

R: 80234
N° d'ordre 1374
CENBG 7721

I N 2 P 3
CENTRE D'ÉTUDES NUCLÉAIRES
DE BORDEAUX-GRADIGNAN
LE HAUT VIGNEAU
33170 GRADIGNAN

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I

pour obtenir le titre de

DOCTEUR EN PHYSIQUE

Mention : Physique Nucléaire

par

Pierre CAMUS

Étude et réalisation d'un canon à électrons
à faible énergie.

Soutenue le 8 Octobre 1977, devant la commission d'examen

Président

M. G. SIMONOFF, Professeur.

Examinateurs

M. B. CHEYNIER,
Ingénieur I.S.E.P.

M. P. MENNRATH, Professeur.

M. B. LEROUX,
Maître de conférences.

M. F. LECCIA, Maître-Assistant.

1977

N° d'ordre 1374
C E N B G 7721

T H E S E

présentée

A L'UNIVERSITE DE BORDEAUX I
pour l'obtention du titre de
Docteur en Physique Nucléaire

Pierre CAMUS

"ETUDE ET REALISATION D'UN CANON A ELECTRONS A FAIBLE ENERGIE"

Soutenu le 6 Octobre 1977 devant la Commission d'Examen

Président :

M. G. SIMONOFF, Professeur

Examineurs

M. B. CHEYNIER, Ingénieur I.S.E.P.
M. P. MENNRATH, Professeur
M. B. LEROUX, Maître de Conférences
M. F. LECCIA, Maître-Assistant

Ce travail a été réalisé au Centre d'Etudes Nucléaires de l'Université de Bordeaux I dans le cadre de l'Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur P. MENNRATH qui a bien voulu m'accueillir dans son groupe. Il a dirigé cette étude et en a toujours suivi les progrès avec attention.

Monsieur le Professeur G. SIMONOFF a bien voulu accepter de présider la Commission d'Examen. Je le remercie vivement.

Monsieur B. LEROUX, Maître de Conférences, Monsieur B. CHEYNIER, Ingénieur I.S.E.P. à HYPERELEC, ont bien voulu s'intéresser à ce travail et faire partie de la Commission d'Examen ; je les en remercie sincèrement.

Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur F. LECCIA, Maître-Assistant, qui a pris une part importante dans ce travail et dont j'ai pu apprécier l'aide efficace et amicale.

Les conseils de Monsieur J. DALMAS, Maître-Assistant, ainsi que les compétences de Monsieur DIEN et PEIRIGUA m'ont été précieux. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes remerciements.

Les expériences ont été réalisées en collaboration étroite avec Messieurs A. GUIRAL et L. SARGER. Je tiens à les remercier chaleureusement.

Je remercie Monsieur M. LEFEBVRE qui a mis à ma disposition le potentiel de l'usine HYPERELEC à BRIVE, ainsi que Messieurs J.L. GOUNET et J. LE BAILLY pour leur indispensable aide technique.

Enfin, j'associe à ces remerciements tous les membres du Centre dont le support compétent et amical m'a été très précieux.

"If one wishes to spray a surface with a weak electron beam, it is usually foolish to design an electron gun to do this... The person who wants to use an electron beam for some particular purpose may lose precious time by trying to do better than well enough".

*J.R. PIERCE "Theory and Design of electron beams"
2nd ed. Van Nostrand.*

TABLE DES MATIERES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I - ETUDE THEORIQUE DU CANON A ELECTRONS	1
1. PRODUCTION ET ACCELERATION DES ELECTRONS	3
1.1. Production des électrons	3
1.1.1. Les cathodes	
1.1.1.1. Les cathodes à oxydes	3
1.1.1.2. Les cathodes à réserve à l'osmium	4
1.1.2. Les régions d'émission	6
1.1.2.1. Emission thermoelectronique - Régime de saturation	6
1.1.2.2. Effet Schottky	6
1.1.2.3. Régime de charge d'espace	7
1.1.2.4. Valeurs des paramètres A et W_0	7
1.1.3. Distribution des vitesses des électrons dans le cas de l'émission thermoelectro- nique d'une cathode plane	7
1.2. Accélération des électrons	10
1.2.1. Généralités	10
1.2.2. Champ - Potentiel - Courant - Mise en équations	11
1.2.3. Approximation de vitesse initiale nulle	12
1.2.4. Théorie de Langmuir - Vitesses initiales maxwelliennes	
1.2.5. Distribution des énergies des électrons dans le faisceau	14
2. FOCALISATION	15
2.1. Introduction	15
2.2. Lentille indépendante à trois électrodes	15
2.2.1. Définition	15
2.2.2. Distribution du potentiel	15
2.2.3. Trajectoires des rayons gaussiens	20
2.2.4. Trajectoires des rayons transgaussiens	23
2.2.5. Elements cardinaux de la lentille pour l'approximation de Gauss	24
2.3. Aberration sphérique	25
3. GUIDAGE DU FAISCEAU	27
3.1. Electrodes de Pierce	27
3.2. Effet de lentille dû au diaphragme d'anode	28
3.3. Effet de charge d'espace	28
3.4. Aberration chromatique	31
3.5. Limitation du courant au point focal due à la dispersion en énergie des électrons émis	34

CHAPITRE II - CONCEPTION ET REALISATION DU CANON A ELECTRONS	40
1. LES SPECIFICATIONS ET LES CONTRAINTES	40
2. CONCEPTION DU SYSTEME D'IONISATION	42
2.1. Principe adopté pour le système d'ionisation	43
2.1.1. <i>Le canon à électrons</i>	43
2.1.2. <i>Extraction des particules chargées</i>	43
2.2. Le projet de canon à électrons	43
2.2.1. <i>La cathode</i>	43
2.2.2. <i>L'électrode de Pierce</i>	44
2.2.3. <i>Le système de focalisation</i>	44
3. REALISATION	46
3.1. Premier canon	46
3.2. Le second canon à électrons	47
CHAPITRE III - TECHNIQUES ET RESULTATS EXPERIMENTAUX	50
1. DESCRIPTION ET FONCTIONNEMENT DE L'INSTALLATION	50
1.1. Fonctionnement du canon à électrons	50
1.2. Fonctionnement du jet atomique	52
1.3. Détection des ions	54
2. CARACTERISTIQUES DU CANON A ELECTRONS	56
2.1. Point de fonctionnement et caractéristiques du canon à électrons	56
2.2. Mesure des énergies des électrons	59
2.3. Détermination des potentiels	61
3. COURBE D'IONISATION DU SODIUM PAR LA TECHNIQUE DES JETS CROISES	67
CONCLUSION	69
BIBLIOGRAPHIE	70
APPENDICES - A1. DISTRIBUTION DES VITESSES DES ELECTRONS EMIS D'UNE CATHODE PLANE	73
A2. DISTRIBUTION DU POTENTIEL DU A UN TROU CIRCULAIRE SEPARANT DEUX REGIONS DE CHAMP UNIFORME	79
A3. RAYONS PARAXIAUX DANS DES CHAMPS ELECTRIQUES A SYMETRIE AXIALE - EQUATION DE GAUSS - TRANSFORMATION DE PICHT	86
A4. COEFFICIENTS DES TRAJECTOIRES - DEFINITION DU RAYON LIMITE	88
A5. POSITION DU Foyer IMAGE EN REGIME TRANSGAUSSIEN	90

INTRODUCTION

L'étude des caractéristiques des noyaux stables ou radioactifs produits dans des réactions nucléaires, notamment des réactions nucléaires par ions lourds, est rendue, dans certains cas, difficile par la présence d'autres produits de réactions. Le problème se pose alors de la séparation des noyaux auxquels on s'intéresse.

Un procédé classique consiste à utiliser un spectromètre de masse. Cependant, le processus de transfert des ions entraîne des faibles rendements et, d'autre part, la résolution du système est dans certains cas insuffisante.

On peut également songer à extraire ces produits de réactions en les ionisant. La courbe représentant la section efficace d'ionisation en fonction de l'énergie des électrons présente un accroissement brutal à partir de l'énergie d'ionisation puis une décroissance en pente douce. Cependant, le procédé n'est pas assez sélectif car tous les atomes qui reçoivent une énergie supérieure à leur énergie d'ionisation sont ionisés.

Un procédé plus sélectif consiste à ioniser l'élément considéré en deux étapes. En effet, les niveaux atomiques de deux isotopes sont décalés du déplacement isotopique (quelques centaines de MHz). La première étape consiste à exciter sélectivement l'isotope étudié à l'aide d'une source laser à fréquence variable dont la résolution est bien inférieure au déplacement isotopique (une dizaine de MHz). Dans ces conditions, il suffit d'apporter le complément d'énergie pour ioniser cet isotope. Par contre, ce complément d'énergie ne sera pas suffisant pour ioniser l'isotope voisin (fig. 1).

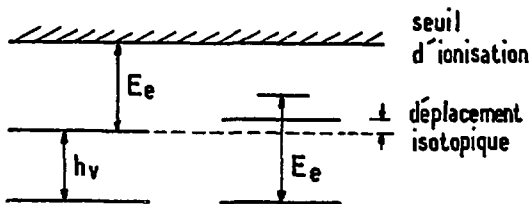


Fig. 1

Cet apport d'énergie supplémentaire est réalisable, soit en utilisant une autre source lumineuse, soit en utilisant un canon à électrons. Nous avons choisi le deuxième procédé mieux adapté à nos possibilités, car le premier procédé nécessite l'emploi de sources lumineuses dans l'ultra-violet.

Le sujet de cette thèse concerne donc l'étude et la réalisation d'un canon à électrons de faible énergie (dans le cas du sodium, l'apport complémentaire d'énergie est de l'ordre de 3 eV). La densité électronique dans la région d'interaction entre le jet d'atomes et le faisceau d'électrons doit être suffisamment importante pour obtenir un courant ionique détectable et la résolution en énergie des électrons doit être suffisamment bonne pour obtenir une ionisation sélective.

Dans un premier chapitre, nous rappelons les principes théoriques qui guident la production, la focalisation et le guidage du faisceau d'électrons. Dans un deuxième chapitre, nous présentons la conception et la réalisation du canon à électrons. Enfin, dans une dernière partie, nous présentons les caractéristiques du canon ainsi qu'une mesure de la courbe d'ionisation du sodium.

- C H A P I T R E I -

ETUDE THEORIQUE DU CANON A ELECTRONS

--0--

1. PRODUCTION ET ACCELERATION DES ELECTRONS

1.1. Production des électrons

1.1.1. Les cathodes

Un métal chauffé au-dessus du zéro absolu émet des électrons, car certains des électrons qu'il contient acquièrent une énergie cinétique supérieure à l'énergie potentielle de la barrière entourant le métal. De nombreuses techniques [Lem 50], [Lev 57], [Hug 57], [Cha 60], [Haa 67], permettent de former à la surface d'un métal pur une couche superficielle qui abaisse le potentiel de sortie. De nombreuses couches sont d'une solidité insuffisante pour pouvoir être utilisées dans la pratique. Par contre, les couches dites à "oxydes alcalino-terreux" donnent de bons résultats qui font que ces types de cathodes sont couramment utilisés.

1.1.1.1. Les cathodes à oxydes

Les cathodes à oxydes [Kun 49], [Plu 50], [Her 51], [Haa 57] sont des cathodes à couche épaisse. Elles sont constituées par un métal support qui est souvent du nickel [Pet 56] auquel on ajoute de très petites quantités d'éléments plus réducteurs que lui-même (Mg, Al). Le métal est recouvert d'une couche de carbonates alcalino-terreux dont l'épaisseur varie de 20 à 100 μm (fig. I.1).

Au cours du pompage, la cathode est chauffée progressivement par un filament jouant le rôle de radiateur (chauffage indirect). Le liant est alors détruit, puis les carbonates alcalino-terreux sont transformés en oxydes [Haa 59], [Pik 68]. Ensuite commence la formation de la cathode.

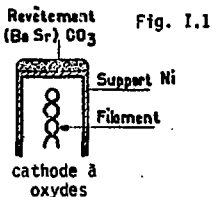
Sous l'action des éléments réducteurs contenus dans le nickel-base, une partie des oxydes alcalino-terreux est réduite avec apparition de cations. On admet qu'il apparaît un certain nombre d'atomes alcalino-terreux libérés qui diffusent [Vol 66] pour former deux couches, l'une à la surface extérieure de la cathode, l'autre à l'interface métal/cathode.

Par rapport aux autres types de cathodes, un phénomène nouveau se produit si on cherche à déterminer le courant de saturation en

faisant croître progressivement la tension anodique. La couche d'oxydes présente une résistance non négligeable et si on extrait un courant trop intense d'une telle cathode, la couche s'échauffe d'une manière irrégulière, la cathode "s'emballe" et se détériore rapidement.

L'influence des gaz sur l'émission de telles cathodes est variable. Des traces de gaz réducteur sont favorables, par contre,

l'oxygène est un poison énergétique. D'autre part, quelle que soit la nature du gaz, un mauvais vide conduit à la formation d'ions positifs. A des pressions résiduelles supérieures, il se produit une concentration supérieure en ions positifs tandis que des potentiels plus élevés fournissent une plus grande énergie pour projeter les ions contre la cathode. L'érosion au centre de la cathode peut atteindre 0,04 mm/h.



Un autre problème fondamental consiste à obtenir des cathodes ayant des durées de vie importantes. L'évaporation du matériau émetteur, limitant la durée de vie, se produit suivant l'équation [Smi 72] :

$$W = 5,833 \cdot 10^{-2} p \sqrt{\frac{M}{T}} \quad (1.1)$$

où W est la masse évaporée en $\text{gcm}^{-2} \text{s}^{-1}$

p est la pression de vapeur en équilibre du matériau émetteur à la température T en °K

M est la masse moléculaire

La vie d'une cathode à oxydes est limitée par l'épuisement progressif de ses atomes alcalino-terreux, d'où l'idée de la doter d'une réserve permettant la régénération de la couche superficielle active constituée par ceux-ci.

1.1.1.2. Les cathodes à réserve à l'osmium [Zal 68]

Les cathodes à réserve telles que la cathode "L" [Lem 50] (fig. I.2) présentent comme caractéristiques une séparation fonctionnelle entre, d'une part, la surface émettant les électrons et, d'autre part, une

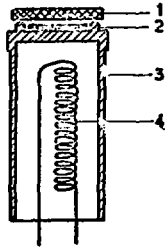
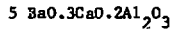


Fig. I.2 - Construction de principe d'une cathode L. 1) corps de tungstène poreux. 2) chambre avec réserve d'aluminate de baryum-calcium. 3) tube en molybdène. 4) filament.

réserve de matière servant à obtenir un potentiel de sortie suffisamment bas pour cette surface émettrice.

L'émission d'une telle cathode s'effectue à partir de la surface d'un corps de tungstène poreux (le substrat) dont le potentiel de sortie est abaissé par le baryum et l'oxyde de baryum qui y sont adsorbés (l'adsorbat). Derrière le corps de tungstène, la cathode "L" comporte une chambre de réserve dans laquelle se trouve un mélange de poudre de tungstène et d'aluminate de baryum-calcium, de composition :



Le potentiel de sortie ϕ_0 de la surface d'un conducteur est déterminé par le potentiel chimique $\frac{\mu_c}{e}$ et le saut de potentiel électrostatique ψ_s à la surface (fig. I.3).

Fig. I.3

$$\phi_0 = \frac{\mu_c}{e} + \psi_s \quad (1.2)$$

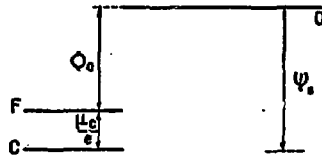


Fig. I.3

L'action des ions adsorbés sur le saut de potentiel ψ_s , est un moyen utilisé depuis longtemps pour abaisser le potentiel de sortie des cathodes. Pour chaque combinaison d'adsorbat et de substrat, on obtient un degré de recouvrement optimal, pour lequel le potentiel de sortie atteint la valeur la plus basse. Mais des potentiels de sortie plus faibles ont été obtenus en utilisant de l'osmium comme substrat à la place du

tungstène. L'osmium est déposé en couches d'épaisseur 0,5 µm sur le corps poreux de tungstène.

1.1.2. Les régimes d'émission

1.1.2.1. Emission thermo-électronique - Régime de saturation

La densité d'émission d'électrons d'un corps solide chauffé est donnée par l'équation de Richardson-Dushman :

$$j_s = A T^2 \exp \left(- \frac{W_s}{kT_c} \right) \quad (1.3)$$

où j_s est la densité de courant thermo-électronique en $A \text{ cm}^{-2}$

A est la constante de Richardson théoriquement égale à $120 A \text{ cm}^{-2} \text{ } ^\circ K^{-2}$

k est la constante de Boltzmann

T_c est la température de la cathode en $^\circ K$

W_s est le travail d'extraction des électrons.

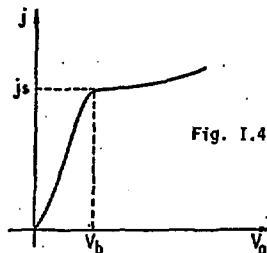
Cette valeur de la densité de courant j_s correspond à la saturation et ne dépend que de la température de la cathode et de sa nature, elle est en particulier indépendante du champ électrique à la surface de la cathode.

1.1.2.2. Effet Schottky

En principe, une fois atteint le courant de saturation d'une cathode, le courant collecté par l'anode ne croît plus, quelle que soit la tension V_a positive appliquée à cette dernière. Ceci n'est exact qu'en première approximation et seulement si V_a dépasse peu la tension V_b juste nécessaire à l'obtention du courant de saturation (fig. I.4). Si V_a est beaucoup plus élevé que V_b , il en résulte une augmentation non négligeable du courant émis par la cathode [Cha 60]. Le courant résultant est :

$$J_{sc} = j_s \exp \left[\frac{4,4 \sqrt{E}}{T_c} \right] \quad (1.4)$$

E est le champ électrique à la surface de la cathode en $V \text{ cm}^{-1}$



1.1.2.3. Régime de charge d'espace

En pratique, les canons à électrons opèrent habituellement en dessous du courant de saturation, c'est-à-dire que le champ électrique est trop faible pour produire la saturation. La densité du courant émis est alors donnée par la loi de Child-Langmuir [Chi 11], [Lan 13] :

$$j_{c.e} = K V^{3/2} \quad (1.5)$$

Si s_c est l'aire de la cathode en cm^2 , alors le courant émis vaut :

$$I_{c.e} = s_c j_{c.e} = K V^{3/2} s_c \quad (1.6)$$

La pervéance $p = K s_c$ varie comme d^{-2} - d étant la distance cathode/anode en cm - et constitue un paramètre important dans le dessin des canons à électrons.

En réalité, la loi de Child-Langmuir n'est que le résultat d'approximations assez éloignées de la réalité. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe 1.2. Nous allons, auparavant, faire une mise au point sur les valeurs des constantes qui interviennent dans la valeur de la densité de courant de saturation.

1.1.2.4. Valeurs des paramètres A et W_g

Le tableau I montre les valeurs expérimentalement observées de A. Celles-ci varient [Ash 72] de 0,35 à 160 $\text{A cm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{K}^{-2}$. L'existence d'un coefficient de réflexion sur la barrière de potentiel, permet d'expliquer les valeurs expérimentales inférieures à la valeur théorique $A_{th} = 120 \text{ A cm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{K}^{-2}$ mais n'explique pas les valeurs expérimentales supérieures.

Le tableau I montre aussi pour différents types de cathodes, les valeurs du travail d'extraction W_g et de la constante A de Richardson.

1.1.3. Distribution des vitesses des électrons dans le cas de l'émission thermo-électronique d'une cathode plane

Dans la cathode, supposée en équilibre thermique, la probabilité d'occupation d'un état d'énergie E' est $N(E')$ où $N(E')$ est la

Matériel	Travail d'extraction	Constante de Richardson
Ta	4,19	55
Th	3,35	60
U	3,27	-
W	4,54	60 - 100
Zr	4,12	330
W - Cs	1,36	
W(ox) - Cs ..	0,71	$1,10^{-3}$
W - Ce	2,71	8,0
W - La	2,71	8,0
W - U	2,94	3,2
W - Y	2,70	7,0
W - Zr	3,14	5,0
W - Th	2,63	3,0
W - Ba	1,66	-
W(ox) - Ba ..	1,4	0,3
Mo - Th	2,58	1,5
Re - Th	2,83	11,7
PtIr - BaO ..	1,0 - 1,1	$10^{-4} - 10^{-2}$
PtIr - BaSrO	1,03	$10^{-3} - 10^{-2}$
PtNi - BaSrO	1,00	$1,10^{-2}$
PtIr - CaO ..	1,77	$10^{-4} - 10^{-2}$
PtIr - SrO ..	1,27	$10^{-4} - 10^{-2}$
CeB ₆	2,85	2,6
SrB ₆	2,67	0,14
BaB ₆	3,45	16
LaB ₆	2,65	29
CeB ₃	2,59	3,6
ThB ₆	2,92	0,5

Tableau I.A. - Travail d'extraction et constante de Richardson d'après [Kam 56] .

Tableau I.B. - Travail d'extraction et constante de Richardson d'après [Cha 60] .

Corps	W_p photoélectrique (eV)	W_e thermo-électronique (eV)	A ($A \text{ cm}^{-2} \text{ } ^\circ K^{-2}$)
Cr	4,4	4,6 [±]	
Mo	4,2	4,15 [±]	60
W	4,52 [±]	4,52 [±]	60 [±]
U	3,6	3,3	6
Mn	3,7		
Fe	4,7	4,2 - 4,5	1,5 - 26
Co	4,4	4,4 [±]	
Ni	5,03 [±]	5,01 [±]	50
Pd	4,97 [±]	5	60
Os		4,5	
Pt	6,3	5,32 [±]	32
50 % BaO + 50 % SrO		1	0,01 - 0,1
W - Th		2,6	3
W - O - Ba		1,3	0,2
W - Ba		1,6	1
Ag - O - Cs	1	0,75	

distribution de Fermi :

$$N(E') = \frac{2m^3}{h^3} \frac{1}{1 + \exp(E'-F)/kT_c} \quad (1.7)$$

où m est la masse de l'électron, h la constante de Planck, F l'énergie de Fermi, k la constante de Boltzmann, T_c la température de la cathode.

La densité de courant des électrons est liée à la distribution de Fermi par :

$$d_j^3(v_X, v_Y, v_Z) = e v_Z' N(v_X', v_Y', v_Z') dv_X' dv_Y' dv_Z' \quad (1.8)$$

où v_X', v_Y', v_Z' sont les composantes de la vitesse de l'électron à l'intérieur de la cathode et v_X, v_Y, v_Z celles de la vitesse d'un électron émis.

A partir de cette distribution de Fermi, on peut calculer la densité de courant des électrons émis avec des composantes de vitesse comprises entre :

$$v_X \text{ et } v_X + dv_X ; v_Y \text{ et } v_Y + dv_Y ; v_Z \text{ et } v_Z + dv_Z$$

Elle est donnée par (voir Appendice A.1) :

$$d^3j = \frac{2}{\pi} j_s \left(\frac{m}{2kT_c}\right)^2 v_Z \exp\left[-\frac{mv^2}{2kT_c}\right] dv_X dv_Y dv_Z \quad (1.9)$$

$$\text{avec } j_s = \frac{4\pi me(kT_c)^2}{h^3} \exp\left[-\frac{e\phi_0}{kT_c}\right]$$

où $e\phi_0$ est le travail d'extraction de la cathode.

L'intégration de cette expression par rapport à v_X et v_Y permet d'obtenir la densité de courant $d_j(\phi_Z)$ des électrons dont la composante axiale de vitesse est comprise entre :

$$v_Z = \sqrt{\frac{2e\phi_Z}{m}} \text{ et } v_Z + dv_Z = \sqrt{\frac{2e}{m}(\phi_Z + d\phi_Z)} \quad (1.10)$$

$$d_j(\phi_Z) = \frac{e}{kT_c} j_s \exp\left[-\frac{e\phi_Z}{kT_c}\right] d\phi_Z$$

De même, la fonction de distribution des vitesses des électrons à la surface de la cathode, donnée par d_j^3/j_s , permet de calculer les diverses moyennes relatives au faisceau d'électrons émis au niveau de la cathode.

L'énergie axiale moyenne vaut :

$$\overline{E}_Z = kT_c$$

L'énergie transverse moyenne vaut :

$$\overline{E}_T = kT_c$$

De sorte que l'énergie totale moyenne vaut :

$$\overline{E} = 2kT_c$$

1.2. Accélération

1.2.1. Généralités

Pour étudier le régime de charge d'espace, nous allons étudier les propriétés de la diode. La diode dont les propriétés sont les plus simples à analyser est celle dont les électrodes plan-parallèles sont placées dans un vide assez bon pour que la distance inter-électrode soit petite devant le libre parcours moyen d'une molécule de l'atmosphère résiduelle. L'une des électrodes constituée par la cathode émet des électrons par thermo-émission. L'autre électrode est portée au potentiel V_A par rapport à la cathode et constitue l'anode. Les surfaces équipotentielles seront alors des plans parallèles au plan des électrodes.

Chauffons la cathode. Si le potentiel constant de l'anode V_A est suffisant, des électrons l'attaquent et un courant permanent s'établit dont j est la densité par cm^2 de surface équipotentielle traversée par le courant. Ces électrons n'ont pas tous la même vitesse (c.f. 1.1.3). Jusqu'à nouvel ordre, nous négligerons cette dispersion des vitesses.

Le régime du tube sera connu si, compte tenu des propriétés émissives de la cathode, nous pouvons déterminer :

$$\begin{aligned} \text{la fonction} & \quad j = f(V_A) \\ \text{Les distributions} & \quad V = \phi(z) \\ & \quad E = -\phi'(z) \\ & \quad \rho = \psi(z) \end{aligned}$$

du potentiel, du champ et de la densité de charge dans l'espace inter-électrodes en fonction de la distance z de la cathode.

1.2.2. Champ - Potentiel - Courant - Mise en équations

Nous admettrons que tous les électrons quittent la cathode avec la même vitesse initiale, que celle-ci est dirigée le long des lignes de force du champ et correspond à un potentiel V_0 tel que :

$$eV_0 = kT_c \quad (1.11)$$

Considérons la surface équipotentielle V . Tout électron qui la traverse possède une énergie cinétique w telle que :

$$w = \frac{1}{2} m v^2 = eV + \frac{1}{2} m v_0^2 = e(V + V_0) = eU \quad (1.12)$$

En un point, compte tenu des hypothèses (cf 1.2.1) l'équation de Poisson s'écrit :

$$\frac{dE}{dz} = -\rho/\epsilon_0 \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{d^2V}{dz^2} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

La troisième équation est l'équation de définition de la densité de courant :

$$j = -\rho v$$

L'ensemble différentiel :

$$\left\{ \begin{aligned} j &= -\rho v \\ \frac{1}{2} m v^2 &= eU \\ \frac{d^2V}{dz^2} + \frac{\rho}{\epsilon_0} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (1.13)$$

résume l'ensemble de nos connaissances théoriques. L'intégration de ce système donne :

$$\left[U^{1/2} + B \right] \left[U^{1/2} - 2B \right]^2 = \frac{9}{4\epsilon_0} j \left(-\frac{m}{2e} \right)^{1/2} (z + z_0)^2 = A_j (z + z_0)^2 \quad (1.14)$$

où z_0 et B sont des constantes d'intégration. Des considérations mathématiques et physiques montrent que $B = C$, donc $U^{3/2} = A_j (z + z_0)^2$. (1.15)

1.2.3. Approximation de vitesse initiale nulle

Si $v_0 = 0$, les électrons quittent la cathode avec une vitesse initiale nulle. Dans ces conditions, le régime de charge d'espace est décrit par :

$$v^{3/2} = \frac{1}{2} j z^2, \text{ soit } j_{c.e.} = 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{v_a^{3/2}}{d^2} \quad (1.16)$$

où d est la distance interélectrodes.

Cette valeur de j n'a, évidemment, de signification qu'autant qu'elle reste inférieure à la densité de courant de saturation j_s donnée par la formule (1.3). La distribution de potentiel est alors donnée par :

$$V(z) = v_a d^{-4/3} z^{4/3} \quad (1.17)$$

et on déduit la valeur de l'intensité du champ électrique E dans ce plan équipotentiel :

$$E(z) = -\frac{dV}{dz} = -\frac{4}{3} v_a d^{-4/3} z^{1/3} \quad (1.18)$$

Il est nul sur la cathode. Nous pouvons calculer la densité de charge d'espace

$$\rho(z) = -\epsilon_0 \frac{dE}{dz} = > \rho(z) = \frac{4}{9} \epsilon_0 v_a d^{-4/3} z^{-2/3} \quad (1.19)$$

1.2.4. Théorie de Langmuir - Vitesses initiales Maxwelliennes

Les résultats simples que nous venons d'énumérer ne sont valables que si les électrons quittent la cathode avec une vitesse nulle.

Nous savons que la répartition des composantes de vitesses des électrons émergents à la surface de la cathode est maxwellienne. Si le courant reçu à l'anode est inférieur au courant de saturation, le potentiel de l'anode étant positif, c'est qu'il existe une surface entre la cathode et l'anode où le potentiel est minimum (cathode virtuelle).

Le potentiel de ce minimum V_m et sa distance à la cathode z_m peuvent être calculées avec l'aide de la théorie de Langmuir [Lan 23]. L'intégration de l'équation de Poisson, en supposant une distribution d'énergie normale (axiale) maxwellienne, entre des limites adéquates, conduit à une relation numérique entre de nouvelles variables ξ et η définies par :

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (z - z_m) (2\pi)^{1/4} \epsilon_0^{-1/2} e^{1/2} m^{1/4} (kT_c)^{-3/4} j^{1/2} \\ \eta &= \frac{a}{kT_c} (V - V_m) \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

En notant les valeurs sur la cathode par l'indice 1, en introduisant les variables $\eta_1 = \ln \frac{j}{j_s}$ où j_s est le courant de saturation de la cathode à une température T_c

$$\begin{aligned} V - V_1 &= \frac{T_c}{11600} (n - \eta_1) \\ \xi - \xi_1 &= 9,18 \cdot 10^5 T_c^{-3/4} j^{1/2} (z - z_1) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Ces équations et les tables de $\xi(\eta)$ pour diverses valeurs de η permettent, pour une température T_c de cathode donnée, de calculer la distribution de potentiel pour un j donné ou vice versa. Une solution approchée pour la densité de courant, fournie par Langmuir, est :

$$j(z) = B \frac{(V - V_m)^{3/2}}{(z - z_m)^2} \left(1 + \frac{2,60}{\sqrt{\eta}} \right) \quad (1.22)$$

où B est une constante numérique.

On voit que si on fait dans l'équation (1.22) $V_m = 0$ et $z_m = 0$ on retrouve l'équation de Child-Langmuir (1.16).

1.2.5. *Distribution des énergies des électrons dans le faisceau*

La possibilité pour les électrons dans une diode plane, de traverser le minimum de potentiel, est déterminée seulement par la vitesse d'émission axiale. Pour trouver la distribution des vitesses pour les électrons qui traversent le minimum de potentiel, nous devons remplacer simplement ϕ_0 par $\phi_0 + v_m$. Ceci signifie que dans l'équation(A1.13), j_s doit être remplacé par $j_s \exp \frac{e v_m}{k T_c}$. Alors la distribution des vitesses transverses est trouvée par intégration de l'équation(A1.11) sur α de 0 à 2π et sur ϕ de ϕ_c à ∞ . Cette intégration donne :

$$dj(\phi_T) = j_s \exp\left(-\frac{e v_m}{k T_c}\right) \frac{e}{k T_c} \exp\left(-\frac{e \phi_T}{k T_c}\right) d\phi_T \quad (1.23)$$

Si nous voulons la distribution de vitesses axiales, il faut faire intervenir les coordonnées v_T, v_z et α . La fonction de distribution (1.9) est transformée en ces coordonnées et les potentiels correspondants ϕ_T, ϕ_z sont substitués aux vitesses. Alors nous trouvons pour la densité de courant dj à la cathode :

$$\frac{dj}{d\phi_z} = \frac{j_s}{\pi k T_c} \exp\left(-\frac{e \phi_z}{k T_c}\right) w(\phi_z) \quad (1.24)$$

$$\text{où} \quad \left. \begin{aligned} w(\phi_z) &= 0 & \text{pour} & \quad \phi_z < v_m \\ w(\phi_z) &= 1 & \text{pour} & \quad \phi_z > v_m \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

et à condition que la profondeur du minimum de potentiel ait une valeur constante, c'est-à-dire que sa valeur et sa position soient indépendantes de la distance à l'axe r .

2. FOCALISATION

2.1. Introduction

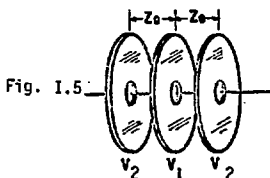
Tout champ à symétrie cylindrique a des propriétés focalisantes. Des particules chargées, ayant même énergie, partant de points du plan objet, sont focalisées en des points du plan image si leurs parcours sont paraxiaux (c'est-à-dire si ils sont peu éloignés de l'axe et ont une petite inclinaison par rapport à l'axe). De tels rayons conduisent à une image stigmatique. Le grandissement et la position de l'image dépendent de l'énergie des particules : du fait de la dispersion en énergie des électrons, l'image est distordue par l'aberration chromatique.

Dans ce chapitre, nous allons traiter de la théorie de la lentille électrostatique unipotentielle à trois électrodes.

2.2. Lentille indépendante à trois électrodes

2.2.1. Définition

La lentille indépendante à trois électrodes est constituée de trois plaques planes munies de diaphragmes circulaires centrés sur le même axe z (fig. I.5).



Les potentiels appliqués aux électrodes externes sont égaux. Les caractéristiques optiques de la lentille dépendent de la géométrie de celle-ci et leur connaissance nécessite celle de la distribution du potentiel.

2.2.2. Distribution du potentiel

Considérons la lentille schématisée sur la figure I.6. Les diaphragmes extérieurs ont pour rayon R_2 et sont portés au potentiel V_2 , tandis que le diaphragme intérieur, de rayon R_1 , est porté au potentiel V_1 .

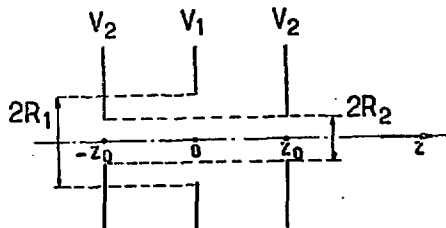


Fig. 1.6

A l'intérieur, le potentiel satisfait l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi(z, r)}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi(z, r)}{\partial r} \right) = 0$$

En développant $\phi(z, r)$ en série entière de r

$$\phi(z, r) = A(z) + r^2 A_2(z) + r^4 A_4(z) + \dots + r^{2n} A_{2n}(z) + \dots \quad (2.1)$$

en tenant compte des propriétés de symétrie axiale et en substituant dans l'équation de Laplace, on obtient :

$$\phi(z, r) = \phi(z) - \frac{r^2}{4} \phi''(z) + \frac{r^4}{4} \phi^{(4)}(z) + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2 2^{2n}} r^{2n} \phi^{(2n)}(z) \quad (2.2)$$

Pour ce système de trois électrodes, le potentiel axial $\phi(z)$ sera une combinaison linéaire des potentiels obtenus en considérant séparément chaque électrode. La distribution du potentiel axial dans le cas d'une ouverture circulaire s'écrit (voir Appendice A2) :

$$\phi(z) = a + bz + cz \operatorname{Arctg} \frac{z}{R}$$

L'application des conditions aux limites donnera alors :

$$\phi(z) = a + b \left[(z+z_0) \operatorname{Arctg} \frac{z+z_0}{R_2} + (z-z_0) \operatorname{Arctg} \frac{z-z_0}{R_2} - 2z \operatorname{Arctg} \frac{z}{R_1} \right] \quad (2.3)$$

avec $a = V_1 - 2b (R_1 + z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_2})$ (2.4)

$$b = - \frac{V_2 - V_1}{2R_1 + 2z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_1} + R_2 + 2z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_2} - 2z_0 \operatorname{Arctg} \frac{2z_0}{R_2}} \quad (2.5)$$

Si $\frac{z_0}{R_2} > 3$, alors :

$$\operatorname{Arctg} \frac{z}{R} = \frac{\pi}{2} - \frac{R}{z}$$

En remplaçant dans l'équation (2.5), on obtient :

$$b = - \frac{V_2 - V_1}{2R_1 + 2z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_1}} \quad (2.6)$$

d'où la valeur du potentiel sur l'axe :

$$\phi(z) = V_1 + \frac{2(V_2 - V_1)(R_1 + z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_2})}{2R_1 + 2z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_1}} - \frac{(V_2 - V_1) \left[(z+z_0) \operatorname{Arctg} \frac{z+z_0}{R_2} + (z-z_0) \operatorname{Arctg} \frac{z-z_0}{R_2} - 2z \operatorname{Arctg} \frac{z}{R_1} \right]}{2R_1 + 2z_0 \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_1}} \quad (2.7)$$

Le potentiel au centre de la lentille est alors [Lai 56] :

$$\phi(0) = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{1 + \frac{z_0}{R_1} \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_1}} \quad (2.8)$$

et le potentiel au niveau des électrodes extérieures :

$$\phi(z_0) = \phi(-z_0) = V_1 + (V_2 - V_1) \left[1 - \frac{R_2/2R_1}{1 + \frac{z_0}{R_1} \operatorname{Arctg} \frac{z_0}{R_1}} \right] \quad (2.9)$$

La courbe de la répartition de potentiel sur l'axe met en évidence une allure parabolique du potentiel au voisinage de l'origine et l'existence de deux points d'inflexion.

En effet, en développant l'expression (2.7) au voisinage de l'origine, le potentiel peut se mettre sous la forme :

$$\phi(z,0) = \phi(z) = A + B z^2 \quad (2.10)$$

Cherchons maintenant les points d'inflexion. Ils sont définis par $\phi''(\xi) = 0$.

En dérivant deux fois l'expression (2.7) et en groupant les termes, on a :

$$\frac{R_2^3}{[R_2^2 + (\xi + z_0)^2]^2} + \frac{R_2^3}{[R_2^2 + (\xi - z_0)^2]^2} - \frac{2R_1^3}{(R_1^2 + \xi^2)^2} = 0$$

Cette équation s'écrit sensiblement :

$$\frac{R_2^3}{[R_2^2 + (\xi - z_0)^2]^2} = \frac{2R_1^3}{(R_1^2 + \xi^2)^2} \quad (2.11)$$

Pour la famille de lentilles pour lesquelles $\frac{R_1}{R_2} = 2$, la solution de cette équation est fournie par :

$$\xi = \frac{2}{3} z_0$$

Donc, dans la région centrale, la courbe du potentiel sur l'axe peut être représentée par une parabole limitée sensiblement aux points $\xi = \pm \frac{2}{3} z_0$. Cette possibilité suggère l'extension de cette représentation aux régions d'incidence et d'émergence définies respectivement par :

$$-z_0 < z < -\xi$$

$$\xi < z < z_0$$

Nous poserons donc dans ces régions :

$$\phi(z) = C + D (z \pm z_0)^2 \quad (2.12)$$

La détermination des coefficients A, B, C, D des relations (2.10) et (2.12) est faite en utilisant les égalités :

$$A = \phi(0) \quad , \quad C = \phi(z_0)$$

ainsi que la continuité de la courbe de potentiel aux points d'inflexion. Nous pouvons alors représenter le potentiel axial $\phi(z)$ par des branches de paraboles.

Dans la région d'incidence :

$$-z_0 < z < -\xi \quad \phi(z) = \phi(z_0) - 2n(z + z_0)^2 \quad (2.13)$$

Dans la région centrale :

$$-\xi < z < \xi \quad \phi(z) = \phi(0) + n z^2 \quad (2.14)$$

Dans la région d'émergence :

$$\xi < z < z_0 \quad \phi(z) = \phi(z_0) - 2n(z - z_0)^2 \quad (2.15)$$

avec

$$n = \frac{3[\phi(z_0) - \phi(0)]}{2 z_0^2} \quad (2.16)$$

La représentation par paraboles reproduit correctement le potentiel sur l'axe et sa dérivée première. Elle rend également compte du fait que la dérivée seconde du potentiel est positive avant le point d'inflexion et négative ensuite.

La représentation du potentiel axial par une courbe du 4ème degré :

$$\begin{aligned} \phi(z) &= m z^4 + p z^2 + q \\ \text{avec} \quad \left\{ \begin{aligned} m &= - \frac{\phi(z_0) - \phi(0)}{z_0^4} \\ p &= 2 \frac{\phi(z_0) - \phi(0)}{z_0^2} \\ q &= \phi(0) \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (2.17)$$

reproduit la valeur du potentiel axial, la valeur de la dérivée première et l'allure de la dérivée seconde jusqu'à $z = 0,8 z_0$ environ.

La représentation du potentiel axial par une courbe du 6ème degré

$$\begin{aligned} \phi(z) &= a_6 z^6 + a_4 z^4 + a_2 z^2 + a_0 \\ \text{avec} \quad \left\{ \begin{aligned} a_0 &= \phi(0) \\ a_2 &= 3 \frac{\phi(z_0) - \phi(0)}{z_0^2} \\ a_4 &= -3 \frac{\phi(z_0) - \phi(0)}{z_0^4} \\ a_6 &= \frac{\phi(z_0) - \phi(0)}{z_0^6} \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (2.18)$$

rend compte du potentiel axial, de la dérivée première et permet de reproduire correctement l'allure de la dérivée seconde tout le long de l'axe de la lentille.

Si l'on veut représenter le potentiel correctement non seulement sur l'axe de la lentille, mais aussi en dehors de l'axe, il faut avoir recours, hormis l'expression (2.7), à un polynôme du 10e degré.

2.2.3. Trajectoires des rayons gaussiens

Nous allons donner les solutions des équations différentielles qui définissent les trajectoires de Gauss dans la lentille.

indépendante en utilisant l'approximation d'un potentiel parabolique. On peut trouver les calculs développés dans la littérature, par exemple dans [Reg 51] et [El 70]. Nous utilisons un potentiel représenté par les équations (2.13) à (2.16).

L'équation des trajectoires dans l'approximation de Gauss s'écrit (les calculs sont développés dans l'Appendice A3) :

$$4\phi(z) \frac{d^2 r}{dz^2} + 2\phi'(z) \frac{dr}{dz} + \phi''(z) r = 0 \quad (2.19)$$

Soit r_0 la distance à l'axe du rayon incident parallèle. Les trajectoires des rayons principaux à l'intérieur de la lentille sont définis par :

$$r_1 = r_0 \operatorname{ch} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arc} \sin \beta (z + z_0) \right] \quad (2.20)$$

dans la région d'incidence

$$r_2 = A \cos \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arg} \operatorname{sh} \alpha z - \phi \right] \quad (2.21)$$

dans la région centrale

$$\text{et } r_3 = B F \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arc} \sin \beta (z - z_0) - \psi \right] \quad (2.22)$$

dans la région d'émergence

$$\text{avec } A^2 = r^2 (1 + 3 \operatorname{sh}^2 \beta_0) \quad (2.23)$$

$$\phi = \operatorname{Arctg} (\sqrt{2} \operatorname{th} \beta_0 - \alpha_0) \quad (2.24)$$

$$\text{et suivant les valeurs de } K = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{tg} (\alpha_0 - \phi) \quad (2.25)$$

si $|K| < 1$

$$\text{Alors } B^2 = A^2 \left[1 - \frac{3}{2} \sin^2 (\alpha_0 - \phi) \right] \quad (2.26)$$

$$\psi = \operatorname{Arg} \operatorname{th} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{tg} (\alpha_0 - \phi) \right) - \beta_0 \quad (2.27)$$

$$F \equiv \operatorname{ch} \quad (2.28)$$

si $|K| > 1$

$$B^2 = A^2 \left[\frac{3}{2} \sin^2 (\alpha_0 - \phi) - 1 \right]$$

$$\psi = \text{Arg th } (\sqrt{2} \cotg (\alpha_0 - \phi))$$

$$F \equiv \text{sh}$$

si $K = 1$

$$r_3 = C \exp \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \text{Arc sin } \beta (z - z_0) \right], \quad C = \pm \frac{A}{\sqrt{3}} e^{-\beta_0}$$

si $K = -1$

$$r_3 = C \exp \left[-\frac{1}{\sqrt{2}} \text{Arc sin } \beta (z - z_0) \right], \quad C = \pm \frac{A}{\sqrt{3}} e^{\beta_0}$$

Dans ces formules :

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Arg sh } \frac{2\alpha z_0}{3}, \quad \beta_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Arc sin } \frac{\beta z_0}{3} \quad (2.29)$$

$$\alpha = \frac{1}{z_0} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1-x}{x}}, \quad \beta = \frac{1}{z_0} \sqrt{3(1-x)} \quad (2.30)$$

Dans la région extérieure à la lentille et pour $z > z_0$,
l'équation différentielle de la trajectoire s'écrit :

$$r''(z) = 0$$

et fournit pour solution, en tenant compte des conditions à l'émergence,

$$r(z) = B \left[(z - z_0) F'(z_0) + F(z_0) \right]$$

Les zéros de la fonction $r(z)$ sont donnés ici par :

$$z = z_0 - \frac{F(z_0)}{F'(z_0)} \quad (2.31)$$

soit en effectuant les calculs :

$$\frac{z}{z_0} = 1 + \sqrt{\frac{2}{3(1-x)}} \quad \begin{array}{l} \text{coth} \\ \text{th} \end{array} \psi \quad \begin{array}{l} \text{suivant que} \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} |K| < 1 \\ |K| > 1 \end{array} \quad (2.32)$$

2.2.4 Trajectoires des rayons transgaussiens

Les rayons incidents ne cheminent pas nécessairement au voisinage de l'axe, et d'autre part, les quantités r^2 et r'^2 ne seront plus négligeables par rapport à r et r' . Nous appelons transgaussiens de tels rayons. Nous supposons que la lentille fonctionne sans diaphragme et que le rayon R_2 des électrodes est assez grand pour permettre le passage de ces rayons. On peut se faire une idée qualitative de la marche des rayons transgaussiens en considérant une lentille dont l'électrode centrale est légèrement négative par rapport à la cathode. Lorsque r_0 croît, l'électron rencontre dans la région centrale de la lentille des régions où le potentiel est de plus en plus négatif. Il effectue alors des oscillations. A partir d'une valeur limite r_{01} le potentiel négatif de la région centrale de la lentille est assez fort pour faire rebrousser chemin à l'électron. Pour $r_0 > r_{01}$, le système agit donc en miroir.

Les calculs sont conduits en partant de l'équation générale de la trajectoire de l'électron dans un système de révolution :

$$2\phi(z,r) = \left(1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2\right) \left[\frac{\partial\phi(z,r)}{\partial r} - \frac{dr}{dz} \frac{\partial\phi(z,r)}{\partial z} \right] \quad (2.33)$$

Nous tiendrons compte des termes en r^2 et r'^2 mais en admettant que dans le développement de $\phi(z,r)$ en série entière, les termes d'ordre 4 et supérieurs à 4 sont négligeables.

Nous nous bornerons à énoncer les résultats des calculs effectués par Regenstreif [Reg 51] dans le cas $r_0 < r_{01}$.

Nous avons
$$\phi(z,r) = \phi(z) - \frac{r^2}{4} \phi''(z)$$

Nous utilisons le potentiel parabolique décrit par les expressions (2.13) à (2.16).

La résolution de l'expression (2.33) dans la lentille fournit pour un rayon incident parallèle à l'axe :

Région d'incidence

$$r_1 = r_0 \operatorname{ch} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arc} \sin (z + z_0) \sqrt{\frac{2\beta^2}{2 + r_0^2 \beta^2}} \right] \quad (2.34a)$$

Région centrale

$$r_2 = A \cos \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arg} \operatorname{sh} z \sqrt{\frac{2\alpha^2}{2 - A^2 \alpha^2}} - \phi \right] \quad (2.34b)$$

Région d'émergence

$$r_3 = B \operatorname{sh} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arc} \sin (z - z_0) \sqrt{\frac{2\beta^2}{2 + B^2 \beta^2}} - \psi \right] \quad (2.34c)$$

Les résultats des calculs des coefficients A, B, ϕ et ψ figurent dans l'Appendice A4 ainsi que l'équation de définition du rayon limite r_{01} .

2.2.5 *Éléments cardinaux de la lentille pour l'approximation de Gauss*

a) Distance focale

La distance focale de la lentille est donnée par :

$$f = - \frac{r_0}{\left(\frac{dr}{dz} \right)_{z=z_0}} \quad (2.35)$$

pour $|K| < 1$ et $|K| > 1$

Des transformations faisant appel aux propriétés élémentaires des fonctions trigonométriques et hyperboliques permettent d'écrire l'expression du pouvoir convergent sous la forme :

$$\frac{1}{f} = \beta \left(\frac{3}{2} \operatorname{ch}^2 \beta_0 - 1 \right) \sin \left(2\alpha_0 - \operatorname{Arctg} \frac{2\sqrt{2} \operatorname{th} \beta_0}{1 - 2 \operatorname{th}^2 \beta_0} \right) \quad (2.36)$$

b) Abscisse du foyer

C'est l'intersection avec l'axe optique de la tangente au rayon émergent. La formule de définition est :

$$z_f = z_0 - \left(\frac{r}{\left(\frac{dr}{dz} \right)_{z=z_0}} \right) \quad (2.37)$$

Il en résulte que l'abscisse du foyer est donnée par :

$$\frac{z_F}{z_0} = 1 + \frac{1}{\sqrt{6(1-x)}} \frac{\sqrt{9 \operatorname{ch}^2 2\beta_0 - 1}}{3 \operatorname{ch}^2 \beta_0 - 2} \frac{\sin(2\alpha_0 + \operatorname{Arctg} 2\sqrt{2} \operatorname{coth} 2\beta_0)}{\sin(2\alpha_0 - \operatorname{Arctg} \frac{2\sqrt{2} \operatorname{th} \beta_0}{1 - 2 \operatorname{th}^2 \beta_0})} \quad (2.38)$$

c) Position du plan principal

L'abscisse du plan principal image est donnée par :

$$z_P = z_F - f \quad (2.39)$$

Des calculs précédents, il résulte que le plan principal image est défini par :

$$\frac{z_P}{z_0} = 1 + \frac{1}{\sqrt{6(1-x)}} \frac{\sqrt{9 \operatorname{ch}^2 \beta_0 - 1}}{3 \operatorname{ch}^2 \beta_0 - 2} \frac{\sin(2\alpha_0 + \operatorname{Arctg} 2\sqrt{2} \operatorname{coth} 2\beta_0) - 2\sqrt{2}}{\sin(2\alpha_0 - \operatorname{Arctg} \frac{2\sqrt{2} \operatorname{th} \beta_0}{1 - 2 \operatorname{th}^2 \beta_0})} \quad (2.40)$$

2.3. Aberration sphérique

Si les énergies des électrons sont maintenues constantes et que le système optique électronique est parfaitement aligné, les écarts par rapport à l'image idéale proviennent des aberrations géométriques.

Parmi celles-ci, la plus importante est l'aberration sphérique. C'est le seul type d'aberration qui existe pour un point sur l'axe, elle est due principalement à la taille de l'ouverture de la lentille. La figure d'aberration est un cercle dans le plan gaussien dont le rayon est proportionnel au cube du rayon de l'ouverture.

Dans la figure 1.7, Δr_i est appelé l'aberration sphérique transversale et Δl_i l'aberration longitudinale,

$$\Delta r_i = \Delta l_i \theta_i \quad (2.41)$$

Soit r_o la hauteur du rayon paraxial dans un plan diaphragmé situé dans le

plan principal. La constante d'aberration sphérique est définie par :

$$\Delta r_i = C_1 r_\alpha^3 \quad (2.42)$$

Le calcul de C_1 a été effectué par Scherzer [Sch 36]. Nous énonçons ici le résultat pour un champ électrostatique pur :

$$C_1 = \frac{-M}{16 r_{\alpha a}^3 \phi_0^{1/2}} \int_{z_0}^{z_i} \phi^{-3/2} \left(\frac{5}{4} \phi^{n2} + \frac{5}{24} \frac{\phi'^4}{\phi^2} + \frac{14}{3} \frac{\phi'^3 r'_\alpha}{\phi r_\alpha} - \frac{3}{2} \phi'^2 \frac{r_\alpha'^2}{r_\alpha^2} \right) r_\alpha^4 dz$$

où M est le grandissement

ϕ_0 est la valeur du potentiel au point objet

$r_{\alpha a}$ est le rayon de l'ouverture

r_α est la solution de l'équation de Gauss avec les conditions aux limites $r_\alpha = 0$ et $r'_\alpha = 1$ dans le plan objet.

L'intégrand est en une somme de termes positifs, donc C_1 est toujours négatif. L'utilisation de ce coefficient C_1 n'est pas pratique dans les calculs et on préfère utiliser le coefficient C_{si} défini par :

$$\Delta l_i = -C_{si} \theta_i^2 \quad (2.43)$$

soit
$$\Delta r_i = -C_{si} \theta_i^3 \quad (2.44)$$

Il est alors plus simple, en utilisant les trajectoires transgaussiennes, de déterminer la position de F_{ni} dans la figure 1.7 et l'angle d'incidence θ_i et d'en déduire la valeur de Δl_i , plutôt que de calculer l'intégrale déterminant la valeur de C_1 [Haw 67]. Le résultat du calcul de la position du foyer image dans ce cas est énoncé dans l'Appendice A5.

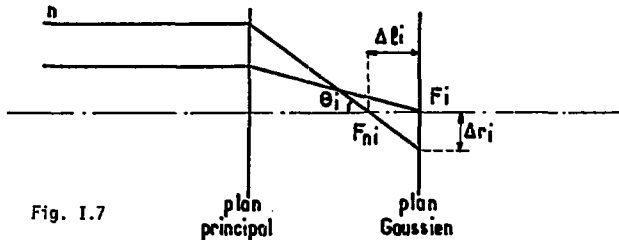


Fig. 1.7

3. GUIDAGE DU FAISCEAU

3.1. Electrodes de Pierce

Nous considérons un faisceau de particules de vitesse v parallèle à l'axe Ox . Le faisceau est infini du côté des y négatifs, comme aussi le long de Oz , perpendiculaire au plan de figure (fig. 1.8). La distribution de potentiel le long d'un tel faisceau est connue. Si on suppose un potentiel nul à la cathode, le potentiel à l'anode étant V à une distance L , alors le potentiel varie selon l'expression

$$\phi = V \left(\frac{x}{L}\right)^{4/3}$$

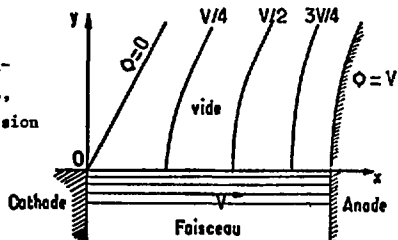


Fig. 1.8

Les surfaces équipotentielles sont des plans perpendiculaires à Ox . Le champ n'a qu'une composante dirigée suivant l'axe Ox . Le faisceau sera confiné si nous pouvons remplir l'espace supérieur ($y > 0$) par un champ électrique convenable se raccordant aux conditions aux limites du potentiel interne du faisceau.

La fonction analytique :

$$Z = k z^{4/3}$$

où $\text{Re}[Z]$ est le potentiel, convient. Pour $y = 0$, les deux potentiels se raccordent si on choisit

$$k = \frac{V}{L^{4/3}}$$

Le potentiel est alors :

$$\phi = \frac{V}{L^{4/3}} (x^2 + y^2)^{2/3} \cos \left[\frac{4}{3} \text{Arctg } y/x \right] \quad (3.1)$$

Il est possible de construire les équipotentielles $\phi = 0$ et $\phi = V$ qui confinent le faisceau en un faisceau parallèle. Une variante possédant une symétrie axiale a été discutée par Pierce [Pie 41].

3.2. Effet de lentille dû au diaphragme d'anode

Nous avons décrit dans ce qui précède le flux électronique entre cathode et anode (qui était supposé sans ouverture pour laisser passer le faisceau). Lorsque les électrons traversent l'ouverture

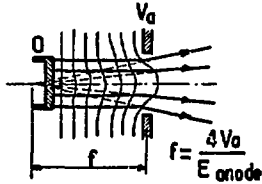


Fig. I.9

anodique, ils rencontrent une force transversale due à la courbure des lignes de champ électrique. Cette déflexion des trajectoires peut être traitée comme si elle résultait d'une lentille électronique mince dont la distance focale obéit à l'équation de Davisson-Calbick [Pie 49]. Si le diamètre de l'ouverture anodique est petit comparé à l'espacement cathode-anode, alors la distance focale correspondante est (fig.I.9) :

$$f = \frac{4V_a}{E_2 - E_g}$$

où V_a est le potentiel d'anode, E_2 et E_g sont les champs électriques axiaux à l'intérieur et à l'extérieur du plan d'anode. Dans cette approximation, l'anode est supposée ne pas présenter d'aberration sphérique - f ne dépend pas de r - et les électrons quittent l'ouverture anodique avec une pente :

$$\text{tg } \gamma = - \frac{r_0 E_g}{4V_a}$$

où r_0 est le rayon électronique à l'entrée de l'anode.

3.3. Effet de charge d'espace

La répulsion mutuelle due aux électrons introduit une tâche non ponctuelle dans un faisceau convergent. Les hypothèses suivantes sont faites :

- La composante radiale de l'accélération des électrons lorsqu'ils quittent le champ électronique focalisant - la lentille - est supposée être proportionnelle à leur distance à l'axe du faisceau. Ceci suppose implicitement une lentille idéale libre de toute aberration.

- Le faisceau est supposé être un cylindre uniforme d'électrons se déplaçant dans un espace sans champ sauf celui dû à la densité de charge des électrons du faisceau.

- La vitesse axiale des électrons dans le faisceau est supposée constante ; ceci est justifié car, dans la plupart des cas, la distribution de vitesse de la plus grande partie des électrons émis d'une cathode thermoélectronique est extrêmement petite comparée à la vitesse finale du faisceau électronique. Aussi la différence de potentiel entre le centre et la limite du faisceau provenant des effets de charge d'espace est très petite comparée au potentiel du faisceau.

A strictement parler, la plupart de ces hypothèses ne sont jamais réalisées. Cependant, elles peuvent être approchées. Des écarts à ces hypothèses tendront à augmenter la taille du spot focalisé. Par conséquent, les résultats qui seront obtenus dans ce qui suit sont optimistes. Une limite inférieure de la taille du faisceau peut être déduite.

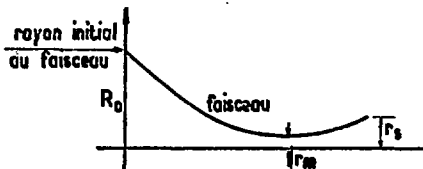


Fig. 1.10

Si la densité électronique à travers une section droite du faisceau est constante et la composante radiale de vitesse est proportionnelle au rayon initial, elles le resteront tout au long du parcours du faisceau, donc, seule la surface extérieure doit être considérée.

Soit $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ la composante radiale de la vitesse électronique intérieure et \dot{r}_i sa composante radiale initiale. Si ϕ est le potentiel dans lequel se déplace l'électron, nous avons :

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \frac{1}{2} m \dot{r}_i^2 + \int_{r_i}^r \frac{d\phi}{dr} e \, dr \quad (3.4)$$

Le dernier terme représente le travail exercé sur l'électron lorsqu'il se dirige contre le gradient du potentiel $\frac{d\phi}{dr}$ à la surface du faisceau du rayon r_i vers le rayon r . Le gradient de potentiel à la surface du faisceau est égal au flux électronique par unité de surface et est donné par :

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{I}{2\pi e r v}$$

où v est la vitesse de l'électron le long de l'axe du faisceau, qui a été supposée constante et $\frac{I}{v}$ est la charge par unité de longueur. Alors :

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \frac{1}{2} m \dot{r}_i^2 + \int_{r_i}^r \frac{Ie}{2\pi e r v} \, dr \quad \text{ce qui conduit à :}$$

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \frac{1}{2} m \dot{r}_i^2 - \frac{Ie}{2\pi e v} \ln \frac{r}{r_i}$$

soit :
$$r = r_i \exp \left[- (\dot{r}_i^2 - \dot{r}^2) \frac{\pi e v m}{Ie} \right]$$

Pour obtenir le rayon minimum on pose $\dot{r} = 0$ et on obtient :

$$r_m = r_i \exp \left[- \left(\frac{\pi e v m}{Ie} \right) \dot{r}_i^2 \right] \quad (3.5)$$

Les facteurs déterminant la taille du spot minimum à une distance donnée de la lentille finale sont le rayon initial r_i , la vitesse du faisceau v , et le courant dans le faisceau I . Pour des valeurs données des deux autres paramètres, la taille du spot à une distance donnée peut être réduite seulement en augmentant r_i , augmentant v ou diminuant I . En supposant une lentille idéale, la force radiale dirigée vers l'intérieur est proportionnelle à r_i et apparaît dans le terme exponentiel par \dot{r}_i . La taille minimum du spot est obtenue à une distance de la cathode donnée par :

$$d_m = 2v \left(\frac{\pi e v m}{Ie} \right)^{1/2} r_i \exp \left(- \frac{\pi e v m}{Ie} \dot{r}_i^2 \right) \int_0^{\left(\frac{\pi e v m}{Ie} \right)^{1/2} \dot{r}_i} e^{-x^2} \, dx \quad (3.6)$$

3.4. Aberration chromatique

Le potentiel intervient dans l'expression de la distance focale de la lentille. Une variation de ce potentiel a comme résultat une variation de la distance focale. L'image est distordue. Ce type de distorsion est dénommé aberration chromatique.

Celle-ci intervient si :

- le potentiel accélérateur fourni par l'alimentation électrique varie,
- les électrons ont une dispersion de vitesse.

Nous considérons l'équation des rayons paraxiaux :

$$r''(z) + \frac{1}{2} \frac{\phi'(z)}{\phi(z)} r'(z) + \frac{1}{4} \frac{\phi''(z)}{\phi(z)} r(z) = 0 \quad (3.7)$$

Supposons que le potentiel varie de $\Delta\phi$. La variation de potentiel est supposée relativement petite de sorte que $\frac{\Delta\phi}{\phi} \ll 1$. Nous négligeons alors les termes d'ordre supérieur à $\Delta\phi$ et l'équation (3.7) devient :

$$(\phi(z) + \Delta\phi) r''(z) + \frac{1}{2} \phi'(z) r'(z) + \frac{1}{4} \phi''(z) r(z) = 0 \quad (3.8)$$

L'équation (3.7) a deux solutions indépendantes. Soit $p(z)$ une solution correspondant aux conditions initiales $p(z_0) = 0$. Il s'agit d'un rayon idéal sans aberration. Il traversera l'axe en z_1 dans le plan gaussien tel que $p(z_1) = 0$.

Soit $r(z)$ une solution de l'équation (3.8). son rayon traversera l'axe derrière le plan gaussien (fig. I.11). Il présente une aberration chromatique $\epsilon = \Delta r$.

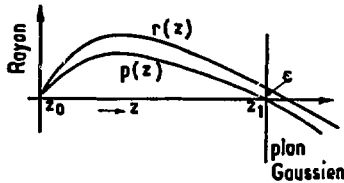


Fig. I.11

Ainsi nous avons : $r(z) = p(z) + \epsilon(z)$ (3.9)

$$\left\{ \begin{array}{lll} \text{en } z = z_i & p(z_i) = 0 & \text{et } \phi(z_i) = \phi_i \\ \text{et en } z = z_0 & p(z_0) = 0 & \text{et } \phi(z_0) = \phi_0 \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

L'aberration du côté objet δ_0 est liée à l'aberration du côté image par :

$$\delta_0 = \frac{\epsilon}{M}(z_i)$$

où M est le grandissement. De la loi de Lagrange-Helmholtz, nous avons :

$$\phi_0^{1/2} p'(z_0) = -M p'(z_i) \phi_i^{1/2} \quad (3.11)$$

L'aberration chromatique c dans le plan image peut être déduite de Δf (fig. I.12) donné par [El 70] :

$$\Delta f = \frac{3}{8} f_i^2 \frac{\Delta \phi}{\phi_i^{1/2}} \int_{z_0}^{z_i} \frac{\phi'(z)}{\phi(z)} \frac{p(z)}{\phi^{1/2}(z)} dz \quad (3.12)$$

En se servant de la transformation de Pich (Appendice A3) et de l'équation de Gauss transformée, on obtient :

$$\Delta f = -2 f_i^2 \frac{\Delta \phi}{\phi_i^{1/2}} \int_{z_0}^{z_i} R''(z) \frac{R(z)}{\phi(z)} dz \quad (3.13)$$

En utilisant le fait que :

$$\begin{aligned} \int_{z_0}^{z_i} \frac{R(z) dR'(z)}{\phi(z)} &= \left[\frac{R(z)R'(z)}{\phi(z)} \right]_{z_0}^{z_i} - \int_{z_0}^{z_i} R'(z) d \left(\frac{R'(z)}{\phi(z)} \right) = \\ &= - \int_{z_0}^{z_i} R'(z) d \left(\frac{R(z)}{\phi(z)} \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

nous obtenons :

$$\Delta f = 2 f_i^2 \frac{\Delta \phi}{\phi_i^{1/2}} \int_{z_0}^{z_i} R'(z) d \left(\frac{R(z)}{\phi(z)} \right) \quad (3.15)$$

Supposons que la valeur maximum de $R(z)$ soit obtenue à $z = z_m$, alors :

$$\Delta f = 2 f_i^2 \frac{\Delta \phi}{\phi_i^{1/2}} \left[\int_{z_0}^{z_m} R'(z) d \left(\frac{R(z)}{\phi(z)} \right) + \int_{z_i}^{z_m} (-R'(z)) d \left(\frac{R(z)}{\phi(z)} \right) \right] \quad (3.16)$$

Si nous remplaçons $R'(z)$ par $R'(z_0)$ dans la première intégrale et par $R'(z_i)$ dans la seconde intégrale, nous obtiendrons une limite supérieure de l'aberration après intégration de (3.16) :

$$\Delta f < 2 f_i^2 \frac{\Delta \phi}{\phi_i^{1/2}} \left\{ R'(z_0) - R'(z_i) \right\} \frac{R_m}{\phi_m} \quad (3.17)$$

Où R_m et ϕ_m sont définies par $R_m = R(z_m)$ et $\phi_m = \phi(z_m)$

Revenant à $R(z) = p(z) \phi^{1/4}(z)$

et tenant compte des égalités (3.10) et (3.11), on peut écrire :

$$\Delta f < -2 p'(z_i) \Delta \phi f_i^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\phi_i}{\phi_0} \right)^{1/4} M \right\} \frac{r_m}{\phi_m} \left(\frac{\phi_m}{\phi_i} \right)^{1/4} \quad (3.18)$$

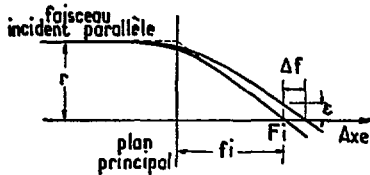


Fig. I.12

Par les triangles semblables (fig. I.12), nous avons :

$$M \neq 0, \quad \frac{\Delta f}{f_i} \approx \frac{c}{r_m} \quad \text{et} \quad \Delta f = - \frac{r}{p'(z_i)}$$

donc

$$r_m = - p'(z_i) f_i$$

et en reportant dans l'équation (3.18) :

$$\Delta f < 2 \Delta \phi \frac{r_m^2}{\phi_m^{3/4}} \frac{f_i}{\phi_i^{1/4}} \quad (3.19)$$

3.5. Limitation du courant au point focal due à la dispersion en énergie des électrons émis

Dans la section précédente, nous avons traité le problème des aberrations chromatiques dues à la variation du potentiel accélérateur. Dans ce type de canon, il est avantageux de focaliser les électrons émis de tous les points d'une surface en une zone aussi petite que possible. Nous avons vu que la charge d'espace joue un rôle prédominant dans de nombreux cas. Nous avons vu aussi comment les aberrations du système focalisateur présentaient des limitations sérieuses.

Nous allons traiter une autre sorte de limitation due aux vitesses thermiques des électrons émanant de la cathode.

Ce problème a été traité par Langmuir en 1937 [Lan 37]. Nous utiliserons une méthode développée par Moss [Mos 68].

Les hypothèses suivantes sont formulées :

- la densité d'émission est uniforme sur toute la surface cathodique,
- la cathode virtuelle peut être considérée comme la source d'électrons réelle. En d'autres termes, le minimum du potentiel est ignoré,
- le système optique est libre de toute aberration,
- les interactions dues à la charge d'espace peuvent être ignorées.

Nous considérons une source d'électrons plane d'où des électrons sont émis suivant une distribution d'énergie Maxwellienne, à la fois radialement et axialement.

Si nous avons un système idéal, il peut sembler que la densité de courant à l'image soit égale à celle de l'objet, divisée par le carré du grandissement linéaire. Cependant, l'analyse suivante va montrer que ceci n'est pas toujours le cas.

Nous partons de la relation des sinus d'Abbe (fig. I.13) :

$$n_0 r_0 \sin \beta_0 = n_i r_i \sin \theta_i$$

n_0	indice de réfraction du milieu objet	n_i	indice de réfraction du milieu image
r_0	dimension de l'objet	r_i	dimension de l'image
β_0	angle des électrons émis par rapport à l'axe dans l'espace objet	θ_i	angle des électrons émis par rapport à l'axe dans l'espace image

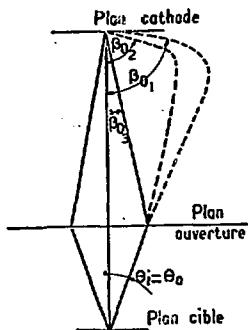


Fig. I.13

Soit ϕ_0 le potentiel correspondant à la vitesse initiale des électrons émis. Soit ϕ_i le potentiel du faisceau dans l'espace image et $M = \frac{r_i}{r_0}$ le grandissement, nous avons :

$$\sqrt{\phi_0} r_0 \sin \beta_0 = \sqrt{\phi_i + \phi_0} r_i \sin \theta_i \quad (3.20)$$

ou

$$\sin \theta_i = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{\phi_0}{\phi_i + \phi_0}} \sin \beta_0$$

Nous avons vu comment l'aberration sphérique du système augmente avec la puissance 3 de l'angle d'arrivée sur la cible. Pour cette raison, il est avantageux de conserver l'angle θ_i aussi petit que possible.

- Cas 1 ($\sin \beta_0 = 1$)

Normalement, pour un système donné. M et ϕ_i sont fixés. Supposons que nous maintenions $\theta_i < \theta_a$. Nous nous posons la question suivante : si $\theta_i < \theta_a$, quelle fraction des électrons quittant la cathode atteindra la cible dans l'angle θ_a ? Si nous prenons le cas extrême en considérant tous les angles possibles que les électrons font par rapport à l'axe, nous devons poser $\beta_0 = \frac{\pi}{2}$ pour les inclure tous. Si nous tirons maintenant ϕ_i de l'équation (3.20) nous obtenons :

$$\phi_i = \frac{\phi M^2 \sin^2 \theta_a}{1 - M^2 \sin^2 \theta_a} = \phi_a \quad (3.21)$$

Tous les électrons quittant la cathode à n'importe quel angle avec l'axe,

incluant le cas limite où ils quittent la cathode presque tangentielle-
ment, atteindront la cible tant que $\phi_0 < \phi_a$.

N'importe quel électron quittant la cathode à un angle
 $\beta_0 = \pi/2$ et avec une vitesse initiale correspondant à un potentiel supérieur
à ϕ_a n'atteindra jamais la cible.

La plupart des électrons quittent la cathode avec un
angle compris entre 0 et $\pi/2$. Pour $\phi_0 > \phi_a$, certains de ceux-ci atteindront
la cible à l'intérieur du demi angle d'arrivée θ_a .

- Cas 2 ($M^2 \sin^2 \theta_a = 1$ et $\sin \beta_0 = 1$)

Dans l'équation (3.21) comme $M^2 \sin^2 \theta_a$ augmente, des
électrons plus énergétiques pourront atteindre la cible. Dans la limite
où $M^2 \sin^2 \theta_a = 1$, tous les électrons atteindront la cible pour toutes les
énergies initiales et tous les angles. Dans ce cas, la densité de courant
à la cathode J_c et celle à la cible J_i sont liés par :

$$\frac{J_c}{J_i} = M^2 \quad (3.22)$$

ceci peut facilement être expliqué physiquement. Pour $M^2 \sin^2 \theta_a$ égal à 1,
M doit être très grand, c'est-à-dire que la taille de la cible est telle-
ment plus grande que la cathode qu'une irrégularité à la cathode n'est
jamais détectée sur la cible.

Si nous posons $\theta_a = \pi/2$, le cas extrême, nous voyons
immédiatement que $M = 1$ est la valeur maximale du grandissement pour per-
mettre à tous les électrons d'atteindre la cible. Les cas extrêmes ci-
dessus ont très peu de valeur pratique, θ_i ne peut pas être augmenté au-
delà d'un certain point à cause des aberrations du système optique. Aussi,
en général, on est concerné par des systèmes où $M < 1$. Nous sommes intéressés
à obtenir la concentration la plus grande des électrons dans le spot de
taille minimum.

- Cas 3 ($M^2 \sin^2 \theta_a < 1$)

C'est le cas le plus important. Pour n'importe quelle
valeur donnée θ_i , les électrons avec un potentiel initial ϕ_0 et un angle

avec l'axe β_0 atteindront la cible aussi longtemps que l'équation (3.20) sera respectée.

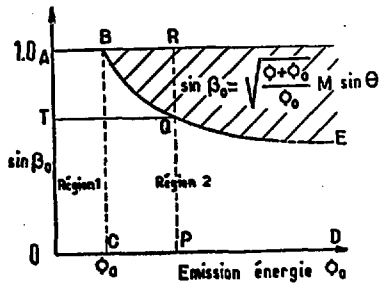


Fig. I.14

La figure I.14 montre la variation de ϕ_0 en fonction de $\sin \beta_0$ pour des valeurs données de ϕ_a , θ_a et M . Dans la région I (OABC) tous les électrons atteindront la cible. Dans la région II (CPED), sont représentés une fraction des électrons émis pour diverses valeurs de β_0 et ϕ_0 . La somme du nombre des électrons dans les deux régions représente le montant atteignant la cible.

L'émission des électrons de la cathode a une distribution de Maxwell qui peut s'exprimer par :

$$\frac{dN}{N(\phi_0, \beta_0)} = \phi_0 \left(\frac{e}{kT} \right)^2 \sin 2\beta_0 \exp \left[-\frac{e \phi_0}{kT} \right] d\phi_0 d\beta_0 \quad (3.23)$$

où N est le nombre total d'électrons émis par unité d'aire et par unité de temps quelle que soit leur énergie et quel que soit l'angle d'émission et $\frac{dN}{N(\phi_0, \beta_0)}$ est la fraction des électrons émis qui ont une énergie cinétique initiale comprise entre $e\phi_0$ et $e(\phi_0 + d\phi_0)$ et dans un angle initial compris entre β_0 et $\beta_0 + d\beta_0$.
 k est la constante de Boltzmann,
 T est la température absolue en $^{\circ}K$ de la cathode et e est la charge de l'électron.

Si nous considérons la distribution de Maxwell des électrons émis pour tous les angles d'émission de 0 à $\pi/2$, nous avons puisque :

$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\beta_0 \, d\beta_0 = 1$$

$$\frac{dN}{N(\phi_0)} = \phi_0 \left(\frac{e}{kT}\right)^2 \exp\left[-\frac{e\phi_0}{kT}\right] d\phi_0$$

Ainsi pour des cathodes à oxydes opérant dans le domaine de température 1100-1400 °K, le nombre maximum d'électrons se produit pour $0,095 < \phi_0 < 0,12$ V.

Nous évaluons la somme totale en intégrant sur les deux régions. Dans la région I :

$$A_1 = \frac{dN}{N(\phi_0, \beta_0)} = \left(\frac{e}{kT}\right)^2 \int_0^{\pi/2} \sin 2\beta_0 \, d\beta_0 \int_{\phi_1=0}^{\phi_0=\phi_a} \phi_0 \exp\left(\frac{-e\phi_0}{kT}\right) d\phi_0$$

et dans la région 2, nous avons :

$$A_2 = \frac{dN_2}{N_1(\phi_0, \beta_0)} = \left(\frac{e}{kT}\right)^2 \int_{\phi_a}^{\infty} \phi_0 \exp\left[\frac{-e\phi_0}{kT}\right] d\phi_0 \int_0^{\theta_0 = \text{Arc sin} \left[M \sin \theta_a \sqrt{\frac{\phi_1 + \phi_0}{\phi_0}} \right]} \sin 2\beta_0 \, d\beta_0$$

En utilisant
$$\int_0^{\pi/2} \sin 2\beta_0 \, d\beta_0 = 1$$

et
$$\phi_a = \frac{\phi_1 M^2 \sin^2 \theta_a}{1 - M^2 \sin^2 \theta_a}$$

on trouve $A_1 + A_2$:

$$\frac{dN_1}{N} + \frac{dN_2}{N} = 1 - (1 - M^2 \sin^2 \theta_a) \exp\left[-\frac{e}{kT} \left(\frac{\phi M^2 \sin^2 \theta_a}{1 - M^2 \sin^2 \theta_a}\right)\right]$$

La densité de courant sur la cible J_i est donnée par :

$$J_i = \frac{J_c}{M^2} (A_1 + A_2) = \frac{1}{M^2} \left[1 - (1 - M^2 \sin^2 \theta_i) \exp\left(-\frac{e\phi_i}{kT} \frac{M^2 \sin^2 \theta_i}{1 - M^2 \sin^2 \theta_i}\right) \right]$$

Un développement limité de l'exponentielle en se limitant au premier terme conduit à :

$$J_i = J_c \left(1 + \frac{e\phi_i}{kT} \right) \sin^2 \theta_i$$

Pour obtenir la concentration la plus grande d'électrons sur la cible, on peut agir de quatre façons :

- élever le potentiel le plus possible
- augmenter l'angle d'incidence
- sélectionner une cathode qui émet à des températures basses
- développer une cathode avec une densité d'émission très grande.

- C H A P I T R E I I -

CONCEPTION ET REALISATION DU CANON A ELECTRONS

--0--

1. LES SPECIFICATIONS ET LES CONTRAINTES

Il s'agit d'obtenir un faisceau d'électrons d'énergie variable dans le domaine de 0 à 20 eV suffisante pour ioniser la plupart des atomes, et dont la résolution en énergie soit inférieure à 1 eV. Le flux d'électrons doit être de l'ordre de 10^{12} électrons $s^{-1} cm^{-2}$ pour produire un nombre d'ions suffisant.

Enfin, la zone de focalisation des électrons qui se confond avec la zone d'interaction avec le faisceau atomique doit rester fixe quelle que soit l'énergie des électrons et l'intensité transportée dans le faisceau.

Les contraintes proviennent, pour l'essentiel, des dimensions du canon et de la nature des matériaux le constituant. Les dimensions dépendent de la structure dans laquelle doit s'insérer le canon à électrons. Cette structure est constituée par une chambre que nous appellerons chambre d'ionisation, dont la paroi intérieure est cylindrique, montée verticalement sous l'orifice de sortie du jet atomique. L'axe du faisceau atomique se situe dans un plan méridien de la chambre d'ionisation. Les fonctions production d'électron, accélération et guidage du faisceau doivent donc être incluses dans un demi diamètre de cette chambre d'ionisation (fig.11.1). La distance maximale entre la surface émettrice et le spot électronique ne peut en conséquence excéder 40 mm.

Le montage du canon par un hublot de la paroi de la chambre d'ionisation nécessite pour celui-ci une envergure maximale de 24 mm.

Dans la plupart des expériences qui utilisent des faisceaux électroniques, il n'est pas nécessaire de disposer d'un très bon vide pour assurer le bon fonctionnement du canon à électrons. En fait, une pression de 10^{-5} à 5.10^{-6} torr suffit habituellement. Le facteur important est plutôt le degré de contamination dans la chambre d'ionisation et sur les électrodes du canon qui doit être maintenu au minimum

[Bak 67].

Dans les expériences utilisant des faisceaux d'électrons de faible énergie, il est nécessaire d'utiliser des surfaces ayant un faible coefficient réflecteur et un faible coefficient d'émission secondaire. Pour des énergies électroniques inférieures à 30 eV, c'est la réflexion (élastique ou inélastique) des électrons primaires qui domine [Mac 66]. Le coefficient d'émission secondaire est donc important pour le choix des électrodes.

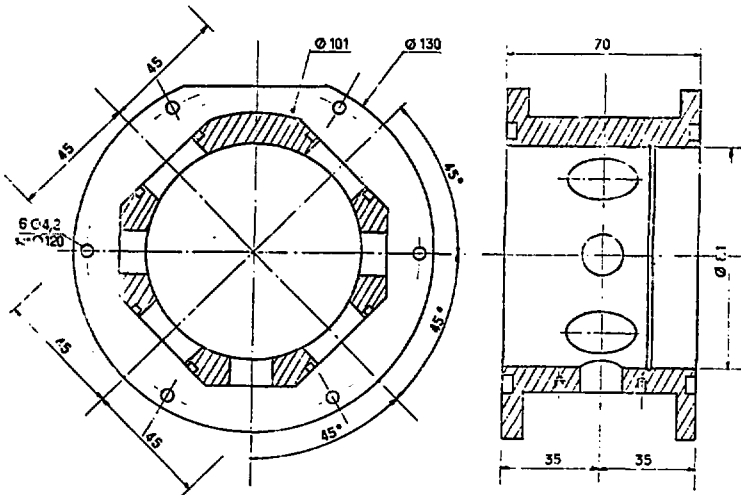


Fig. II-1 - 1^{er} chambre d'ionisation

2. CONCEPTION DU SYSTEME D'IONISATION

Les faibles dimensions requises excluent l'emploi de méthodes de guidage du faisceau électronique par champ magnétique. Trois variétés géométriques sont généralement utilisées pour la construction de canons à forte densité de courant. Celles-ci sont illustrées fig.II.2 [Bre 67]. Ces formes sont :

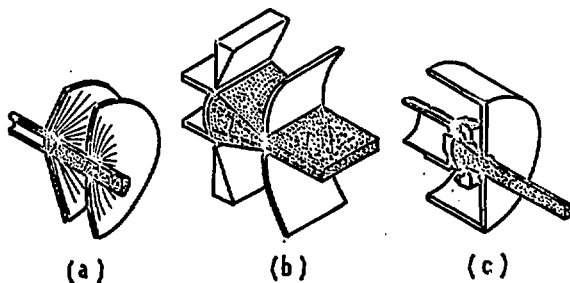


Fig. II.2

- a) Un canon à symétrie axiale où la forme et la taille du faisceau sont déterminées entièrement par les caractéristiques de la cathode.
- b) Un canon à symétrie plane convergent cylindriquement.
- c) Un canon à symétrie axiale à convergence sphérique.

Le développement des canons de type (b) et (c) nécessite l'utilisation de cathodes de formes particulières et l'élaboration d'électrodes de focalisation soit de type cylindrique, soit de type torique et implique des difficultés de réalisation. Le système plus simple de type (a) a servi de base pour l'étude de notre projet. En effet, les contraintes mentionnées précédemment (sans parler des possibilités technologiques locales) ne nous permettent pas d'adopter des modèles de canons à électrons déjà éprouvés [Ney 61], [Sim 62], [Har 69], [Col 70] dans des expériences de diffusion ou d'ionisation.

2.1. Principe adopté pour le système d'ionisation

2.1.1. Le canon à électrons

L'idée primitive est de produire un faisceau rectiligne d'électrons parallèles à l'axe de symétrie cylindrique de la cathode. Ce faisceau est réalisé à partir d'électrodes de Pierce [Pie 49]. Les électrons sont accélérés à l'énergie requise pour l'ionisation, puis focalisés parallèlement à l'axe optique au moyen d'une lentille symétrique à trois électrodes. Le faisceau convergera au point focal image indépendamment de l'énergie des électrons du faisceau si la distance focale de la lentille est indépendante du potentiel sous lequel sont accélérés les électrons.

2.1.2. Extraction des particules chargées

Après traversée du faisceau atomique, il faut extraire de la zone d'interaction les particules chargées qui sont constituées par les électrons et les ions formés, tout en prenant soin de ne pas introduire de champ électrique parasite dans la zone d'interaction.

On place sur le parcours des électrons après la zone d'interaction un diaphragme porté au même potentiel que le potentiel d'accélération suivi d'une anode à un potentiel fortement accélérateur pour les électrons.

Les ions formés sont extraits dans la partie inférieure de la chambre d'ionisation par une grille portée à un potentiel négatif puis accélérés vers le système de mesure du courant ionique.

2.2. Le projet de canon à électrons

2.2.1. La cathode

La cathode est cylindrique. L'élément de chauffage est un filament spiralé situé à l'intérieur de ce cylindre dont le bout est constitué par la surface émissive. Celle-ci est constituée par une couche d'oxydes.

Il est préférable de travailler avec un flux d'électrons constant, quelle que soit l'énergie de ces électrons. Il faut donc utiliser

la cathode en régime de saturation pour lequel la valeur de l'intensité transportée dans le faisceau est indépendante de la valeur du potentiel d'accélération.

Pour des valeurs du potentiel égales au potentiel d'ionisation du sodium, ou de cet ordre de grandeur, le calcul montre qu'il faut une température de fonctionnement de la cathode égale à 620 °K et une distance entre celle-ci et l'anode égale à 4,9 mm.

Le fait qu'il n'existait pas de cathode disponible commercialement fonctionnant dans de telles conditions et qu'il n'était pas possible de réaliser une cathode de ce type sur place, nous a conduits à utiliser une cathode dont l'intensité du faisceau n'était pas indépendante du potentiel d'accélération. Des corrections ont alors été nécessaires.

2.2.2. L'électrode de Pierce

L'électrode de focalisation matérialise, lorsque la cathode est à un potentiel nul, la surface équipotentielle $V = 0$ et permet d'obtenir un faisceau rectiligne à la sortie de la cathode. Cette électrode constitue un tronc de cône s'appuyant sur la cathode et dont le demi angle d'ouverture calculé par Pierce [Pie 49] est 67,5°. Bosi, dans une analyse plus récente [Bos 73] obtient une valeur de 64,76°.

2.2.3. Le système de focalisation

Il s'agit d'une lentille symétrique formée de trois électrodes planes, parallèles percées d'ouvertures circulaires coaxiales. La première électrode constitue dans notre canon l'anode d'accélération. La théorie de cette lentille a été faite par Regenstreif [Reg 51] et rappelée précédemment.

En posant
$$x = \frac{\phi(0)}{\phi(z_0)}$$

où $\phi(0)$ est le potentiel au centre 0 de la lentille, et $\phi(z_0)$ le potentiel à l'aplomb des électrodes extérieures portées au potentiel V_1 (fig. II.3) et en utilisant l'expression approchée du potentiel :

$$\phi(z) = \phi(0) + z \frac{\phi(z_0) - \phi(0)}{z_0} ,$$

on obtient une valeur approchée de la distance focale f de cette lentille :

$$f = \frac{8x}{3(1-x)^2} \cdot z_0$$

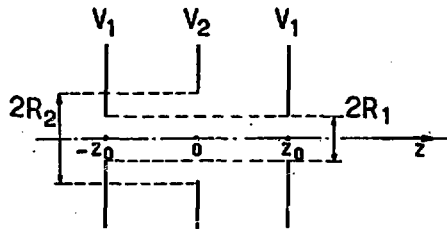


Fig. II.3

La caractéristique importante est, qu'une fois choisies les dimensions de la lentille, c'est-à-dire les valeurs de $\frac{z_0}{R_2}$, $\frac{R_2}{R_1}$, la valeur de x ne dépend plus que de la valeur du rapport des potentiels appliqués aux électrodes $\frac{V_1}{V_2}$ et donc la valeur de la distance focale f va dépendre que de la valeur du rapport $\frac{V_1}{V_2}$. Donc un ajustement de la valeur de V_2 permettra de stabiliser le point de focalisation lorsque nous voudrions faire varier l'énergie des électrons caractérisée par V_1 .

Le choix des dimensions de la lentille a été guidé d'une part par les contraintes géométriques de la chambre d'ionisation et d'autre part par le désir de se maintenir dans des conditions d'optique gaussienne.

Nous avons adopté les dimensions suivantes :

$$R_1 = 0,35 \text{ mm}$$

$$R_2 = 0,70 \text{ mm}$$

$$z_0 = 2 \text{ mm}$$

Nous avons obtenu alors une distance focale $f = 14 \text{ mm}$ et l'expression de f permet de trouver une valeur de x comprise entre 0 et 1 égale à 0,5445. Le report de cette valeur dans l'expression de x permet de trouver :

$$\frac{V_1}{V_2} = 2,56$$

3. REALISATION

3.1. Premier canon

Un premier canon à électrons a été réalisé au Laboratoire. Il est représenté figure II.4.

La difficulté de réaliser l'électrode de Pierce conformément à la théorie [Kar 73] a été contournée en logeant la cathode dans une bride en laiton (17) dont la face en regard de l'anode reproduit un tronç de cône de demi-ouverture $47,5^\circ$.

La cathode et son chauffage ont été fournis gracieusement par HYPERELEC (1). Il s'agit d'une cathode à oxydes, R.T.C. type A-44-120W, de surface émissive plane, de 2 mm de diamètre ; la puissance de chauffage du filament est 2,2 W sous une tension de 6,3 V. L'anode est située à 4,9 mm de la cathode.

Les diaphragmes de la lentille unipotentielle sont des disques de cuivre (19), (20), (21) de 16 mm de diamètre et 0,3 mm d'épaisseur. Ils sont séparés par des entretoises de stumatite (22), (23) de 2 mm d'épaisseur. Ces diaphragmes sont logés dans un manchon en cuivre (24) de 33 mm de long afin de réaliser l'alignement. Ce manchon

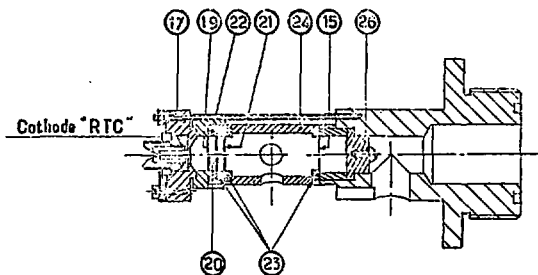


Fig. II-4 - Montage du canon à électrons

est percé de deux ouvertures diamétralement opposées sur sa surface de révolution afin de permettre le passage du faisceau atomique et l'extraction des ions. La collection des électrons est assurée par un diaphragme

(1) HYPERELEC S.A., Avenue E. Frayssinet, 19000 BRIVE

de cuivre (15) de 0,3 mm d'épaisseur et 1,4 mm de diamètre d'ouverture afin d'empêcher la pénétration des lignes de champ électrique provoquées par l'anode (26) dans la zone d'ionisation. Cette anode de 14 mm de diamètre est recouverte de carbone pour éviter les phénomènes d'émission secondaire.

Les essais effectués sur ce canon ont montré un fonctionnement défectueux dû à deux raisons :

- L'activation de la cathode à oxydes et la transformation des carbonates en oxydes nécessitent un bon vide et un pompage régulier. La mauvaises conductance des diaphragmes ne permettait pas d'obtenir ces conditions sur le vide.
- L'alignement des électrodes et le centrage des diaphragmes étaient tout à fait incertains.

3.2. Le second canon à électrons

Après ce premier essai, il nous est rapidement apparu nécessaire d'utiliser les techniques de construction de l'industrie des tubes. A partir de nos calculs, nous avons pu alors réaliser un deuxième canon à l'usine HYPERELEC de Brive. Nous allons dire quelques mots sur les techniques de montage employées.

Les électrodes intervenant dans la composition d'un canon à électrons sont alignées et espacées à l'aide d'un calibre de montage. Le positionnement des électrodes est réalisé par des cales d'épaisseur et la rigidité de la structure est assurée par des barrettes de céramique fixées aux électrodes.

L'insertion de la cathode est réalisée dans le Wehnelt. Son positionnement est assuré soit par mesure capacimétrique, soit par mesure optique.

Le choix des électrodes a guidé la conception du calibre de montage. Les électrodes ont été choisies parmi un éventail d'électrodes utilisées par HYPERELEC dans la fabrication des tubes "R.T.C.". La compatibilité avec le modèle primitif de canon à électrons a constitué notre critère de choix. Ce calibre de montage, réalisé au Laboratoire, est représenté à la figure II.5. L'électrode de Pierce a été réalisée par emboutissage d'un wehnelt "R.T.C." de type M41-17W à l'aide d'une matrice représentée figure II.6.

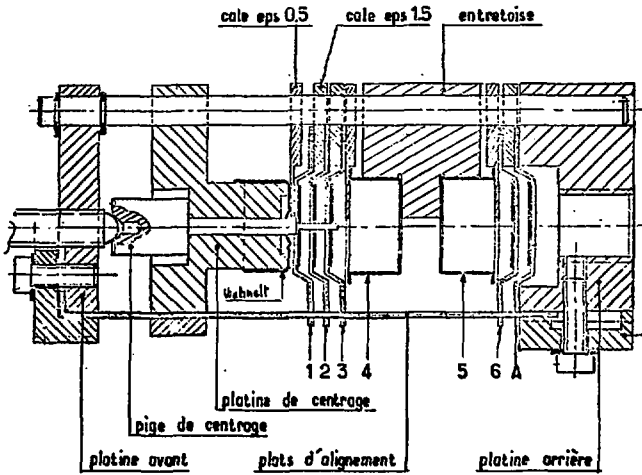


Fig. II-5 - Gabarit de montage du canon à électrons

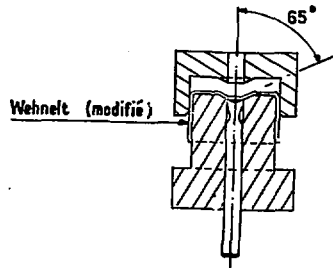


Fig. II-6 - Matrice pour modification Wehnelt

Les opérations de montage et de réglage du canon à électrons ont été effectuées à l'usine HYPERELEC. Deux canons à électrons ont été montés dans des tubes scellés sous vide. Ces deux canons ont été utilisés pour la réalisation des essais préliminaires.

Les électrodes "R.T.C." ont été modifiées de façon à réduire le diamètre des diaphragmes utilisés pour la lentille.

Des regards percés dans le wehmelt ont permis le positionnement de la cathode par mesure optique. La figure II.7 représente le montage du canon à électrons dans la chambre d'ionisation.

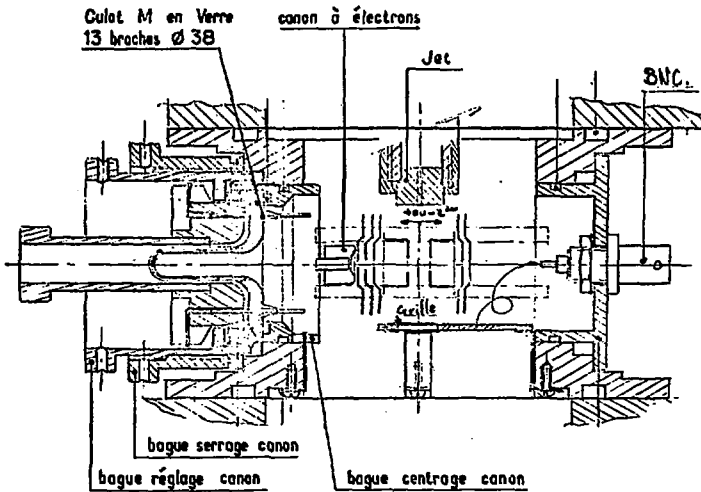


Fig. II-7 - Montage du canon à électrons dans la chambre

- C H A P I T R E I I I -

TECHNIQUES ET RESULTATS EXPERIMENTAUX

--0--

1. DESCRIPTION ET FONCTIONNEMENT DE L'INSTALLATION

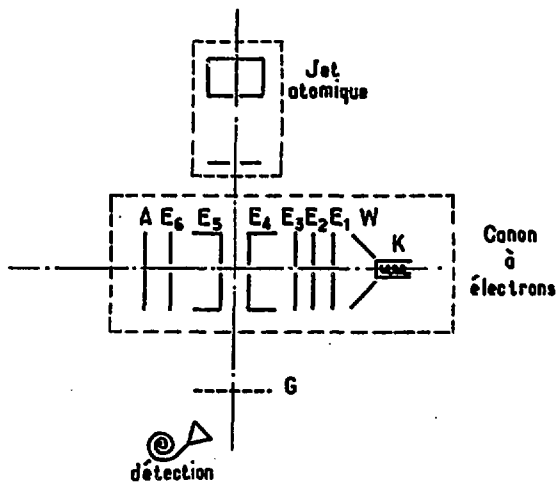
Le canon à électrons a été monté à l'intérieur d'une chambre d'ionisation dont le schéma est donné sur la figure III.1. On y distingue la cathode K, le Wehnelt W (électrode de Pierce), les trois électrodes de focalisation E_1 , E_2 , E_3 , les deux coupelles E_4 et E_5 délimitant le volume équipotentiel où a lieu l'ionisation, le diaphragme E_6 et la plaque d'extraction des électrons A. Au-dessus des coupelles, est monté le dispositif produisant le jet atomique. Au-dessous du canon se trouve une grille G isolée électriquement et portée à un potentiel négatif. Enfin, au-dessous de la grille et décalé de 22° par rapport à l'axe du jet atomique, est disposé le détecteur d'ions constitué par un multiplicateur tubulaire d'électrons.

1.1. Fonctionnement du canon à électrons

Le filament de la cathode est chauffé à l'aide d'une alimentation stabilisée variable 50 V, 2 A. La cathode ainsi que le Wehnelt sont reliés à la terre. Une alimentation stabilisée permet de porter les électrodes E_1 , E_3 , E_4 , E_5 et E_6 au potentiel V_1 qui déterminera l'énergie des électrons tandis qu'un montage potentiométrique permet de porter l'électrode E_2 à un potentiel V_2 et de garder le rapport $\frac{V_1}{V_2}$ constant quelque soit V_1 .

Nous avons utilisé deux types de cathodes : dans un premier temps, des cathodes à oxydes de baryum et strontium, puis des cathodes à réserve à osmium. L'avantage de ces dernières est important car elles supportent les remises à la pression atmosphérique sans détérioration appréciable de leurs qualités émissives.

L'activation de la cathode peut commencer dès que la pression résiduelle dans la chambre d'ionisation devient inférieure à 10^{-5} Torr. Ce vide secondaire est obtenu à l'aide d'une pompe à diffusion de vapeur de mercure, à trois étages, de 650 l/s de débit. Les



- Fig. III-1 -

Schéma du dispositif d'ionisation

procédés d'activation de la cathode sont différents suivant qu'il s'agit de cathodes à oxydes ou de cathodes à osmium. Une première phase dite de "pompage" est différente pour les deux types de cathodes. La seconde phase, dite de "traitement", est, par contre, identique. Les opérations successives sont indiquées dans le tableau III.1. Les notations I_f , V_f et V_g indiquent respectivement l'intensité du courant circulant dans le filament, la tension appliquée aux bornes du filament et le potentiel auquel sont portées les électrodes, t indiquant le temps en minutes.

Pompage				Traitement		
Cathodes à oxydes		Cathodes à osmium				
t (mn)	I_f (mA)	t (mn)	I_f (mA)	t (mn)	V_f (V)	V_g (V)
5	370	1	280	5	9	0
10	390	1	320	60	9	70
		1	360	30	8,5	70
		2	410	30	10	0
		10	330			
		10	310			

Tableau III.1 - Opérations d'activation des cathodes

1.2 Fonctionnement du jet atomique

Le jet atomique est constitué par un four chauffé par une résistance et contenant le corps à étudier (sodium). Ce four se trouve dans une enceinte dont le volume est de l'ordre de quelques cm^3 et percée d'une ouverture circulaire de surface A_g . Si les conditions suivantes sont vérifiées :

- l'ouverture est idéale, c'est-à-dire, sa longueur dans la direction normale est très petite devant son diamètre,
- le libre parcours moyen des atomes à l'intérieur de l'enceinte est grand devant le diamètre de l'ouverture,

- l'ouverture est suffisamment petite pour ne pas modifier l'équilibre thermodynamique du gaz à l'intérieur de l'enceinte.

alors le nombre d'atomes quittant l'enceinte par seconde dans un angle solide $d\Omega$ faisant un angle θ avec la normale à l'ouverture est donné par [Ram 56] :

$$dN(\theta) = \frac{1}{4} n \bar{v} A_s \cos \theta \frac{d\Omega}{\pi}$$

où $n = \frac{p}{kT}$ est le nombre d'atomes par unité de volume dans l'enceinte et $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ est la vitesse moyenne des atomes à l'intérieur de l'enceinte.

Dans ces formules, p est la pression partielle de vapeur, k est la constante de Boltzmann, T est la température absolue et m est la masse de l'atome. Le taux d'effusion peut alors s'écrire :

$$dN(\theta) = \frac{p A_s \cos \theta}{\pi \sqrt{2\pi m kT}} d\Omega$$

Sur l'axe de A_s et à une distance d , se trouve une ouverture circulaire de surface A'_s . Le nombre d'atomes par seconde passant par cette ouverture est alors donné par :

$$N(0) = \frac{p A_s A'_s}{\pi d^2 \sqrt{2\pi m kT}} \text{ atomes/sec.}$$

Dans nos expériences nous avons utilisé les valeurs suivantes des paramètres :

$T = 500 \text{ }^\circ\text{K}$ ($p = 5,08 \cdot 10^{-4}$ torr), $r = 0,15 \text{ mm}$, $r' = 0,25 \text{ mm}$, $d = 20,5 \text{ cm}$

ce qui conduit aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} n &= 9,3 \cdot 10^{12} \text{ at/cm}^3 \\ \bar{v} &= 678 \text{ m/s} \\ N(0) &= 1,8 \cdot 10^8 \text{ at/sec} \end{aligned}$$

En fait, $N(0)$ doit être corrigé pour tenir compte du fait que l'ouverture circulaire A'_s n'est pas une ouverture idéale, mais est en réalité un canal dont la longueur n'est pas négligeable devant le diamètre. Un

facteur de correction K doit être appliqué (facteur de Clausius). Ce facteur de correction K a été calculé par un certain nombre d'auteurs [Dua 62]. Dans nos conditions géométriques, $K = 0,4$.

1.3. Détection des ions

La détection des ions créés se fait par un multiplicateur tubulaire d'électrons qui est un dispositif détecteur et amplificateur dont le signal de sortie est une impulsion de charge pouvant contenir jusqu'à 10^8 électrons lorsqu'une particule incidente, électron, ion ou photon frappe leur entrée.

Ce type de détection utilise les propriétés de l'émission secondaire d'un verre semi-conducteur, mais contrairement aux multiplicateurs classiques dans lesquels l'émission secondaire a lieu sur des dynodes discrètes, le processus de multiplication s'effectue ici sur toute la longueur des parois d'un tube de forme courbe appropriée (fig. III.2). Il est utilisé pour la détection des particules, électrons et ions, de quelques dizaines d'eV à quelques dizaines de keV, et des rayonnements électromagnétiques dans le domaine de l'ultraviolet lointain et des rayons X mous.

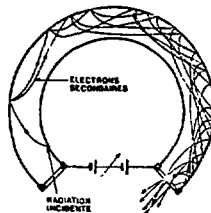


Fig. III.2

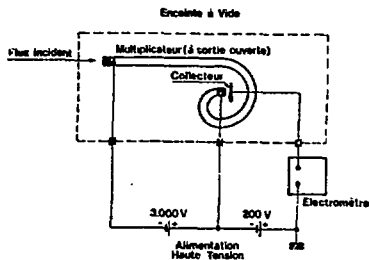


Fig. III.3

Nous l'avons utilisé dans son mode de fonctionnement en courant continu avec un montage électrique présenté sur la fig. III.3. Dans l'utilisation en continu, il faut pouvoir séparer le courant de paroi du courant signal ; il est donc nécessaire de placer face à la sortie ouverte du multiplicateur un collecteur qui est une petite plaque de cuivre distante d'un millimètre de la sortie et portée à un potentiel positif d'une centaine de volts. L'utilisation d'un tel multiplicateur d'électrons permet la mesure de flux de particules chargées dans la gamme s'étendant de 10^{-11} à 10^{-14} A. La figure III.4 présente la variation du courant de sortie en fonction du courant incident pour différents courants de parois.

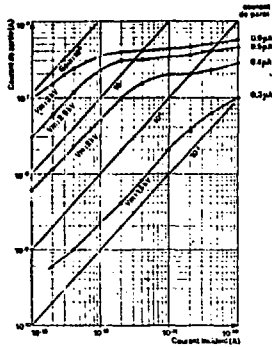


Fig. III.4

2. CARACTERISTIQUES DU CANON A ELECTRONS

2.1. Point de fonctionnement et caractéristiques du canon à électrons

Le point de fonctionnement du canon a été choisi à partir des contraintes géométriques :

$$R_1 = 0,35 \text{ mm} , R_2 = 0,7 \text{ mm} , z_0 = 2 \text{ mm} , f = 14 \text{ mm}$$

Nous avons calculé, à partir de l'équation (2.37), le rapport $\frac{V_1}{V_2}$ entre la tension d'accélération et la tension de la deuxième électrode pour que le point de focalisation soit indépendant de V_1 . Ce calcul nous a conduit à :

$$x = \frac{\phi(0)}{\phi(z_0)} = 0,5445 \quad \text{et} \quad \frac{V_1}{V_2} = 2,56$$

L'efficacité de l'électrode de Pierca (Wehnelt), utilisée pour rendre le faisceau parallèle à l'entrée de la lentille, a été vérifiée en mesurant le courant reçu sur la première électrode pour plusieurs valeurs de la tension de Wehnelt. Les résultats, présentés figure III.5, montrent bien que le courant maximum est obtenu pour une tension nulle du Wehnelt.

L'effet de lentille dû à l'ouverture de la première électrode a été calculé à l'aide de la formule de Davisson Calbick (éq.3.3). Cet effet conduit à une divergence angulaire, à la sortie de ce diaphragme, inférieure à $0,9^\circ$.

Le rayon du faisceau d'électrons passe par un maximum dans la région centrale de la lentille. Ce rayon maximum se situe à $z_{\text{max}} = -0,297 \text{ mm}$ par rapport au centre de la lentille et a pour valeur $r_{\text{max}} = 0,391 \text{ mm}$.

Le calcul du rayon minimum r_m du faisceau au point de focalisation, dû à la charge d'espace, a été effectué à l'aide de la relation (3.5) où r_i est le rayon du faisceau à l'aplomb de la dernière électrode de la lentille ($r_i = 0,294 \text{ mm}$), l'intensité I étant celle mesurée derrière le point de focalisation. La figure III.6 présente la variation de r_m en fonction du potentiel accélérateur. Enfin, la variation

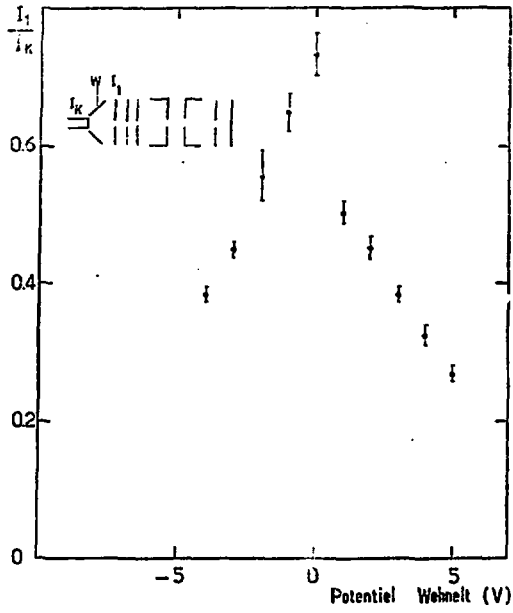


Fig. III.5

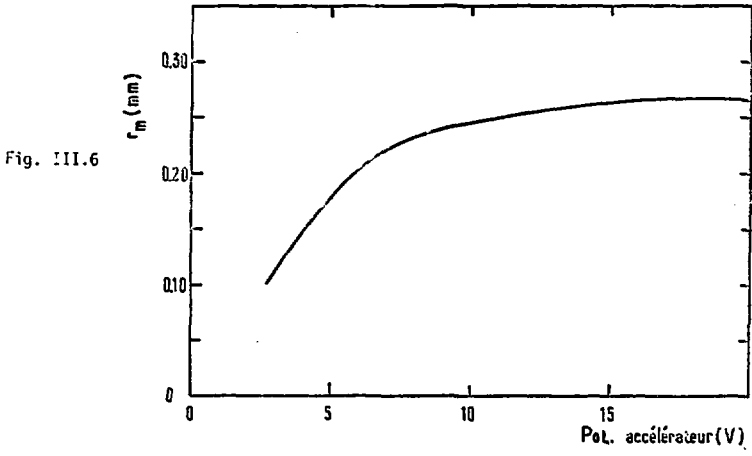


Fig. III.6

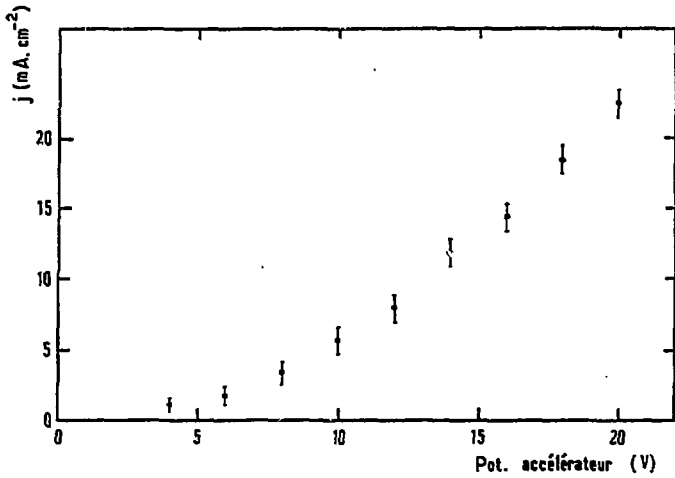


Fig. III.7

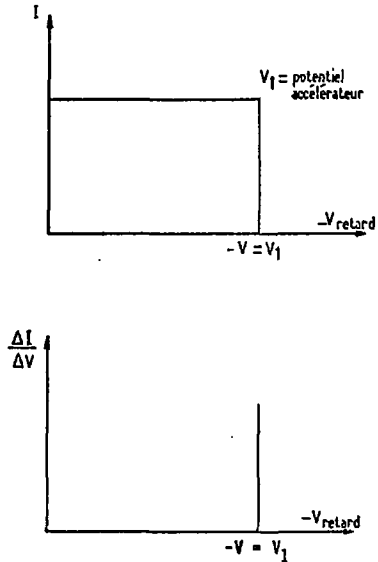
Variation de la densité de courant

de la densité de courant au point de focalisation, présentée sur la figure III.7, a pu être calculée à partir des valeurs de r_m et de I .

2.2. Mesure des énergies des électrons

Nous avons utilisé la méthode du champ électrique retardateur pour mesurer l'énergie des électrons. Cette méthode consiste à appliquer sur la première électrode E_1 un potentiel retardateur créant une barrière de potentiel que les électrons doivent surmonter. La courbe, en fonction du potentiel retardateur, du courant collecté derrière cette électrode fournit une grandeur directement proportionnelle au nombre d'électrons dont l'énergie est supérieure au potentiel retardateur appliqué. L'énergie et la dispersion en énergie des électrons seront alors données par la position et la largeur de la courbe dérivée de la précédente. Pour une dispersion en énergie nulle, on doit obtenir des courbes telles que celles de la figure III.8.

L'énergie et la dispersion en énergie du faisceau d'électrons ont ainsi été mesurées pour différentes valeurs du potentiel accélérateur et en deux endroits différents du canon : avant et après la zone d'interaction entre les deux faisceaux (I_4 et I_5). Un exemple de résultats obtenus est donné sur la figure III.9. Toutes les mesures ont conduit à observer, quel que soit le potentiel accélérateur, un décalage à peu près constant et de l'ordre de 1,5 V entre le potentiel appliqué et l'énergie la plus probable des électrons. Cet écart provient



— Fig. III-8 —

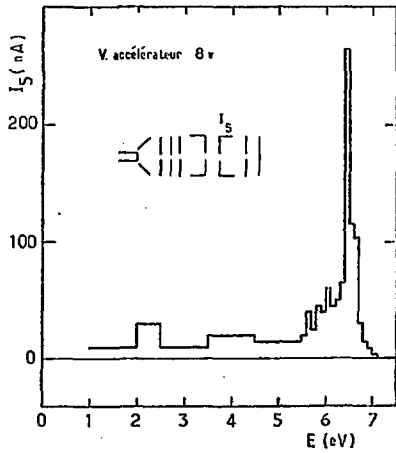
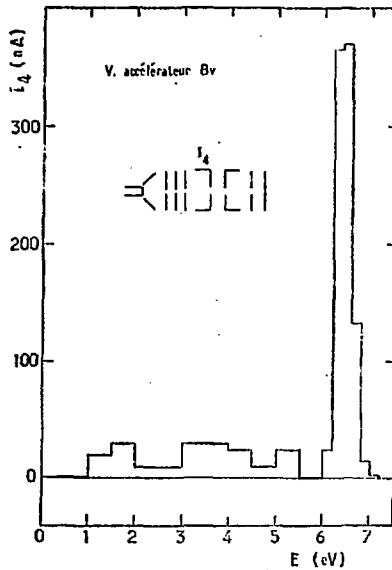


Fig. III.9

Dispersion en énergie des électrons



pour l'essentiel du travail de sortie des électrons de la cathode et des différences de potentiel de contact au niveau des électrodes. La dispersion en énergie des électrons était de l'ordre de 0,3 eV.

2.3. Détermination des potentiels

Les électrons qui se déplacent dans la lentille modifient la répartition du potentiel calculé en ne considérant que les électrodes en l'absence de faisceau. On est conduit ainsi à une nouvelle répartition du potentiel solution d'une équation de Poisson. Pour résoudre le problème, on peut considérer que la distribution du potentiel existant dans le canon est la somme :

- du potentiel produit par les électrodes en l'absence du faisceau, ce qui conduit à résoudre l'équation de Laplace $\Delta V = 0$,
- du potentiel produit par le faisceau d'électrons, ce qui conduit à résoudre l'équation de Poisson $\Delta V = \frac{\rho}{\epsilon}$, mais avec comme condition aux limites un potentiel nul sur les surfaces équipotentielles obtenues par l'équation de Laplace.

a) Le potentiel produit par les électrodes en l'absence d'électrons est la solution de l'équation de Laplace $\Delta V = 0$. Les valeurs limites sont calculées, soit par des conditions dites de "Dirichlet" lorsque la valeur du potentiel est imposée sur la frontière, soit par des conditions dites de "Neumann" lorsque seule la valeur de la dérivée du potentiel est imposée sur la frontière. Les électrodes comportant des ouvertures, des conditions de ce type ne sont pas disponibles. Nous avons alors calculé la valeur du potentiel axial dans la lentille par l'équation (2.7) et ensuite calculé la valeur du potentiel au voisinage de l'axe à partir de l'équation (2.2). Les valeurs du potentiel obtenues à l'aplomb des électrodes extérieures ont alors été utilisées comme conditions de Dirichlet pour résoudre l'équation de Laplace dans l'espace constitué entre la cathode et la première électrode de la lentille.

Pour ce faire, nous avons employé la méthode des différences finies [Nuc 64]. Le principe de la méthode consiste à quadriller la région à étudier par un réseau et à remplacer l'équation aux dérivées partielles (A2.9) par une équation approchée aux différences. On considère un noeud P_0 du réseau ainsi que ses quatre voisins P_1 à P_4 . L'utilisation

d'un développement en série de Taylor permet le calcul du potentiel en P_0 en fonction des valeurs des potentiels aux noeuds voisins. Nous obtenons une expression du type :

$$\varphi(P_0) = \sum_{i=1}^4 C_i \phi(P_i)$$

où les termes C_i sont des fonctions des dimensions de la maille et des coordonnées du noeud P_0 . Le système d'équations obtenu est résolu itérativement par une méthode de surrelaxation successive [Car 61] au moyen d'un programme conçu par Hornsby [Bor 63]. Les courbes du potentiel axial dans la région délimitée par la cathode et la première électrode sont présentées en traits pleins figure III.10 pour trois valeurs du potentiel accélérateur.

Le calcul de la distribution du potentiel en l'absence de faisceau a également été effectué dans le domaine limité par la cathode et la lentille à trois électrodes. Les résultats pour une tension d'accélération de 10 V sont présentés figure III.11. Les corrections à apporter du fait de la charge d'espace ont été calculées [Mel 68] et ont été trouvées négligeables dans le domaine de la lentille.

b) Le champ de charge d'espace dû au faisceau d'électrons est important dans les régions de grande densité électronique ou dans leur voisinage immédiat. Or, on rencontre de grandes densités électroniques, d'une part près de la cathode et d'autre part au point de focalisation du faisceau.

Pour calculer la distribution de potentiel au voisinage de la cathode, nous avons résolu l'équation de Poisson. La recherche de la solution nécessite la connaissance de la valeur de la densité de courant, et donc, en premier lieu, la connaissance de l'énergie moyenne kT des électrons au sortir de la cathode. Pour cela, nous avons mesuré la température de la cathode au moyen d'un pyromètre, ce qui conduit à une énergie moyenne :

$$\bar{E} = kT = 0,09 \text{ eV}$$

Une confirmation de cette valeur nous été donnée par la mesure de la

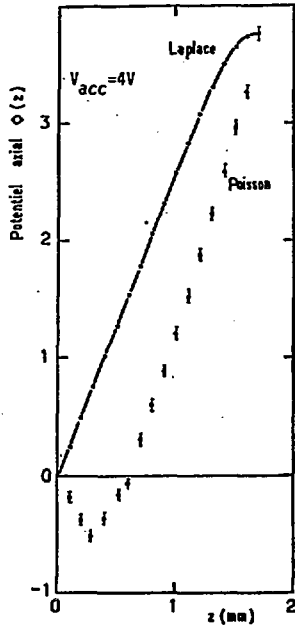
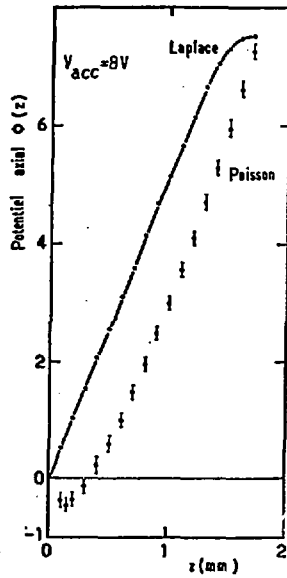
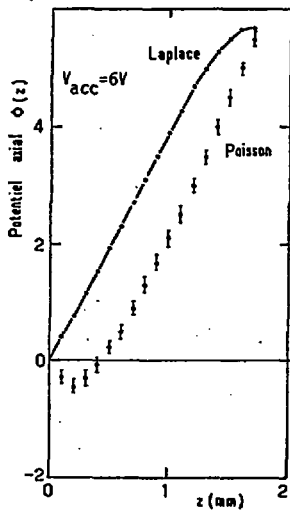
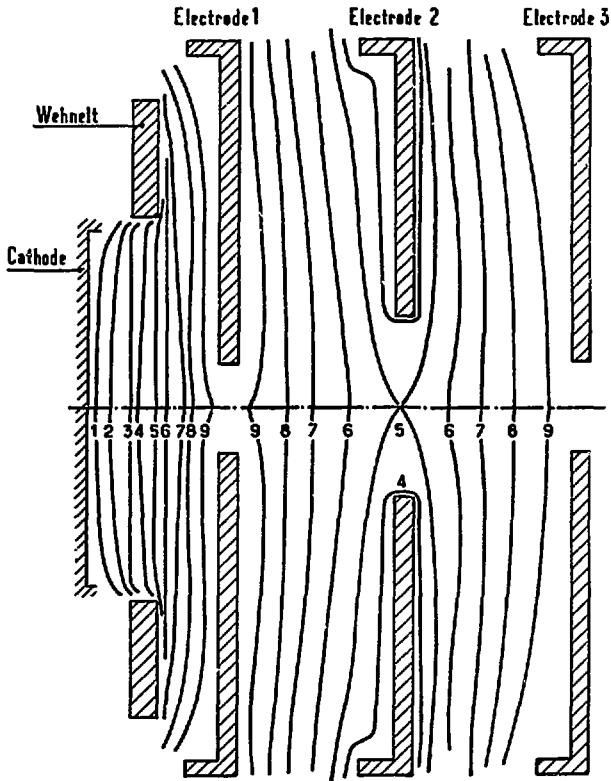


Fig. III.10
Variation du potentiel axial
entre la cathode et la première
électrode





— Fig. III. 11 —

Equipotentielles à l'intérieur de la lentille

distribution des énergies initiales des électrons à tension d'accélération nulle. Cette mesure a été obtenue à partir du courant sur la première électrode en fonction d'une contre-tension appliquée sur cette électrode (fig. III.12).

A partir de la mesure de l'intensité du courant reçu sur la première électrode, et en faisant l'approximation d'une densité de courant uniforme, nous avons déduit les valeurs des densités de courant pour différentes valeurs de la tension appliquée à la première électrode. Les équations (1.20), (1.21) et (1.22) ainsi que les tables de Langmuir [Lan 23] nous ont permis ensuite d'obtenir les valeurs du potentiel axial. Les résultats de ces calculs sont présentés sur la figure III.10. Sur cette figure, les barres d'erreur proviennent des incertitudes lors de la mesure des intensités. La comparaison des calculs a) et b) montre que la charge d'espace influe très peu sur la distribution du potentiel au niveau de la première électrode.

La détermination des effets de charge d'espace dans la zone de focalisation est plus complexe car les dimensions transversales du faisceau électronique dépendent des conditions de fonctionnement de la lentille qui comprime le faisceau.

Nous avons calculé la réduction de potentiel due à la charge d'espace dans la zone de collision par la relation suivante [Hed 68] :

$$\Delta V(V) = 1.5 \cdot 10^{-2} \left[1 + 2 \ln \left(\frac{r_c}{r_e} \right)^2 \right] iV^{-1/2}$$

où i est le courant en μA contenu dans le faisceau de rayon r_e , r_c est le rayon de la chambre de collision, V est le potentiel des électrodes constituant la chambre. Le tableau (III.2) présente les résultats obtenus pour quelques valeurs de V . Nous avons utilisé pour valeur de r_e la valeur r_m , pour valeur de r_c la distance entre les électrodes 5 et 6 et pour valeur de i la valeur mesurée par I_5 et I_6 .

V. Acc.	4	8	12	16	20
- $\Delta V(V)$	0,005	0,024	0,055	0,093	0,130

Tableau III.2

On peut voir dans ce tableau que l'effet de la charge d'espace joue un rôle négligeable sur les potentiels dans la zone de focalisation.

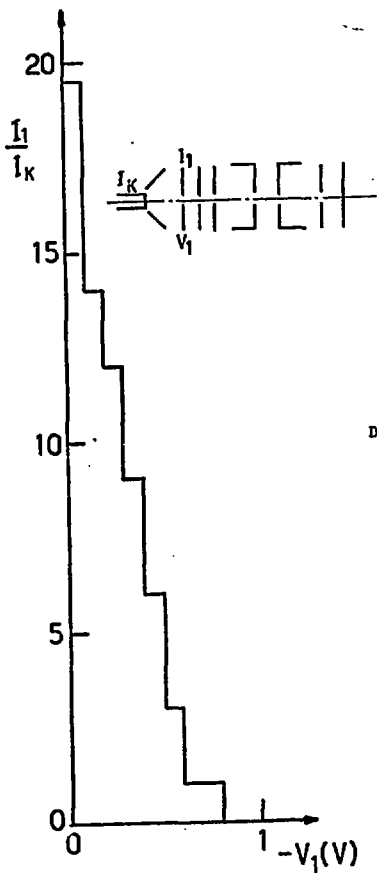


Fig. III.12
Distribution des énergies
initiales des électrons

3. COURBE D'IONISATION DU SODIUM PAR LA TECHNIQUE DES JETS CROISES

Nous avons voulu tester le bon fonctionnement du canon à électrons en mesurant la courbe de variation de la section efficace d'ionisation des atomes de sodium en fonction de l'énergie des électrons. Pour cela, nous avons utilisé la technique des jets croisés dans laquelle le faisceau d'électrons interagit avec un faisceau d'atomes de sodium (fig. III.1). Le courant d'ions collectés, amplifié par le dispositif de détection des ions, a été normalisé au courant d'électrons recueilli derrière la zone d'interaction. Les résultats sont présentés figure III.13. Les résultats antérieurs montrent que le seuil d'ionisation du sodium se situe à 5,12 eV et que la section efficace d'ionisation est maximum aux environs de 15 eV pour ensuite décroître lentement et atteindre le tiers de la valeur maximum vers 100 eV [Bri 62], [McF 65].

Nous n'avons pas pu mesurer le seuil d'ionisation à cause de la sensibilité de notre méthode de détection. Par contre, la courbe de la figure III.13 présente un maximum vers 14 eV et une décroissance lente jusque vers 18 eV. Cependant, au-delà de 18 eV, nous observons une remontée du courant d'ions qui semble indiquer la présence d'autres atomes ou molécules dans le jet de sodium. Il pourrait s'agir du composé organique dans lequel est conservé le sodium.

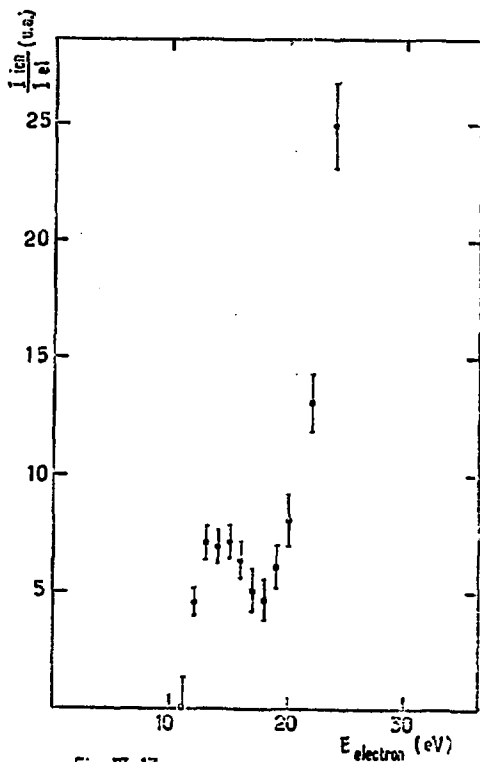


Fig. III.13 —

Variation de la section efficace d'ionisation
du sodium

CONCLUSION

Nous avons étudié et réalisé un canon à électrons prévu pour fonctionner dans le domaine des faibles énergies. Une électrode d'extraction de type Pierce fournit un faisceau parallèle. Ce faisceau est focalisé par une lentille électrostatique à trois électrodes en un point dont la position est indépendante de l'énergie.

Le faisceau d'électrons a une dispersion en énergie de l'ordre de 0,3 eV et la densité de courant dans la zone de focalisation est de $1,8 \text{ mA/cm}^2$.

Nous avons testé notre dispositif en mesurant la courbe de variation de la section efficace d'ionisation du sodium. Bien que les problèmes techniques liés à la détection des ions n'aient pas pu être tous résolus, nous avons pu mettre en évidence l'ionisation du sodium et vérifié que le canon à électrons fonctionnait dans des conditions satisfaisantes.

BIBLIOGRAPHIE

- [Ash 72] Ashok K. Vijn, P. Lenfant, Can. J. Phys., 51 (1973), 111
- [Bak 67] Baker, Laurensen, Vanmoron, Le Vide, 127 (1967), 22
- [Bos 73] G. Bosi, J. Appl. Phys., 44 (1973), 390
- [Bre 67] G.R. Brewer, "Focusing of charged particles", vol. 2, Septier ed., Acad. Press, N.Y. (1967), 23
- [Bri 62] G.O. Brink, Phys. Rev. 127 (1962), 1204
- [Car 61] B.A. Carré, Computer Journal, 4 (1961), n° 1
- [Cha 60] Champeix, "Physique et technique des tubes électroniques", 1960 Dunod, Paris
- [Chi 11] Child, Phys. Rev., 32 (1911), 492
- [Col 70] Collins, Aubrey, Eisner, Celotta, Rev. Sci. Instr., 41 (1970), 1403
- [Dus 62] Dushman, Lafferty, "Scientific foundations of vacuum technique", Wiley, (1962), 94
- [Dur 66] Durand, "Electrostatique", Tome 2, Masson (1966)
- [ElK 70] El-Kareh, "Electron beams, lenses, and optics", Acad. Press N.Y., (1970)
- [Has 57] G.A. Haas, J.T. Jensen, Rev. Sci. Instr., 28 (1957), 1007
- [Has 67] G.A. Haas, "Methods of experimental Physics", vol. 4, part. A, Acad. Press, N.Y., (1967), 1
- [Har 69] E. Harting, K.M. Burrous, Rev. Sci. Instr., 41 (1970), 97
- [Haw 67] P.W. Hawkes, "Focusing of charged particles", vol. 1, Septier ed., Acad. Press, N.Y. (1967), 466
- [Hed 68] D.W.O., Heddle, "Methods of experimental Physics", vol. 7, part. A, Acad. Press, N.Y. (1968), 53
- [Her 51] Hermann "The oxide-coated cathode", Chapman and Hall, Londres (1951)

- [Hoo 66] J.W. Hooper, Lineberger, Bacon, Phys. Rev., 141 (1966), 165
- [Hor 63] J. Hornsby, CERN 63-7, Data Handling Division (1963)
- [Hug 57] R.C. Hugues, P.P. Coppola, Rev. Techn. Phil., 19 (1957), 232
- [Hum 49] C.S. Hung, J. Appl. Phys., 21 (1950), 37
- [Kam 56] D. Kamke, "Handbuch der Physik", vol. XXXIII, Springer - Verlag, Berlin, (1956), 16
- [Kar 73] H.U. Karow, "Bau und Erprobung zweier Elektronenkanonen von Pierce-Typ", KFK 1871, 1973, Institute für Neutronenphysik und Reaktortechnik, Kernforschungszentrum ; Karlsruhe
- [Lan 13] I. Langmuir, Phys. Rev., 2 (1913), 450
- [Lan 23] I. Langmuir, Phys. Rev., 21 (1923), 419
- [Lan 37] D.B. Langmuir, Proc. IRE, 25 (1937), 977
- [Lei 56] S. Leisegan, "Handbuch der Physik, vol. XXXIII, Springer-Verlag, Berlin (1956), 413
- [Lem 50] H. Lemmens, Jansen, Loosjes, Rev. Tech. Phil., 11 (1950), 349
- [Lev 57] R. Levi, Rev. Tech. Phil., 19 (1957), 239
- [Mac 66] J.W. Mc Gowan, Rev. Sci. Instr., 38 (1967), 285
- [McF 65] R.H. Mc Farlane, J.D. Kinney, Phys. Rev. 137 (1965) A 1058
- [Mos 68] H. Moss, "Narrow angle electron guns and cathode ray tubes", Acad. Press, N.Y. (1968)
- [Ney 61] R.H. Neynaber, L.L. Marino, E.W. Rothe, S.M. Trujillo, Phys. Rev., 123 (1961), 148
- [Nuc 64] "Nuclear Science and Technology", Numerical Methods of Reactor Analysis, Acad. Press 1964 p 111
- [Pet 56] R.W. Peterson, Anderson, Shephard, J. Appl. Phys., 28 (1957), 22

- [Pie 41] J.R. Pierce, Proc. IRE, 29 (1941) 28
- [Pie 49] J.R. Pierce, "Theory and Design of Electron Beams", Van Nostrand, (1949), 178
- [Pik 68] G.A. Pikus, V.F. Shnyukov, Bull. Acad. Sci., USSR Phys. Ser. (USA), 33, (1969), 371
- [Plu 50] R.H. Plumlee, L.P. Smith, J. Appl. Phys. (1950), 811
- [Ram 56] N.F. Ramsey, "Molecular Beams", Clarendon Press, Oxford (1956)
- [Reg 51] E. Regenstreiff, Ann. Radioelec, 6 (1951), 51, 164, 244, 299
- [Sch 36] O. Scherzer, Z. Physik, 101 (1936), 602
- [Sim 62] J.A. Simpson, C.E. Kuyatt, Rev. Sci. Instr., 34 (1963), 265
- [Smi 72] H.R. Smith, "Principles of electron beam technology", 2nd Electron beam processing seminar proceedings, (1972), 1a 1
- [Vol 66] F.F. Vol'kenshtein, Sov. Phys. Uspakhi, 9 (1967), 743
- [Zal 68] P. Zalm, A.J.A. Van Stratum, Phil. Techn. Rev., 27 (1968), 69

APPENDICE A1

Distribution des vitesses des électrons émis d'une cathode plane

Sur la figure A1 représentant le diagramme énergétique de la cathode, nous notons :

$e\phi_0$ le travail d'extraction de la cathode

$e\phi_F$ l'énergie du niveau de Fermi, F

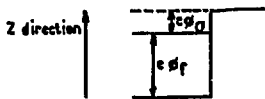


Fig. A1

ϕ' , ϕ'_X , ϕ'_Y , ϕ'_Z sont les potentiels correspondant à la vitesse totale et aux composantes de vitesse d'un électron à l'intérieur de la cathode.

Ainsi :

$$\phi' = \phi'_X + \phi'_Y + \phi'_Z \quad \text{et} \quad E' = e\phi'$$

ϕ , ϕ_X , ϕ_Y , ϕ_Z sont les potentiels correspondant à la vitesse totale et aux composantes de vitesse de l'électron émis, donc $\phi = \phi_X + \phi_Y + \phi_Z$.

Comme la cathode est plane, les relations suivantes sont vérifiées :

$$\phi'_X = \phi_X \quad \text{et} \quad \phi'_Y = \phi_Y$$

En outre, la densité de courant des électrons est liée à la distribution de Fermi par :

$$d^3j(v_X, v_Y, v_Z) = e v_Z N(v'_X, v'_Y, v'_Z) dv'_X dv'_Y dv'_Z \quad (A1.1)$$

donc en remplaçant (1.7) par sa valeur dans l'équation(A1.1)

$$d^3j(v_X, v_Y, v_Z) = 2e v_Z \frac{m^3}{h^3} \frac{dv'_X dv'_Y dv'_Z}{1 + \exp\left[\frac{E' - F}{kT/c}\right]}$$

La densité de courant des électrons dans une vitesse axiale v_z inférieure à $\sqrt{\frac{2e\phi_z}{m}}$ est donnée par la formule suivante :

$$d^2j(\phi_z) = \frac{2m^2 e^2}{h^3} dv_X dv_Y \int_{\phi_0 + \phi_F}^{\phi_0 + \phi_F + \phi_z} \frac{d\phi'_z}{1 + \exp\left[\frac{(\phi'_z - \phi_F)}{kT_c}\right]} \quad (A1.2)$$

où nous avons remplacé $\frac{1}{2} m v_z'^2$ par $e\phi'_z$ (A1.3)

et $v_z' dv_z'$ par $\frac{e}{r} d\phi'_z$

L'intégrale de l'équation(A1.2) peut s'écrire :

$$\frac{kT_c}{e} \ln \frac{1 + e^{-\theta}}{1 + e^{-\theta'}}$$

où nous avons posé $\theta = (\phi_0 + \phi_X + \phi_Y) e/kT_c$

$$\theta' = (\phi_0 + \phi_X + \phi_Y + \phi_z) e/kT_c$$

θ et θ' sont grands par rapport à 1, donc $\ln \frac{1 + e^{-\theta}}{1 + e^{-\theta'}} = e^{-\theta} - e^{-\theta'}$

La substitution de ce résultat dans l'équation(A1.2) donne :

$$d^2j(\phi_z) = \frac{2m^2 e^2}{h^3} dv_X dv_Y \frac{kT_c}{e} \left\{ e^{-\theta} - e^{-\theta'} \right\} \quad (A1.4)$$

La dérivation de l'équation (A1.4) par rapport à ϕ_z fournit la densité de courant d^3j des électrons émis avec des composantes de vitesse dans l'intervalle

$$v_X, v_X + dv_X$$

$$v_Y, v_Y + dv_Y$$

$$\sqrt{\frac{2e\phi_z}{m}}, \sqrt{\frac{2e}{m} (\phi_z + d\phi_z)}$$

Nous trouvons :

$$d^3j = \frac{2n^2 e^2}{h^3} \exp\left(-\frac{e\phi_0}{kT_c}\right) \exp\left[-\frac{e}{kT_c}(\phi_X + \phi_Y + \phi_Z)\right] dV_X dV_Y d\phi_Z \quad (A1.5)$$

En intégrant cette équation par rapport à V_X et V_Y , nous obtenons la densité de courant $dj(\phi_Z)$ des électrons dont la composante axiale de vitesse est comprise entre :

$$\sqrt{\frac{2e\phi_Z}{m}} \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{2e}{m}(\phi_Z + d\phi_Z)}$$

$$dj(\phi_Z) = \frac{4\pi na^2 kT_c}{h^3} \exp\left(\frac{e\phi_0}{kT_c}\right) \exp\left(\frac{e\phi_Z}{kT_c}\right) d\phi_Z \quad (A1.6)$$

et en intégrant de 0 à ∞ , nous obtenons le résultat correspondant à l'émission de saturation (équation 1.3) où $W_s = e\phi_0$.

En nous servant de cette équation mise sous la forme :

$$\frac{\exp\left[-\frac{e\phi_0}{kT_c}\right]}{h^3} = \frac{j_s}{4\pi na^2 (kT_c)^2}$$

et de la relation (A1.3), l'équation (A1.5) devient :

$$d^3j = \frac{2}{\pi} j_s \left(\frac{m}{2kT_c}\right)^2 V_Z \exp\left[-\frac{mV^2}{2kT_c}\right] dV_X dV_Y dV_Z \quad (A1.7)$$

et l'équation (A1.6) s'écrit :

$$dj(\phi_Z) = \frac{e}{kT_c} j_s \exp\left[-\frac{e\phi_Z}{kT_c}\right] \quad (A1.8)$$

où $dj(\phi_Z)$ représente la densité de courant à la cathode des électrons du faisceau émis avec des vitesses axiales incluses dans l'intervalle $\sqrt{\frac{2e}{m}\phi_Z}$ et $\sqrt{\frac{2e}{m}(\phi_Z + d\phi_Z)}$.

La fonction de distribution des vitesses des électrons à la surface de la cathode est :

$$\frac{2}{\pi} \left(\frac{m}{2kT_c}\right)^2 v_z \exp\left[-\frac{m v^2}{2kT_c}\right] dv_x dv_y dv_z \quad (A1.9)$$

Si nous passons en coordonnées cylindriques telles que :

$$\vec{v}_T = i v_x + j v_y \quad \text{soit la vitesse transverse et}$$

$\alpha = \text{Arctg} \frac{v_y}{v_x}$ soit l'angle azimutal dans le plan X-Y (fig.A1.2), alors le calcul du Jacobien J_1 tel que :

$$dv_x dv_y dv_z = J_1 dv_T dv \alpha$$

donne

$$J_1 = \frac{v v_T}{\sqrt{v^2 - v_T^2}}$$

et le résultat de la transformation de l'équation (A1.7) est :

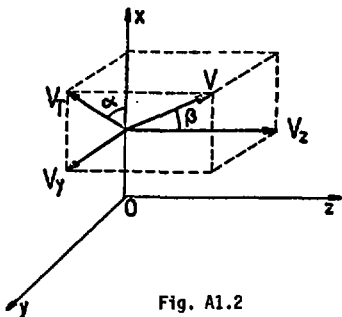


Fig. A1.2

$$d^3j = \frac{j_s}{2\pi} \left(\frac{m}{2kT_c}\right)^2 \exp\left[-\frac{m v^2}{2kT_c}\right] dv^2 dv_T^2 d\alpha \quad (A1.10)$$

soit, exprimée en fonction des potentiels :

$$d^3j = \frac{j_s}{2\pi} \left(\frac{e}{kT_c}\right)^2 \exp\left[-\frac{e\phi}{kT_c}\right] d\phi d\phi_T d\alpha \quad (A1.11)$$

Il est intéressant d'exprimer la distribution en fonction de l'énergie E , où :

$$E = \frac{1}{2} m (v_T^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} m v^2$$

et des angles α et β défini par :

$$\beta = \text{Arctg} \frac{v_T}{v_z}$$

Le Jacobien J_2 de la transformation est donné par :

$$dV_T dV_Z da = J_2 dE da dB$$

où $J_2 = m$

Ainsi la distribution devient :

$$\frac{1}{n} \frac{E}{(kT_c)^2} \exp \left[-\frac{E}{kT_c} \right] \sin \beta \cos \beta dE d\beta da \quad (A1.12)$$

Nous sommes alors en mesure de calculer les diverses moyennes relatives au faisceau émis, à la cathode.

La distribution des vitesses transverses est trouvée en intégrant l'équation (A1.11) sur α de 0 à 2π , et sur β de ϕ_T à l'infini. Cette intégration donne :

$$dj(\phi_T) = j_s \frac{e}{kT_c} \exp \left(-\frac{e\phi_T}{kT_c} \right) d\phi_T \quad (A1.13)$$

L'énergie transverse E_T est donnée par $E_T = e \phi_T$ et sa valeur moyenne $\overline{E_T}$ par :

$$\overline{E_T} = \frac{1}{j_s} \int_{E_T=0}^{\infty} E_T dj(\phi_T) \quad (A1.14)$$

L'intégration de (A1.14) en utilisant l'équation (A1.13) fournit :

$$\overline{E_T} = kT_c \quad (A1.15)$$

L'énergie axiale est E_Z :

$$E_Z = e \phi_Z$$

et sa valeur moyenne :

$$\overline{E_Z} = \frac{1}{j_s} \int_{E_Z=0}^{\infty} E_Z dj(\phi_Z) \quad (A1.16)$$

L'intégration de l'équation (A1.16) se fait en utilisant l'équation (A1.13)

et nous obtenons :

$$\overline{E}_Z = kT_c \quad (A1.17)$$

L'énergie totale moyenne \overline{E} est :

$$\overline{E} = \overline{E}_T + \overline{E}_Z = 2kT_c$$

Le courant transporté dans le faisceau, à la cathode, dû aux électrons émis avec des vitesses axiales entre $\frac{\sqrt{2e}}{m} \phi_Z$ et $\frac{\sqrt{2e}}{m} (\phi_Z + d\phi_Z)$ est donné par :

$$dI(\phi_Z) = j_s \frac{e}{kT_c} \exp\left(-\frac{e\phi_Z}{kT_c}\right) d\phi_Z \int_0^{R_K} 2r dr$$

où R_K est le rayon de la cathode. Donc, si nous posons $I_s = \pi R_K^2 j_s$, alors

$$dI(\phi_Z) = I_s \frac{e}{kT_c} \exp\left(-\frac{e\phi_Z}{kT_c}\right) d\phi_Z \quad (A1.18)$$

APPENDICE A2

Distribution du potentiel dû à un trou circulaire séparant deux régions de champ uniforme

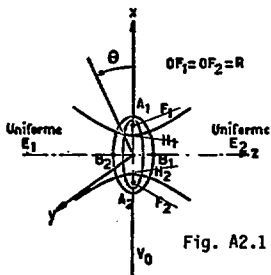


Fig. A2.1

Nous considérons une électrode dans le plan xOy présentant une ouverture circulaire de rayon $OF_1 = OF_2 = R$ (fig. A2.1). Cette électrode suppose très mince et au potentiel V_0 , sépare deux régions de champs uniformes qui, à grande distance du centre de l'ouverture, sont égaux à E_1 et E_2 .

- Choix des variables

Dans le plan xOz , l'équation d'une ellipse de foyers F_1 et F_2 sur l'axe Ox est :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad , \quad y = 0 \quad (A2.1)$$

avec

$$\begin{aligned} OA_1 &= OA_2 = a \\ OB_1 &= OB_2 = b \\ a^2 - b^2 &= R^2 \end{aligned}$$

Si nous posons $b = uR$, alors

$$a^2 = R^2 (1 + u^2)$$

L'équation de l'ellipse peut s'écrire :

$$\frac{x^2}{R^2(1+u^2)} + \frac{z^2}{R^2u^2} = 1 \quad y = 0 \quad (A2.2)$$

L'ellipse est réelle pour $u^2 > 0$.

Si nous faisons tourner l'ellipse par rapport à l'axe z , nous obtenons un ellipsoïde dont l'équation est :

$$\frac{x^2}{R^2(1+u^2)} + \frac{y^2}{R^2(1+u^2)} + \frac{z^2}{R^2u^2} = 1 \quad (A2.3)$$

qui peut s'écrire en coordonnées cylindriques :

$$\frac{r^2}{R^2(1+u^2)} + \frac{z^2}{R^2u^2} = 1 \quad (A2.4)$$

L'équation d'une hyperbole dans le plan xOz de foyers F_1 et F_2 est :

$$\frac{x^2}{c^2} - \frac{z^2}{d^2} = 1, \quad y = 0 \quad (A2.5)$$

avec

$$OH_1 = OH_2 = c$$

$$d^2 = R^2 - c^2$$

Si nous posons $d = vR$ avec $0 \leq v < 1$, alors $c^2 = (1-v^2)R^2$ et l'équation (A2.5) peut s'écrire :

$$\frac{x^2}{R^2(1-v^2)} - \frac{z^2}{R^2v^2} = 1, \quad y = 0 \quad (A2.6)$$

Si nous faisons tourner l'hyperbole par rapport à l'axe z , nous obtenons un hyperboloïde de révolution à une nappe. L'équation de cet hyperboloïde est :

$$\frac{x^2+y^2}{R^2(1-v^2)} - \frac{z^2}{R^2v^2} = 1 \quad (A2.7)$$

qui s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\frac{r^2}{R^2(1-v^2)} - \frac{z^2}{R^2v^2} = 1 \quad (A2.8)$$

Les surfaces $u = Cte$ et $v = Cte$ définissent donc respectivement les ellipsoïdes et les hyperboloïdes de révolution tandis que les surfaces $\theta = Cte$ définissent les plans contenant l'axe Oz [Dur 66] .

La surface $u = 0$ entraîne, d'après les équations (A2.4) et (A2.8) :

$$z = 0 \\ r^2 = R^2(1-v^2)$$

et représente donc l'ouverture circulaire de l'électrode.

D'une façon similaire, la surface $v = 0$ entraîne :

$$z = 0 \\ r^2 = R^2(1+u^2)$$

et représente l'électrode plane à l'exclusion de l'ouverture.

Le système de variables u, v, θ permet donc de définir tous les points de l'espace [E1 70].

- Distribution du potentiel

Le potentiel obéit à l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (A2.9)$$

Les équations (A2.4) et (A2.8) permettent d'effectuer le changement de variables $(r, \theta, z) \rightarrow (u, v, \theta)$.

Le passage d'un système à l'autre se fait à partir des relations :

$$z = Ruv \quad (A2.10)$$

$$r = R \left[(1+u^2)(1-v^2) \right]^{1/2} \quad (A2.11)$$

L'équation de Laplace peut alors s'écrire :

$$(1+u^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial u^2} + (1-v^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial v^2} + 2u \frac{\partial \phi}{\partial u} + 2v \frac{\partial \phi}{\partial v} = 0 \quad (A2.12)$$

Pour résoudre cette équation, nous utilisons la méthode de séparation des variables en posant :

$$\phi = U(u) V(v)$$

L'équation (A2.12) s'écrit alors :

$$\frac{1}{U} \frac{d}{du} \left\{ (1+u^2) \frac{dU}{du} \right\} + \frac{1}{V} \frac{d}{dv} \left\{ (1-v^2) \frac{dV}{dv} \right\} = 0 \quad (A2.13)$$

ce qui conduit aux deux équations différentielles :

$$(1+u^2) \frac{d^2 U}{du^2} + 2u \frac{dU}{du} - kU = 0 \quad (A2.14)$$

$$\text{et} \quad (1-v^2) \frac{d^2 V}{dv^2} - 2v \frac{dV}{dv} + kV = 0 \quad (A2.15)$$

La valeur de k peut être obtenue à partir des conditions aux limites qui sont :

$v = 0$, $\phi = V_0$ le potentiel sur l'électrode ;

$z \ll 0$, le champ électrique est uniforme et égal à E_1 ;

$z \gg 0$, le champ est uniforme et égal à E_2

Dans ce cas, nous devons avoir :

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial \phi}{\partial z} = -E_1 \quad \text{et} \quad \lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{\partial \phi}{\partial z} = -E_2 \quad (A2.16)$$

puisque $\Sigma = -\text{grad } \phi$.

Nous imposons, par conséquent, que pour les grandes valeurs de z , le potentiel UV soit proportionnel à z . Si nous nous reportons à la figure A2.1, nous pouvons voir que les grandes valeurs de z correspondent aux grandes valeurs de u . Comme d'après (A2.10), $z = Ruv$, le potentiel UV, pour les grandes valeurs de u , doit être proportionnel à uv pour des valeurs arbitraires de v . Ceci signifie que V doit être proportionnel à v . Si nous posons $V = Av$ dans l'équation (A2.15), nous obtenons :

$$2vA + kAv = 0 \quad , \quad \text{ce qui entraîne } k = 2 \quad (A2.17)$$

Par conséquent, l'équation (A2.14) peut s'écrire :

$$(1 + u^2) \frac{d^2 U}{du^2} + 2u \frac{dU}{du} - 2U = 0 \quad (A2.18)$$

dont une solution est $U = u$

Puisque l'équation (A2.14) est linéaire, nous pouvons supposer que la solution générale est :

$$U = u f(u) \quad (A2.19)$$

Alors

$$(1 + u^2) u \frac{d^2}{du^2} f(u) + 2(1 + 2u^2) \frac{d}{du} f(u) = 0 \quad (A2.20)$$

soit

$$\frac{d}{du} \left(1u \frac{df(u)}{du} \right) = -2 \frac{1 + 2u^2}{(1+u^2)u} = -2 \left(\frac{1}{u} + \frac{u}{1+u^2} \right) \quad (A2.21)$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\ln \frac{df(u)}{du} = -2 \ln u - \ln(1+u^2) + \ln C_1 \quad (A2.22)$$

soit :

$$\frac{df(u)}{du} = \frac{C_1}{u^2(1+u^2)} \quad (A2.23)$$

L'intégration de cette équation permet d'écrire la fonction U sous la forme :

$$U = uf(u) = K_1 u + K_2 (u \operatorname{Arctgu} + 1) \quad (A2.24)$$

La solution générale est par conséquent :

$$\phi = UV = Av [K_1 u + K_2 (u \operatorname{Arctgu} + 1)] + C \quad (A2.25)$$

Soit en introduisant de nouvelles constantes A, B, C :

$$\phi = Au v + B v (u \operatorname{Arctgu} + 1) + C \quad (A2.26)$$

Les valeurs des constantes A, B, C dépendent des conditions aux limites. La première condition aux limites $v = 0$, $\phi = V_0$ entraîne $C = V_0$.

En revenant au système de coordonnées cylindriques à partir des relations (A2.16) le potentiel ϕ s'écrit :

$$\phi = \frac{A}{R} z + \frac{B}{R} z (\operatorname{Arctgu} + \frac{1}{u}) + V_0 \quad (A2.27)$$

avec

$$u = \pm \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{R^2} + \frac{z^2}{R^2} - 1 \right) + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{r^2}{R^2} + \frac{z^2}{R^2} - 1 \right)^2 + \frac{4z^2}{R^2} \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \quad (A2.28)$$

Le signe positif de u correspond aux valeurs positives de z et le signe négatif de u correspond aux valeurs négatives de z ; ce qui permet d'éliminer le signe \pm en écrivant :

$$\phi = \frac{A}{R} z + \frac{B}{R} |z| (\operatorname{Arctgu} + \frac{1}{u}) + V_0 \quad (A2.29)$$

Les conditions aux limites (A2.16) conduisent aux deux équations :

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{A}{R} + \frac{B}{R} \frac{\pi}{2} = -E_2 \quad (\text{A2.30})$$

et

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{A}{R} - \frac{B}{R} \frac{\pi}{2} = -E_1 \quad (\text{A2.31})$$

Par conséquent, la fonction potentiel s'écrit finalement :

$$\phi(r, z) = -\frac{1}{2} (E_1 + E_2)z + \frac{1}{\pi} (E_1 - E_2) |z| (\text{Arctg } u + \frac{1}{u}) + V_0 \quad (\text{A2.32})$$

Sur l'axe Oz le potentiel devient :

$$\phi(0, z) = -\frac{1}{2} (E_1 + E_2)z + \frac{1}{\pi} (E_1 - E_2) |z| (\text{Arctg } \frac{|z|}{R} + \frac{R}{|z|}) + V_0 \quad (\text{A2.33})$$

Pour toutes les valeurs de z, l'équation (A2.33) peut être écrite comme suit :

$$\phi(0, z) = -\frac{1}{2} (E_1 + E_2)z + \frac{R}{\pi} (E_1 - E_2) (\frac{z}{R} \text{Arctg } \frac{z}{R} + 1) + V_0 \quad (\text{A2.34})$$

La valeur du potentiel au centre de l'ouverture est alors :

$$\phi(0, 0) = \frac{R}{\pi} (E_1 - E_2) + V_0 \quad (\text{A2.35})$$

On peut en déduire la valeur du potentiel au niveau du diaphragme constituant l'ouverture

Pour $z = 0$ et $r^2 > R^2$, $\phi = V_0$

Pour $z = 0$ et $r^2 < R^2$, $u = 0$ et d'après l'équation (A2.26), nous avons :

$$\phi(r, 0) = Bv + C$$

Si nous substituons la valeur de B, en utilisant $C = V_0$, nous obtenons :

$$\phi(r, 0) = \frac{R}{\pi} (E_1 - E_2) v + V_0$$

La figure A2.1 montre que :

$$r = OH_1 = R(1 - v^2)^{1/2}$$

où $v = (1 - (r^2/R^2))^{1/2}$

et par conséquent :

$$\phi(r,0) = \frac{E_1 - E_2}{\pi} (R^2 - r^2)^{1/2} + v_0 \quad (A2.36)$$

APPENDICE A3

Rayons paraxiaux dans des champs électriques à symétrie axiale -
Equation de Gauss - Transformation de Picht

Lorsque la direction incidente des électrons se situe dans un plan méridien, comme il n'y a pas de variation du potentiel par rotation autour de l'axe, la trajectoire de l'électron reste dans ce plan. Son mouvement peut être décrit par les deux coordonnées r et z .

Soit E_r la composante radiale du champ électrique et E_z sa composante axiale, alors le mouvement est décrit par :

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 r}{dt^2} &= - e E_r \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= - e E_z \end{aligned} \right\} \quad (A3.1)$$

Comme nous traitons des rayons paraxiaux, alors :

$$\phi(z, r) = \phi(z) - \frac{r^2}{4} \phi''(z)$$

$$\text{et} \quad E_r = - \frac{\partial \phi}{\partial r}(z, r) = \frac{1}{2} \phi''(z) r \quad (A3.2)$$

Nous avons :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{dz}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right] = e\phi(z) \quad (A3.3)$$

En substituant (A.2) dans (A.1), nous obtenons :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{e}{2} \phi''(z) r \quad (A3.4)$$

L'expression (A.3) peut s'écrire :

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \right] = e\phi(z) \quad (A3.5)$$

Comme $\left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \ll 1$, alors $\frac{dz}{dt} = \left[\frac{2e\phi(z)}{m} \right]^{1/2}$

et en utilisant la transformation :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = m \left[\frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} \left(\frac{dr}{dz} \frac{dz}{dt} \right) \right] \quad (A3.6)$$

nous éliminons la variable temps et nous obtenons :

$$2e \left[\phi(z) \right]^{1/2} \frac{d}{dz} \left\{ \left[\phi(z) \right]^{1/2} \frac{dr}{dz} \right\} + \frac{e}{2} \phi''(z)r = 0$$

qui se met sous la forme :

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\phi'(z)}{2\phi(z)} \frac{dr}{dz} + \frac{\phi''(z)}{4\phi(z)} r = 0 \quad (A3.7)$$

L'équation(A3.7) est appelée équation de Gauss. Elle est d'emploi difficile à cause de la présence de $\phi''(z)$. Ficht a introduit une modification utile en utilisant une nouvelle variable :

$$R = r\phi^{1/4} \quad (A3.8)$$

qui après substitution dans l'expression (A3.7) et simplification, conduit à l'équation :

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = - \frac{3}{16} \left(\frac{\phi'(z)}{\phi(z)} \right)^2 R \quad (A3.9)$$

APPENDICE A4

Coefficients des trajectoires - Définition du rayon limite

Nous donnons ici le résultat du calcul des coefficients A, B, ϕ et ψ des trajectoires transgaussiennes. On peut trouver le développement des calculs dans [Reg 51] .

Cas où $r_0 < r_0^1$

On a

$$\left. \begin{aligned} A^2 &= r_0^2 (\text{ch}^2 \beta_1 + \lambda_1^2 \text{sh}^2 \beta_1) \\ \phi &= \text{Arctg} (\lambda_1 \text{th} \beta_1) - \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4.1})$$

et suivant les valeurs de $K = \frac{1}{\lambda_2} \text{tg} (\alpha_0 - \phi)$

$|K| < 1$

$$\left. \begin{aligned} B^2 &= A^2 \left[\cos^2 (\alpha_0 - \phi) - \frac{1}{\lambda_2^2} \sin^2 (\alpha_0 - \phi) \right] \\ \psi &= \text{Argth} \frac{1}{\lambda_2} \text{tg} (\alpha_0 - \phi) - \beta_2 \\ r_3 &= B \text{ch} \quad ; \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4.2})$$

$|K| > 1$

$$\left. \begin{aligned} B^2 &= A^2 \left[\frac{1}{\lambda_2^2} \sin^2 (\alpha_0 - \phi) - \cos^2 (\alpha_0 - \phi) \right] \\ \psi &= \text{Argth} \lambda_2 \cotg (\alpha_0 - \phi) - \beta_2 \\ r_3 &= B \text{sh} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4.3})$$

où les différentes constantes ont les valeurs suivantes :

$$x = \frac{V_1 + (V_2 - V_1) / [1 + (z_0 / R_1) \text{Arctg}(z_0 / R_1)]}{V_1 + (V_2 - V_1) \left[1 - \left[(R_2 / 2R_1) / (1 + (z_0 / R_1) \text{Arctg}(z_0 / R_1)) \right] \right]} \quad (\text{A4.4})$$

$$\alpha = \frac{1}{z_0} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1-x}{x}} \quad \beta = \frac{1}{z_0} \sqrt{3(1-x)} \quad (\text{A4.5(a et b)})$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arcsin} \left(\frac{z_0}{3} \sqrt{\frac{2\beta^2}{2 + r_0^2 \beta^2}} \right) \quad (\text{A4.6})$$

$$\lambda_1^2 = \frac{4x/3 + [8/9 - (r_0/z_0)^2 \operatorname{ch}^2 \beta_1] (1-x)}{2/3 + (1-x) [(r_0/z_0)^2 \operatorname{ch}^2 \beta_1 - 2/9]} \quad (\text{A4.7})$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Argsh} \frac{2}{3} z_0 \sqrt{\frac{2\alpha^2}{2 - A^2 \alpha^2}} \quad (\text{A4.8})$$

$$\lambda_2^2 = \frac{4x/3 + (1-x) [8/9 - (A/z_0)^2 \cos^2 (\alpha_0 - \phi)]}{2/3 + (1-x) [(A/z_0)^2 \cos^2 (\alpha_0 - \phi) - 2/9]} \quad (\text{A4.9})$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{Arcsin} \frac{1}{3} z_0 \sqrt{\frac{2\beta^2}{2 + \beta^2 \beta^2}} \quad (\text{A4.10})$$

Pratiquement, on calculera, dans l'ordre, les quantités β , α , β_1 , λ_1 , A , α_0 , ϕ , λ_2 , B^2 , β_2 et ψ et on sera en possession de tous les éléments nécessaires au calcul de la trajectoire.

En particulier, la valeur du rayon limite séparant la zone lentille de la zone miroir est donnée par l'équation du rayon dans la région centrale (2.34b) lorsque :

$$A^2 \alpha^2 = 2 \quad (\text{A4.11})$$

qui s'écrit, tous calculs faits :

$$1 + \frac{2(x/3 + 2/3) \operatorname{sh}^2 \beta_1}{2/3 + 2(1-x) [(r_0/z_0)^2 \operatorname{ch}^2 \beta_1 - 2/9]} = \frac{4x/3}{(1-x)(r_0/z_0)^2} \quad (\text{A4.12})$$

APPENDICE A5

Position du foyer image en régime transgaussien

Les éléments optiques transgaussiens dépendent non seulement de x mais aussi de l'incidence $\frac{x_0}{z_0}$ et leurs expressions sont plus compliquées.

La formule de définition de la position du foyer image (intersection avec l'axe de la tangente au rayon émergent) :

$$z_F = z_0 - \left(\frac{r}{\frac{dr}{dz}} \right)_{z=z_0}$$

fournit :

$$\frac{z_F}{z_0} = 1 + \frac{\sqrt{2+B^2\beta^2}}{\beta z_0} \frac{\sin(2\alpha_0 - \lambda_2)}{\sin(2\alpha_0 - \lambda_1)} \sqrt{\frac{\lambda_2^2 + \text{th}^2 \beta_2}{1 + \lambda_2^2 \text{th}^2 \beta_2}} \quad (\text{A5.1})$$

λ_1 et λ_2 étant donnés par :

$$\lambda_1 = \text{Arctg} \frac{\lambda_1 \text{th} \beta_1 + \lambda_2 \text{th} \beta_2}{1 - \lambda_1 \lambda_2 \text{th} \beta_1 \text{th} \beta_2} \quad (\text{A5.2})$$

$$\lambda_2 = \text{Arctg} \frac{\lambda_2 + \lambda_1 \text{th} \beta_1 \text{th} \beta_2}{\text{th} \beta_2 - \lambda_1 \lambda_2 \text{th} \beta_1} \quad (\text{A5.3})$$

les valeurs de λ_1 , λ_2 , β_1 , β_2 , α_0 , β sont données par les expressions (A4.5) à (A4.10) de l'Appendice A4. La valeur de B provient de l'expression (A4.2) ou (A4.3) suivant la valeur de K .