [8,I0] (см. Приложение I).

Набор решений $\Phi_c(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r})$ и $\Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r})$ (последние будем относить к связанным состояниям) образует, по предположению, ортонормированный базис рассматриваемой задачи:

$$\int \Phi_\alpha^*(\vec{\xi},\vec{r})\Phi_{\alpha'}(\vec{\xi},\vec{r})\,d\vec{\xi}\,d\vec{r} = \delta_{\alpha\alpha'}, \quad \int \Phi_\alpha^*(\vec{\xi},\vec{r})\Phi_c(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r})\,d\vec{\xi}\,d\vec{r} = 0,$$

$$\int \Phi_c^*(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r})\,\Phi_{c'}(\varepsilon_{c'},\vec{\xi},\vec{r})\,d\vec{\xi}\,d\vec{r} = \delta_{cc'}\,\delta(\varepsilon_c-\varepsilon_{c'}), \tag{9}$$

по которому можно разложить решение уравнения (I) -

$$\Psi(E,\vec{\xi},\vec{r}) = \sum_\alpha a_\alpha^E \Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r}) + \sum_c \int d\varepsilon_c\, b_c^E(\varepsilon_c)\Phi_c(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r}). \tag{I0}$$

Переходя к определению уравнений для коэффициентов разложения (I0), отметим некоторые особенности, связанные с выбором конкретного вида решений Φ_α и Φ_c . Дело в том, что они в общем случае строятся как линейные комбинации двух независимых решений соответствующих волновых уравнений с коэффициентами, определяемыми граничными условиями. В нашем случае эти условия относятся к решению точного уравнения (I), и это позволяет выбрать наиболее удобный для рассматриваемой задачи вид базисных функций. Так как на асимптотике ($r \to \infty$) решения $\Psi(E,\xi,\vec{r})$ (10) отличны от нуля лишь в открытых каналах c, выберем волновые функции связанных состояний в потенциале U – $u_\alpha(\vec{r})$ экспоненциально затухающими при $r \to \infty$, нормированными на единицу и вещественными [13].*) При построении волновых функций $\Phi_c(\mathcal{E}_c)$ заметим, что соответствующие решения $u_{\ell j \mathcal{E}}$ относятся к задаче об упругом рассеянии нуклона сферически симметричным потенциалом . Для больших r здесь всегда можно использовать альтернативные представления – в виде суперпозиции сходящихся и расходящихся волн, либо в виде стоячих волн [7-13]:

$$\widetilde{u}_{\ell j \mathcal{E}}(r) \xrightarrow[r \to \infty]{} \left(\frac{2m}{\pi k \hbar^2}\right)^{1/2} \frac{1}{r} \sin(kr + \delta_{\ell j} - \pi\ell/2), \tag{11}$$

где $\delta_{\ell j}$ – фаза рассеяния для потенциала U, учитывающего спин-орбитальное взаимодействие. Последнему случаю соответствует выбор вещественного регулярного в нуле и нормированного на δ -функцию по энергии решения $u_{\ell j \mathcal{E}}(\vec{r})$ в области непрерывного спектра [13].**) Хотя решение $\Psi^J(E)$ (I) в общем случае комплексно, базисные функции Φ_α и $\Phi_c(\mathcal{E}_c)$ в разложении (10) всегда можно выбрать вещественными (при этом комплексны коэффициенты разложения). Такой выбор базиса типичен для построения схемы параметризации матрицы столкновений с помощью вещественных параметров в таких вариантах резонансной теории реакций, как K – матричная теория [4,8] ; или R -матричная теория в представлении взаимодействия [14]. Если использовать комплексные базисные функции $\Phi_c(\mathcal{E}_c)$ в виде суперпозиции сходящихся и расходящихся волн с вещественными коэффициентами разложения a_α^E и $b_c^E(\mathcal{E}_c)$, то придем к схемам параметризации в формализме S – матрицы [4,15].

---

*) Волновые функции связанных состояний ядра-мишени $\upsilon_\beta(\xi)$ (2) также предполагаются вещественными и нормированными.

**) Вещественность понимается здесь в смысле операции обращения времени в уравнении Шредингера [4].

§ 3 К -матрица и матрица столкновений

Определим систему уравнений для коэффициентов a_α^E и $b_c^E(\varepsilon_c)$ в разложении (10). Для этого подставим (10) в уравнение (I):

$$\sum_\alpha a_\alpha^E (H_0+V-E)\Phi_\alpha + \sum_c \int d\varepsilon_c b_c^E(\varepsilon_c)(H_0+V-E)\Phi_c(\varepsilon_c) = 0 \qquad (12)$$

Умножим слева на $\Phi_{\alpha'}$ и проинтегрируем по $\vec{\xi}$ и $\vec{r}$. С учетом ортонормированности функций Φ_α и Φ_c (8)(10) будем иметь -

$$\sum_\alpha \left[(E_\alpha - E)\delta_{\alpha'\alpha} + V_{\alpha'\alpha}\right] a_\alpha^E + \sum_{c'} \int d\varepsilon_{c'} V_{\alpha'c'}(\varepsilon_{c'})\, b_{c'}^E(\varepsilon_{c'}) = 0, \qquad (13а)$$

а умножив (12) на $\Phi_c(\varepsilon_c)$ после интегрирования получим:

$$\sum_\alpha V_{c\alpha}(\varepsilon_c) a_\alpha^E + (\varepsilon_c - \bar{\varepsilon}) b_c^E(\varepsilon_c) + \sum_{c'} \int d\varepsilon_{c'} V_{cc'}(\varepsilon_c,\varepsilon_{c'})\, b_{c'}^E(\varepsilon_{c'}) = 0, \qquad (13б)$$

где мы обозначили

$$V_{\alpha'\alpha} = \int \Phi_{\alpha'}(\vec{\xi},\vec{r}) V(\vec{\xi},\vec{r}) \Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r})\, d\vec{\xi}\, d\vec{r}, \qquad (14а)$$

$$V_{c\alpha}(\varepsilon_c) = V_{\alpha c} = \int \Phi_c(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r}) V(\vec{\xi},\vec{r}) \Phi_\alpha(\vec{\xi},\vec{r})\, d\vec{\xi}\, d\vec{r}, \qquad (14б)$$

$$V_{cc'}(\varepsilon_c,\varepsilon_{c'}) = \int \Phi_c(\varepsilon_c,\vec{\xi},\vec{r}) V(\vec{\xi},\vec{r}) \Phi_{c'}(\varepsilon_{c'},\vec{\xi},\vec{r})\, d\vec{\xi}\, d\vec{r}. \qquad (14в)$$

Система связанных интегральных уравнений для коэффициентов разложения (13) может быть приведена к уравнениям, содержащим лишь коэффициенты одного типа. Действительно, рассматривая первое уравнение как алгебраическое для коэффициентов a_α^E, запишем решение в виде

$$a_\alpha^E = -\sum_{\alpha'} (A^{-1})_{\alpha\alpha'} \sum_{c'} \int d\varepsilon_{c'} V_{\alpha'c'}(\varepsilon_{c'})\, b_{c'}^E(\varepsilon_{c'}), \qquad (15)$$

где $(A^{-1})_{\alpha\alpha'}$ элементы матрицы обратной A -

$$A_{\alpha\alpha'} = (E_\alpha - E)\delta_{\alpha\alpha'} + V_{\alpha\alpha'}. \qquad (16)$$

Подставляя (16) в (13б), получим уравнение для коэффициентов $b_c^E(\varepsilon_c)$, необходимых при определении матрицы столкновений,

$$(\varepsilon_c - E)\, b_c^E(\varepsilon_c) = \sum_{c'} \int d\varepsilon_{c'}\, F_{cc'}(\varepsilon_c, \varepsilon_{c'})\, b_{c'}^E(\varepsilon_{c'}), \tag{17}$$

где

$$F_{cc'}(\varepsilon_c, \varepsilon_{c'}) = V_{cc'}(\varepsilon_c, \varepsilon_{c'}) + \sum_{\alpha\alpha'} V_{c\alpha}(\varepsilon_c)(A^{-1})_{\alpha\alpha'} V_{\alpha' c'}(\varepsilon_{c'}). \tag{18}$$

Будем искать решение этого интегрального уравнения в виде:

$$b_c^E(\varepsilon_c) = A_c^E\, \delta(E - \varepsilon_c) + \frac{1}{\varepsilon_c - E}\, \frac{1}{\pi} \sum_{c''} K_{cc''}(\varepsilon_c, E)\, A_{c''}^E, \tag{19}$$

где первый член соответствует упругому потенциальному рассеянию и при нашем выборе вида решений $\Phi_c(\varepsilon_c)$ равен [13] -

$$A_c^E = 2i\, e^{i\delta_c} \qquad (\delta_c \equiv \delta_{e_j}). \tag{20}$$

Уравнение для $K_{cc''}$ получим непосредственной подстановкой решения (19) в (17) :

$$K_{cc''}(\varepsilon_c, E) = \pi F_{cc''}(\varepsilon_c, E) + \sum_{c'} \int d\varepsilon_{c'}\, \frac{K_{c'c''}(\varepsilon_{c'}, E)}{\varepsilon_{c'} - E}\, F_{cc'}(\varepsilon_c, \varepsilon_{c'}). \tag{21}$$

Решения этого сингулярного интегрального уравнения [8,16] представляют собой элементы матрицы $K(E)$, симметричной и вещественной при нашем выборе базиса.

Элементы матрицы $K(E)$ определяют, в свою очередь, матрицу столкновений $S(E)$. Рассмотрим асимптотику функции $\Psi(E)$, используя ее разложение по выбранному базису (10) и общий вид решения для коэффициентов $b_c^E(\varepsilon_c)$ (19),

$$\Psi^{uc}(E) = \sum_c A_c^E \Phi_c^{uc}(E) + \sum_{cc''} A_{c''}^E\, \frac{1}{\pi} \int d\varepsilon_c\, \frac{K_{cc''}(\varepsilon_c, E)}{\varepsilon_c - E}\, \Phi_c^{uc}(\varepsilon_c). \tag{22}$$

Подставляя сюда решения $\Phi_c(\varepsilon_c, \vec{S}, \vec{r})$ (7) в асимптотической форме (11) и вычисляя интегральный член с помощью вычета (см. Приложение 2), получим:

$$\Psi^{ac}(E)=\sum_{c} G_c \frac{1}{r}\left(\frac{2c\mathfrak{1}}{\pi K\hbar^2}\right)^{1/2}\Big[A_c^E \sin(Kr+\delta_c-\pi\ell/2)+$$

$$+\sum_{c''} A_{c''}^E K_{cc''}(E)\cos(Kr+\delta_c-\pi\ell/2)\Big], \quad \left(K_{cc''}(E)\equiv K_{cc''}(E,E)\right), \tag{23а}$$

или, подставляя значения A_c^E (20) и используя выражения триго - нометрических функций через экспоненты, представим (23а) в виде суперпозиции сходящихся и расходящихся волн в каналах C :

$$\Psi^{ac}(E)=-\sum_{c} G_c \frac{1}{r}\left(\frac{2c\mathfrak{1}}{\pi K\hbar^2}\right)^{1/2}\Big\{e^{-i\delta_c}\Big[e^{i\delta_c}-i\sum_{c''}K_{cc''}(E)e^{i\delta_{c''}}\Big]e^{-i(Kr-\pi\ell/2)}-$$

$$-e^{i\delta_c}\Big[e^{i\delta_c}+i\sum_{c''}K_{cc''}(E)e^{i\delta_{c''}}\Big]e^{i(Kr-\pi\ell/2)}\Big\}. \tag{23б}$$

Такое представление асимптотического вида функции $\Psi(E)$ позволяет найти непосредственно выражения для элементов матрицы столкновений. Действительно, если $\Psi^{ac}(E)$ имеет вид -

$$\Psi^{ac}(E)=\sum_{c}\left(y_c e^{-i(Kr-\pi\ell/2)}-X_c e^{i(Kr-\pi\ell/2)}\right), \tag{23в}$$

то элементы матрицы столкновений определяются общим соотношением [9] :

$$X_c=\sum_{c'} S_{cc'}\, y_{c'}, \tag{24а}$$

или в нашем случае -

$$e^{i\delta_c}\Big[e^{i\delta_c}+i\sum_{c''}K_{cc''}(E)e^{i\delta_{c''}}\Big]=$$

$$=\sum_{c'} S_{cc'}\, e^{-i\delta_{c'}}\Big[e^{i\delta_{c'}}-i\sum_{c''}K_{c'c''}(E)e^{i\delta_{c''}}\Big]. \tag{24б}$$

Определим матрицу ω как диагональную с элементами

$$\omega_c=e^{i\delta_c}. \tag{24в}$$

Тогда соотношение (24б) можно представить в матричной форме

$$\omega\,[\omega+iK\omega]=S\,\omega^{-1}\,[\omega-iK\omega], \tag{24г}$$

откуда непосредственно следует результат для S -матрицы [4,15]:

$$S(E) = \omega\left[1+iK(E)\right]\left[1-iK(E)\right]^{-1}\omega \equiv \omega\left[1-iK(E)\right]^{-1}\left[1+iK(E)\right]\omega. \tag{25}$$

Так как при нашем выборе базиса элементы K -матрицы вещественны, а сама матрица симметрична (вследствие симметрии матрицы F (18)), то из определения (25) следует заключение об общих свойствах S -матрицы: ее симметрии и унитарности ($SS^{+}=1$).

§4 Выделение прямых процессов в S -матрице

Как мы уже отмечали, определение прямого процесса и выделение соответствующей части в матрице столкновений связаны, как правило, с удобством физической интерпретации некоторого класса экспериментальных данных на основе конкретных модельных представлений о механизме ядерной реакции. В рассматриваемой схеме с прямым процессом удобно связать некоторую часть матрицы K - K^{o} , зависящую только от матричных элементов переходов между состояниями непрерывного спектра. Соответственно, представим решение интегрального уравнения для $K_{cc''}(\mathcal{E}_c,E)$ (21) в такой же форме, как и F (18):

$$K_{cc''}(\mathcal{E}_c,E) = -K^{o}_{cc''}(\mathcal{E}_c,E) + \sum_{\alpha\alpha''} K^{o}_{c\alpha}(\mathcal{E}_c)\left(M^{-1}\right)_{\alpha\alpha''} K^{o}_{\alpha''c''}(E), \tag{26}$$

где, однако, вид матрицы M должен быть установлен непосредственно подстановкой (26) в уравнение (21). Входящие в (26) элементы матрицы K^{o} определяют некоторое эффективное остаточное взаимодействие и удовлетворяют интегральным уравнениям:

$$K^{o}_{cc''}(\mathcal{E}_c,E) = \pi V_{cc''}(\mathcal{E}_c,E) - \sum_{c'} \int d\mathcal{E}_{c'} V_{cc'}(\mathcal{E}_c,\mathcal{E}_{c'}) \frac{K^{o}_{c'c''}(\mathcal{E}_{c'},E)}{\mathcal{E}_{c'}-E},$$

$$K^{o}_{c\alpha}(\mathcal{E}_c) = \pi V_{c\alpha}(\mathcal{E}_c) - \sum_{c'} \int d\mathcal{E}_{c'} V_{cc'}(\mathcal{E}_c,\mathcal{E}_{c'}) \frac{K^{o}_{c'\alpha}(\mathcal{E}_{c'})}{\mathcal{E}_{c'}-E}, \tag{27а}$$

$$K^{o}_{\alpha''c''}(E) = \pi V_{\alpha''c''}(E) - \sum_{c'} \int d\mathcal{E}_{c'} V_{\alpha''c'}(\mathcal{E}_{c'}) \frac{K^{o}_{c'c''}(\mathcal{E}_{c'},E)}{\mathcal{E}_{c'}-E}, \tag{27б}$$

(27в)

$$K^{\circ}_{\alpha\alpha'} = \pi V_{\alpha\alpha'} - \sum_{c'} \int d\mathcal{E}_{c'} V_{\alpha c'}(\mathcal{E}_{c'}) \frac{K^{\circ}_{c'\alpha'}(\mathcal{E}_{c'})}{\mathcal{E}_{c'} - E} . \tag{27г}$$

Учет первого из уравнений при подстановке (26) в (21) позволяет установить соотношение для элементов $(M^{-1})_{\alpha\alpha'}$ вида:

$$\sum_{\alpha\alpha'} K^{\circ}_{c\alpha}(\mathcal{E}_c)(M^{-1})_{\alpha\alpha'} K^{\circ}_{\alpha'c''}(E) = \pi \sum_{\alpha\alpha'} V_{c\alpha}(\mathcal{E}_c)(A^{-1})_{\alpha\alpha'} V_{\alpha'c''}(E) +$$
$$+ \sum_{\alpha\alpha'} \left[-\sum_{c'} \int \frac{d\mathcal{E}_{c'}}{\mathcal{E}_{c'} - E} V_{cc'}(\mathcal{E}_c, \mathcal{E}_{c'}) K^{\circ}_{c'\alpha}(\mathcal{E}_{c'}) \right] (M^{-1})_{\alpha\alpha'} K^{\circ}_{\alpha'c''}(E) +$$
$$+ \sum_{\alpha\alpha'} V_{c\alpha}(\mathcal{E}_c)(A^{-1})_{\alpha\alpha'} \left[-\sum_{c'} \int \frac{d\mathcal{E}_{c'}}{\mathcal{E}_{c'} - E} V_{\alpha'c'}(\mathcal{E}_{c'}) K^{\circ}_{c'c''}(\mathcal{E}_{c'}, E) \right] +$$
$$+ \sum_{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''} V_{c\alpha''}(\mathcal{E}_c)(A^{-1})_{\alpha''\alpha} \left[\sum_{c'} \int \frac{d\mathcal{E}_{c'}}{\mathcal{E}_{c'} - E} V_{\alpha c'}(\mathcal{E}_{c'}) K^{\circ}_{c'\alpha'}(\mathcal{E}_{c'}) \right] (M^{-1})_{\alpha'\alpha'''} K^{\circ}_{\alpha'''c''}(E) \tag{28}$$

Заменяя интегральные члены в квадратных скобках их значениями, соответствующими уравнениям (27б)(27в)и(27г), получим :

$$-\pi \sum_{\alpha\alpha'} V_{c\alpha}(\mathcal{E}_c)(M^{-1})_{\alpha\alpha'} K^{\circ}_{\alpha'c''}(E) + \sum_{\alpha\alpha'} V_{c\alpha}(\mathcal{E}_c)(A^{-1})_{\alpha\alpha'} K^{\circ}_{\alpha'c''}(E) +$$
$$+ \sum_{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''} V_{c\alpha''}(A^{-1})_{\alpha''\alpha} \left[\pi V_{\alpha\alpha'} - K^{\circ}_{\alpha\alpha'} \right] (M^{-1})_{\alpha'\alpha'''} K^{\circ}_{\alpha'''c''}(E) = 0. \tag{29}$$

Это соотношение можно записать в матричной форме -

$$-\pi V_{(c\alpha)} M^{-1} K^{\circ}_{(\alpha c)} + V_{(c\alpha)} A^{-1} K^{\circ}_{(\alpha c)} + V_{(c\alpha)} A^{-1} \left[\pi V_{(\alpha\alpha)} - K^{\circ}_{(\alpha\alpha)} \right] M^{-1} K^{\circ}_{(\alpha c)} = 0$$

($V_{(c\alpha)}, V_{(\alpha\alpha)}, K^{\circ}_{(\alpha c)}, K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}$ – соответствующие блоки матриц), (30)

или

$$-\pi M^{-1} + A^{-1} + A^{-1} [\pi V_{(\alpha\alpha)} - K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}] M^{-1} = 0 . \tag{31}$$

В результате для матрицы M будем иметь:

$$M = \pi [A - V_{(\alpha\alpha)}] + K^{\circ}_{(\alpha\alpha)} = \pi [A - V_{(\alpha\alpha)} + \pi^{-1} K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}] , \tag{32}$$

$$M_{\alpha\alpha'} = \pi \left[(E_{\alpha} - E) \delta_{\alpha\alpha'} + \pi^{-1} K^{\circ}_{\alpha\alpha'} \right] , \tag{33}$$

где мы учли явный вид матричных элементов $A_{\alpha\alpha'}$ (16). Таким образом, решение интегрального уравнения для элементов $K_{c'c''}(E)$ =

$=K_{cc''}(E,E)$, определяющих матрицу столкновений $S(E)$(21), удается представить как сумму плавно зависящей от энергии части $K^{\circ}_{cc''}(E)=$ $\equiv K^{\circ}_{cc''}(E,E)$ ж), с которой мы ассоциируем прямой процесс, и резонансной части, определяемой связанными состояниями гамильтониана H_o (соответотвующую часть матрицы собственных значений обозначим $H_{o(\alpha)}$):

$$K_{cc''}(E)=-K^{\circ}_{cc''}(E)+\frac{1}{\pi}\sum_{\alpha\alpha'}K^{\circ}_{c\alpha}(E)\left[\frac{1}{H_{o(\alpha)}-E+\pi^{-1}K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}}\right]_{\alpha\alpha'}K^{\circ}_{\alpha'c''}(E). \tag{34}$$

Иногда, здесь удобно диагонализовать матрицу $H_{o(\alpha)}+\pi^{-1}K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}$, используя общую схему [9]: Введем матрицу ортогонального преобразования Ω ($\Omega\Omega^{+}=1$) так, что

$$\Omega\left[H_{o(\alpha)}+\pi^{-1}K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}\right]\Omega^{+}=\widetilde{H}_o\,, \tag{35}$$

где $\widetilde{H}_o$ диагональная матрица с элементами $\widetilde{E}_\lambda$, слабо зависящими от энергии E (от E может зависеть, в принципе, лишь матрица $K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}$ (27г)). В результате такого преобразования будем иметь:

$$H_{o(\alpha)}-E+\pi^{-1}K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}=\Omega^{+}\left[\widetilde{H}_o-E\right]\Omega\,,$$

$$\left[\frac{1}{H_{o(\alpha)}-E+\pi^{-1}K^{\circ}_{(\alpha\alpha)}}\right]_{\alpha\alpha'}=\sum_{\lambda}\Omega_{\lambda\alpha}\frac{1}{\widetilde{E}_\lambda-E}\Omega_{\lambda\alpha'} \tag{36}$$

и подставляя в (34), получим для элементов $K_{cc''}(E)$ выражение:

$$K_{cc''}(E)=-K^{\circ}_{cc''}(E)+\frac{1}{2}\sum_{\lambda}\frac{\widetilde{\Gamma}^{1/2}_{\lambda c}(E)\,\widetilde{\Gamma}^{1/2}_{\lambda c''}(E)}{\widetilde{E}_\lambda-E}\,, \tag{37}$$

где мы обозначили

$$\widetilde{\Gamma}^{1/2}_{\lambda c}(E)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{\alpha}\Omega_{\lambda\alpha}K^{\circ}_{c\alpha}(E)\,,\quad \widetilde{\Gamma}^{1/2}_{\lambda c''}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{\alpha'}\Omega_{\lambda\alpha'}K^{\circ}_{\alpha'c''}(E)\,. \tag{38}$$

В такой же форме обычно записывается представление элементов $(PR)_{cc''}=(PR^{\circ})_{cc''}+(PR^{1})_{cc''}$ в R-матричной теории [9,17], где в общем случае рассмотрена процедура выделения в S-матрице части,

---

ж) Здесь, вообще говоря, могут проявляться широкие энергетические структуры, определяемые характером решений $\widetilde{u}_{lj\varepsilon}(r)$ в непрерывном спектре [13].

соответствующей PR°. Рассмотрим эту процедуру в общем случае, используя матричный вид K(26)-

$$K = -K_0 + \sum_{\alpha\alpha'} (K_\alpha^\circ \times K_{\alpha'}^\circ)(M^{-1})_{\alpha\alpha'} = -K_0 + K_1 , \tag{39}$$

где $(K_\alpha^\circ \times K_{\alpha'}^\circ)_{cc'} = K_{c\alpha}^\circ K_{\alpha' c'}^\circ$ (прямое произведение). Выделим в матрице

$$W = (1 + iK_0 - iK_1)^{-1} (1 - iK_0 + iK_1), \tag{40}$$

определяющей $S = \omega W \omega$ (25), часть W_0, связанную с K_0 -

$$W_0 = (1 + iK_0)^{-1} (1 - iK_0). \tag{41}$$

Для этого воспользуемся матричными соотношениями:

$$(1 + iK_0 - iK_1) = \left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right] (1 + iK_0), \tag{42а}$$

$$(1 - iK_0 + iK_1) = \left[1 + iK_1 (1 - iK_0)^{-1}\right] (1 - iK_0). \tag{42б}$$

Подставляя в (40), получим -

$$\begin{aligned} W &= (1 + iK_0)^{-1} \left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right]^{-1} \left[1 + iK_1 (1 - iK_0)^{-1}\right] (1 - iK_0) = \\ &= (1 + iK_0)^{-1} \left\{1 + i\left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right]^{-1} K_1 \left[(1 - iK_0)^{-1} + (1 + iK_0)^{-1}\right]\right\} (1 - iK_0) = \\ &= W_0 + 2i(1 + iK_0)^{-1} \left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right]^{-1} K_1 (1 + iK_0)^{-1}. \end{aligned} \tag{43}$$

Для комбинации матриц $\left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right]^{-1} K_1$ в последнем члене, связанном с резонансными состояниям, существует метод преобразования обратной матрицы каналов к эквивалентной матрице уровней, ранг которой определяется числом связанных состояний α [9]. Предполагается, что справедливо разложение:

$$\left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right]^{-1} K_1 = \sum_{\alpha\alpha'} (K_\alpha^\circ \times K_{\alpha'}^\circ)(N^{-1})_{\alpha\alpha'}, \tag{44}$$

где элементы матрицы N не зависят от индексов каналов. Для определения этой матрицы умножим обе части соотношения (44) на $\left[1 - iK_1 (1 + iK_0)^{-1}\right]$, используя явный вид матрицы K_1 (39),

$$\sum_{\alpha\alpha'} (K_\alpha^\circ \times K_{\alpha'}^\circ)\left[(M^{-1})_{\alpha\alpha'} - (N^{-1})_{\alpha\alpha'}\right] = -i \sum_{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''} (M^{-1})_{\alpha\alpha'} (K_\alpha^\circ \times K_{\alpha'}^\circ)(1 + iK_0)^{-1} (K_{\alpha''}^\circ \times K_{\alpha'''}^\circ)(N^{-1})_{\alpha''\alpha'''}. \tag{45}$$

Как следует из свойств прямых произведений, произведение матриц в правой части (45) можно представить как

$$(K^0_{\alpha}\times K^0_{\alpha''})(1+iK_0)^{-1}(K^0_{\alpha'''}\times K^0_{\alpha'}) = (K^0_{\alpha}\times K^0_{\alpha'})\,\xi_{\alpha''\alpha'''}, \tag{46}$$

где

$$\xi_{\alpha''\alpha'''} = \sum_{cc'} K^0_{\alpha''c}(1+iK_0)^{-1}_{cc'}K^0_{c'\alpha'''} \tag{47}$$

–скалярное произведение матриц [9]. В результате, из соотношения (45) следует –

$$(M^{-1})_{\alpha\alpha'} - (N^{-1})_{\alpha\alpha'} = -i\sum_{\alpha''\alpha'''}(M^{-1})_{\alpha\alpha''}\,\xi_{\alpha''\alpha'''}\,(N^{-1})_{\alpha'''\alpha'}, \tag{48}$$

или в матричной форме

$$M^{-1}-N^{-1} = iM^{-1}\xi N^{-1}, \qquad N = M + i\xi \tag{49}$$

Используя явный вид элементов матрицы M (33), представим элементы искомой матрицы в форме:

$$N_{\alpha\alpha'} = \pi\left[(E_\alpha - E)\delta_{\alpha\alpha'} + \pi^{-1}K^0_{\alpha\alpha'} + i\pi^{-1}\xi\right]. \tag{50}$$

Обозначим –

$$\Gamma^{1/2}_{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(1+K_0^2)^{-1/2}K^0_{\alpha}, \quad \Gamma^{1/2}_{\alpha'} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}K^0_{\alpha'}(1+K_0^2)^{-1/2}; \tag{51a}$$

$$\Gamma^{1/2}_{c\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{c''}(1+K_0^2)^{-1/2}_{cc''}K^0_{c''\alpha}, \quad \Gamma^{1/2}_{\alpha c} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{c''}K^0_{\alpha c''}(1+K_0^2)^{-1/2}_{c''c} \tag{51б}$$

и представим $\xi_{\alpha\alpha'}$ (47) как

$$\xi_{\alpha\alpha'} = \sum_{cc'}K^0_{\alpha c}\left[(1+K_0^2)^{-1/2}(1-iK_0)(1+K_0^2)^{-1/2}\right]_{cc'}K^0_{c'\alpha'} = \frac{\pi}{2}\left(\Gamma_{\alpha\alpha'} - i\Delta'_{\alpha\alpha'}\right), \tag{52}$$

где

$$\Gamma_{\alpha\alpha'} = \sum_{c}\Gamma^{1/2}_{\alpha c}\Gamma^{1/2}_{c\alpha'}, \quad \Delta'_{\alpha\alpha'} = \sum_{cc'}\Gamma^{1/2}_{\alpha c}K^0_{cc'}\Gamma^{1/2}_{c'\alpha'}. \tag{53}$$

Элементы матрицы N (50) можно представить в форме

$$N_{\alpha\alpha'} = \pi\left[(E_\alpha - E)\delta_{\alpha\alpha'} + \Delta_{\alpha\alpha'} - i\Gamma_{\alpha\alpha'}/2\right], \tag{54}$$

где мы объединяем действительные части недиагональных матриц:

$$\Delta_{\alpha\alpha'} = \pi^{-1}K^0_{\alpha\alpha'} - \Delta'_{\alpha\alpha'}/2. \tag{55}$$

Определим матрицу

$$W_0^{1/2} = (1+iK_0)^{-1/2}(1-iK_0) = (1+K_0^2)^{-1/2}(1-iK_0). \qquad (56)$$

Тогда, подставляя разложение (44)(54) в (43), с учетом введенных обозначений (51), выражение для матрицы столкновений S (25) можно записать в симметричной форме:

$$S = S_0 + i\omega W_0^{1/2} \sum_{\alpha\alpha'} (\Gamma_\alpha^{1/2} \times \Gamma_{\alpha'}^{1/2}) \left[\frac{1}{H_{0(\alpha)} - E + \Delta - i\Gamma/2}\right]_{\alpha\alpha'} W_0^{1/2}\omega, \qquad (57)$$

где

$$S_0 = \omega W_0 \omega = \omega(1+iK_0)^{-1}(1-iK_0)\omega \qquad (58)$$

- унитарная и симметричная матрица прямых процессов, а второй резонансный член относится к связанным состояниям α .

§ 5 Заключение

В рассмотренной схеме построения матрицы столкновений элементы $K^0_{cc'}(E)$ вычисляются, практически, методом искаженных волн для действительного потенциала U , а структура выделенной матрицы прямых процессов соответствует схеме связанных каналов [4,5]. Поэтому очевидно, что оба основных метода анализа прямых одноступенчатых реакций – метод искаженных волн в борновском приближении (DWBA) и метод связанных каналов (CC) – являются частными случаями нашего общего подхода. Параметры резонансной части S (57) $-\Gamma_{\alpha c}^{1/2}, \Gamma_{\alpha\alpha'}, \Delta_{\alpha\alpha'}, E_\alpha$ вещественны и слабо зависят от энергии в пределах отдельного резонанса (приблизительно как $K_0(E)$). Существенно, что полученная схема параметризации резонансной зависимости S - матрицы весьма близка по форме к соответствующей схеме R - матричной теории, хотя базисные функции и собственные энергии в этих схемах имеют разный физический смысл [9,14]. Если диагонализовать матрицу N (49), используя соответствующее ортогональное (комплексное) преобразование(35), то резонансная часть S - матрицы (57) может быть приведена к простой сумме отдельных резонансов, но уже с комплексными ширинами и собственными значениями энергий. В этом случае сечения реакций представляют собой сумму сечения прямого процесса и сечений отдельных резонансов с типичной картиной интерференции прямого и резонансного процессов. Вопросам практического использования полученных результатов при анализе сечений неупругого рассеяния нейтронов посвящена вторая часть работы.

Приложение I

Матрица столкновений при сохранении в реакции полного момента и четности системы.

В нашем рассмотрении канал характеризовался набором квантовых чисел $\ell, j, m_j, I_\beta, M_\beta$ а также четностью уровня ядра-мишени π_β , его энергией $\mathcal{E}_\beta$ и проекцией изотопического спина выделенного нуклона (протон либо нейтрон), последние характеристики обозначим совместно индексом β. Сохранение в ядерной реакции полного момента системы $\vec{J} = |\vec{j} + \vec{I}_\beta|$, его проекции $M = m_j + M_\beta$ и четности $\pi = \pi_\beta(-1)^\ell$ приводит к правилам отбора при построении полной волновой функции $\Psi(E)$ (I0), ее асимптотической формы (22,23) и матрицы столкновений S (25). В нашей схеме правила отбора означают, что все матричные элементы между базисными функциями, для которых не выполняются законы сохранения, равны нулю.

При определенных значениях четности системы π и четности уровня ядра-мишени π_β значение ℓ для заданного j определяется однозначно $\ell = j \pm \frac{1}{2}$, поэтому индекс ℓ в определении канала c можно в этом случае опустить. Затем, удобно от представления канала $c = \{\beta j m_j I_\beta M_\beta\}$ перейти к представлению $\tilde{c} = \{\beta j I_\beta J M\}$, где выделены полный момент и его проекция. Для этого запишем волновую функцию канала (8) в виде

$$G_{\beta j m_j I_\beta M_\beta} = \widetilde{U}_\beta \Phi_{j m_j} \chi_{I_\beta M_\beta} = \widetilde{U}_\beta \sum_{m\sigma} \langle \ell m \tfrac{1}{2} \sigma | j m_j \rangle Y_{\ell m}(\vec{r}) \chi_{1/2\,\sigma} \chi_{I_\beta M_\beta}, \tag{I.I}$$

где $\widetilde{U}_\beta(\vec{\xi})$ - функция, определяющая энергетическое состояние ядра-мишени, его четность и проекцию изотопического спина внешнего нуклона, $\chi_{I_\beta M_\beta}$ - спиновая функция ядра-мишени в состоянии β . При сложении моментов j и I_β будем иметь:

$$G_{\beta j m_j I_\beta M_\beta} = \sum_{JM} \langle j m_j I_\beta M_\beta | J M \rangle G_{\beta j I_\beta J M}, \tag{I.2}$$

где

$$G_{\beta j I_\beta J M} = \widetilde{U}_\beta \sum_{m_j M_\beta m \sigma} \langle j m_j I_\beta M_\beta | J M \rangle \langle \ell m \tfrac{1}{2} \sigma | j m_j \rangle Y_{\ell m}(\vec{r}) \times$$
$$\times \chi_{1/2\,\sigma} \chi_{I_\beta M_\beta}. \tag{I.3}$$

К представлению канала $\tilde{c}$ можно перейти непосредственно при определении базисных волновых функций в непрерывном спектре (7):

$$\Phi_{\tilde c}(\mathcal{E}_{\tilde c}, \vec\xi, \vec r) = U_{\tilde c\, \mathcal{E}_{\tilde c}}(r)\, G_{\tilde c}\left(\vec\xi, \frac{\vec r}{r}\right). \tag{I.4}$$

Если выделить, соответственно, интегралы движения J, M и π и в волновых функциях дискретного спектра $\Phi_\nu^{JM\pi}(\vec\xi,\vec r)$ (5), то разложение решения по базисному набору (10) можно представить как

$$\Psi(E,\vec\xi,\vec r) = \sum_{JM\pi} \Psi^{JM\pi}(E,\vec\xi,\vec r), \tag{I.5}$$

где

$$\Psi^{JM\pi}(E,\vec\xi,\vec r) = \sum_{\lambda} a_\lambda^E\, \Phi_\lambda^{JM\pi}(\vec\xi,\vec r) + \sum_{\beta j I_\beta} b^E_{\beta j I_\beta}(\mathcal{E}_{\tilde c})\, \Phi^{JM\pi}_{\beta j I_\beta}(\mathcal{E}_{\tilde c},\vec\xi,\vec r), \tag{I.6}$$

λ – индекс связанных состояний H_0 с данным значением $JM\pi$. Очевидно, что общая процедура построения матрицы столкновений с учетом сохранения полного момента и четности, исходящая из разложения (I.6), аналогична рассмотренной в работе, где однако необходимо приписать всем матричным элементам переходов индексы $JM\pi$. Так, матрица столкновений (25) записывается в виде

$$S^{J\pi}(E) = \omega^{J\pi}\left[1 + iK^{J\pi}(E)\right]\left[1 - iK^{J\pi}(E)\right]^{-1}\omega^{J\pi} \tag{I.7}$$

с матричными элементами $S^{J\pi}_{\beta j I_\beta;\,\beta' j' I_{\beta'}}$ ($K^{J\pi}_{\beta j I_\beta;\,\beta' j' I_{\beta'}}$), где из всех значений j, j' отбираются только те, которые удовлетворяют правилу сложения моментов $J = |\vec j + \vec I_\beta| = |\vec j' + \vec I_{\beta'}|$ при заданной четности π ($\pi_\beta, \pi_{\beta'}$). Заметим, что матрицы $S^{J\pi}(E)$ и $K^{J\pi}(E)$ не зависят от проекции полного момента M, что определяется выбором в нашем случае вещественных в смысле обращения времени базисных функций [9].

Связь между двумя формами матрицы столкновений (25) и (I.7) нетрудно установить, пользуясь соотношением для определения матрицы столкновений (24а) и связью между функциями каналов (I.2)(9)

$$S^{\pi}_{\beta j m_j I_\beta M_\beta;\,\beta' j' m_{j'} I_{\beta'} M_{\beta'}} = \sum_{JM} \langle j m_j I_\beta M_\beta | JM\rangle\, S^{J\pi}_{\beta j I_\beta;\,\beta' j' I_{\beta'}}\, \langle j' m_{j'} I_{\beta'} M_{\beta'} | JM\rangle. \tag{I.8}$$

Приложение 2

Асимптотика волновой функции $\Psi(E)$.

При определении асимптотической формы точной волновой функции $\Psi(E)$ необходимо вычислить интеграл (22) -

$$I = \int d\mathcal{E}_c \frac{K_{cc'}(\mathcal{E}_c, E)}{\mathcal{E}_c - E} \Phi_c^{ac}(\mathcal{E}_c). \tag{2.1}$$

Энергетическая зависимость $\Phi_c^{ac}(\mathcal{E}_c)$ следует из асимптотики радиального решения $\widetilde{U}^{ac}_{c\mathcal{E}_c}(r)$ (11). Для элементов $K_{cc'}(\mathcal{E}_c, E)$, представляющих собой в общем случае матричные элементы между функциями $\Phi_c(\mathcal{E}_c,\vec{\xi},\vec{r}')$ и $\Phi_{c'}(E,\vec{\xi},\vec{r}')$, эта зависимость определяется радиальным решением $\widetilde{U}_{c\mathcal{E}_c}(r')$. Таким образом, для нахождения I (2.1) необходимо вычислить интеграл -

$$I' = \int \frac{d\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}_c - E} \widetilde{U}_{c\mathcal{E}_c}(r') \widetilde{U}^{ac}_{c\mathcal{E}_c}(r) =$$

$$= \frac{1}{r'r}\left(\frac{2m}{\pi\hbar^2}\right) 2\int_0^\infty dK_c \frac{\chi_{cK_c}(r')\chi_{cK_c}(r)}{K_c^2 - K^2}, \tag{2.2}$$

где мы перешли к переменной $K_c = \sqrt{2m(\mathcal{E}_c - B_c)/\hbar^2}$ ($K = \sqrt{2mE/\hbar^2}$) и использовали нормировку решения на δ-функцию по энергии (11) -

$$\widetilde{U}_{c\mathcal{E}_c}(r') = \frac{1}{r'}\left(\frac{2m}{\pi\hbar^2 K_c}\right)^{1/2} \chi_{cK_c}. \tag{2.3}$$

Так как радиальное решение мы выбрали вещественным, то произведение $\chi_{cK_c}(r')\chi_{cK_c}(r)$ не меняется при замене $K_c \to -K_c$ [13]:

$$\chi_{cK_c} = (-1)^{\ell+1}\chi_{c-K_c} \qquad \left[\delta_c(K_c) = -\delta_c(-K_c)\right]. \tag{2.4}$$

Поэтому, интеграл в (2.2) можно представить как

$$2\int_0^\infty dK_c \frac{\chi_{cK_c}(r')\chi_{cK_c}(r)}{K_c^2 - K^2} = \frac{1}{K}\int_{-\infty}^{\infty} dK_c \frac{\chi_{cK_c}(r')\sin(K_c r + \delta_c - \pi\ell/2)}{K_c - K} =$$

$$= \frac{1}{2iK}\lim_{\gamma\to 0}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dK_c\,\chi_{cK_c}(r')}{K_c - K + i\gamma}\exp[i(K_c r + \delta_c - \pi\ell/2)] - \right.$$

$$\left. - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dK_c\,\chi_{cK_c}(r')}{K_c - K - i\gamma}\exp[-i(K_c r + \delta_c - \pi\ell/2)]\right\} = \frac{\pi}{K}\chi_{cK_c}(r')\cos(K_c r + \delta_c - \pi\ell/2). \tag{2.5}$$

Вычисляя этот интеграл в смысле главного значения, мы перешли в комплексную плоскость и добавили в знаменатель малую мнимую величину $i\gamma$ так, чтобы при замыкании контура интегрирования интеграл по верхней дуге в первом интеграле и по нижней во втором при $r \to \infty$ обращался в нуль. Контурные интегралы вычисляются как вычеты в точках $k+i\gamma$ и $k-i\gamma$, соответственно, причем во втором интеграле учитывается изменение направления обхода контура. Подставляя (2.5) в (2.2) и вычисляя интеграл (2.I), получим для асимптотической формы $\psi(E)$ выражение (23а).

Литература

I D.B.Thomson. Phys.Rev.,129,1649(1963).
M.Maruyama. Nucl.Phys.,A131,145(1969).

2 D.I.Garber e.a. Angular Distributions in Neutron-Induced Reactions. V.2,BNL-400,US AEC,1970.

3 О.А.Сальников и др. ЯФ,I2,II32(I970).

4 H.Fechbach. Ann.Phys.,5,237(1958);19,287(1962);47,410(1967).

5 N.Austern. Direct Nuclear Reactions Theories. Willey Intrscience,N.Y.,1970.

6 О.А.Сальников и др. ЯФ,I7,I00I(I973).

7 Дж.Блатт,В.Вайскопф. Теоретическая ядерная физика.ИИЛ,М,I954.

8 W.Mac Donald, A.Mekjian. Phys.Rev.,160,730(1967).

9 А.Лейн, Р.Томас. Теория ядерных реакций. ИИЛ, М.,I960.

10 C.Mahaux, H.A.Weidenmüller. Shell-model Approach to Nuclear Reactions. North-Holland Publ.Co., Amsterdam,1969.

II Н.Мотт,Г.Месси. Теория атомных столкновений. Изд-во "Мир", М.,I969.

I2 А.М.Балдин и др. Кинематика ядерных реакций. Атомиздат,М.,I968.

I3 А.И.Базь и др. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. Изд-во "Наука",М.,I97I.

I4 А.А.Лукьянов. ТМФ,9,308(I97I).

I5 Р.Ньютон. Теория рассеяния волн и частиц. Изд-во "Мир",М.,I969.

I6 Н.И.Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. Физматгиз, М.,I962.

ФЭИ-473 Т-05450 от 16/IУ-74 г. Тираж 100 экз. Заказ № 277
Объем 0,9 усл.п.л. Цена 9 коп.

Отпечатано на ротапринте ФЭИ, май 1974 г.