

BR4402435



ESTUDO DA ESTRUTURA NUCLEAR DO  $^{21}\text{Ne}$  POR MEIO DA CAPTURA  
DE NÉUTRONS TÉRMICOS EM NEÔNIO NATURAL

Carlos F. S. Stopa

DISSERTAÇÃO E TESE - IEA 006  
IEA - DT - 006

FEVEREIRO/1979

## **CONSELHO DELIBERATIVO**

### **MEMBROS**

Klaus Reinach — Presidente  
Roberto D'Utra Vaz  
Helcio Modesto da Costa  
Ivano Humbert Marchesi  
Admar Cervellini

### **PARTICIPANTES**

Regina Elisabete Azevedo Beretta  
Flávio Gori

### **SUPERINTENDENTE**

Rômulo Ribeiro Pieroni

**ESTUDO DA ESTRUTURA NUCLEAR DO  $^{21}\text{Ne}$  POR MEIO DA CAPTURA  
DE NÉUTRONS TÉRMICOS EM NEÔNIO NATURAL**

**Carlos R. S. Stoppe**

**Dissertação para obtenção do Título de "Mestre em  
Física Nuclear" - Orientador Dr. Achilles Alfonso  
Suarez. Apresentada e defendida em 16 de Maio de  
1978, no Instituto de Física da Universidade de São Paulo.**

**Série DISSERTAÇÃO E TESE IEA**

**INIS Categories and Descriptors**

**A33**

**Neon 21**

**Energy levels**

**Thermal neutrons**

**Capture**

**Gamma spectroscopy**

**Nilsson-Mottelson model**

**Rotational states**

**G-value**

**Cross sections**

---

**Nota: A redação, ortografia e conceitos são de responsabilidade dos autores.**

## SUMÁRIO

	Página
I – INTRODUÇÃO .....	1
II – MÉTODO EXPERIMENTAL E RESULTADOS .....	2
II.1 – Arranjo Experimental .....	2
II.2 – Espectrômetro .....	4
II.3 – Alvos .....	4
II.4 – Posicionamento do Detector .....	7
II.5 – Calibração em Energia .....	7
II.6 – Calibração do Espectrômetro em Eficiência .....	10
II.7 – Resultados Experimentais .....	15
II.7.1 – Esquema de Níveis .....	15
II.7.2 – Valor Q da Reação $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$ .....	20
II.7.3 – Secção de Choque da Reação $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$ .....	20
III – MODELO COLETIVO DO NÚCLEO .....	21
III.1 – Introdução .....	21
III.2 – Modelo Unificado .....	22
III.3 – Modelo de Nilsson .....	29
III.4 – Influência da Mistura de Bandas .....	34
III.5 – Transições Eletromagnéticas .....	36
IV – DISCUSSÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	42
IV.1 – Diagonalização da Hamiltoniana de Nilsson .....	42
IV.2 – Banda $K^\pi = 3/2^+$ .....	45
IV.3 – Banda $K^\pi = 1/2^+$ .....	43
IV.4 – Banda $K^\pi = 5/2^+$ .....	49
IV.5 – Banda $K^\pi = 1/2^-$ (Órbita 4) .....	50
IV.6 – Banda $K^\pi = 1/2^-$ (Órbita 14) .....	51
V – CONCLUSÕES .....	52
APÊNDICE I .....	54
APÊNDICE II .....	60
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	62

# ESTUDO DA ESTRUTURA NUCLEAR DO $^{21}\text{Ne}$ POR MEIO DA CAPTURA DE NÉUTRONS TÉRMICOS EM NEÔNIO NATURAL

Carlos R. S. Stopa

## RESUMO

**RESUMO**  
Foi realizado um estudo dos níveis de energia até 6,76 MeV do  $^{21}\text{Ne}$  por meio de medidas dos raios gama de captura de nêutrons térmicos em neônio natural utilizando um detector Ge(Li). Energias e intensidades foram medidas em relação às linhas do nitrogênio tomadas como calibração. O valor  $Q$  e a seção de choque para a captura de nêutrons térmicos da reação  $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$  também foram calculados. O esquema de níveis proposto é discutido em termos do modelo de Nilsson, considerando o acoplamento de uma partícula ao caroço formado pelo  $^{20}\text{Ne}$ . Foi considerada a interação de Coriolis para as três bandas de paridade positiva,  $K^\pi = 3/2^+, 1/2^+$  e  $5/2^+$ . As medidas foram realizadas no reator de pesquisa no Instituto de Energia Atômica.

## I - INTRODUÇÃO

Os núcleos da camada 2s-1d são caracterizados por deformações prolatas bastante acentuadas ( $\delta = 0,4$ ), o que é evidenciado por momentos de quadrupolo elétrico grandes. Em vista dessa sistemática foram realizados diversos estudos<sup>(10,32,33)</sup> desses núcleos e os resultados interpretados em termos do modelo nuclear de Nilsson<sup>(35)</sup> com relativo sucesso.

Há alguns anos o núcleo par-ímpar  $^{21}\text{Ne}$  vem sendo objeto do estudo de vários autores<sup>(4,16,23)</sup> utilizando diferentes reações nucleares. Entretanto, nestes primeiros trabalhos só eram razoavelmente bem conhecidos os três primeiros estados pertencentes à banda rotacional do estado fundamental. À medida que novos dados foram sendo acumulados e com o evoluir das técnicas experimentais, a interpretação em termos de uma estrutura rotacional nos moldes do modelo unificado foi se afirmando.

Por muito tempo persistiu dúvida quanto aos spins e paridades de alguns níveis de baixa energia especialmente em relação aos níveis de 2789 keV e 3663 keV. Algumas interpretações<sup>(4,25)</sup> foram feitas com base em atribuições errôneas de spin; em consequência disto a existência de outras bandas não pode ser estabelecida. A determinação conclusiva dos spins e paridades dos estados citados ( $1/2^-$  e  $3/2^-$  respectivamente<sup>(43)</sup>) foi de fundamental importância para a aplicação do modelo de Nilsson que prevê este fato<sup>(26)</sup>. Estes valores deram à estrutura do  $^{21}\text{Ne}$  um aspecto coerente com aqueles do  $^{23}\text{Ne}$  e do  $^{21}\text{Na}$  que são semelhantes.

Neste trabalho, utilizando um detector de Ge(Li), são observados os raios gama provenientes da captura de nêutrons em neônio natural. Tratando-se do estudo do nuclídeo  $^{21}\text{Ne}$  por intermédio da reação  $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$  verifica-se que a composição isotópica e seções de choque dos isotopos estáveis do neônio natural favorecem esse estudo como pode ser verificado na tabela a seguir<sup>(3)</sup>:

Isótopo	Abundância isotópica (%)	$\sigma_{n,\gamma}$ (mb)	(%) x $\sigma_{n,\gamma}$ (mb)
20	90,51	36,8	33,31
21	0,266	692	1,84
22	9,22	51	4,7

As energias e intensidades das linhas do  $^{21}\text{Ne}$  foram medidas em relação àquelas das linhas do nitrogênio (observadas da reação  $^{14}\text{N}(n,\gamma)^{15}\text{N}$ ) tomadas como padrão por terem valores bem estabelecidos de outras experiências. Para isto, mediu-se um espectro misto de nitrogênio e neônio em proporções conhecidas.

O arranjo experimental, a calibração do espectrômetro e também os resultados são apresentados no capítulo II; alguns aspectos do programa de computador<sup>(20)</sup> utilizado para análise de espectros são descritos no Apêndice I.

Com os valores de energias e intensidades das transições foi montado o esquema de níveis com o auxílio de um programa de computador baseado no princípio de combinação de Ritz.

O valor  $Q$  da reação  $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$  foi obtido calculando-se a média das diversas cascatas que ligam o nível de captura ao estado fundamental. Para isso as energias das transições de cada cascata foram somadas levando-se em conta a energia de recuo do núcleo emissor.

No capítulo III é apresentado um resumo do modelo de Nilsson sendo descritos os aspectos de interesse para o presente trabalho.

O esquema de níveis experimental é discutido no capítulo IV, comparando-se com os resultados teóricos obtidos da diagonalização da hamiltoniana de Nilsson. Os cálculos foram feitos incluindo mistura de bandas, verificando-se um acordo melhor com os dados experimentais em relação aos resultados do cálculo adiabático.

Por fim, no capítulo V são feitas algumas considerações sobre a sistemática da região sendo feita uma comparação com os estados análogos dos núcleos vizinhos já mencionados.

## II – MÉTODO EXPERIMENTAL E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentadas as características do arranjo experimental, são descritas as técnicas de calibração do espectrômetro, e por último são apresentados os resultados das medidas realizadas.

### II.1 – Arranjo Experimental

O arranjo experimental (Figura 2.1) está montado no canal de irradiação tangencial inferior do reator IEAR-1 e já foi descrito em mais detalhes anteriormente<sup>(36)</sup>. A vantagem desse canal em relação aos radiais é possibilitar medidas sem que o detector seja atingido por radiação proveniente do material estrutural do reator diminuindo assim a radiação de fundo. As medidas foram feitas numa geometria de alvo interno estando o detector a uma distância de 10 m da região do alvo (Figura 2.1). A vantagem desta disposição em relação à geometria de alvo externo é que a amostra fica submetida a um fluxo de

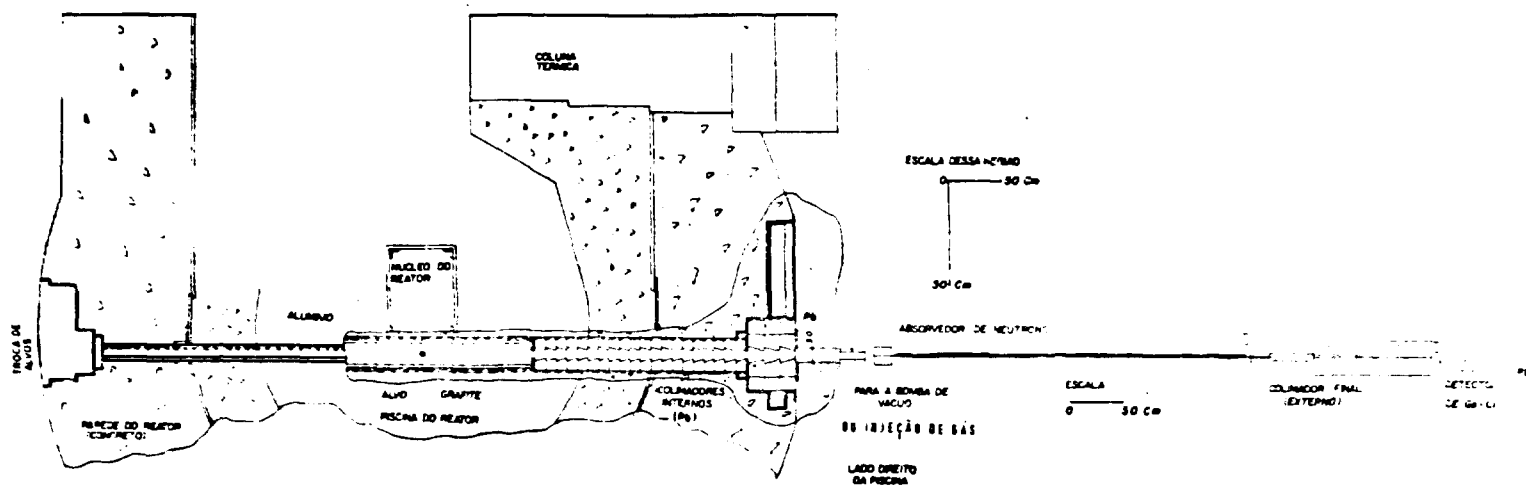


Figura 2.1 – Arranjo Experimental



nêutrons térmicos ( $3,6 \times 10^{12}$  n/cm<sup>2</sup> x s) bem mais intenso ( $10^5$  vezes maior), permitindo o estudo de núcleos com baixa secção de choque. Além disto, ao se extrair um feixe de nêutrons para irradiar um alvo colocado externamente ao reator, ocorre um aumento bastante sensível na radiação de fundo devido ao espalhamento de nêutrons no alvo piorando portanto a relação sinal/ruído. Entretanto, a geometria de alvo externo tem a vantagem de permitir experiências em que se mede a distribuição angular da radiação que dá informações espectroscópicas mais interessantes.

No caso de experiências com alvo gasoso, a geometria de alvo interno dispensa a construção de câmaras especiais para o gás, pois o próprio canal do reator é utilizado como câmara, possibilitando medidas com uma massa efetiva maior situada numa região de fluxo de nêutrons térmicos mais intenso. Uma comparação mais detalhada entre as duas configurações pode ser encontrada na literatura<sup>(36,48)</sup>.

Para que fosse possível injetar gases ou fazer vácuo no canal tangencial, este foi revestido internamente com um tubo de alumínio o qual contém na parte livre de colimação (Figura 2.1), tubos de grafite com a finalidade de diminuir a radiação de fundo proveniente do próprio revestimento de alumínio.

O sistema de colimação foi projetado<sup>(36)</sup> de modo que esse revestimento não fosse visto pelo detector. O colimador interno (com extensão de 250 cm) foi feito de chumbo, sendo composto de vários cilindros com furo central cônico justapostos, de forma a eliminar parte da radiação devida ao espalhamento nos mesmos.

Junto ao detector foram montadas as blindagens e o colimador final cujo furo tem 4 mm de diâmetro e 50 cm de comprimento determinando uma superfície junto ao carço do reator com 3,5 cm de diâmetro.

As modificações feitas no arranjo anterior<sup>(36)</sup> foram a instalação de um sistema simples para a injeção de gás no canal, um manômetro para controlar a pressão, um outro tipo de colimador final juntamente com o sistema de alinhamento e melhoramentos na blindagem do detector.

## 11.2 – Espectrômetro

Foi utilizado um detector coaxial de Ge(Li), modelo ORTEC 8101-0723, volume ativo 42,5 cm<sup>3</sup> (Figura 2.2), cuja resolução é de 7,6 keV em 7 MeV.

A eletrônica associada (Figura 2.3) consta de um pré-amplificador acoplado diretamente ao Ge(Li), amplificador ORTEC-450 que recebe os sinais do pré-amplificador, um amplificador ORTEC-444 (bias amplifier) que determina a faixa de energia a ser analisada, um estabilizador de espectro HEWLETT-PACKARD-5586A que usa dois pulsadores de referência CANBERRA-1501, e um analisador multicanal HEWLETT-PACKARD-5050A de 8192 canais. O estabilizador de espectro é um módulo muito importante neste espectrômetro, pois durante os longos tempos de medida assegura correção para possíveis desvios de ganho ou linha da base que possam ocorrer no sistema. A saída de dados é feita por meio de fita perfurada que serve de entrada para o programa de análise de espectros.

## 11.3 – Alvos

Em todas as medidas foram utilizados neônio e nitrogênio naturais. Ao injetar neônio puro foi necessário fazer vácuo antes, para eliminar a radiação devida ao nitrogênio existente no ar. Para se observar melhor as linhas de cada um desses elementos, foram medidos alguns espectros de cada um deles separadamente e em diversas faixas de energias. Para a calibração de energia e intensidades relativas foi medido o espectro de uma mistura destes gases cujas pressões parciais eram 2,25 atm para o neônio e 0,75 para o nitrogênio; esta proporção foi escolhida de modo que o ritmo de contagem das linhas de

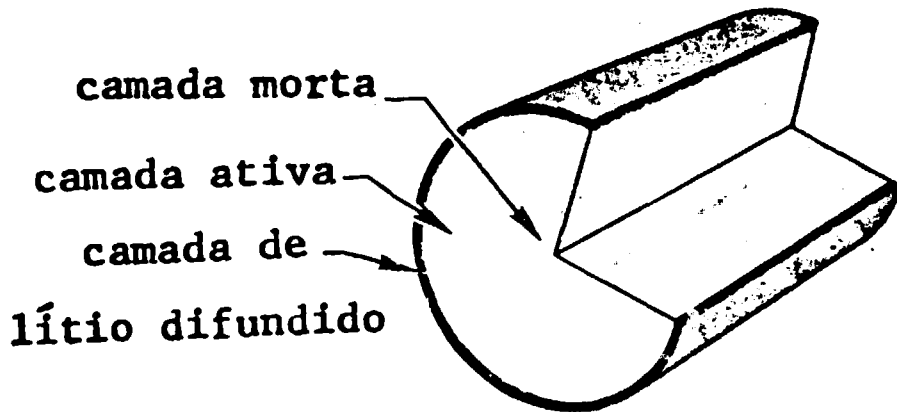


Figura 2.2.a - Corte no Cristal do Detector Coaxial de Ge(Li)

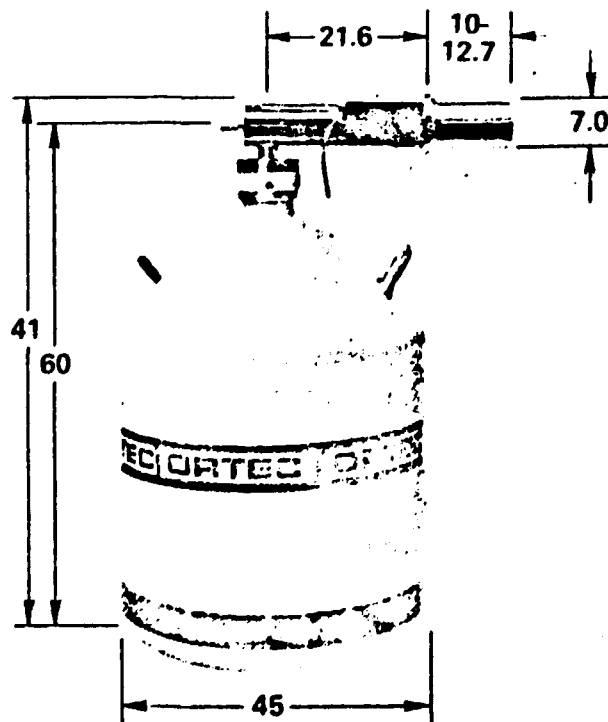


Figura 2.2.b - Detector Coaxial de Ge(Li) Modelo ORTEC 8101 Utilizado nas Medidas Experimentais. (Dimensões em cm)

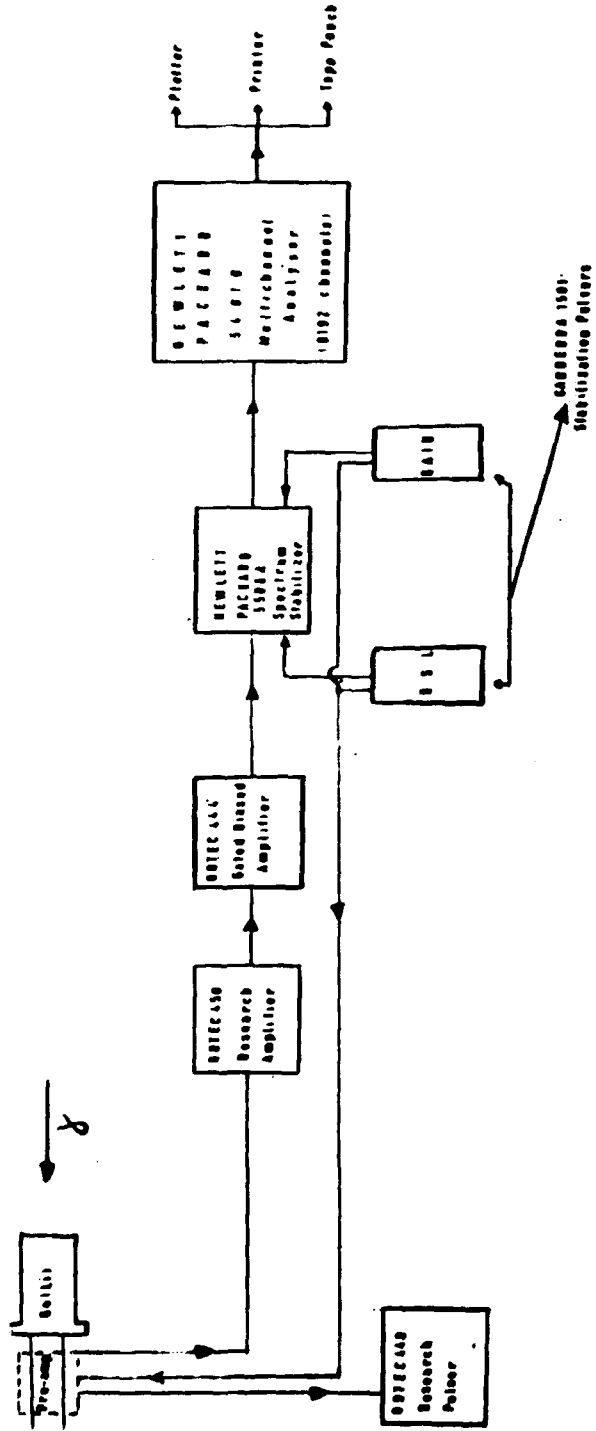


Figure 2.3 - Electronica

cada um dos espectros não fosse muito diferente, isto se deve ao fato que a secção de choque de captura de nêutrons do nitrogênio é praticamente o dobro daquela do neônio. Um trecho deste espectro pode ser visto na Figura 2.4.

Para verificar a contribuição para a radiação devida ao espalhamento de nêutrons no gás foi feita uma medida com hélio à uma pressão de 5 atm, isto porque a secção de choque de captura de nêutrons térmicos do  $^4\text{He}$  é zero.

#### 11.4 – Posicionamento do Detector

O detector coaxial tem ao longo de seu eixo uma camada central (Figura 2.2) que é praticamente inativa denominada em razão disto zona morta. Se o feixe de raios gama incidir diretamente sobre a zona morta o ritmo de contagem será muito baixo sendo a eficiência do detector bastante reduzida (até de um fator 100) tornando necessário um tempo de medida muito grande. Neste trabalho, o feixe de raios gama foi bastante colimado (4 mm ao atingir o detector) e como a zona morta tem um diâmetro de aproximadamente 9 mm o posicionamento de detector em relação ao feixe se tornou bastante crítico.

De maneira resumida, o que ocorre é que a formação de um pulso no cristal do detector está ligada à criação de pares electron-lacuna e depende portanto da eficiência de coleção de cargas pelos eletrodos do cristal. Existem dois efeitos principais que contribuem para diminuir esta eficiência "trapping" em defeitos do cristal e recombinação dos pares electron-lacuna. Devido ao tipo de simetria do campo elétrico no interior do cristal, estes efeitos podem ser mais ou menos acentuados dependendo do ponto onde ocorre a interação do foton, e portanto do ângulo de incidência da radiação em relação ao eixo do cristal. Assim, não só a forma (constante de tempo) como também a altura do pulso é alterada com a variação do ângulo de incidência da radiação resultando em sensível mudança na forma e centroide das linhas do espectro observado com aparecimento de cauda nos picos, geralmente do lado de baixa energia, piorando a resolução (principalmente em energias acima de 3 MeV).

A determinação da melhor posição do detector foi feita experimentalmente medindo-se o espectro de um alvo de níquel ( $m = 4$  g) em diversos ângulos do eixo do detector em relação ao feixe de raios gama. O níquel foi escolhido em razão de possuir em seu espectro uma linha bastante intensa e isolada (o que evita problemas com a distribuição Compton) e com uma energia de 8998 keV que está na faixa que se quer observar. Verificou-se que a melhor condição de forma, resolução e eficiência das linhas é aquela em que o eixo do detector faz um ângulo de  $0^\circ$  com a direção de incidência do feixe.

#### 11.5 – Calibração do Espectrômetro em Energia

Para obter a calibração em energia do espectrômetro foram utilizados os valores bem conhecidos das linhas do nitrogênio<sup>(1)</sup>. Para isto foi medida uma mistura (neônio-nitrogênio) nas proporções mencionadas na secção 11.3; a razão de se observar os dois espectros ao mesmo tempo é que desse modo a medida é feita exatamente nas mesmas condições de eletrônica e irradiação para os dois alvos.

Ao se medir as energias, deve-se levar em conta que a relação entre Energia (em keV) e posição da linha (em nº de canal) não é exatamente linear; esta não-linearidade é introduzida principalmente pela eletrônica que antecede o analisador multicanal, sendo maior a contribuição do "bias amplifier" que é utilizado para selecionar a faixa de energia a ser analisada, e pelo conversor analógico digital. As energias são calculadas em função do número de canal (centroide da linha), portanto levar em conta a não-linearidade do sistema para obter o melhor valor de energia significa que se deve corrigir de alguma forma o centroide das linhas. Há diversas maneiras de fazer isto, sendo mais usados os métodos que utilizam pulsadores ou fontes calibradas (padrões) como referências; o método dos pulsadores tem a inconveniência de que os pulsos gerados são sempre da mesma característica não reproduzindo portanto

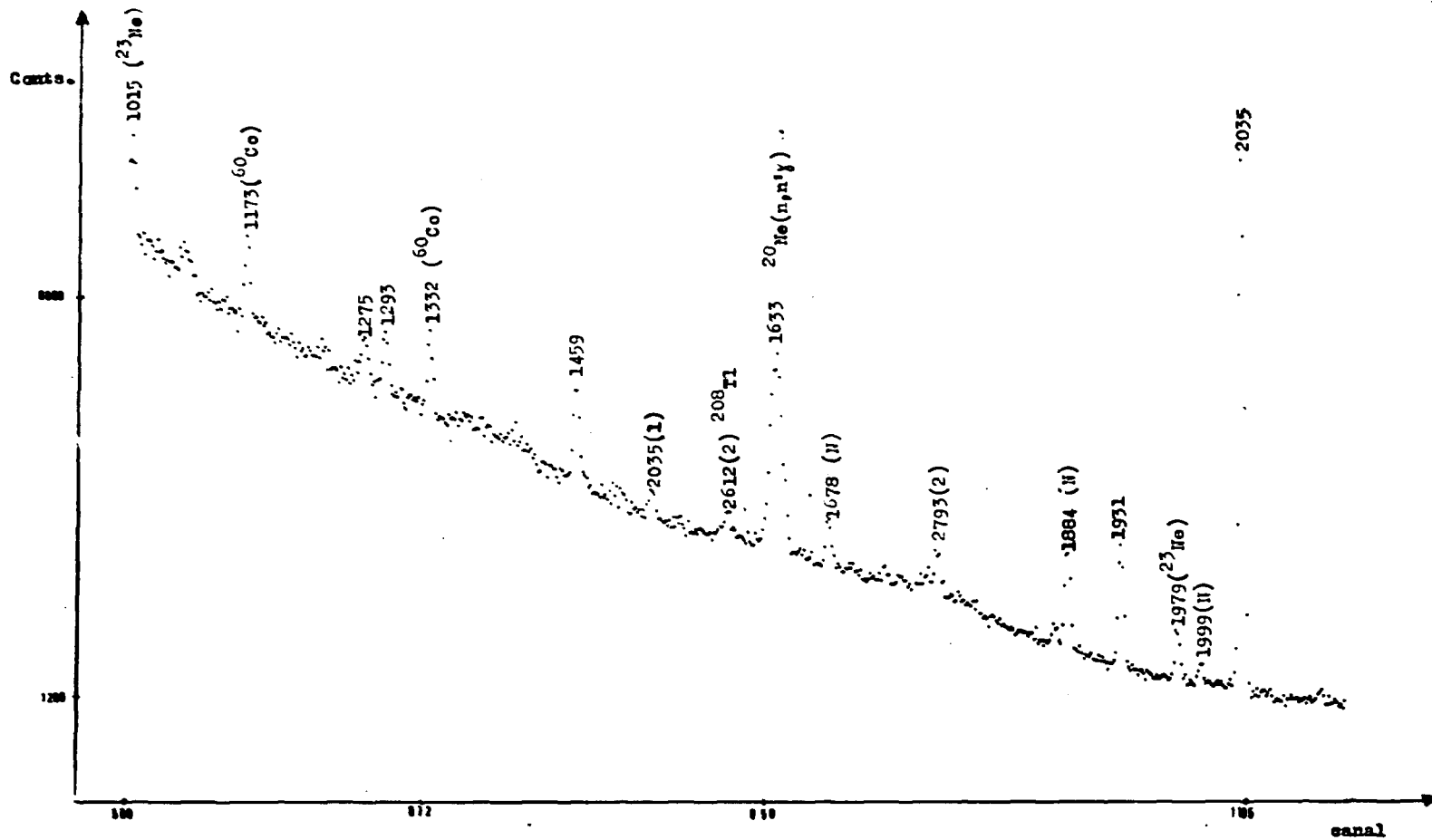


Figura 2.4 - Trecho do Espectro (Energias em keV)

- (1) - indica 1º escape
- (2) - indica 2º escape

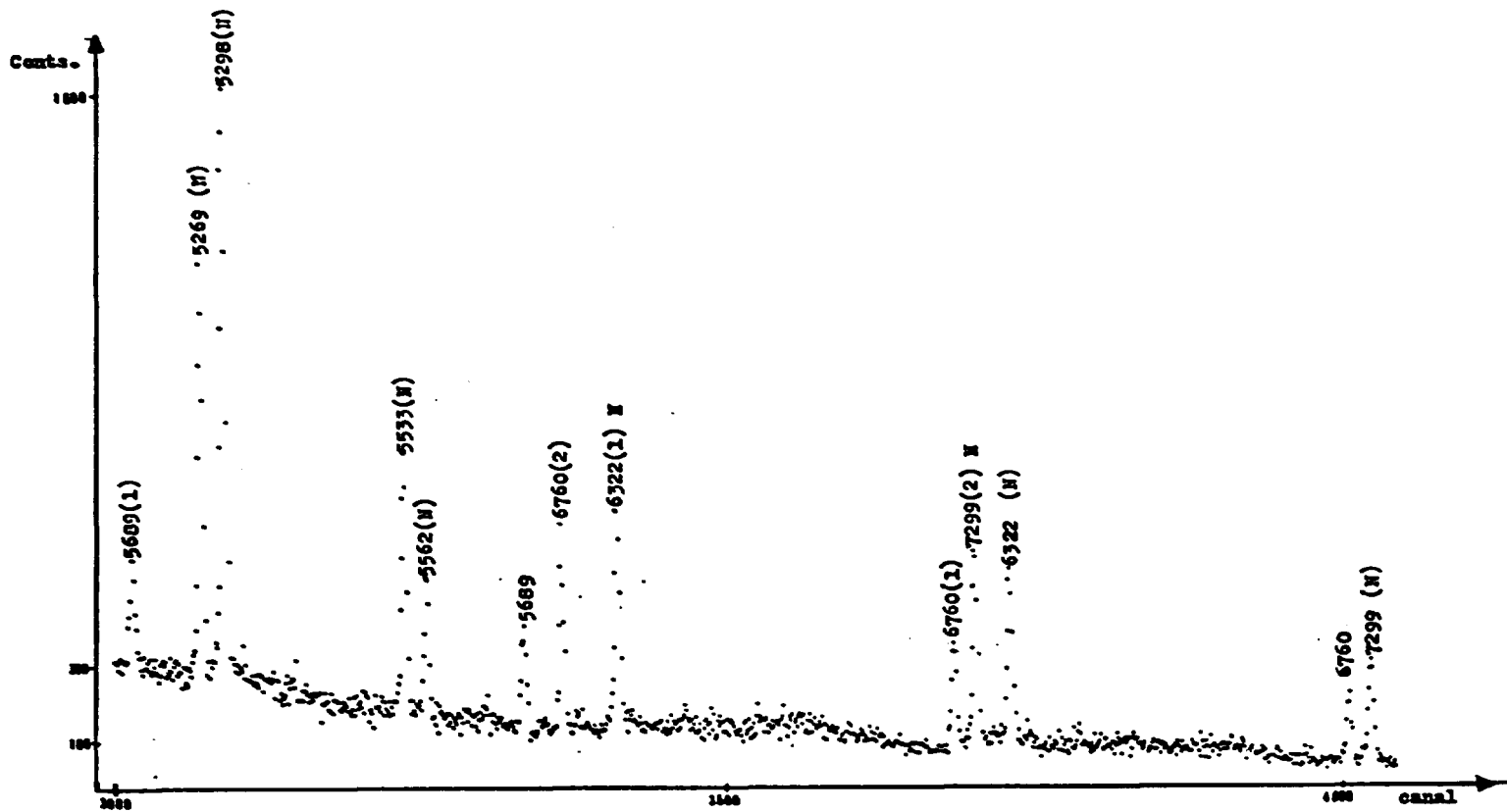


Figura 2.4a - Trecho do Espectro (Energias em keV)

de maneira adequada os pulsos gerados pelo detector ao ser irradiado. Neste trabalho foi dada preferência ao segundo método; uma discussão mais detalhada pode ser encontrada na literatura<sup>(21,22)</sup>.

O método utilizado consistiu em observar as linhas do nitrogênio na faixa de energia de interesse e considerar dois pontos (energia, canal) situados em extremos desta faixa sem qualquer correção de não-linearidade; com estes dois pontos ( $E_1, X_1$  e  $E_2, X_2$ ),  $X_1$  e  $X_2$  sendo determinados pelo programa de análise de espectro, determinaram-se os parâmetros da reta:

$$E = ax + b$$

E : energia

x : centroide

Utilizando nesta equação os valores de energia tidos como padrão calculam-se os valores que teriam os centroides se o sistema fosse linear ( $X_l$ ); destes valores linearizados foram subtraídos aqueles fornecidos pelo programa de análise (valores experimentais), ( $X_{exp}$ ). Assim, obteve-se uma curva do tipo  $(X_l - X_{exp}) \times X$ , onde X é um canal qualquer, que representa a não-linearidade do sistema (Figura 2.5). O máximo desvio ( $X_l - X_{exp}$ ) observado foi da ordem de um canal. A partir desta curva construiu-se uma tabela de desvios em função de canal que foi fornecida ao programa de análise como dado de entrada; utilizando esta tabela o programa calcula por interpolação o desvio de linearidade em um canal qualquer.

As energias do neônio foram obtidas da seguinte maneira são fornecidos ao programa a tabela de desvios de linearidade, os valores das energias do nitrogênio e sua localização no espectro. Com estes dados, o programa calcula as novas posições dos picos incluindo a não-linearidade ( $X_c$ ) e com estes resultados determina por meio de um ajuste de mínimos quadrados os parâmetros de uma equação (polinomial) de energia em função de centroide (canal), que pode ou não incluir o termo quadrático conforme se desejar. Comparando-se os resultados calculados para as linhas de calibração com os ajustes quadrático e linear, observou-se que aqueles foram um pouco melhores, por isto adotou-se para as energias do neônio o ajuste incluindo o termo quadrático. A Tabela (11.5.1) é uma saída típica do programa GAUSS V<sup>(20)</sup>. A equação que fornece as energias é:

$$E = 7,8423 \times 10^{-01} + 1,6266 \times X_c + 2,2082 \times 10^{-07} X_c^2$$

$$(7,581 \times 10^{-01}) (5,991 \times 10^{-4}) (1,142 \times 10^{-07})$$

sendo os números entre parênteses o erro em cada parâmetro, e  $X_c$  é o centroide de um certo pico corrigido de um valor constante (145,08) devido ao fato de que o "zero" de energia não corresponde ao início da faixa considerada. Também está incluída a correção devida à não linearidade. A Tabela (11.5.1) ilustra melhor estes comentários.

## 11.6 – Calibração do Espectrômetro em Eficiência

Em vista da dificuldade de se calcular precisamente fatores como ângulo sólido, volume do alvo, que entram na determinação da eficiência absoluta do detector, foi determinada somente a eficiência relativa.

O espectro medido continha os picos de absorção total (fotopico) primeiro e segundo escapes, por isso foram determinadas três curvas de eficiência em função de energia (respectivamente:  $\epsilon_{FE}$ ,  $\epsilon_{SE}$ ,

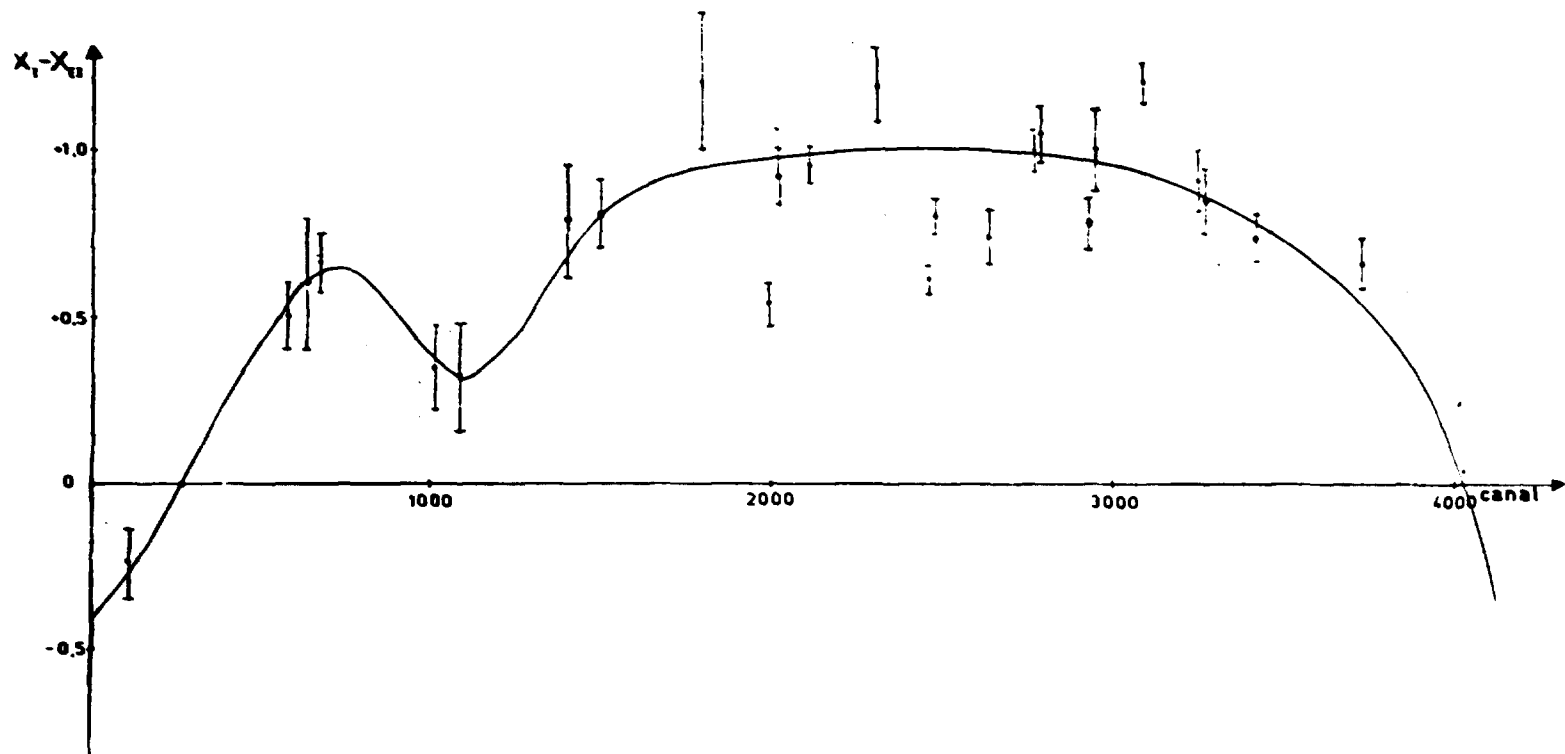


Figura 2.5 - Curva de Não-Linearidade



Tabela II.5.1

Resultado Obtido com o Programa GAUSS V  
para o Espectro de Calibração (Ne + N)

GAUSS4 AUGUST 1969 VERSION IBM 360/75  
NEON E NITROGENIO 1-9-77 FNNE.FN221.H34SC MINI INPUT DATE COMPUTED 03/00/80  
1

WEIGHTED ENERGY CALCULATIONS

LINEARITY CORRECTION AT CHANNEL NUMBER PLUS 1.45000 02

\*\*\*LINEARITY TABLE ( 1 ) TABELA DE LINEARIDADE

\*\*\*EFFICIENCY TABLE ( 0 ) NO INTENSITIES

ENERGY AND INTENSITY CALCULATIONS

ENERGY = 7.7227194D-01 \* 1.6256502D 00(X) + 2.1873195D-07(X\*\*2)  
ERRORS 7.6725245D-01 6.0322271D-04 1.1498766D-07

CALIBRATION LINES

CHANNEL	CORRECTED CHANNEL	ENERGY	CALCULATED ENERGY	DELTA E	ERROR IN INPUT ENERGY	TOTAL CALIB ERROR
1012.537	1157.164	1854.830	1854.609	-0.2212	0.120	0.145
1083.107	1228.617	1999.720	1999.632	-0.088	0.100	0.103
1402.682	1548.614	2520.420	2520.351	-0.069	0.110	0.110
1435.479	1632.374	2555.773	2555.656	-0.117	0.100	0.110
1737.431	1945.472	3156.797	3156.292	-0.505	0.090	0.341
1946.305	2142.955	3497.053	3497.452	0.399	0.110	0.159
2023.950	2175.701	3532.100	3531.934	-0.166	0.150	0.213
2112.591	2258.646	3677.670	3677.564	-0.106	0.090	0.135
2323.187	2458.234	3998.753	3997.528	-1.225	0.110	0.219
2463.381	2678.347	4247.353	4247.753	0.400	0.100	0.119
2481.412	2627.474	4276.153	4276.254	0.101	0.120	0.146
2643.737	2798.753	4545.173	4545.492	0.319	0.100	0.164
2777.457	2923.459	4758.357	4758.152	-0.205	0.100	0.142
2795.140	2941.178	4747.157	4748.932	1.775	0.120	0.142
2936.907	3085.932	5022.277	5022.533	0.256	0.120	0.176
2957.134	3103.328	5051.177	5050.908	-0.269	0.100	0.224
3091.231	3237.165	5256.360	5256.800	0.440	0.100	0.136
3253.773	3359.632	5533.380	5533.312	-0.068	0.120	0.199
3271.573	3417.422	5562.180	5562.237	0.057	0.100	0.204
3424.844	3570.581	5811.417	5811.648	0.231	0.120	0.167
3711.181	3856.766	6277.173	6277.633	0.460	0.170	0.210
3738.868	3884.188	6322.420	6322.288	-0.132	0.120	0.181
4025.732	4170.303	6788.177	6788.201	0.024	0.170	0.254

ALL LINES

CHANNEL	CORRECTED CHANNEL	ENERGY	SIGMA(E)
34.729	181.476	296.303	2.1335
53.371	198.305	323.354	0.9233
60.537	205.598	335.070	4.4423
70.249	215.286	357.978	0.4476
77.557	222.656	362.966	1.5752

333.691	479.148	780.228	3.8557
342.057	487.567	793.926	4.4855
414.354	559.952	911.687	0.5373
428.935	574.554	935.443	1.1991
448.449	594.089	967.225	1.1292
461.720	607.378	988.845	4.0913
478.862	624.540	1016.766	0.5071
491.331	637.022	1037.073	3.4123
512.987	658.696	1072.336	0.4536
540.635	686.360	1117.344	2.0339
563.200	708.930	1154.064	1.2183
575.119	720.850	1173.456	0.4363
614.870	760.593	1233.117	1.3465
637.812	783.523	1275.425	0.5195
648.931	794.634	1293.502	0.4321
672.887	818.572	1332.449	0.3981
751.432	897.023	1460.090	0.3569
775.997	921.560	1500.014	0.5679
791.417	936.957	1525.066	0.5076
805.977	951.499	1549.726	1.4663
831.855	977.356	1590.798	0.6193
858.267	1003.733	1633.716	0.3913
885.996	1031.433	1678.786	0.3740
915.942	1061.347	1727.459	0.5519
923.627	1069.026	1739.454	3.2027
943.872	1069.261	1772.879	0.5991
1005.482	1150.903	1873.179	0.4723
1012.537	1157.964	1884.668	0.2631
1040.968	1186.422	1937.974	0.2526
1070.817	1216.312	1979.611	0.2884
1083.177	1228.617	1999.632	0.3698
1105.219	1250.747	2035.643	0.2353
1119.623	1265.169	2059.110	0.4704
1146.200	1291.784	2102.417	0.4299
1208.194	1353.875	2203.454	0.2452
1220.752	1366.461	2223.935	0.6361
1257.160	1402.931	2283.281	0.3867
1273.754	1419.548	2310.321	1.0165
1314.096	1459.944	2376.057	1.0310
1314.384	1460.233	2376.527	0.7629
1319.099	1464.954	2384.210	1.0922
1351.918	1497.813	2437.681	1.0835
1396.964	1542.892	2511.038	0.3433
1397.172	1543.100	2511.377	0.3229
1402.692	1548.514	2520.351	0.3307
1402.788	1548.720	2520.523	0.2707
1459.412	1605.381	2612.730	0.1893
1486.479	1632.374	2656.656	0.2225
1518.884	1664.862	2709.527	1.2188
1570.807	1716.804	2794.756	0.1493
1586.519	1732.521	2819.634	0.4755

2087.451	2233.504	3634.994	0.4925
2113.591	2259.546	3677.544	0.1478
2140.073	2286.130	3727.649	3.2721
2227.511	2373.572	3862.976	0.1239
2240.211	2386.272	3833.648	1.1689
2294.916	2440.983	3972.701	0.8556
2310.167	2456.234	3997.526	0.2157
2382.258	2528.326	4114.873	8.4441
2463.891	2609.947	4247.733	0.1221
2481.412	2627.474	4275.264	0.1325
2494.435	2640.497	4297.462	0.6902
2541.398	2687.447	4373.889	0.1137
2625.334	2771.391	4510.536	0.1519
2643.737	2789.793	4540.492	0.1638
2660.257	2806.353	4567.449	0.5472
2666.972	2813.028	4578.316	0.5710
2693.259	2839.321	4621.118	0.7791
2721.846	2867.906	4657.651	0.1645
2777.457	2923.499	4758.152	0.1398
2795.140	2941.178	4785.932	0.1681
2877.741	3023.757	4921.368	0.5927
2917.179	3063.111	4985.435	0.8461
2939.977	3085.902	5022.538	0.1606
2957.334	3103.328	5050.908	0.2218
3035.712	3131.671	5178.452	0.2729
3091.231	3237.165	5268.800	0.1347
3110.232	3256.163	5299.730	0.1600
3124.298	3270.225	5322.623	2.2021
3164.948	3310.861	5388.782	1.8635
3253.773	3399.632	5533.312	0.1926
3271.573	3417.422	5562.277	0.2099
3303.575	3449.403	5614.348	4.2247
3349.449	3495.247	5688.968	0.2580
3380.097	3525.472	5738.851	0.2469
3391.754	3537.529	5757.831	0.7827
3424.844	3570.581	5811.648	0.1743
3478.077	3623.692	5898.174	0.7969
3499.135	3644.798	5932.490	1.2344
3537.046	3652.670	5994.154	1.4950
3556.663	3702.269	6026.766	0.5180
3693.987	3839.408	6249.370	0.2575
3711.381	3856.764	6277.633	0.2264
3738.868	3884.188	6322.288	0.2397
3752.541	3897.714	6344.313	0.9143
3792.829	3938.222	6410.274	0.5218
3914.129	4058.996	6606.942	1.1114
3950.657	4095.425	6666.266	1.1127
3973.126	4117.834	6702.757	0.5312
4008.096	4152.638	6759.434	0.4050
4025.732	4170.303	6788.201	0.3418
4051.704	4196.609	6831.039	0.7981
4066.296	4211.322	6855.000	1.0431

$\epsilon_{DE}$ ) (Figura 2.6). Estas curvas de eficiência foram obtidas experimentalmente usando as intensidades das linhas do nitrogênio na calibração, pois esses valores são bem conhecidos de diversas experiências<sup>(3)</sup>.

Existem na literatura diversos métodos para se obter uma curva de eficiência que são adequados a vários tipos de experiências. Um método bastante prático apresentando excelentes resultados foi descrito por Thomas et al<sup>(48)</sup>, sendo adotado nesta experiência, com algumas modificações.

A eficiência pode ser obtida da seguinte relação:

$$\epsilon = A/(I_{\gamma} T)$$

A: área do pico (primeiro ou segundo escape, ou fotopico)

$I_{\gamma}$ : intensidade da linha (fotons/100 capturas)

T: transmissão

Foi necessário incluir o fator de transmissão porque em todas as medidas havia dois atenuadores no feixe de raios gama: uma pastilha de lucite para vedar o canal e uma de  ${}^6\text{Li}_2\text{CO}_3$  colocada junto ao colimador final para eliminar os nêutrons térmicos que poderiam atingir o detector; além disso considerou-se a atenuação devida ao trajeto dos fotons no gás e no ar.

A área A foi calculada pelo GAUSS V com um ajuste de gaussiana simples sobre uma radiação de fundo ("background") linear cujos parâmetros são obtidos do cálculo manual.

O valor para as intensidades  $I_{\gamma}$  das linhas do nitrogênio são aqueles dados por Bellmann<sup>(3)</sup>.

O desvio padrão na eficiência, levando em conta o erro na área e na intensidade nunca é superior a 6%; o desvio padrão no fator de transmissão é inferior a 1%, e foi desprezado pois este fator é parcialmente compensado ao se calcular as intensidades das linhas do néônio.

Para o cálculo de eficiência do pico de absorção total, a curva em papel di-log( $\epsilon_{FE} \times E$ ) é aproximadamente uma reta<sup>(21)</sup>, portanto foi feito um ajuste linear de  $\log \epsilon_{FE} \times \log E$ , obtendo-se os parâmetros da reta.

Para o cálculo da eficiência do primeiro e segundo escapes, os valores foram obtidos por interpolação (o erro em cada valor sendo calculado por propagação).

As razões ( $A_{FE}/\epsilon_{FE}$ ), ( $A_{SE}/\epsilon_{FE}$ ), ( $A_{DE}/\epsilon_{DE}$ ) deveriam ser iguais, porém isto só foi verificado para as transições mais intensas; portanto cada curva foi utilizada somente na região em que a precisão é maior.

## II.7 – Resultados Experimentais

### II.7.1 – Esquema de Níveis

Os valores obtidos nesta experiência para as energias e intensidades das transições observadas do  ${}^{21}\text{Ne}$  são apresentadas na Tabela II.7.1, que inclui os valores de Bellmann<sup>(3)</sup>, Selin<sup>(46)</sup> e Jonsson et al<sup>(27)</sup> para comparação.

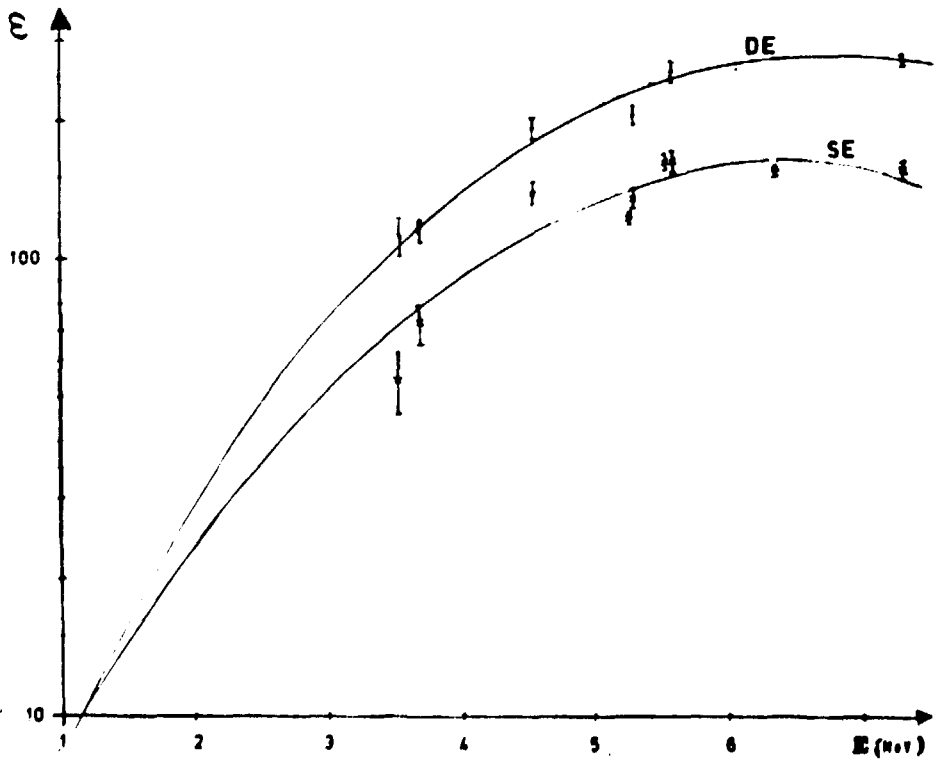
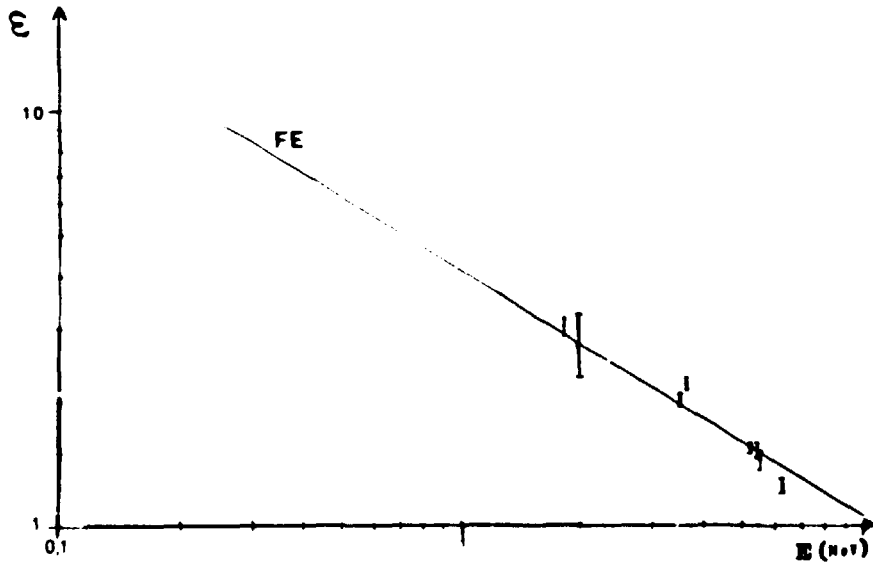


Figura 2.6 - Curvas de Eficiência

Tabela II.7.1

Este Trabalho			Bellmann <sup>(16)</sup>		Jonsson et al. <sup>(18)</sup>		Selin <sup>(17)</sup>
E(keV)	E + Er(keV)	I(γ/100 capt)	E(keV)	I(γ/100 capt)	E(keV)	I(γ/100 capt)	E(keV)
350,9 ± 0,6	350,9 ± 0,6	32,1 ± 1,4	350,0 ± 0,4	64,2 ± 3,4	350,0 ± 1	51	350,3 ± 1,0
583,4 ± 0,7	583,4 ± 0,7	4,0 ± 0,4	—	—	—	—	586,5 ± 2,0
767,2 ± 1,8	767,2 ± 1,8	3,1 ± 1,6	767,6 ± 1,3	3,2 ± 1,0	762,0 ± 2	0,8	768,5 ± 1,5
935,4	935,4 ± 1,2	1,7 ± 0,5	—	—	—	—	—
1140,1	1140,4 ± 2,7	1,1 ± 0,5	1141,0 ± 1,4	2,1 ± 0,7	—	—	—
1072,4 ± 0,4	1072,4 ± 0,4	10,9 ± 0,8	1070,2 ± 0,5	10,6 ± 1,1	1069,9 ± 1	12	1071,4 ± 1,5
1397,7 ± 2,4	1397,7 ± 2,4	0,6 ± 0,2	1398,2 ± 1,0	4,1 ± 0,8	—	—	1396,6 ± 3,0
1740,1 ± 3,2	1740,1 ± 3,2	1,4 ± 0,3	—	—	—	—	1747,3 ± 3,0
1930,9 ± 0,2	1930,9 ± 0,2	17,3 ± 0,9	1929,5 ± 0,2	16,1 ± 0,5	1930,5 ± 1	15	1930,6 ± 1,5
2035,5 ± 0,2	2035,7 ± 0,2	77,5 ± 3,6	2034,8 ± 0,4	61,6 ± 1,7	2035,9 ± 1	71	2035,5 ± 1,5
2256,9 ± 1,0	2256,0 ± 0,6	0,9 ± 0,3	2254,8 ± 1,1	2,2 ± 0,3	—	—	2255,9 ± 4,0
2437,7 ± 1,1	2437,8 ± 1,1	0,9 ± 0,2	2437,6 ± 0,6	2,7 ± 0,4	2439 ± 2	1,3	2438,4 ± 3,0
2794,1 ± 0,1	2794,3 ± 0,1	26,0 ± 1,2	2793,6 ± 0,4	23,5 ± 0,3	2793,7 ± 1	25	2794,4 ± 1,2
2895,6 ± 0,2	2895,8 ± 0,2	6,8 ± 0,4	2893,9 ± 0,5	5,3 ± 0,4	2896 ± 2	6,3	2896,3 ± 1,5
3095,5 ± 0,6	3095,7 ± 0,6	0,5 ± 0,1	3102,9 ± 1,3	4,4 ± 1,4	—	—	3099,3 ± 3,0
3313,0 ± 0,8	3313,3 ± 0,8	0,5 ± 0,1	3320,2 ± 2,4	2,2 ± 1,0	—	—	3313,6 ± 4,0
3388,4 ± 1,0	3388,7 ± 1,0	1,0 ± 0,4	—	—	—	—	—
3883,6 ± 1,6	3883,9 ± 1,6	2,4 ± 0,8	—	—	—	—	—
3972,7 ± 0,9	3973,1 ± 0,9	1,3 ± 0,4	3973,7 ± 0,6	3,0 ± 0,3	3970 ± 2	1,5	3974,8 ± 2,0
4373,9 ± 0,1	4374,4 ± 0,1	45,8 ± 2,0	4374,0 ± 0,2	47,3 ± 0,8	4374 ± 2	49	4374,9 ± 1,5
4721,5 ± 1,0	4722,1 ± 1,0	1,1 ± 0,2	—	—	—	—	4723,9 ± 4,0
4985,4 ± 0,9	4986,1 ± 0,4	0,7 ± 0,3	—	—	—	—	—
5643,1 ± 0,8	5643,9 ± 0,8	1,5 ± 0,3	5642,3 ± 1,9	0,8 ± 0,3	5643 ± 2	0,3	5642,4 ± 3,0
5688,9 ± 0,2	5689,7 ± 0,2	5,4 ± 0,4	5688,7 ± 0,6	4,8 ± 0,4	5689 ± 2	5,9	5689,9 ± 1,5
5994,0 ± 1,5	5994,9 ± 1,5	1,0 ± 0,4	5993,6 ± 4,7	1,2 ± 0,2	5993 ± 2	0,5	5992,4 ± 2,5
6410,3 ± 0,5	6411,4 ± 0,5	0,8 ± 0,2	6415,4 ± 5,5	0,8 ± 0,4	6409 ± 2	0,6	6409,4 ± 3,0
6759,5 ± 0,4	6760,7 ± 0,4	5,4 ± 0,4	6759,9 ± 0,8	5,0 ± 0,3	6759 ± 2	4,7	6760,9 ± 2,0

As energias foram calculadas da maneira já descrita; as energias de recuo do núcleo emissor foram calculadas pela fórmula:

$$E_r = E_x^2 / 2Mc^2$$

$E_x$  — energia medida experimentalmente

$M$  — massa do núcleo

$c$  — velocidade da luz

As intensidades foram calculadas pela expressão<sup>11</sup>:

$$I_\gamma = (A/\epsilon T)\eta$$

Cada grandeza entre parênteses foi calculada de maneira descrita anteriormente.

$\eta$  é o fator de normalização obtido fazendo-se a soma das intensidades das transições primárias (aquelas que partem do nível de captura) igual 100:

$$(\sum T_{prim.}) \times \eta = 100$$

Este fator é o mesmo para todo o espectro; desse modo as intensidades foram convertidas para a unidade ftons/100 capturas. Os erros nestas intensidades são maiores para as transições fracas, como seria de se esperar.

Os erros nestas intensidades foram estimados como:

$$\left(\frac{\Delta I_\gamma}{I_\gamma}\right)^2 = \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon}\right)^2$$

O erro na eficiência é da ordem de 5%, e o erro na área é aquele fornecido pelo programa de análise, sendo este erro tanto maior quanto mais fraca é a linha; além disso, dependendo da região do espectro em que a linha ocorre, a distribuição Compton pode aumentar este erro introduzindo distorção (cauda) na forma da linha destruindo parcialmente o caráter gaussiano.

O esquema de níveis proposto com base nos resultados obtidos é mostrado na Figura 2.7. As energias de excitação são calculadas a partir das transições (levando em conta a energia de recuo) e onde ocorram várias cascates é calculado o valor médio para a energia do nível. Para a montagem deste esquema de níveis, foi utilizado um programa de computador<sup>(49)</sup> que faz todas combinações possíveis das transições observadas e calcula as energias dos níveis a partir dos valores dessas transições. Também foi muito útil a informação de outras experiências<sup>(3,43,46)</sup>, especialmente no caso de transições muito fracas. Algumas transições observadas são muito fracas e foram colocadas (com linhas tracejadas) considerando-se apenas diferenças de energias (com base em outras experiências) não sendo confirmadas por balanço de intensidades que é a razão entre a soma das intensidades das linhas que alimentam um certo nível e daquelas que pertencem desse mesmo nível. A Tabela II.7.2 dá os valores dos níveis de energia (em keV) e o respectivo balanço de intensidades.

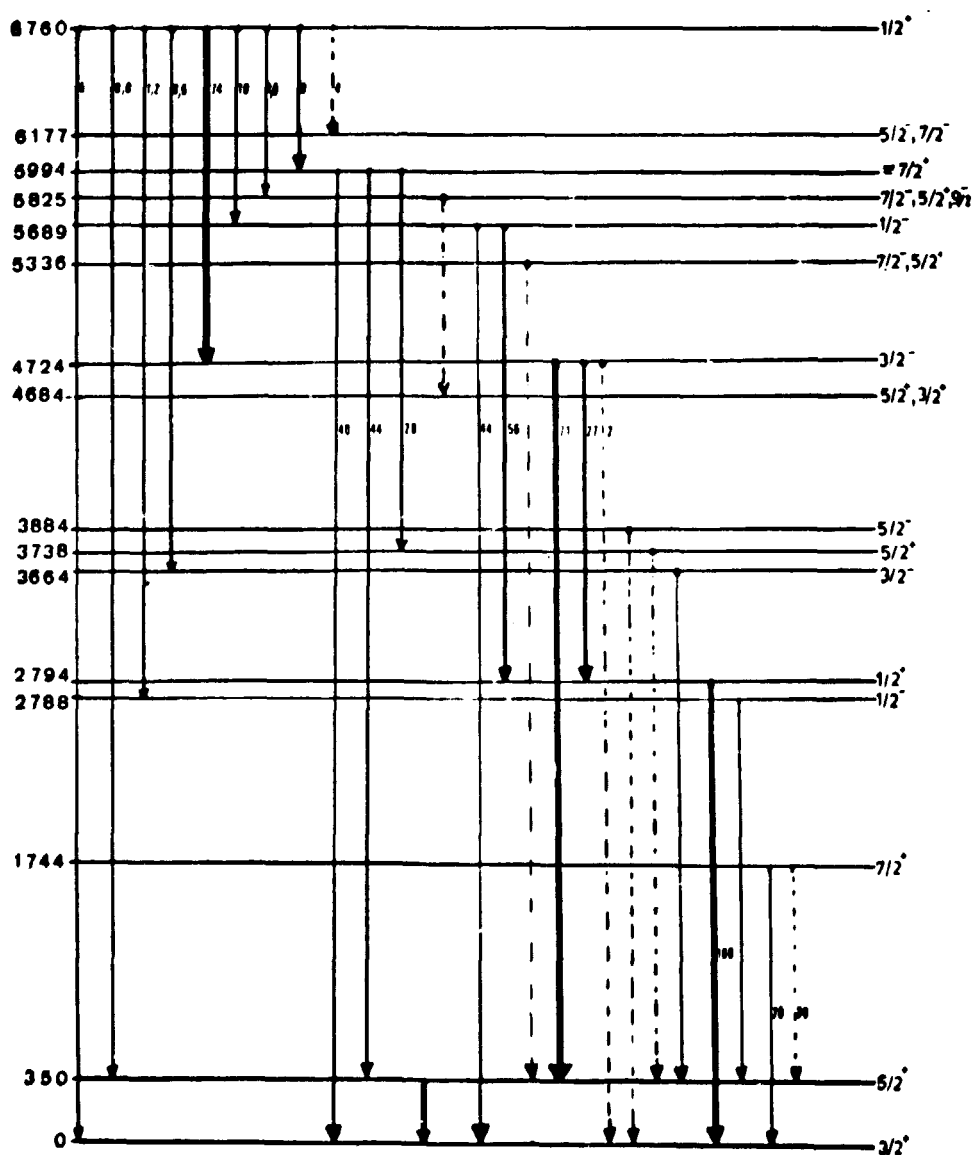


Figura 2.7 – Esquema de Níveis.Spins de Acordo com Hoffmann et al<sup>(29)</sup>.  
As Porcentagens de Algumas Transições estão Indicadas



As transições de 1740 keV e 1397 keV foram atribuídas ao nível de 1744 keV porém não foi observada uma transição que alimentasse esse nível, pois em vista da complexidade do espectro algumas linhas fracas não foram observadas. Picos de escape, distribuição Compton e radiação de fundo são fatores que contribuem para mascarar as linhas mais fracas.

A transição de 3883,6 keV foi atribuída ao nível de 3884 keV que é bem conhecido de outras experiências<sup>(42,43)</sup>.

Os níveis de 4684; 5336; 5825 e 6177 keV também não tiveram um balanço de intensidades, mas são bem conhecidos<sup>(29,42,43)</sup>.

### II.7.2 – Q de reação $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$

O valor  $Q$  da reação foi calculado somando-se as energias das transições de cada cascata que liga o nível de captura ao estado fundamental sendo calculada a média dos valores obtidos das diversas cascatas. O resultado é:

$$Q = 6760,2 \pm 1,7 \text{ keV}$$

Este valor pode ser comparado com aqueles de Bellmann<sup>(16)</sup> e Jonsson<sup>(18)</sup>, que são respectivamente  $6759,5 \pm 0,3$  e  $6760$  keV.

### II.7.3 – Secção de Choque da Reação $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$

A secção de choque para a captura de nêutrons térmicos desta reação foi calculada por comparação com o valor da secção de choque do nitrogênio. Como a mistura de gases tem uma relação de pressões fixa durante o tempo de medida, pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{n_1 \phi \sigma_1 (\% \text{ isot})_1 (\% \text{ trans.})_1 t \Omega e_1 T_1}{n_2 \phi \sigma_2 (\% \text{ isot})_2 (\% \text{ trans.})_2 t \Omega e_2 T_2}$$

Os índices 1 e 2 referem-se aos dois gases utilizados respectivamente neônio e nitrogênio.

$n$  – nº de átomos das amostras

$\sigma$  – secção de choque

(% isot) – porcentagem isotópica dos núclídeos

(% trans.) – porcentagem das transições racionadas (fotons/100 capt.)

$\Omega$  – ângulo sólido

$t$  – tempo de medida

$e$  – eficiência para a detecção das transições relativas aos núclídeos 1 e 2

$T$  – transmissão durante o percurso total para os fotons referentes aos núclídeos 1 e 2

### A – área dos picos correspondentes às transições relacionadas

Nesta relação, a razão ( $n_1/n_2$ ) é simplesmente a razão entre as pressões parciais dos gases que é igual a 3.

Utilizando as transições mais intensas do neônio e uma transição intensa do nitrogênio (1884 keV), foram calculados diversos valores para  $\sigma_{Ne}$ . Tomando-se a média desses valores o resultado obtido foi:

$$\sigma = 41,8 \pm 7,6 \text{ mb}$$

que pode ser comparado com os valores encontrados por Bellmann<sup>(3)</sup> e Jonsson<sup>(27)</sup>,  $36,8 \pm 4,5 \text{ mb}$  e  $45 \pm 10 \text{ mb}$  respectivamente.

Tabela II.7.2

#### Balanco de Intensidades

E(keV)	$I_i/I_o$
350,3 ± 0,5	55/32
1744,1 ± 4,0	/ 2
2787,5 ± 1,0	1,3/ 0,9
2794,2 ± 0,4	24,1/26
3664,4 ± 1,7	0,5/ 0,5
3735,0 ± 2,9	0,9/ 1,0
3883,6 ± 1,3	/ 2,4
4684,9 ± 2,0	-
4724,1 ± 3,0	77,4/64,2
5336,3 ± 2,0	/ 0,7
5689,8 ± 1,9	10,9/12,2
5994,8 ± 2,9	3,1/ 3,4
6177,3 ± 1,0	4,0/
6760,0 ± 0,3	$I_o = 5,4$
6925,4 ± 2,9	1,7/ 1,1

$I_i$  – Intensidade das linhas que chegam ao nível.

$I_o$  – Intensidade das linhas que saem desse nível.

### III – MODELO COLETIVO DO NÚCLEO

#### III.1 – Introdução

Neste capítulo são discutidos os aspectos principais do modelo coletivo, dando ênfase ao modelo unificado rotacional que é de relevância para este trabalho.

O que se deseja é dar uma descrição sucinta sem qualquer pretensão de uma abordagem diferente.

Quando se consideram núcleos na região de camadas fechadas têm-se simetria esférica e o modelo de camadas se aplica de maneira bastante prática. Quando se afasta progressivamente das camadas fechadas o espectro torna-se bastante complexo e são evidenciados os aspectos de natureza coletiva. Estas propriedades coletivas resultam de movimentos correlacionados de um grande número de núcleons.

Um dos primeiros modelos fenomenológicos formulados foi o modelo da gota líquida<sup>(6)</sup>.

Neste modelo são considerados dois tipos de movimento: vibrações de superfície conservando o volume e vibrações de volume conservando a forma. No entanto, a matéria nuclear é considerada praticamente incompressível, e portanto as excitações de mais baixa energia são atribuídas às vibrações de superfície. Entretanto como já foi apontado<sup>(6)</sup>, este modelo é inadequado para descrever os estados excitados do núcleo, fornecendo níveis muito espaçados e apresentando uma estrutura muito simplificada.

Entretanto, este modelo descreve razoavelmente bem o processo de fissão e dá uma explicação qualitativa<sup>(14)</sup> para os grandes momentos de quadrupolo elétrico e intensidades de transições  $E_2$  muito fortes que são propriedades nucleares dificilmente previstas por um modelo de camadas simples. Estes dois fatos citados constituem uma sistemática em algumas regiões de massa: para  $155 < A < 185$  e  $A > 220$ , para núcleos da camada s-d  $19 < A < 25$ . Mesmo para a camada p  $9 < A < 14$ , os momentos de quadrupolo elétrico (positivos) e intensidades de transições  $E_2$  são bastante grandes.

A existência de um momento de quadrupolo grande indica que o núcleo pode adquirir uma forma permanentemente deformada, permitindo especificar uma orientação para o sistema de partículas.

### III.2 – Modelo Unificado

Mesmo apresentando propriedades consideradas relativamente coletivas, o núcleo é um sistema de partículas que interagem por meio de intensas forças de curto alcance.

Portanto, como sugerido por Rowe<sup>(45)</sup>, é interessante considerar o movimento coletivo em termos de interações de partículas.

Neste sentido o modelo unificado de Bohr e Mottelson<sup>(7,8)</sup> tenta conciliar os dois aspectos, coletivo e de partícula em um único modelo, descrevendo simultaneamente os movimentos de partícula independente e os movimentos que resultam da contribuição coerente de muitas partículas.

Este modelo considera o movimento de partículas em um potencial deformado e não estático, mas capaz de girar e vibrar.

Na verdade, além das hipóteses básicas com relação à existência de um potencial gerado pelas próprias partículas, o fato de que a interação nuclear é de curto alcance, a quase incompressibilidade da matéria nuclear e que o núcleo possui uma superfície bem determinada (não difusa), o modelo considera fundamental a interação de longo alcance entre os núcleons, via superfície, desprezando os acoplamentos diretos. Este tipo de acoplamento é que é responsável pela existência de uma forma nuclear rotacional. Mottelson<sup>(34)</sup> e também Rowe<sup>(45)</sup>, discutem e comparam os dois tipos principais de acoplamentos: "alinhado" e direto, isto é, aos pares, sendo que o primeiro como já foi dito é responsável pela existência das grandes deformações e dos espectros rotacionais enquanto que o segundo dá origem a forma de equilíbrio esférica e espectros vibracionais.

Neste trabalho, o núcleo considerado tem uma deformação prolata bastante grande para se tentar uma interpretação em termos do modelo rotacional, com simetria axial. Este tipo de simetria simplifica bastante o cálculo e experimentalmente<sup>(45,47)</sup> verifica-se um bom acordo para os casos em que o modelo rotacional se aplica. Portanto neste trabalho não são consideradas excitações vibracionais do caroço, considerando-se o núcleo do estado vibracional fundamental.

A condição para que a forma nuclear permaneça inalterada é que a frequência de rotação do núcleo deformado seja muito menor em relação às frequências associadas aos movimentos das partículas, cujas órbitas no poço de potencial deformado não são, dessa maneira, perturbadas pela rotação. Dessa forma se diz que as partículas estão fortemente acopladas ao caroço o que é referido como aproximação adiabática.

Neste caso, a função da onda pôde ser escrita como um produto;

$$\psi = \phi_{\text{vib.}} D \chi \quad (\text{III.2.0})$$

$\phi_{\text{vib.}}$  : descreve os estados vibracionais (será omitida pelas razões já citadas).

$D$  : descreve a orientação da forma nuclear.

$\chi$  : descreve os movimentos dos núcleons no potencial deformado (função de onda intrínseca).

Entretanto como se trata de um sistema de partículas em rotação é esperado o aparecimento de forças de Coriolis e centrífugas, que tendem a desacoplar as partículas do caroço, causando mistura de bandas rotacionais. Este efeito, quando levado em conta, pode explicar certos espectros que apresentam discrepâncias do modelo rotacional simples na aproximação adiabática. O exemplo clássico pode ser encontrado em Kerman<sup>(28)</sup>. Mais adiante, se verá como tratar esta interação nos casos em que ela é relevante.

### O Hamiltoniano do Sistema

O fato de que a deformação nuclear é permanente, permite que se defina um sistema<sup>(23)</sup> de eixos ligado ao núcleo (intrínseco), e um sistema S de laboratório em relação ao qual o núcleo (visualizado como um rotor rígido) gira.

Assim, define-se Oxyz como sistema S de laboratório e um sistema S' de eixos O'x'y'z' ao longo dos eixos principais cuja orientação em relação a S é dada pelos ângulos de Euler  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  que são considerados como variáveis dinâmicas descrevendo a rotação coletiva do núcleo. O hamiltoniano tem que incluir, portanto, os dois tipos de graus de liberdade-intrínseco e coletivo e um termo de acoplamento entre eles e pode ser escrito na seguinte forma<sup>(47)</sup>:

$$H = H_{\text{int.}} + T_{\text{rot.}} + H_{\text{acopl.}} \quad (\text{III.2.1})$$

onde:

$H_{\text{int.}}$  = hamiltoniano de partícula independente.

$T_{\text{rot.}}$  = energia cinética de rotação.

$H_{\text{acopl.}}$  = termo de interação entre os movimentos intrínsecos e coletivos.

$T_{\text{rot.}}$  pode ser escrita por analogia com o rotor cláss.co:

$$T_{\text{rot.}} = \frac{\hbar^2}{2I_{x'}} R_{x'}^2 + \frac{\hbar^2}{2I_{y'}} R_{y'}^2 + \frac{\hbar^2}{2I_{z'}} R_{z'}^2 \quad (\text{III.2.2})$$

$R$  : momento angular da rotação coletiva.

$I_i$  : momento de inércia em torno dos eixos principais.

Definindo  $\vec{J}$  como o momento angular intrínseco total das partículas, pode-se acoplar  $\vec{J}$  e  $\vec{R}$  para o momento angular total  $\vec{I}$ .

$$\vec{I} = \vec{R} + \vec{J} \quad (\text{III.2.3})$$

A Figura 3.1 ilustra este acoplamento.

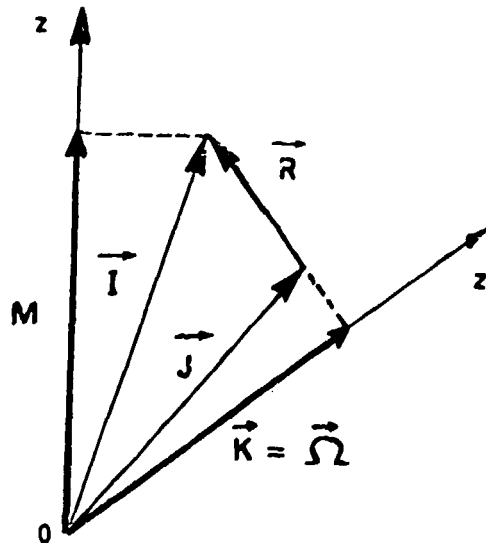


Figura 3.1 — Acoplamento entre os Momentos Angulares Intrínsecos  $\vec{J}$  e Coletivo  $\vec{R}$  Quando o Núcleo Possui Simetria Axial.

Rotação em Torno de um Eixo de Simetria é Possível em Mecânica Quântica, isto Implica:  $R_{z'} = 0$ ,  $I_{z'} = J_{z'}$  ou  $K = \Omega$  e  $\vec{R} \perp O_{z'}$ .

Como já foi afirmado antes, a simetria axial é considerada uma boa aproximação para quase todos os núcleos fortemente deformados.

Assim, fazendo  $y_{x'} = y_{y'} = y$  tem-se:

$$T_{rot} = \frac{\hbar^2}{2y} (R_{x'}^2 + R_{y'}^2) + \frac{\hbar^2}{2y_{z'}} R_{z'}^2$$

usando  $\hat{R} = \hat{I} - \hat{J}_z$ ,

$$T_{rot} = \frac{\hbar^2}{2y} (I^2 + J^2 - 2\hat{I}\hat{J}) + \left( \frac{\hbar^2}{2y_{z'}} - \frac{\hbar^2}{2y} \right) (I_{z'} - J_{z'})^2 \quad (III.2.4)$$

lembrando sempre que  $\hat{J} = \sum_{partículas} \hat{J}_p$

Na aproximação em que  $H_{acopl.}$  pode ser desprezado a função de onda pode ser da forma:

$$\psi_{(I K M)} = D_{MK}^I(\theta_k) \chi_{(r')} \quad (III.2.5)$$

onde a função de onda  $\chi_{(r')}$  será denotada por  $\chi_{\Omega}(r')$  para enfatizar que, devido a simetria axial:

$$I_{z'} \chi_{\Omega}(r') = \Omega \chi_{\Omega}(r') \quad (III.2.6)$$

$D_{MK}^I(\theta_k)$  é auto-função de  $T_{rot}$ , que tem a forma do Hamiltoniano de um rotor rígido, sendo portanto auto-função do pião simétrico<sup>(9,12)</sup> com as seguintes propriedades:

$$D_{MK}^I(\theta_k) = \exp(iM\theta_1) d_{MK}^I(\theta_2) \exp(iK\theta_3)$$

$$d_{MK}^I(\theta_2) = \langle IM | \exp i\theta_2 I_y | IK \rangle$$

$$\hat{I}^2 D_{MK}^I(\theta_k) = I(I+1) D_{MK}^I(\theta_k) \quad (III.2.7)$$

$$I_{z'} D_{MK}^I(\theta_k) = M D_{MK}^I(\theta_k)$$

$$I_{x'} D_{MK}^I(\theta_k) = K D_{MK}^I(\theta_k)$$

$$I_{\pm} D_{MK}^I(\theta_k) = [(I \mp M)(I \pm M + 1)]^{1/2} D_{M \pm 1, K}^I(\theta)$$

$$I_{\pm}^1 D_{MK}^1(\theta_k) = [(l \pm K)(l \mp K + 1)]^{1/2} D_{M, K \mp 1}^1(\theta)$$

$$I_{\pm}^1 = I_{x'} \pm i I_{y'}$$

Estas propriedades são deduzidas detalhadamente, por exemplo, em J. P. Elliott<sup>(14)</sup> e A. S. Davydov<sup>(12)</sup>. Pode-se agora reescrever o hamiltoniano separando-se as partes das quais  $\Psi$  é auto-função:

$$H = (H_{\text{int.}} + \frac{\hbar^2}{2\gamma} J^2) + \left[ \frac{\hbar^2}{2\gamma} (I^2 - 2I_{z'} J_{z'}) + \left( \frac{\hbar^2}{2\gamma_{z'}} - \frac{\hbar^2}{2\gamma} \right) (I_{z'} - J_{z'})^2 \right] + [H_{\text{acopl.}} - \hbar^2/2\gamma (I_{+}' J_{-}' + I_{-}' J_{+}')] \quad (\text{III.2.8})$$

onde  $H_{\text{acopl.}}$  é desprezado. O último termo é chamado interação de Coriolis ou interação rotação-partícula, cuja notação é  $H_c$ .

A função de onda, supondo  $\chi_{\Omega}$  já normalizada, e levando em conta a normalização das funções  $D_{MK}^1$  é:

$$\Psi_{(lKM)} = \left( \frac{2l+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} D_{MK}^1(\theta_k) \chi_{\Omega}(r') \quad (\text{III.2.9})$$

Esta função de onda não contém as simetrias envolvidas no problema.

Como o hamiltoniano é invariante por rotações em torno de  $Z'$ ,  $K$  é um bom número quântico.

Além disso, é impossível em mecânica quântica distinguir rotações em torno do eixo de simetria de um sistema, isto é expresso em:

$$R_{z'} \Psi_{(lKM)} = 0$$

o que implica em:

$$(I_{z'} D_{MK}^1) \chi_{\Omega} = D_{MK}^1 (J_{z'} \chi_{\Omega})$$

ou seja:

$$K = \Omega$$

Olhando a Figura 3.1, pode-se concluir que a rotação coletiva deve ser perpendicular ao eixo de simetria.

Em virtude de se considerar simetria axial, H deve ser invariante por reflexão no plano  $x'y'$ , o que acarreta uma degenerescência em  $K$  e  $-K$  e como esta inversão é equivalente a uma rotação de  $\pi$  em torno de  $Oy'$ , o resultado daquela operação pode ser deduzido<sup>(14,17)</sup> em termos das propriedades de transformações das funções  $D_{MK}^l$ .

Para isto é usual expandir a função intrínseca em auto-funções de  $J^2$  cujas propriedades de transformação são conhecidas:

$$\chi_K = \sum_J C_J \chi_{JK} \quad (\text{III.2.10})$$

Sendo

$R_{y'}(\pi)$  o operador de rotação tem-se<sup>(24)</sup>:

$$R_{y'}(\pi) \chi_K(r') = \sum_J C_J (-1)^{J+K} \chi_{J-K} \quad (\text{III.2.11})$$

$$R_{y'}(\pi) D_{MK}^l(\theta_k) = (-1)^{l+K} D_{M-K}^l(\theta_k)$$

definindo o operador:

$$\widehat{(-1)}^J \chi_K(r') = \sum_J C_J (-1)^J \chi_{J-K} \quad (\text{III.2.12})$$

A função de onda deve ter uma paridade bem definida e deve portanto ser uma combinação envolvendo  $K$  e  $-K$ .

A função de onda que apresenta a máxima simetria neste caso é<sup>(24)</sup>:

$$\begin{aligned} \Psi_{(lKM)} = & \left( \frac{2l+1}{16\pi^2} \right)^{1/2} \left[ D_{MK}^l(\theta_k) \chi_K(r'_i) + \right. \\ & \left. + (-1)^{l-J} D_{M,-K}^l(\theta_k) \chi_{-K}(r'_i) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.2.13})$$

O operador de paridade pode ser escrito como:

$$P(\Psi) = \pi(\chi) R_{y'}(\pi)$$

onde

$\pi(\chi)$  - paridade da função intrínseca.



Por causa da invariância com relação a inversão no plano  $x'y'$

$$R_y(\pi) = +1$$

logo:

$$P(\Psi) = \pi(\chi)$$

Portanto a paridade da função da onda total é dada pela paridade da função de onda de partícula (intrínseca) que deve ser bem definida em razão da simetria exigida para  $H_{int}$ .

Para  $K = 0$ , a função produto simples já apresenta paridade bem definida:

$$P(\Psi(IOM)) = (-1)^I \Psi(IOM)$$

Assim os núcleos com  $K = 0$  terão uma seqüência de spins par (começando com 0) ou ímpar dependendo da paridade da função de onda intrínseca.

Os estados com diferentes valores  $I$  mas caracterizados pela mesma função de onda (estado intrínseca) constituem uma banda rotacional. Em uma banda ( $K \neq 0$ ) tem-se:

$$I = |K|, |K| + 1, |K| + 2 \dots$$

O termo de Coriolis, por causa do operador  $J_x^2$ , pode acoplar estados intrínsecos  $K$  e  $K'$  com  $K = K' \pm 1$ .

Ao se diagonalizar a matriz de energia com as funções de onda já calculadas, o termo de Coriolis fornece elementos de matriz não-diagonais em  $K$  e as funções de onda terão componentes de diferentes bandas rotacionais; em consequência disto  $K$  não é mais uma constante do movimento. Para o caso em que os espaçamentos em energia das diferentes bandas rotacionais são muito maiores que os termos de acoplamento respectivo, o elemento  $\langle IK'M | H_{Coriol} | IKM \rangle$  pode ser desprezado, exceção feita para as bandas com  $K = 1/2$  quando o  $H_c$  tem termos diagonais.

Na aproximação acima, o espectro de energias de uma banda rotacional é dado por:

$$E(IKM) = E(K) + \frac{\hbar^2}{2\gamma} [I(I+1)] \quad (III.2.14)$$

onde todos os termos que não dependem de  $I$  são englobados em  $E(K)$ .

A contribuição de  $H_c$  depende de detalhes da função de onda  $\chi_K(r')$  que devem ser fornecidas por um modelo que leva em conta os movimentos das partículas, ou seja a estrutura intrínseca.

### III.3 – O Modelo de Nilsson

Ao considerar a estrutura intrínseca do núcleo, seguindo a idéia básica do modelo unificado, procura-se descrever a função de onda  $\chi_{\Omega}(r')$  na aproximação de partícula independente com um potencial deformado, adequadamente escolhido.

Nilsson<sup>(35)</sup>, desenvolveu um modelo em que o potencial utilizado tem as características de poço quadrado e de oscilador harmônico combinadas.

Usando a mesma notação de Nilsson, a hamiltoniana de partícula independente é:

$$H = H_0 + C \vec{\ell} \vec{S} + D \vec{\ell}^2 \quad (III.2.1)$$

$H_0$  sendo a hamiltoniana do oscilador harmônico.

$C \vec{\ell} \vec{S}$  termo de acoplamento spin-órbita da mesma forma que aparece no modelo de camadas esférico.

$D \vec{\ell}^2$  – termo que corrige o potencial harmônico abaixando em energia estados com momento angular grande.

$H_0$  considerando a simetria axial é escrito como:

$$H_0 = - \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + \frac{1}{2} M [\omega_x^2 (x'^2 + y'^2) + \omega_z^2 z'^2] \quad (III.3.2)$$

A deformação nuclear pode ser introduzida definindo-se:

$$\begin{aligned} \omega_z^2 &= \omega_0^2 (1 - 4/3 \delta) \\ \omega_x^2 &= \omega_y^2 = \omega_0^2 (1 + 2/3 \delta) \end{aligned} \quad (III.3.3)$$

Para que o volume seja mantido constante é necessário que:

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \text{constante}$$

o que resulta:

$$\omega_0(\delta) = \omega_0 \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 + \frac{16}{27} \delta^3\right)^{-1/6} \quad (III.3.4)$$

Na prática é difícil de se trabalhar na representação cartesiana, por isto é usual escrever o potencial na forma:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2} M \omega_0^2 r^2 (1 - 2\beta Y_{20}(\theta, \phi)) \quad (III.3.5)$$

que inclui apenas deformações do tipo quadrupolo.

O parâmetro  $\beta$  de deformação é relacionado com  $\delta$  por<sup>(39)</sup>:

$$\delta = 3/2 (5/4\pi)^{1/2} \beta = 0,95 \beta \quad (III.3.6)$$

Nilsson mostra que introduzindo uma transformação de escala do tipo:

$$x = (M\omega_0/\hbar)^{1/2} x' \quad (III.3.7)$$

a hamiltoniana se divide em um termo esfericamente simétrico e em um termo que inclui o fator de deformação. Usando (III.3.7) define-se:

$$r^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

$$\nabla_r^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \right)$$

Estas relações, juntamente com (3.1, 2 e 5), permitem escrever a hamiltoniana da seguinte forma:

$$H = \left[ \frac{1}{2} (-\nabla_r^2 + r^2) - \beta r^2 Y_{20}(\theta, \phi) \right] \hbar\omega_0 - [2K \hat{L}_s^2 + K\mu l^2] \hbar\omega_0 \quad (III.3.8)$$

Sendo  $K$  e  $\mu$  definidos como:

$$K = -\frac{1}{2} C/\hbar\omega_0$$

$$\mu = 2D/C$$

Em vista da separação obtida, pode-se usar as funções de onda do oscilador harmônico (em coordenadas esféricas) como base para a diagonalização de  $H$ . A expansão nesta base pode ser escrita:

$$|\Omega\alpha\rangle = \sum_{\ell\Lambda} a_{\ell\Lambda}^{\alpha} |\ell\Lambda\Sigma\rangle \quad (III.3.9)$$

$\alpha$  = número quântico que caracteriza o estado

$\Lambda$  e  $\Sigma$  são os números quânticos orbitais e de spin.

Chamando  $H_0$  o primeiro termo em (III.3.8) vemos que nesta representação,  $\hat{L}^2$ ,  $\hat{L}_z = \hat{L}_x + \hat{L}_y$  e  $H_0$  são diagonais portanto as seguintes relações podem ser escritas:

$$\begin{aligned}
 H_0 |N \ell \Lambda \Sigma\rangle &= (N + 3/2) \hbar \omega_0 |N \ell \Lambda \Sigma\rangle \\
 \ell^2 |N \ell \Lambda \Sigma\rangle &= \ell(\ell + 1) |N \ell \Lambda \Sigma\rangle \\
 \ell_z |N \ell \Lambda \Sigma\rangle &= \Lambda |N \ell \Lambda \Sigma\rangle \\
 s_z |N \ell \Lambda \Sigma\rangle &= \Sigma |N \ell \Lambda \Sigma\rangle
 \end{aligned}
 \tag{III.3.10}$$

N é número de quanta do oscilador.

Os vetores da base  $|N \ell \Lambda \Sigma\rangle$  no espaço de configuração podem ser escritos:

$$\langle \vec{r} | N \ell \Lambda \Sigma \rangle = R_{n\ell}(r) Y_{\ell\Lambda}(\theta, \phi) S_{1/2, \Sigma}$$

onde  $R_{n\ell}(r)$  é a parte radial da função de onda dada por:

$$\begin{aligned}
 R_{n\ell}(r) &= [2\Gamma(\ell + n + 3/2)/n! \Gamma(\ell + 3/2)^2]^{-1/2} r^\ell e^{-r^2/2} \\
 &\times F(-n, \ell + 3/2; r^2)
 \end{aligned}$$

onde F é a função hipergeométrica confluenta, sendo n o número de nós da função radial definido por:

$$\begin{aligned}
 n &= (N - \ell)/2 \\
 S_{1/2, \Sigma} &= \text{função de onda de spin} \\
 Y_{\ell\Lambda}(\theta, \phi) &= \text{função de onda da parte angular}
 \end{aligned}$$

A diagonalização da hamiltoniana H é feita considerando apenas vetores de base  $|N \ell \Lambda \Sigma\rangle$  pertencentes ao mesmo par N,  $\Omega$  o que significa nesta aproximação que não só  $\Omega$  mas também N é um bom número quântico.

Abaixo são dados os elementos de matriz necessários. Um cálculo detalhado pode ser encontrado no trabalho original de Nilsson ou por exemplo, em Houvriez<sup>(24)</sup>.

Usando  $\ell_s = \frac{\ell_+ s_- + \ell_- s_+}{2} + \ell_z s_z$ , tem-se as seguintes condições para o elemento de matriz  $\langle \ell' \Lambda' \Sigma' | \hat{\ell} \hat{\Lambda} \Sigma \rangle$ :  $\ell = \ell' \Lambda = \Lambda'$  ou  $\Lambda' \pm 1$

usando a notação  $\Sigma = 1/2^+ = +$  e  $\Sigma = 1/2^- = -$  obtém-se:

$$\langle \ell \Lambda \pm 1 \mp | \hat{\ell} \hat{\Lambda} | \ell \Lambda \pm \rangle = 1/2 [(\ell \mp \Lambda)(\ell \mp \Lambda \pm 1)]^{1/2}$$

$$\langle \ell \Lambda \pm 1 | \vec{s} | \ell \Lambda \pm 1 \rangle = \pm \frac{\Lambda}{\hbar}$$

O termo da hamiltoniana que inclui  $\delta$  em notação usual é

$$H_{\delta} = -4/3 (4\pi/5)^{1/2} \delta \hbar \omega_0 r^2 Y_{20}(\theta, \psi) \quad (44.3.11)$$

O elemento de matriz correspondente, por causa da forma separada de onda, pode ser escrito:

$$\langle N \ell' \Lambda \Sigma | H_{\delta} | N \ell \Lambda \Sigma \rangle = -4/3 (\pi/5)^{1/2} \delta \hbar \omega_0 (\delta) \langle N \ell' | r^2 | N \ell \rangle$$

$$\langle \ell' \Lambda' | Y_{20} | \ell \Lambda \rangle$$

No primeiro elemento de matriz  $|N \ell \rangle$  é a função hipergeométrica com os seguintes elementos de matriz:

$$\langle N \ell | r^2 | N \ell \rangle = N + 3/2$$

$$\langle N \ell + 2 | r^2 | N \ell \rangle = [(N - \ell)(N + \ell + 3)]^{1/2}$$

ainda:

$$\langle N \ell - 2 | r^2 | N \ell \rangle = [N - \ell + 2)(N + \ell + 1)]^{1/2}$$

O termo seguinte envolve um cálculo de integral com 3 harmônicos esféricos<sup>(14,44)</sup>:

$$\langle N \ell' \Lambda' \Sigma' | Y_{20} | N \ell \Lambda \Sigma \rangle = (5/4\pi)^{1/2} \left( \frac{2\ell + 1}{2\ell' + 1} \right)^{1/2} \times$$

$$\langle \ell' \Lambda' 0 | \ell \Lambda \rangle \langle \ell' 0 0 | \ell 0 \rangle \delta_{\Sigma' \Sigma}$$

Pelas propriedades dos coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$|\ell - \ell'| < 2 \quad e \quad \Lambda = \Lambda'$$

Os valores de  $\ell$ , sendo  $N$  e  $\Omega$  definidos são restritos também por:

$$|\Omega| - 1/2 \leq \ell \leq N$$

que vem das relações:

$$\Omega = \ell_z + s_z \quad |\ell_z| > |\Omega| - 1/2 \ell_z < \ell$$

$$N = 2n + \ell \quad \text{e portanto} \quad \ell < N$$

No cálculo de alguns parâmetros do modelo, é útil expressar a função de onda intrínseca  $|N\ell\Lambda\Sigma\rangle$  em termos de auto-funções de  $J^2$  e  $J_z$ :

$$|N\ell\Lambda\Sigma\rangle = \sum_J \langle \ell \ 1/2 \ \Lambda \ \Sigma | J \ \Omega \rangle |N\ell J \Omega\rangle$$

usando (III.3.9):

$$|\Omega\alpha\rangle = \sum_{\ell J} \left[ \sum_{\Lambda} a_{\ell\Lambda}^{\alpha} \langle \ell \ 1/2 \ \Lambda \ \Sigma | J \ \Omega \rangle |J\Omega\rangle \right] |N\ell J \Omega\rangle \quad (\text{III.3.12})$$

$$= \sum_{\ell J} C_{\ell J}^{\alpha} |N\ell J \Omega\rangle \quad (\text{III.3.13})$$

$$C_{\ell J}^{\alpha} = \sum_{\Lambda} \langle \ell \ 1/2 \ \Lambda \ \Sigma | J \ \Omega \rangle a_{\ell\Lambda}^{\alpha} \quad (\text{III.3.14})$$

Os  $a_{\ell\Lambda}^{\alpha}$  e  $C_{\ell J}^{\alpha}$  são as amplitudes das funções de onda nas duas representações.

Os níveis de energia no modelo de Nilsson podem ser caracterizados pelos números,  $\Omega$ ,  $\Pi$   $[N, n_z, \Lambda]$ .

$\Pi$  é a paridade do estado dado por  $(1)^{\ell}$  ou  $(-1)^N$ , pois  $N = 2n + \ell$  e a tríade  $[N, n_z, \Lambda]$  são os números quânticos assintóticos, obtidos quando se considera o limite

$$H_{\delta} \gg D\ell^2 + C\ell^2 s$$

Neste limite as auto-funções anteriormente obtidas podem ser expandidas na base do oscilador harmônico deformado.

$$N = n_x + n_y + n_z$$

$$n_p = n_x + n_y$$

$$\Lambda = n_p, n_p - 2, n_p - 4, \dots, 1 \text{ ou } 0 \text{ se } n_p \text{ é ímpar ou par}$$

Este limite, correspondente a grandes deformações, permite tratar o termo de spin-órbita em teoria de perturbação.

### III.4 – Influência da Mistura de Bandas

#### O Espectro de Energia

Com a simetria axial considerada (estados com  $k = \Omega$ ) a hamiltoniana (III.2.8) pode ser reescrita:

$$H = \frac{\hbar^2}{2\gamma} (I^2 - 2 I_z J_z) + [H_{int.} + \frac{\hbar^2}{2\gamma} J^2] - \frac{\hbar^2}{2\gamma} (I'_+ J'_- + I'_- J'_+) \quad (III.4.1)$$

transcrevendo a expressão (III.2.13) para a função de onda:

$$\Psi_{(IKM)} = \left( \frac{2I+1}{16\pi^2} \right)^{1/2} (D^I_{MK} | N\Omega\alpha \rangle + (-1)^{I+K} D^I_{M-K} | N-\Omega\alpha \rangle) \quad (III.4.2)$$

Para o caso em que  $K = 1/2$ , o termo  $\langle IKM | H_c | IKM \rangle$  fornece contribuição diagonal por causa da existência de  $K$  e  $-K$  na função de onda (este cálculo é feito em detalhes por Elliott<sup>(14)</sup>):

$$\langle I \ 1/2 \ M | H_c | I \ 1/2 \ M \rangle = \hbar^2/2\gamma \ a(-1)^{I+1/2} (I+1/2) \quad (III.4.3)$$

sendo  $a$  denominado parâmetro de desacoplamento, dado por:

$$a = \sum_J (-1)^{J-1/2} (J+1/2) | C_J |^2 \quad (III.4.4)$$

onde  $C_J$  são as amplitudes das funções de onda intrínsecas, definidas em (III.3.14). O parâmetro  $a$  pode ser dado ainda por:

$$a = \sum_{\ell} (-1)^{\ell} [(\ell+1) | C_{\ell+1/2,\ell} |^2 - \ell | C_{\ell-1/2,\ell} |^2] \quad (III.4.5)$$

Portanto a energia de um estado  $(IKM)$  será dada por:

$$E(IKM) = \epsilon_{int.} + \frac{\hbar^2}{2\gamma} [I(I+1) - 2K^2 + a(-1)^{I+1/2} (I+1/2) \delta_{K,1/2}] \quad (III.4.6)$$

onde  $\epsilon_{int.}$  são as energias de partícula independente do modelo de Nilsson incluindo a contribuição do termo em  $J^2$ .

Neste trabalho são considerados acoplamentos entre 3 bandas ( $K = 3/2, 1/2, 5/2$ ) sendo que, em

virtude das propriedades das funções  $D_{MK}^I$  e pelo fato que  $J_{\pm}'$  não muda a paridade da função intrínseca, somente estados com o mesmo  $l$  em bandas com a mesma paridade podem se misturar.

Os operadores  $I_{\pm}'$  e  $J_{\pm}'$  só acoplam estados tais que  $K$  e  $K'$  diferem de uma unidade.

$$K' = K \pm 1$$

O elemento de matriz do termo de acoplamento pode ser escrito<sup>(11.49)</sup>:

$$\begin{aligned} \langle I'M'K' ; N\Omega'\alpha' | -\frac{\hbar^2}{2\gamma} (I_{+}' J_{-}' + I_{-}' J_{+}') | IMK, N\Omega\alpha \rangle = \\ -\delta_{II'} \delta_{M'M} \frac{\hbar^2}{2\gamma} [ \langle IMK' | I_{+}' | IMK \rangle \langle N\Omega'\alpha' | J_{-}' | N\Omega\alpha \rangle + \\ + (-1)^{I+K'} \langle IM, -K' | I_{+}' | IMK \rangle \langle N, -\Omega'\alpha' | J_{-}' | N\Omega\alpha \rangle + \\ + (-1)^{I+K'} \langle IM, -K' | I_{-}' | IMK \rangle \langle N, -\Omega'\alpha' | J_{+}' | N\Omega\alpha \rangle ] \\ + \langle IMK' | I_{-}' | IMK \rangle \langle N\Omega'\alpha' | J_{+}' | N\Omega\alpha \rangle \end{aligned}$$

onde  $|IMK\rangle = D_{MK}^I$ ;  $\Omega$  é utilizado apenas para enfatizar que se trata de um estado de partícula, pois de fato  $K = \Omega$ .

Com as funções de onda (III.3.13) da representação acoplada o elemento de matriz fica da seguinte forma<sup>(11.49)</sup>:

$$\begin{aligned} \langle I'M'K' ; N\Omega'\alpha' | H_c | IMK ; N\Omega\alpha \rangle = -\frac{\hbar^2}{2J} \times \sum_{K'} C(K') C(K) \times \\ \times [ \delta_{K', K+1} [(I-K)(I+K+1)(J-K)(J+K+1)]^{1/2} + \\ + [ \delta_{K', K-1} + (-1)^{I-J} \delta_{K', -(K-1)} ] [(I+K)(I-K+1)(J+K)(J-K+1)] \end{aligned} \quad (III.4.8)$$

O último termo só contribui se  $K = 1/2$ . Portanto a matriz de energia pode ser indicada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} E(I, K) & (K | H_c | K+1) & 0 \\ (K+1 | H_c | K) & E(I, K+1) & (K+1 | H_c | K+2) \\ 0 & (K+2 | H_c | K+1) & E(I, K+2) \end{bmatrix} \quad (III.4.9)$$



onde as funções de onda foram abreviadas para  $|K\rangle$  a fim de simplificar a notação. A diagonalização desta matriz fornece as energias perturbadas e as amplitudes de mistura que "contaminam a função de onda de um certo estado:

$$\Psi_j = \sum_{\alpha, K} C(\alpha K; j) |IMK; N\Omega\alpha\rangle \quad (III.4.10)$$

a soma se estende sobre as bandas consideradas no acoplamento.

### III.5 – Transições Eletromagnéticas

A probabilidade de transição eletromagnética quando o núcleo passa de um estado  $(I)$  para um estado  $(I')$ , depende do operador de campo que atua entre estes estados, sendo dada por<sup>(6)</sup>:

$$T = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)I]^2} \frac{(k)^{2\lambda+1}}{\hbar} B(\lambda; I \rightarrow I')$$

no limite de comprimento de onda longo.

$K = W/c$ ,  $W$  frequência do fóton emitido;  $c$  velocidade da luz,  $\lambda$  multipolaridade da transição

$B(\lambda; I \rightarrow I')$  probabilidade reduzida da transição definida por:

$$B(\lambda; I \rightarrow I') = \sum_{nm'\mu} |\langle I'M' | M(\lambda, \mu) | IM \rangle|^2 \quad (III.5.2)$$

$M(\lambda, \mu)$ : operador de transição de multipolaridade  $(\lambda, \mu)$ .

Ao se calcular os elementos de matriz das relações acima, é conveniente expressar o operador de multipolo  $M(\lambda, \mu)$  no sistema de eixos intrínsecos;  $M(\lambda, \mu)$  é um operador tensorial irredutível<sup>(9,44)</sup> que é definido por suas propriedades de transformação por rotações do sistema de eixos, portanto pode-se escrever:

$$M(\lambda, \mu) = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^{\lambda}(\theta_k) M'(\lambda, \nu) \quad (III.5.3)$$

$M'$  é o operador no sistema intrínseco.

A probabilidade reduzida de transição pode ser descrita usando as funções de onda (III.4.2) (estados puros); na aproximação não se considera o acoplamento entre os diferentes estados intrínsecos, sendo portanto uma indicação<sup>(47)</sup> da "pureza" de um certo estado rotacional. Usando (III.5.2), e separando a função de onda convenientemente, tem-se:

$$B(\lambda; I \rightarrow I') = (2I+1)^{-1} \sum_{M'M\mu} |\langle I'M'K'; N\Omega'\alpha' | M(\lambda, \mu) | IMK; N\Omega\alpha \rangle|^2$$

onde  $|IMK\rangle$  designa as funções  $D_{MK}^I$  e  $|N\Omega\alpha\rangle$  são as funções intrínsecas. No cálculo do elemento de matriz acima aparecem integrais envolvendo três funções  $D$  que resultam em coeficientes de Clebsch-Gordan; estes detalhes podem ser encontrados, por exemplo, em Rose<sup>(44)</sup> e Elliott<sup>(14)</sup>. O resultado é:

$$\begin{aligned} B(\lambda; I \rightarrow I') &= (2I+1)^{-1} \sum_{M'M\mu} \frac{(2I+1)}{(2I'+1)} |\langle IM\lambda\mu | I'M'\rangle|^2 \times \\ &\times |\langle IK\lambda, K'-K | I', K'\rangle \times \langle NK'\alpha' | M'(\lambda, K'-K) | NK\alpha\rangle + \\ &+ (-1)^{I'+K'} \langle IK\lambda, -K'-K | I', -K'\rangle \times \langle N-K'\alpha' | M'(\lambda, K'-K) | NK\alpha\rangle|^2 \end{aligned}$$

a soma em  $M'M$  desaparece ao se levar em conta a relação de ortogonalidade dos coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$\sum_{M'M} (2I+1)^{-1} \times |\langle IM\lambda\mu | I'M'\rangle|^2 = 1$$

Então a expressão acima fica:

$$\begin{aligned} B(\lambda; I \rightarrow I') &= |\langle IK\lambda, K'-K | I', K'\rangle \times \langle NK'\alpha' | M'(\lambda, K'-K) | NK\alpha\rangle + \\ &+ (-1)^{I'+K'} \langle IK\lambda, -K'-K | I', -K'\rangle \times \langle N-K'\alpha' | M'(\lambda, -K'-K) | NK\alpha\rangle|^2 \quad (III.5.4) \end{aligned}$$

O fato de se considerar estados puros leva a regras de seleção para as transições eletromagnéticas entre os estados  $|K\rangle$  e  $|K'\rangle$  que resultam das propriedades dos coeficientes de Clebsch-Gordan<sup>(47)</sup>:

$$K' + K \leq \lambda$$

ou

$$|K - K'| \leq \lambda$$

Quando se considera a interação de Coriolis entre os estados intrínsecos  $|K\rangle$  e  $|K'\rangle$  as funções de onda de cada um destes estados inclui uma contribuição do outro; no caso de serem três os estados considerados, cada um deles é uma soma do tipo (III.4.10), contendo três termos.

A expressão para a probabilidade reduzida de transição, levando em conta o acoplamento entre bandas é dada por<sup>(48)</sup>:

$$B(\lambda; I \rightarrow I') = \left| \sum_{\alpha K} \sum_{\alpha' K' \nu} C(\alpha, K; I) C(\alpha', K'; I') \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times [(IK\lambda, K' - K | I'K') \times (NK'\alpha' | M(\lambda, K' - K) | NK\alpha) + \\
& + (-)^{I'+K'} (IK\lambda, -K' - K | I', -K') \times (N, -K'\alpha' | M(\lambda, -K' - K) | MK\alpha) ]^2 \quad (III.5.5)
\end{aligned}$$

Ao se calcular os elementos de matriz acima, deve-se lembrar que  $M'(\lambda, \mu)$  é na realidade uma soma de operadores do tipo:

$$M'(\lambda, \mu) = \sum_i m'_i(\lambda, \mu)$$

$m'_i$  é o operador que atua na  $i$ -ésima partícula; no caso de uma partícula acoplada ao caroço, a soma se reduz a um termo apenas.

Neste trabalho são de interesse apenas os operadores de transição de dipolo magnético (M 1), dipolo elétrico (E 1) e quadrupolo elétrico (E 2), cujas expressões são dadas a seguir.

O operador de multipolo  $\vec{M}(M 1)$  que é um operador tensorial de primeira ordem é dado por:

$$\vec{M}(M 1) = \frac{e\hbar}{2Mc} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \vec{\mu} \quad (III.5.6)$$

$\vec{\mu}$  é o operador de dipolo magnético dado por:

$$\vec{\mu} = \sum_{k=1}^A (g_l^k \vec{\ell}_k + g_s^k \vec{s}_k) \quad (III.5.7)$$

$\vec{\ell}_k$  e  $\vec{s}_k$ , operadores de momento angular orbital e de spin respectivamente e

$g_l^k$  e  $g_s^k$  são os fatores giromagnéticos correspondentes.

Tendo em vista a separação entre os movimentos coletivos e intrínsecos  $\vec{\mu}$  pode ser posto na seguinte forma:

$$\vec{\mu} = \sum_k (g_l^k \vec{\ell}_k + g_s^k \vec{s}_k) + \quad (III.5.8)$$

$G_r$ , fator giromagnético do rotor.

Explicitamente, o primeiro termo refere-se ao movimento de partícula e o segundo ao movimento do rotor.

Usando a relação:

$$\vec{I} = \vec{R} + \vec{J}, \quad \vec{\mu} \text{ é dado por:}$$

$$\vec{\mu} = \sum_k (g_Q^k - G_R) \vec{I}_k + (g_S^k - G_R) \vec{I}_k + G_R \vec{I} \quad (III.5.9)$$

Então,  $\vec{M}(M1, \mu)$  pode ser escrito:

$$\vec{M}(M1, \mu) = \left( \frac{e\hbar}{2Mc} \right) \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} G_R \vec{I} + \sum_k \vec{m}_k(M1, \mu)$$

$$\vec{m}(M1, \mu) = (e\hbar/2Mc) (3/4\pi)^{1/2} [(g_Q - G_R) \vec{I} + (g_S - G_R) \vec{I}] \quad (III.5.10)$$

A parte coletiva  $G_R \vec{I}$  não contribui para (M1) porque  $I$  é diagonal na representação dada pela função de onda (III.4.2).

Isto pode ser verificado<sup>(49)</sup> mesmo para o caso de estados mistos.

A expressão final para B(M1), levando em conta estados mistos é<sup>(49)</sup>:

$$B(M1; \nu I \rightarrow \nu' I') = C(M1)^2 \left| \sum_{\alpha K} \sum_{\alpha' K'} C_{\nu}(\alpha K; I) C_{\nu'}(\alpha' K'; I') \right.$$

$$\times \left[ \langle 1K1, K' - K | 1K' \rangle \times G_{M1}(\alpha' K'; \alpha K) + (-1)^{I'+K'} \langle 1K1, -K' - K | I' - K' \rangle \right.$$

$$\left. \times G_{M1}(\alpha' K', \alpha K) b_{M1}(\alpha' K'; \alpha K) \right|^2$$

onde:

$$C(M1) = (e\hbar/2Mc) (3/4\pi)^{1/2} \quad (III.5.11)$$

$C(\alpha, K; I)$  – amplitudes de mistura.

$G_{M1}$  e  $b_{M1}$  são definidos como:

$$C(M1) G(M1) = \langle \alpha' K' | M'(M1, K' - K) | \alpha K \rangle \quad (III.5.12)$$

$$C(M1) G_{M1} b_{M1} = \langle \alpha' - K' | M'(M1, -K' - K) | \alpha K \rangle \quad (III.5.13)$$

Este último termo só contribui no caso em que  $K = 1/2$ . Para expressões detalhadas ver Apêndice II.

O operador de transição de quadrupolo elétrico quando não se consideram excitações vibracionais é dado por:

$$\vec{M}(E2, \mu) = \sum_k m_k(E2, \mu)$$

Sendo o operador  $m_k$  definido como:

$$m(E2, \mu) = |e_{ef}| r^2 Y_{2\mu}(\theta, \phi) \text{ e } (\hbar/M\omega_0)$$

onde  $e_{ef}$  é a carga efetiva da partícula de valência.

$$e_{ef} = \alpha_n \text{ para nêutrons}$$

$$e_{ef} = (1 + \alpha_p) \text{ para prótons}$$

A atribuição de uma carga ao nêutron e um valor diferente do usual para o próton é devida a polarização do caroço pela partícula de valência, que por meio desta excitação contribui para a probabilidade de transição.

Esta é uma maneira de explicar a grande discrepância verificada em relação às transições devidas a nêutrons desemparelhados.

O cálculo de  $B(E2)$  levando em conta a mistura de bandas é dada pela expressão<sup>(49)</sup>:

$$B(E2; \nu I \rightarrow \nu' I') = C(E2)^2 \left| \sum_{\alpha K} \sum_{\alpha' K'} C_p(\alpha K; I) C_p(\alpha' K'; I') \times \right. \\ \left. [ \langle I K 2, K' - K | I' K' \rangle G_{E2}^{SP}(\alpha' K', \alpha K) + \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{KK'} G_{E2}^{col}(\alpha K) + \right. \\ \left. + (-1)^{I'+K'} \langle I K 2, -K' - K | I', -K' \rangle G_{E2}(\alpha' K'; \alpha K) b_{E2}(\alpha' K'; \alpha K) \right]^2$$

onde o último termo se anula para  $K = 1/2$ .  $G_{E2}$  e  $G_{E2} b_{E2}$  são os termos que envolvem os elementos de matriz com as funções de onda intrínsecas. (Apêndice II).

Definindo o momento de quadrupolo intrínseco como:

$$eQ = \langle N \Omega \alpha | Q_0^{(2)} | N \Omega \alpha \rangle$$

pode se escrever:

$$Q_0(\alpha, K) = 2(\hbar M \omega_0) G_{E2}(\alpha K; \alpha K)$$

Se não se considerar a parte relativa ao movimento de partícula independente o que é uma boa aproximação para os núcleos deformados, as transições intra-banda são dadas por:

$$B(E2; \nu I \rightarrow \nu' I') \approx (5/16\pi) e^2 \left| \sum_{\alpha K} C_{\nu}(\alpha K; I) C_{\nu'}(\alpha K; I') \right|^2$$

$$\langle IK20 | I'K \rangle Q_0(\alpha K) \left| \sum_{\alpha K} C_{\nu}(\alpha K; I) C_{\nu'}(\alpha K; I') \right|^2$$

$$\langle IK20 | I'K \rangle^2$$

### Transições de Dipolo Elétrico

De maneira análoga ao item anterior, define-se o operador de dipolo elétrico por:

$$M(E1, \mu) = \sum_k m_k(E1, \mu)$$

onde:

$$m(E1, \mu) = [e_{ef} r Y_{1\mu}(\theta, \phi)] e (h/M\omega_n)^{1/2}$$

Como no caso anterior,  $e_{ef}$  é a carga efetiva dada pelas mesmas expressões.

A esse respeito, de Shalit e Feshbach<sup>(47)</sup> discutem o problema de cargas efetivas em transições E1 e chegam a conclusão que transições correspondentes E1 em núcleos espelhos deveriam ter intensidades iguais.

A probabilidade reduzida de transição de dipolo elétrico  $B(E1)$  é dada por<sup>(48)</sup>:

$$B(E1, \nu I \rightarrow \nu' I') = C(E1)^2 \left| \sum_{\alpha k} \sum_{\alpha' k'} C_{\nu}(\alpha, K; I) C_{\nu'}(\alpha', K'; I') \right|^2$$

$$\times \left[ \langle IK1K' - K | IK' \rangle \times G_{E1}(\alpha'K', -\alpha K) + (-1)^{I'+K'} \langle IK1, -K' - \right.$$

$$\left. - K | I' - K' \rangle \times G_{E1}(\alpha', K'; \alpha, K) b_{E1}(\alpha', K', \alpha K) \right]^2$$

$$C(E1) = e(h/M\omega_n)^{1/2} (3/4\pi)^{1/2}$$

Analogamente,  $G_{E1}$  e  $G_{E1} b_{E1}$  são os elementos de matriz calculados com as funções de onda intrínsecas, também definidos no Apêndice II.

## IV – DISCUSSÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### IV.1 – Diagonalização da Hamiltoniana de Nilsson

Para a diagonalização da hamiltoniana foi utilizado o programa de computador elaborado por G. Vandenput<sup>(49)</sup>. Este programa constrói uma base de vetores (N L J M) e determina os auto-valores e auto-vetores da hamiltoniana de Nilsson. Para isto, o programa inclui duas rotinas: uma para o cálculo dos coeficientes de Clebsch-Gordan necessários e outra para a diagonalização da matriz de energias conforme o método de Jacobi. O programa fornece as amplitudes  $a_{1\Lambda}$  e  $C_{1j}$  das funções de onda dessas duas representações usuais, e os parâmetros de desacoplamento se existirem bandas com  $K = 1/2$ .

Nos cálculos é incluído o termo  $\frac{\hbar^2}{2\gamma} J^2$  (como um operador de um corpo) da primeira parte da hamiltoniana (III.2.8). A inclusão deste termo tem o efeito de reordenar os níveis de partícula independente<sup>(11)</sup>, principalmente para os núcleos da camada 2s-1d. Em cálculos mais elaborados para núcleos desta camada em que estes são considerados como um "core" inerte de  $^{16}\text{O}$  ao qual se acoplam os prótons e nêutrons excedentes que são tratados como nucleons ativos, mesmo a aproximação na qual se substitui o termo  $\sum_i j_i^2$  por  $J^2$ , isto é, desprezando os termos do tipo  $J_i J_k$ , leva a algumas discrepâncias no espectro de energias e variações sensíveis nas amplitudes das funções de onda mistas. Este efeito é bem estudado por Haas e Taran<sup>(18)</sup> para os núcleos desta camada com aplicação para o  $^{23}\text{Ne}$ .

A deformação  $\delta$  foi calculada a partir do valor do momento de quadrupolo intrínseco ( $Q_0$ ) obtido por Berg et al<sup>(15)</sup> por meio da excitação coulombiana do estado de 350 keV.

$$Q_0 = 0,52 \pm 0,04 \text{ e.b} \quad (\text{IV.1})$$

A relação entre a deformação nuclear e o momento de quadrupolo intrínseco é dada por<sup>(15)</sup>:

$$Q_0 = e 4/5 Z R_z^2 \delta (1 + (2/3) \delta) \quad (\text{IV.2})$$

onde

$R_z = 1,2 \times 10^{-13} A^{1/3}$  é o raio da carga nuclear (cm)

A é o número de massa e

Z o número atômico.

Portanto, usando (4.2) o valor de parâmetros de deformação nuclear  $\delta$  é:

$$\delta = 0,45$$

Olhando os esquemas de níveis do modelo de Nilsson para esta camada (Figura 4.1) verifica-se a possibilidade da ocorrência do estado  $1/2^-$  de  $N = 3$  para este núcleo, para deformações daquela ordem, o que está em acordo com a experiência<sup>(43)</sup>.

Os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  da hamiltoniana são escolhidos pelo critério de que a seqüência de níveis obtida deve reproduzir aquela do modelo de camadas quando a deformação se torna igual a zero.

Para  $N = 2$ , foi escolhido o espectro de  $^{17}\text{O}$  como referência cujos níveis de energia de partícula independente (valores experimentais) são dados por<sup>(41)</sup>:

$e_{d_{5/2}}$	$e_{s_{1/2}}$	$e_{d_{3/2}}$	
-4,14	-3,27	0,94	
0	0	5,08	(valores normalizados)

Todos os valores são dados em MeV.

Os valores de  $\kappa$  e  $\mu$  que melhor reproduzem esta seqüência são:  $\kappa = 0,68$  e  $\mu = -0,19$ .

Uma explicação para este valor negativo de  $\mu$  é que no começo da camada  $2s-1d$  o centroide dos estados  $d$  é mais alto em energia do que o estado  $2s_{1/2}$ , ocasionando um valor positivo para  $D$  e negativo para  $\mu$  de modo que a posição relativa dos estados  $s$  e  $d$  seja a esperada<sup>(18)</sup>.

As bandas de paridade negativa são construídas sobre estados de partícula independente das camadas  $N = 1$  e  $N = 3$ , e isto implica em uma outra escolha de  $\kappa$  e  $\mu$ . Para estas camadas foram escolhidos  $\kappa = 0,068$  e  $\mu = 0,0$  e  $\kappa = 0,068$  e  $\mu = 0,35$  respectivamente.

Os valores usuais do parâmetro de inércia para os núcleos dessa região estão entre 0,19 e 0,25 e neste trabalho utilizou-se um mesmo valor para todas as bandas:

$$\hbar^2/2\gamma = 0,20 \text{ MeV}$$

O parâmetro do oscilador adotado é dado por:  $\hbar\omega_0 = 41 A^{-1/3} = 14,86 \text{ MeV}$ . Os resultados de energia são expressos em unidades de  $\hbar\omega_0$ , desse modo o programa pode ser utilizado para qualquer núcleo ao qual o modelo se aplica.

As funções de onda resultantes do cálculo adiabático para os estados de paridade positiva são:

Tabela IV.1

	$C_{0,1/2}$	$C_{2,3/2}$	$C_{2,5/2}$
$3/2^+ [211]$		-0,263	0,965
$1/2^+ [-211]$	0,364	-0,723	-0,587
$5/2^+ [202]$			1,00



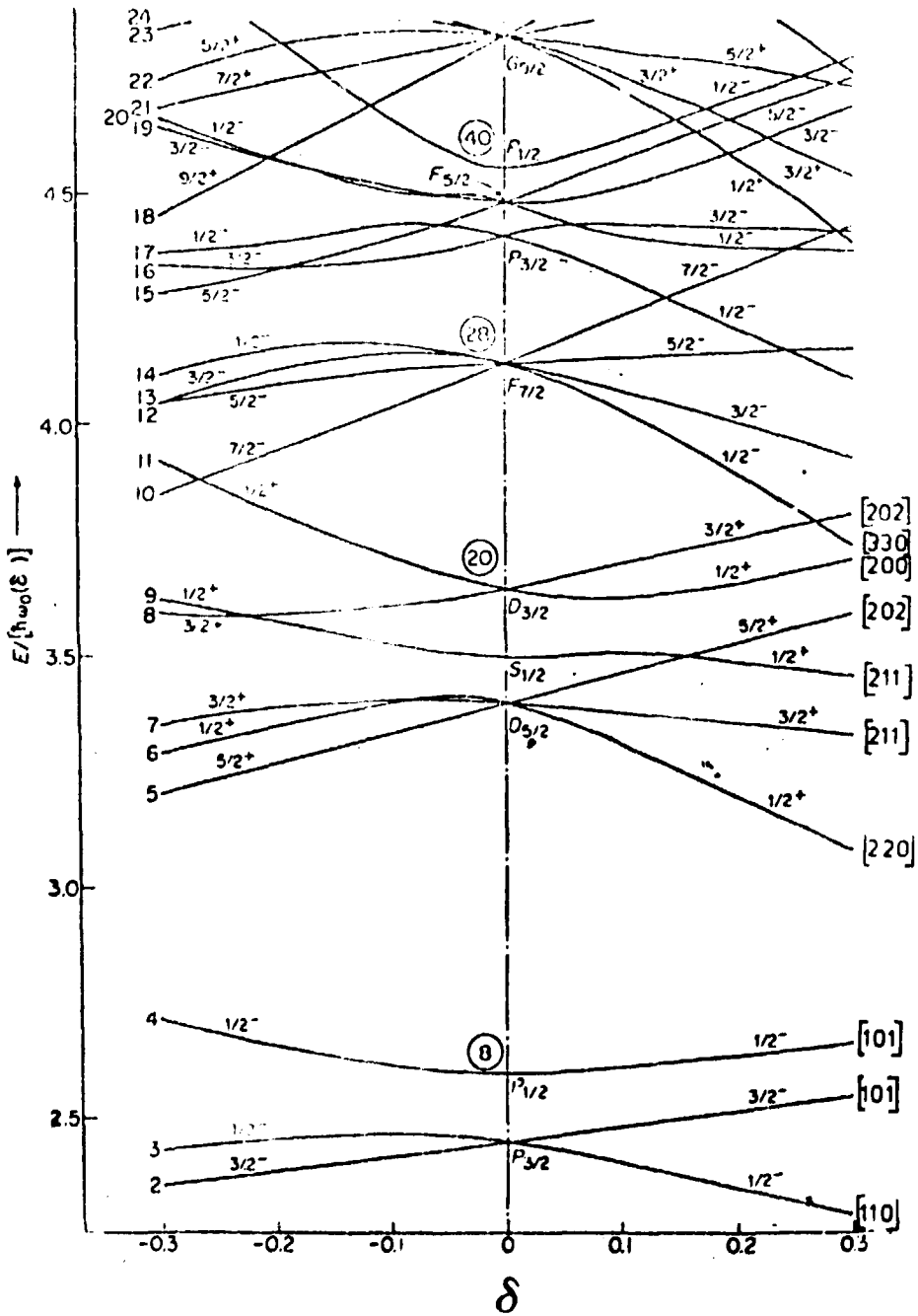


Figura 4.1 - Níveis de Partícula Independente Obtidos da Hamiltoniana de Nilsson. Energias são Expressas em Unidades de  $\hbar\omega_0(\delta)$

O estado fundamental  $3/2^+ [211]$  que no diagrama da Figura 4.1 corresponde à órbita nº 7, o estado  $1/2^+ [211]$  correspondente à órbita 9, e o estado  $5/2^+ [202]$  correspondente à órbita 5, são os estados de partícula independente previstos pelo modelo de Nilsson com energia de 5 MeV.

A Figura 4.2 apresenta as informações disponíveis sobre o  $^{21}\text{Ne}$  juntamente com uma interpretação<sup>(43)</sup> dos estados como membros de diversas bandas rotacionais. Este esquema não inclui o nível de 6760 keV que é o estado de captura observado em reações  $(n,\gamma)$ ; informações mais completas são fornecidas por Endt e Van der Leun<sup>(15)</sup> sendo que algumas atribuições de spin foram modificadas por Lawson e Chagnon<sup>(31)</sup>.

#### IV.2 – Banda $K^\pi = 3/2^+$

Esta banda é conhecida<sup>(43)</sup> com segurança até o membro  $11/2^+$  (4433 keV) embora uma sugestão razoável para o estado  $13/2^+$  (6450 keV) tenha sido feita por C. Rolfs et al<sup>(42)</sup>. No entanto, estes estados são muito fracamente populados nesta experiência em razão do alto valor do momento angular, o mesmo ocorrendo com o estado  $9/2^+$  (2867 keV); contudo os valores calculados levando em conta o acoplamento entre bandas, concordam muito bem com aqueles acima medidos por Kuhlmann et al<sup>(43)</sup>. Nos cálculos, para as cabeças de bandas  $1/2^+$  e  $5/2^+$  foram usados os valores 2794 keV (experimental) e 3600 keV respectivamente. A razão disto é que o primeiro não é perturbado pelos outros estados (não existem estados de mesmo spin nas outras duas bandas) e para o segundo foi adotado um valor próximo do experimental (3735 keV) que é perturbado. A Tabela IV.2, resultado do programa de diagonalização, dá os valores para todos os membros desta banda:

Tabela IV.2

spin	$E_{\text{edb.}}$	$E_{\text{nadb.}}$	$E_{\text{exp.}}$	$3/2[211]$	$1/2[211]$	$5/2[202]$
$3/2^+$	0,000	-0,055	0,000	0,992	-0,124	0,0
$5/2^+$	1,000	0,557	0,350	0,938	0,178	0,298
$7/2^+$	2,400	1,533	1,740	0,899	-0,202	0,379
$9/2^+$	4,200	2,869	2,867*	0,869	-0,234	0,436
$11/2^+$	6,400	4,616	4,433*	0,848	-0,239	0,472
$13/2^+$	9,001	6,721	6,450*	0,829	-0,265	0,492

\* valores de C. Rolfs et al<sup>(42)</sup>.

Todas as energias são dadas em MeV. Nesta tabela as colunas de 1 a 4 designam respectivamente: o estado, as energias calculadas adiabaticamente ou não e o valor experimental destas; as colunas de 5 a 7 dão as amplitudes de mistura dos outros estados em cada um dos membros da banda. A introdução do acoplamento entre os estados intrínsecos leva a um acordo razoavelmente bom com as previsões do modelo.

A função de onda do estado fundamental é perturbada como pode ser visto pelas amplitudes de mistura; para os outros estados estas amplitudes são maiores.

Nesta experiência apenas os estados  $5/2^+$  e  $7/2^+$  puderam ser observados por meio das transições  $350 \rightarrow 0$ ;  $1743 \rightarrow 0$  e  $1743 \rightarrow 350$ , sendo a primeira destas uma transição bastante intensa (ver Tabela II.7.1). As transições provenientes do nível  $7/2^+$  (1743 keV) são linhas muito fracas no espectro observado neste trabalho.

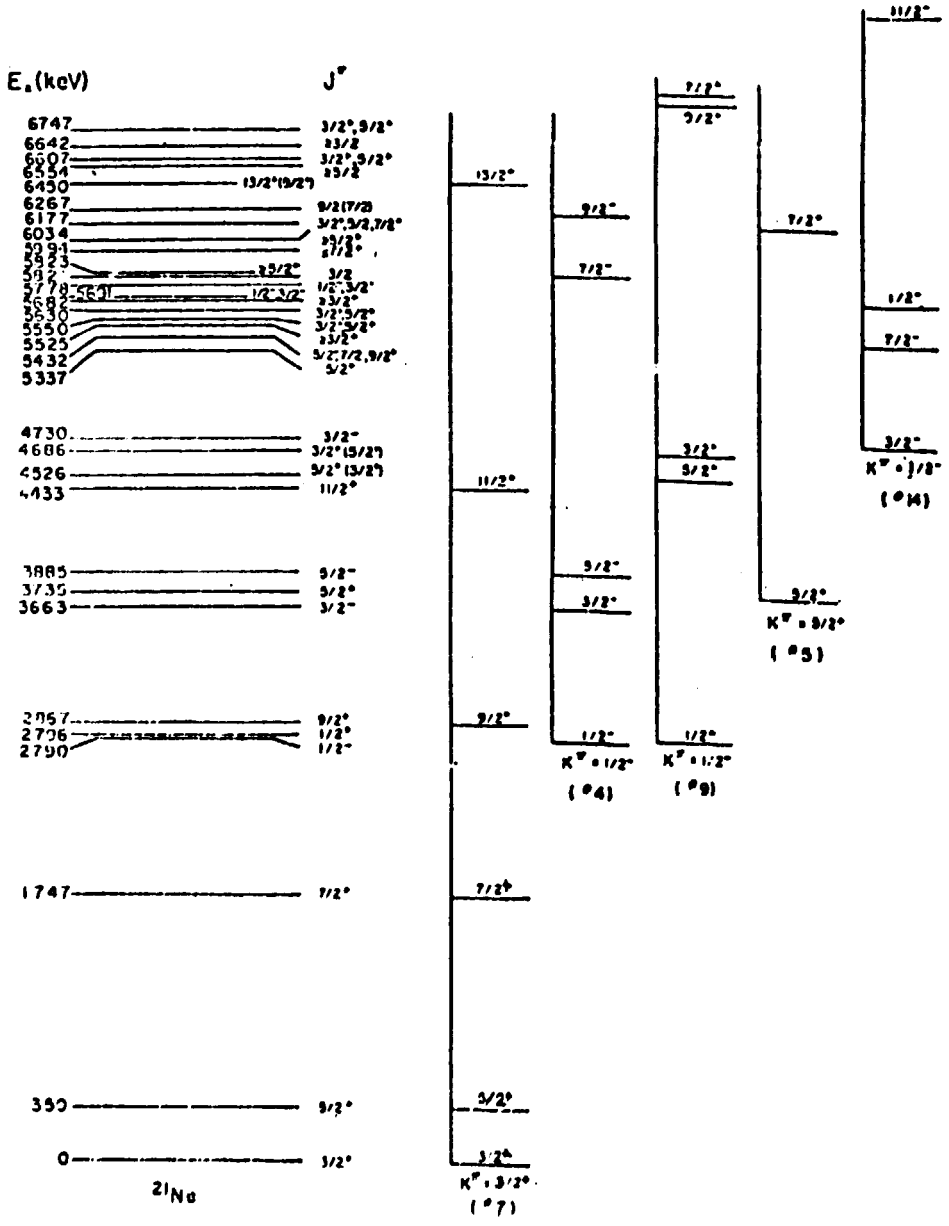


Figura 4.2 — Resumo das Informações Sobre o  $^{21}\text{Ne}$  e uma Possível Interpretação em Termos de Bandas Rotacionais. (Kuhmann et al<sup>(43)</sup>)

Foram obtidas estimativas de "branching ratios" desse nível utilizando os valores das intensidades das transições que levam ao estado fundamental e ao primeiro estado excitado, cujos valores são  $(0,7 \pm 0,3)$  e  $(0,3 \pm 0,2)$  respectivamente. Estes valores não estão em acordo com aqueles de Lawson e Chagnon<sup>(31)</sup>; entretanto isto é esperado porque para as linhas fracas, as intensidades tem erros grandes devido às incertezas nas áreas dos picos.

O cálculo de probabilidades de transições eletromagnéticas é um bom teste para as funções de onda obtidas de um modelo nuclear, porque a interação eletromagnética é muito bem conhecida.

Com esse propósito, foram feitos os cálculos para algumas transições pertencentes à banda rotacional associada ao estado fundamental e os resultados são comparados com os valores experimentais obtidos por J. G. Pronko et al<sup>(40)</sup>, e por Halbert et al<sup>(19)</sup> usando o modelo de camadas.

A Tabela IV.3 mostra os valores obtidos neste trabalho, os valores experimentais de Pronko et al<sup>(40)</sup> e os resultados dos cálculos teóricos de Halbert et al<sup>(19)</sup> que utilizam o modelo de camadas.

Tabela IV.3

Valores para B(E2) ( $10^{-2} e^2 b^2$ )

$I_i$	$I_f$	Este Trabalho	Pronko et al <sup>(40)</sup> (exp.)	Halbert et al <sup>(19)</sup>	Intensidade (em u.W.)	
					Este Trabalho	Pronko
11/2	9/2	0,19	$0,13 \pm 0,10$	0,261	5,5	$3,9 \pm 2,7$
11/2	7/2	0,41	$0,43 \pm 0,19$	0,516	11,5	$12,6 \pm 4,3$
9/2	7/2	0,26	$0,21 \pm 0,14$	0,307	7,5	$5,9 \pm 2,7$
9/2	5/2	0,33	$0,22 \pm 0,07$	0,453	9,4	$6,3 \pm 1,6$
7/2	5/2	0,37	$0,24 \pm 0,10$	0,574	10,6	$7,1 \pm 2,8$
7/2	3/2	0,24	$0,16 \pm 0,06$	0,344	5,8	$4,8 \pm 1,2$
5/2	3/2	0,52	$0,17 \pm 0,09$	0,808	14,5	$5,0 \pm 2,8$
Valores para B(M1) (em unidades de $\mu_N^2$ )						
9/2	7/2	0,69	$0,22 \pm 0,06$	0,35	0,38	$0,12 \pm 0,03$
7/2	5/2	0,37	$0,13 \pm 0,04$	0,28	0,20	$0,07 \pm 0,02$
5/2	3/2	0,09	$0,06 \pm 0,02$	0,17	0,05	$0,03 \pm 0,01$

Nos cálculos deste trabalho foram feitas as seguintes hipóteses:

- A carga efetiva do nêutron é igual a 0,8 e como sugerido por Halbert<sup>(19)</sup>;
- O momento de quadrupolo elétrico intrínseco é o mesmo para as três bandas e igual a 0,52 que é o valor obtido por Berg et al<sup>(5)</sup> para o estado fundamental por meio de excitação coulombiana; esta é uma aproximação válida se a mistura de bandas é fraca.

c) O fator giromagnético do caroço é igual a 0,35; este valor está em acordo com as evidências empíricas para esta região de massa<sup>(17,40)</sup>.

d) Foram desprezadas as contribuições de partícula no cálculo de B(E2).

Os valores das intensidades das transições E2 (em relação à estimativa de Weisskopf<sup>(47)</sup>) indicam que estas são razoavelmente de caráter coletivo.

Os resultados obtidos para B(M1) não estão em bom acordo com os valores experimentais; os valores experimentais de Pronko<sup>(40)</sup> para B(M1) fornecem valores muito diferentes para o fator giromagnético do caroço e os cálculos deste trabalho foram feitos com um valor fixo.

#### IV.3 – Banda $K^\pi = 1/2^+$

Esta banda é baseada no estado  $1/2^+ [211]$ , órbita 9 (figura 4.1), sendo a energia do primeiro nível (2794 keV) muito bem determinada por uma cascata de três transições intensas ( $6760 \rightarrow 4725$ ;  $4725 \rightarrow 2794$  e  $2794 \rightarrow 0$ ) de energias bem medidas. O nível 2794 keV se desexcita somente por meio de uma transição para o estado fundamental, portanto a "branching ratio" é 100%.

Com os valores de  $\delta$ ,  $\kappa$  e  $\mu$  adotados neste trabalho, o modelo de Nilsson prevê um valor de 0,12 para o parâmetro de desacoplamento desta banda. As informações sobre os estados excitados desta banda não dão atribuições definitivas para os spins; assim, os níveis 4684 e 4526 keV, interpretados como membros desta banda, teriam conforme Kuhlmann<sup>(43)</sup> uma seqüência de spins  $3/2^+$ ,  $5/2^+$ . Neste caso, o parâmetro de desacoplamento deveria ser maior para explicar esta inversão.

Entretanto, para Grawe et al<sup>(17)</sup> a hipótese de ser  $5/2^+$  o spin do estado de maior energia, parece ser mais favorecida em comparação com a experiência; isto é compatível com o valor 0,12 do parâmetro de desacoplamento.

A função de onda obtida da diagonalização da hamiltoniana de Nilsson para o estado intrínseco em questão é dada na segunda linha da Tabela IV.1; o resultado dos cálculos levando em conta a mistura de bandas é mostrado na Tabela IV.4 a seguir.

Tabela IV.4

Cálculos para a Banda  $K^\pi = 1/2^+ [211]$

spin	$E_{\text{adb.}}$	$E_{\text{ndb.}}$	$E_{\text{exp.}}$	$3/2[211]$	$1/2[211]$	$5/2[302]$
1/2	2,794	2,794	2,794	0,0	1,0	0,0
3/2	3,466	3,522	4,686	0,124	0,992	0,0
5/2	4,348	4,548	4,526	0,260	0,928	-0,265
7/2	5,915	6,342		0,364	0,839	-0,405
9/2	7,497	8,393		0,472	0,658	-0,587

(Energias em MeV)

(\*) Não observado nesta experiência.

Foram feitos vários cálculos variando os parâmetros de inércia e de desacoplamento para verificar a possibilidade de inversão dos estados  $3/2^+$  e  $5/2^+$ ; isto foi conseguido para o valor de  $a = 1,6$  e  $\frac{\hbar^2}{2\gamma} = 0,20$  MeV obtendo:

3/2	4,398	0,099	0,995	0,0
5/2	4,131	0,355	0,677	-0,645

Entretanto, para Grawe<sup>(17)</sup> a hipótese de spin  $5/2^+$  para o estado 4684 keV fornece melhor acordo com resultados experimentais; se isto for correto, o parâmetro de desacoplamento deveria ser da ordem de 1,2 para um melhor acordo em relação à energia do estado inferior (4526 keV). Esta comparação entre os resultados teóricos e experimentais não é um bom teste para o modelo, pois uma discussão mais válida deve ser feita em termos de grandezas que dependam diretamente das funções de onda, tais como as probabilidades de transições eletromagnéticas. Para isto seria desejável que se obtivesse uma determinação definitiva dos spins e maiores informações sobre o tempo de vida dos níveis em questão.

#### IV.4 – Banda $K^\pi = 5/2^+$

O estado 3738 keV foi interpretado como o primeiro membro de banda rotacional  $5/2^+$  [ 202 ] correspondente à órbita 5 (Figura 4.1). Neste trabalho, este nível de energia foi determinado por meio de duas transições fracas 2256 e 3388 keV.

As informações atualmente disponíveis não permitem estabelecer com segurança o estado  $7/2^+$  desta banda; contudo, existem duas possibilidades que são os níveis 5630 e 6177 keV. Um estudo recente<sup>(29)</sup> sobre os níveis de energia acima de 5 MeV indica que o estado correspondente a 5630 keV tem maiores chances de ser o segundo membro da banda  $K^\pi = 5/2^+$ . Apenas o nível 6177 keV foi observado neste trabalho.

O resultado do cálculo teórico é apresentado na Tabela IV.5.

Tabela IV.5

spin	$E_{adb.}$	$E_{nadb.}$	$E_{exp.}$	3/2[211]	1/2[211]	5/2[202]
5/2	3,600	3,841	3,738	-0,229	0,326	0,917
7/2	5,000	5,440	5,630*	-0,244	0,505	0,828
9/2	6,800	7,236		-0,150	0,716	0,682

\* Valor de Hoffmann et al<sup>(29)</sup>.

A previsão do modelo favorece a proposição de Hoffmann<sup>(29)</sup>, como pode ser visto da tabela acima. Para o membro  $9/2^+$  não há qualquer proposição com base em dados experimentais. Em vista da falta de valores obtidos experimentalmente, não foram feitos quaisquer cálculos de probabilidade de transições eletromagnéticas.

IV.5 – Banda  $K^\pi = 1/2^-$  (Órbita 4)

Esta banda é interpretada como um estado de partícula-buraco obtido pela excitação de um nucleon da órbita 4 para a órbita 7, formando o estado  $1/2^- [101]$  (Figura 4.1). Os estados pertencentes à esta banda são os níveis 2789, 3664 e 3884 keV com spins  $1/2^-$ ,  $3/2^-$  e  $5/2^-$  respectivamente. A intensidade das transições E2 observadas por Pilt et al<sup>(38)</sup> e Kuhlmann<sup>(43)</sup> para as transições  $3664 \rightarrow 2789$  e  $3884 \rightarrow 2789$  são da ordem de 30 u.W. e isto indica que estes estados são bastante relacionados como membros de uma banda rotacional. Em relação aos estados  $7/2^-$  e  $9/2^-$  desta banda, Hoffmann<sup>(29)</sup> propõe os estados 5825 e 6034 keV respectivamente (este último não foi observado neste trabalho) baseados na intensidade das transições E2 para o nível  $5/2^-$  com 3884 keV. O parâmetro de desacoplamento previsto pelo modelo de Nilsson (com a escolha de parâmetros discutida no início do capítulo) é igual a 0,46. A função de onda obtida é dada por:

estado	$C_{1,1/2}$	$C_{1,3/2}$
$1/2^- [101]$	0,906	0,424

Não foram feitos cálculos de acoplamento entre as bandas de paridade negativa.

Experimentalmente, verificou-se que as transições E1 que partem dos estados desta banda são bastante retardadas.

Uma razão para este retardamento é que<sup>(50)</sup> os estados de paridade par são formados do estado  $d_{5/2}$  sendo proibidas as transições E1  $p_{1/2} \rightarrow d_{5/2}$ .

Um outro argumento dado por Pilt<sup>(37)</sup> é que este fato é uma consequência das propriedades de isospin dos estados intrínsecos envolvidos.

Portanto, seria interessante verificar as previsões do modelo de Nilsson em relação a esta propriedade, constituindo-se um bom teste para as funções de onda obtidas. Por isto foram feitos alguns cálculos das intensidades das transições eletromagnéticas E1 entre os estados desta banda e os estados  $3/2^+$  e  $5/2^+$  da banda rotacional associada ao estado fundamental:

Tabela IV.6

Intensidades de Transições E1

$I_i$	$I_f$	Valor Teórico	Kuhlmann <sup>(43)</sup> et al (Exp.)	Pilt et al <sup>(38)</sup> (Exp.)
$1/2^-$	$3/2^+$	$7,1 \times 10^{-5}$	$< 8 \times 10^{-8}$	$(1,0 \pm 0,3) \times 10^{-7}$
$5/2^-$	$3/2^+$	$4,9 \times 10^{-4}$	$(1,8 \pm 0,5) \times 10^{-4}$	$(1,3 \pm 0,5) \times 10^{-4}$
$3/2^-$	$3/2^+$	$1,8 \times 10^{-4}$	$< 8 \times 10^{-6}$	$< 10^{-5}$
$3/2^-$	$5/2^+$	$3,8 \times 10^{-4}$	$(2,8 \pm 0,7) \times 10^{-4}$	$(3,0 \pm 0,4) \times 10^{-4}$
$5/2^-$	$5/2^+$	$4,3 \times 10^{-4}$	$(4,3 \pm 1,3) \times 10^{-4}$	$(4,2 \pm 1,5) \times 10^{-4}$

(em unidades Weisskopf)

Como pode ser visto, o acordo entre os resultados experimentais e teóricos é bom em geral, com exceção da transição  $1/2^- \rightarrow 3/2^+$  (2789 keV) cujo retardamento é superestimado por um fator de  $10^3$ . Para uma discussão mais detalhada e especificamente sobre este fato, ver os trabalhos de Warburton<sup>(50)</sup> e Pilt<sup>(37)</sup>.

Entretanto, este resultado é esperado em vista da simplicidade dos cálculos efetuados, mesmo levando em conta a mistura de bandas para os estados da banda  $K^\pi = 3/2^+$ .

#### IV.6 – Banda $K^\pi = 1/2^-$ (Órbita 14)

Os níveis com 4725( $3/2^-$ ) e 5689( $1/2^-$ ) foram interpretados com os dois primeiros estudos pertencentes à esta banda. Existem indicações<sup>(29)</sup> de que o nível 5335 keV poderia ser o membro  $7/2^-$ .

As transições que partem dos níveis  $3/2^-$  e  $1/2^-$  são bastante intensas (especialmente a transição  $4725 \rightarrow 350$  keV) permitindo uma boa determinação destes níveis. As porcentagens das transições são indicadas no esquema de níveis (Figura 2.7).

O parâmetro de desacoplamento previsto para esta banda é  $a = -2,73$ , isto explica a ordenação dos níveis citados acima. A função de onda obtida é dada por:

Estado	$C_{1,1/2}$	$C_{1,3/2}$	$C_{3,5/2}$	$C_{3,7/2}$
$1/2^-$ [330]	-0,246	0,604	0,334	0,757

As transições de dipolo elétrico que partem de estados desta banda são menos retardadas que aquelas da outra banda de paridade negativa; isto é verificado experimentalmente por Kuhlmann et al.<sup>(43)</sup>. Foram feitos os cálculos das transições E1  $4725 \rightarrow 350$ ;  $4725 \rightarrow 2794$ ;  $5689 \rightarrow 0$  e  $5689 \rightarrow 2794$  keV para verificar se o modelo é capaz de fornecer a indicação dos resultados experimentais. Os resultados são apresentados na Tabela IV.7 juntamente com os valores experimentais de Kuhlmann.

Tabela IV.7

Intensidades de Transições E1(em u. v.)

Transição	Valor teórico (este trabalho)	Kuhlmann et al. <sup>(43)</sup>
$4725 \rightarrow 350$	$3,2 \times 10^{-3}$	$> 4 \times 10^{-4}$
$4725 \rightarrow 2794$		$> 2 \times 10^{-3}$
$5689 \rightarrow 0$	$5,8 \times 10^{-2}$	$> 4 \times 10^{-5}$
$5689 \rightarrow 2794$	$2,3 \times 10^{-2}$	$> 4 \times 10^{-4}$

Estes cálculos foram feitos considerando a mistura de bandas, isto é, incluindo as amplitudes de mistura nos estados inferiores.

Os resultados acima mostram que o modelo pelo menos reflete as tendências experimentais; no entanto medidas mais significativas seriam necessárias para uma crítica mais válida das previsões do modelo.



Obs: Todos os cálculos apresentados foram feitos utilizando programas de computador gentilmente cedidos pelo Dr. G. Vandenput.

Todos os programas são escritos em Fortran IV.

- |  |  |
|--|--|
| SEARCH                                 | – “A program for locating possible unknown levels in a level scheme. based on the principle of Ritz combinations of established levels and given $\gamma$ -ray transitions”. |
| NILSSON                                | – “A program for calculating single particle energies and wave functions of a particle moving in deformed three – dimensional harmonic oscillator potential”.                |
| CLEB                                   | – “A program for calculating angular momentum coupling coefficients”.  |
| BANDMIX                                | – “A program for calculating perturbed energies and mixed wave functions of rotational states in deformed nuclei resulting from multi-band Coriolis coupling”.               |
| TRANSIT-M1<br>TRANSIT-E1<br>TRANSIT-E2 | – “Programs for calculating reduced and absolute transition probabilities for electromagnetic M1, E1 and E2 transitions between mixed rotational states”.                    |

## V – CONCLUSÕES

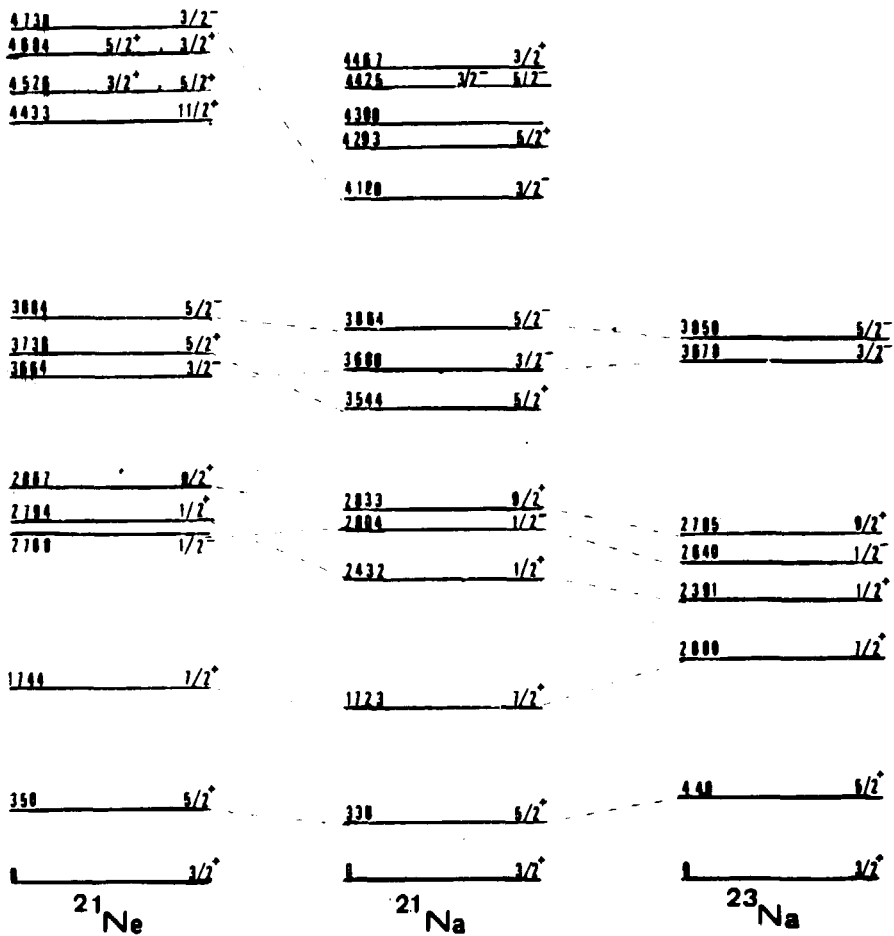
Do que foi exposto no capítulo precedente, pode-se dizer que uma interpretação da estrutura nuclear do  $^{21}\text{Ne}$  em termos de bandas rotacionais aplicando o modelo de Nilsson, consegue explicar razoavelmente as características dinâmicas desse núcleo em região de energia até 5 MeV. Os resultados do cálculo utilizando o modelo de camadas (na Tabela IV.3 são dados os valores obtidos por Halber<sup>(19)</sup> com hamiltoniano realístico de Kuo<sup>(30)</sup>) indicam que as previsões deste modelo estão em bom acordo com os dados experimentais. No que diz respeito à banda rotacional do estado fundamental, os modelos teóricos conseguem bons resultados.

Os núcleos  $^{21}\text{Ne}$ ,  $^{21}\text{Na}$  e  $^{23}\text{Na}$  têm características bastante similares como ilustra a figura na página 53.

Para o  $^{21}\text{Na}$ , que é o núcleo espelho do  $^{21}\text{Ne}$  pode se encontrar uma analogia bastante acentuada, pelo menos para os estados até 5 MeV. Entretanto, a aparência do esquema de níveis desses núcleos não é tipicamente rotacional; sendo portanto esperado que o acoplamento entre os estados intrínsecos tenha um papel importante, como pode ser visto na exposição do capítulo anterior.

Uma comparação entre os três núcleos pode ser encontrada em Bromberg et al<sup>(25)</sup> embora com informações bastante insuficientes. Um estudo do  $^{23}\text{Na}$  foi realizado por J. Dubols<sup>(13)</sup> levando em conta o acoplamento entre os estados intrínsecos pertinentes, tendo conseguido um acordo bom em relação aos resultados experimentais disponíveis. Para estes núcleos, a aplicação do modelo de Nilsson tem tido um sucesso razoável, explicando as propriedades dos estados até a energia de 5 MeV. Muitos estados de alta energia não têm qualquer interpretação em termos do modelo; por exemplo, o estado  $1/2^+$  com 6760 keV do  $^{21}\text{Ne}$  observado nesta experiência. Para energias desta ordem espera-se a ocorrência<sup>(29)</sup> de estados excitados do caroço por meio do acoplamento do nucleon desemparelhado ( $3/2^+$ ) a estados excitados (de paridade negativa) do  $^{20}\text{Ne}$ .

Na região de alta energia, a densidade de níveis aumenta bastante e as dificuldades experimentais para se obter novas informações também são maiores. Daí, a frase clássica em todo trabalho sobre espectroscopia nuclear: é claro que maiores informações sobre os estados de alto momento angular são necessárias para que se chegue a uma interpretação melhor em termos de um modelo teórico.



## APÊNDICE I

### PROGRAMA DE ANÁLISE DE ESPECTROS – GAUSS V

O programa GAUSS V<sup>(20)</sup> foi feito especialmente para a análise de raios gama observados utilizando detectores Ge(Li).

Por meio de um método de ajuste não linear de mínimos quadrados, o programa determina os parâmetros de uma gaussiana (altura, largura e posição) para cada pico do espectro. A localização dos picos é feita por uma rotina que identifica os picos no espectro e determina os parâmetros iniciais da gaussiana, seleciona os pontos de cada pico para o ajuste e estabelece o "background" sob os picos. Depois de feito o ajuste final o programa calcula as energias e as intensidades sendo necessário que se forneça uma tabela de não-linearidade do espectrômetro, um conjunto de energias de calibração (que devem necessariamente fazer parte do espectro em estudo) e uma tabela de eficiência. Esta tabela é necessária se as intensidades vão ser calculadas pelo programa, mas este aspecto não pode ser utilizado porque o espectro observado inclui também os picos de primeiro e segundo escape, o que não é previsto pelo programa GAUSS V que foi feito para ser utilizado com um espectrômetro de pares (cujas linhas contém apenas os picos de segundo escape) e na análise de picos de baixa energia.

O programa oferece várias opções de entrada permitindo ao usuário a interação conforme o tipo de espectro a ser analisado. Por exemplo, para os picos muito fracos, ou para linhas duplas, quando os parâmetros determinados pela rotina automática não são adequados, estes podem ser fornecidos pelo usuário.

Os procedimentos utilizados no programa são descritos resumidamente a seguir.

#### Localização Automática dos Picos

O método utilizado consiste no cálculo de uma função de correlação de trechos do espectro com uma função gaussiana; valores positivos dessa função, subtraído o "background", dão os possíveis picos. Para um certo ponto  $k$  do espectro o trecho selecionado é um intervalo que vai do canal  $(k - M/2)$  ao canal  $(k + M/2)$  e a função de correlação é dada por:

$$c_k = \sum_{i=k-M/2}^{k+M/2} (y_i - A_k (A_k)^{1/2}) e^{-((x_i - x_k)/wwb)^2} \quad (A.0)$$

$y_i$  – contagens em cada canal

$A_k$  – "background" (valor médio das contagens no trecho  $M$ )

$b$  – desvio padrão da gaussiana da função de correlação

$ww$  – largura na meia altura (FWHM) associada

$x_{i,k}$  – nº de canais

Os parâmetros desta função podem ser escolhidos pelo usuário de maneira conveniente a aumentar a sensibilidade para os picos fracos ou melhorar a qualidade do ajuste.

### Análise dos Picos

Com as estimativas iniciais dos parâmetros obtidos da rotina de localização, o programa efetua um cálculo de mínimos quadrados para determinar os valores finais do ajuste. A função a ser minimizada é:

$$R^2 = \sum_{i=1}^n w_i [y_i - \bar{y}_i(p)]^2 \quad (\text{A.1})$$

onde  $y_i$  são as contagens,  $w_i$  são os pesos associados com cada contagem,  $n$  é a faixa de canais escolhida para o ajuste, e  $p$  são os parâmetros em relação aos quais é feito o cálculo. Como  $\bar{y}_i$  é uma função não linear dos parâmetros  $p$  (função gaussiana) é necessário fazer uma expansão em série de Taylor, considerando apenas termos de primeira ordem para obter uma expressão linear de  $\bar{y}_i(p)$ :

$$\bar{y}_i(p) = \bar{y}_i(p^0) + \sum \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial p_i} \right) \delta p_i \quad (\text{A.2})$$

$p^0$  são as estimativas iniciais dos parâmetros.

A condição para que  $R^2$  seja mínimo é:

$$\frac{\partial R^2}{\partial (\delta p)} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Estas duas equações são resolvidas iterativamente com  $p$  sendo substituído por  $(p + \delta p)$  a cada iteração até que sejam satisfeitos critérios de convergência pré-estabelecidos ( $\delta p$  deve tender a zero). A equação (A.3) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} M \cdot \hat{\Delta p} &= \hat{V} \\ \hat{\Delta p} &= (M)^{-1} \cdot \hat{V} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

sendo  $Y$  (altura),  $W$  (largura) e  $X$  (centroide) definidos pelos vetores

$$\begin{aligned} \hat{\Delta p} &= (\delta p_1, \delta p_2, \delta p_3) = (\delta Y, \delta X, \delta W) \\ \hat{V} &= \left( \sum_i w(y - \bar{y}) \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} ; \sum_i w(y - \bar{y}) \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} ; \right. \\ &\quad \left. \sum_i w(y - \bar{y}) \frac{\partial \bar{y}}{\partial w} \right) \end{aligned}$$

e a matriz é dada por:

$$M_{jk} = \sum w \frac{\partial \bar{y}}{\partial p_j} \frac{\partial \bar{y}}{\partial p_k} \quad (\text{A.5})$$

No ajuste final  $\hat{\Delta}_p$  contém os valores dos parâmetros e a matriz  $(M)^{-1}$  contém as informações sobre os erros nestes parâmetros.

### Área dos Picos

A área é calculada com os parâmetros obtidos do ajuste sendo dada por:

$$A = \left( \frac{\pi}{4 \ln 2} \right)^{1/2} W \cdot Y \quad (A.6)$$

A variância é dada por:

$$V(A) = e^2 \left( \frac{\pi}{4 \ln 2} \right) \left[ Y^2 \cdot (M)_{33}^{-1} + W^2 \cdot (M)_{11}^{-1} + 2 \cdot Y \cdot W \cdot (M)_{13}^{-1} \right] \quad (A.7)$$

e é o parâmetro que indica a qualidade do ajuste.

$(M)_{jK}^{-1}$  são elementos da matriz definida acima.

### Cálculos de Energia

Com os valores das energias de calibração  $(E_K)$  e as posições dos picos no espectro  $X_K$  o programa faz um ajuste linear de mínimos quadrados para determinar os parâmetros da equação:

$$E'_K = a' + b' \cdot X'_K \quad (A.8)$$

onde  $X'_K$  é a nova posição dos picos levando em conta a não-linearidade. Em seguida é determinada a correção de "zero" da escala de energia, dada por:

$$\Delta = -a'/b'$$

As posições dos picos são recalculadas levando em conta a correção de não-linearidade  $L(x)$  e são dadas por:

$$X'_K = X_K - \Delta + L(X_K - \Delta) \quad (A.9)$$

Os parâmetros da equação final para os cálculos de energias são obtidos também de um ajuste de mínimos quadrados; e função a ser minimizada é:

$$\phi = \sum_K w_K [E_K - \bar{E}(X'_K)]^2 \quad (A.10)$$

onde:

$E_K$  = Valores das energias de calibração

$E'_K = a + b X'_K + c (X'_K)^2$  é a equação cujos parâmetros estão sendo determinados

$w_K$  - são os pesos do ajuste; se  $w_K = 1$  o ajuste é não ponderado, caso contrário tem-se a seguinte relação:

$$1/w_K = \sigma(E_K)^2 + b' \cdot \sigma(X'_K)^2$$

onde  $\sigma(E_K)$  e  $\sigma(X'_K)$  são, respectivamente, os erros nas energias de calibração e nas posições.

Os erros nas energias são calculados da seguinte forma:

$$\sigma(E) = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$$

$$\sigma_1 = (b + 2 \cdot c \cdot X') \cdot \sigma(X)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 = & \text{var } a + (X')^2 \cdot \text{var } b + (X')^4 \cdot \text{var } c + 2 \cdot X' \cdot \text{covar } (a,b) + \\ & + 2 \cdot (X')^2 \cdot \text{covar } (a,c) + 2 \cdot (X')^3 \cdot \text{covar } (b,c). \end{aligned}$$

O programa tem várias opções para os resultados de energias pode-se incluir ou não o termo quadrático, escolher ajuste ponderado ou não. Por último, quando não há linhas de calibração no espectro, os cálculos de energias podem ser feitos fornecendo os parâmetros da expressão  $E(k)$  como dados de entrada.

Há várias formas de se interagir com o programa; neste trabalho foram utilizadas apenas duas: "mini input" e "short input". A primeira utiliza a rotina de localização de picos e foi bastante útil para detectar as linhas fracas e para os cálculos de energias. A segunda permite que se especifiquem parâmetros de cada pico (canais para o ajuste e inclinação do "background") e foi utilizada para obter melhores valores para as áreas. A tabela (A.1) é uma saída típica da análise de um dos espectros observados.

Tabela A.1

Saída Típica do Programa GAUSS V  
(Short Input)

GAUSS4    AUGUST 1969 VERSION    IBM 340/75    DATE COMPUTED 00/00/00

MEON E NITROGENIO    SHORT INPUT    FMEONIO.FN221.MR534    1/9/77    1

POWERS OF ALPHA TERMS    4,12    WEIGHTING = 1/Y

FIRST CHAN	LAST CHAN	NO OF PEAKS	QUALITY OF FIT	HEIGHT	CHANNEL	WIDTH	AREA	ALPHA TERMS
1010	1015	1	1.11	1308.6	1012.5753	0.136	4907.159	A = -0.5 B = 10575.5
	PARAMETERS			44.9	0.0552			0.0 0.0
1081	1086	1	0.49	248.7	1083.1900	0.434	849.106	A = -4.0 B = 5888.9
	PARAMETERS			34.4	0.1814			0.0 0.0
1400	1406	1	1.62	379.1	1402.7466	0.360	1490.125	A = -1.4 B = 2893.1
	PARAMETERS			33.1	0.1508			0.0 0.0
1484	1489	1	1.36	397.5	1486.4331	0.324	1573.113	A = -1.9 B = 3626.7
	PARAMETERS			29.3	0.1277			0.0 0.0
1794	1803	1	2.23	245.5	1799.3660	0.533	996.120	A = 0.5 B = -262.8
	PARAMETERS			31.6	0.2237			0.0 0.0
1994	2000	1	1.63	663.3	1996.8042	0.188	2507.117	A = -0.2 B = 1187.4
	PARAMETERS			34.1	0.0815			0.0 0.0
2021	2027	1	0.37	439.4	2023.9583	0.228	1796.91	A = -0.2 B = 1187.4
	PARAMETERS			23.9	0.0946			0.0 0.0
2111	2117	1	0.65	729.1	2113.5910	0.153	3069.100	A = -0.6 B = 1940.1
	PARAMETERS			26.1	0.0624			0.0 0.0
2306	2314	1	0.43	368.8	2310.1248	0.279	1838.94	A = 0.3 B = -142.7
	PARAMETERS			20.3	0.1171			0.0 0.0
2461	2467	1	0.76	1243.7	2463.8833	0.096	5458.108	A = -0.4 B = 1646.7
	PARAMETERS			21.4	0.0397			0.0 0.0

Tabola A.1.a

Saldia Trípica (Mini Input)

PARAMETERS	WEIGHT	CHANNEL	WIDTH	AREA	ALPHA TERMS
17	1	2.81	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 0.0
PARAMETERS		8.7	0.663		0.0
ERRORS		17769.1	160.4787	585.508	7140.0
					0.0
					0.0
					0.0
					0.0
36	1	120.39	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 52333.7
PARAMETERS		7668.8	9.034	73555.	3.0
ERRORS		1617.5	1.2471	40543.	3.0
					0.0
57	1	1.83	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 45932.7
PARAMETERS		7056.3	53.3712	78515.	0.0
ERRORS		183.8	0.4020	11730.	3.0
					0.0
61	1	4.87	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 41741.0
PARAMETERS		8008.5	60.5367	14.883	126874.
ERRORS		663.2	2.7140	6.944	67202.
					0.0
68	1	1.54	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 39312.7
PARAMETERS		11834.3	70.2494	5.703	71881.
ERRORS		189.2	0.5481	0.183	1736.
					0.0
77	1	2.45	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 37281.7
PARAMETERS		4051.8	77.5571	10.877	70346.
ERRORS		217.3	0.8851	2.330	16840.
					0.0
167	1	1.19	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 25273.7
PARAMETERS		2244.7	147.8386	11.507	27495.
ERRORS		101.9	1.1752	4.310	9522.
					0.0
167	1	3.82	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 21892.7
PARAMETERS		14501.4	168.9755	4.209	64970.
ERRORS		264.9	0.0377	0.134	1252.
					0.0
211	1	2.29	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 17859.3
PARAMETERS		2531.4	212.9300	5.753	15503.
ERRORS		144.6	0.2006	0.686	1436.
					0.0
219	1	1.29	LINE(AX+8)	A =	0.0 B = 17073.3
PARAMETERS		2230.9	227.6688	8.845	21053.
ERRORS		97.3	0.3977	1.708	3540.
					0.0

DATE COMPUTED 00/00/00

1

NEON 8 NITROGENIO 1-9-77 PWME.FM221.H34SC MINI INPUT

PARAMETERS 4+12 WEIGHTING = 1/Y

FIRST LAST NO OF QUALITY  
CHAN PEAKS OF FIT

WEIGHT CHANNEL WIDTH AREA ALPHA TERMS

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 0.0

PARAMETERS 17769.1 160.4787 585.508 7140.0

ERRORS -MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS TAKEN

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 52333.7

PARAMETERS 7668.8 36.7292 9.034 73555.

ERRORS 1617.5 1.2471 6.139 40543.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 45932.7

PARAMETERS 7056.3 53.3712 10.453 78515.

ERRORS 183.8 0.4020 1.076 11730.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 41741.0

PARAMETERS 8008.5 60.5367 14.883 126874.

ERRORS 663.2 2.7140 6.944 67202.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 39312.7

PARAMETERS 11834.3 70.2494 5.703 71881.

ERRORS 189.2 0.5481 0.183 1736.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 37281.7

PARAMETERS 4051.8 77.5571 10.877 70346.

ERRORS 217.3 0.8851 2.330 16840.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 25273.7

PARAMETERS 2244.7 147.8386 11.507 27495.

ERRORS 101.9 1.1752 4.310 9522.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 21892.7

PARAMETERS 14501.4 168.9755 4.209 64970.

ERRORS 264.9 0.0377 0.134 1252.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 17859.3

PARAMETERS 2531.4 212.9300 5.753 15503.

ERRORS 144.6 0.2006 0.686 1436.

LINE(AX+8) A = 0.0 B = 17073.3

PARAMETERS 2230.9 227.6688 8.845 21053.

ERRORS 97.3 0.3977 1.708 3540.



## APÊNDICE II

## ELEMENTOS DE MATRIZ INTRÍNSECOS CORRESPONDENTES ÀS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÕES ELETROMAGNÉTICAS M1, E2, E1

## A.II.1 – Transições do Dipolo Magnético

$$\begin{aligned}
 G_{M1}(\alpha'K'; \alpha K) &= \\
 &= \delta_{K'K} \{ -\delta_{\alpha'\alpha} g_R K + \sum_{\ell\Lambda} a_{\ell\Lambda}(\alpha K) a_{\ell\Lambda}(\alpha'K) (g_\Sigma + g_\Lambda) \} \\
 &+ \delta_{|K' - K|, 1} (K - K') (2)^{-1/2} \sum_{\ell\Lambda\Lambda'} a_{\ell\Lambda}(\alpha K) a_{\ell\Lambda'}(\alpha'K') \\
 &\times \{ \delta_{\Lambda'\Lambda} (g_\Sigma - g_R) + \delta_{\Sigma'\Sigma} (g_\Sigma - g_R) \{ (\ell - \Lambda_{<}) (\ell + \Lambda_{>}) \}^{1/2} \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_{M1}(\alpha' 1/2; \alpha 1/2) b_{M1}(\alpha' 1/2; \alpha 1/2) &= \\
 &(-1)^{N+1} (2)^{-1/2} \sum_{\ell\Lambda\Lambda'} a_{\ell\Lambda}(\alpha 1/2) a_{\ell\Lambda'}(\alpha' 1/2) \\
 &\times \{ \delta_{\Lambda,0} \delta_{\Lambda',0} (g_\Sigma - g_R) + (\delta_{\Lambda,0} \delta_{\Lambda',1} + \delta_{\Lambda,1} \delta_{\Lambda',0}) \times \\
 &\times (g_\Sigma - g_R) \{ \ell(\ell + 1) \}^{1/2} \}
 \end{aligned}$$

## A.II.2 – Transições de Quadrupolo Elétrico

$$\begin{aligned}
 G_{E2}(\alpha'K'; \alpha K) &= \\
 &= e_{of} \sum_{\ell\Lambda} \sum_{\ell'\Lambda'} \gamma_{\Sigma'\Sigma} a_{\ell\Lambda}(\alpha K) a_{\ell'\Lambda'}(\alpha'K') \langle \ell\Lambda 2, K' - K | \ell'\Lambda' \rangle \\
 &\times \langle n'\ell' | r^2 | n\ell \rangle \{ (2\ell + 1)/(2\ell' + 1) \}^{1/2} \langle \ell 0 2 0 | \ell' 0 \rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_{E2}(\alpha'K'; \alpha K) b_{E2}(\alpha'K'; \alpha K) &= \\
 &= (-1)^{N+K'+1/2} e_{of} \sum_{\ell\Lambda} \sum_{\ell'\Lambda'} \delta_{-\Sigma'\Sigma} a_{\ell\Lambda}(\alpha K) a_{\ell'\Lambda'}(\alpha'K')
 \end{aligned}$$

$$x \langle \ell \Lambda 2, -K' - K | \ell', -\Lambda' \rangle \langle n' \ell' | r^2 | n \ell \rangle \{ (2\ell + 1)/(2\ell' + 1) \}^{1/2}$$

$$x \langle \ell 0 0 | \ell' 0 \rangle$$

$$G_{E2}(\alpha' 1/2; \alpha 1/2) b_{E2}(\alpha 1/2; \alpha 1/2) = 0$$

### A.II.3 – Transições de Dipolo Elétrico

$$G_{E1}(\alpha' K'; \alpha K) =$$

$$= e_{ef} \sum_{\ell \Lambda} \sum_{\ell' \Lambda'} \delta_{\Sigma' \Sigma} a_{\ell \Lambda}(\alpha K) a_{\ell' \Lambda'}(\alpha' K') \langle \ell \Lambda 1, K' - K | \ell' \Lambda' \rangle$$

$$x \langle n' \ell' | r | n \ell \rangle \{ (2\ell + 1)/(2\ell' + 1) \}^{1/2} \langle \ell 0 1 0 | \ell' 0 \rangle$$

$$G_{E1}(\alpha' 1/2; \alpha 1/2) b_{E1}(\alpha' 1/2; \alpha 1/2) =$$

$$= (-1)^{N+1} e_{ef} \sum_{\ell \Lambda} \sum_{\ell' \Lambda'} \delta_{-\Sigma' \Sigma} a_{\ell \Lambda}(\alpha K) a_{\ell' \Lambda'}(\alpha' K') \langle \ell \Lambda 1, -1 | \ell' \Lambda' \rangle$$

$$x \langle n' \ell' | r | n \ell \rangle \{ (2\ell + 1)/(2\ell' + 1) \}^{1/2} \langle \ell 0 1 0 | \ell' 0 \rangle$$

### A.II.4 – Elementos de Matriz Radiais

$$\langle N+1, \ell+1 | r | N \ell \rangle = \{ 1/2(N+\ell+3) \}^{1/2}$$

$$\langle N+1, \ell-1 | r | N \ell \rangle = \{ 1/2(N-\ell+2) \}^{1/2}$$

$$\langle N-1, \ell-1 | r | N \ell \rangle = \{ 1/2(N+\ell+1) \}^{1/2}$$

$$\langle N-1, \ell+1 | r | N \ell \rangle = \{ 1/2(N-\ell) \}^{1/2}$$

## ABSTRACT

Energy levels of  $^{21}\text{Ne}$  up to 6.76 MeV <sup>ARE</sup> studied by measuring the thermal neutron capture gamma rays from natural neon. A Ge(Li) detector <sup>IS</sup> used. Energies and intensities <sup>ARE</sup> measured relative to calibration lines of nitrogen. The Q-value and the cross section of the reaction  $^{20}\text{Ne}(n,\gamma)^{21}\text{Ne}$  <sup>ARE</sup> were calculated. The proposed level scheme is discussed in terms of the Nilsson model, considering the coupling of one particle to the  $^{20}\text{Ne}$  core. Coriolis coupling <sup>IS</sup> taken into account for the three positive parity bands,  $K^\pi = 3/2^+, 1/2^+$  and  $5/2^+$ . Measurements <sup>ARE</sup> were made using the research reactor of the Instituto de Energia Atômica.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS\*

1. AJZENBERG-SELOVE, F. Energy levels of light nuclei A-13-15. *Nucl. Phys.*, A268:138, 1976.
2. ALDER, K. & STEFFEN, R. M. Emission and absorption of electromagnetic radiation. In: HAMILTON, W. D., ed. *The electromagnetic interaction in nuclear spectroscopy*. Amsterdam, North-Holland, 1975. p.1-38.
3. BELLMANN, D. Gamma rays from thermal neutron capture in nitrogen and natural neon. *Atomkernenergie*, 17(2):145-7, Mar. 1971.
4. BENT, R. D.; EVANS, J. E.; MORRISON, G. C.; GALE, N. H.; HEERDEN, I. J. van. Lifetimes of levels in  $^{21}\text{Ne}$ . *Nucl. Phys.*, A90:122-34, 1967.
5. BERG, H. L.; HIETZKE, W.; ROLFS, C.; WINKLER, H. Proton induced resonances on  $^{21}\text{Ne}$ . *Nucl. Phys.*, A276:168-88, 1977.
6. BLATT, J. M. & WEISSKOPF, V. F. *Theoretical nuclear physics*. New York, N. Y., Wiley, 1952.
7. BOHR, A. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, 26(14), 1952.
8. BOHR, A. & MOTTELSON, B. R. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, 27(16), 1953.
9. BRINK, D. M. & SATCHLER, G. R. *Angular momentum.*, Oxford, Clarendon, 1968.
10. BROMLEY, D. A.; GOVE, H. E.; LITHERLAND, A. E. Application of a collective model to  $\text{Si}^{29}$ . *Can. J. Phys.*, 35(9):1057-85, Sep. 1957.
11. DAVIDSON, J. P. *Collective models of the nucleus*. New York, N. Y., Academic, 1968. (Pure and applied physics. A series of monographs and textbooks, vol. 29).
12. DAVYDOV, A. S. *Quantum mechanics*. Oxford, Pergamon, 1965. (Adiwess international series in physics).
13. DUBOIS, J. A nuclear structure study of  $^{23}\text{Na}$  by means of the  $^{22}\text{Ne}(^3\text{He},d)^{23}\text{Na}$  reaction. *Nucl. Phys.*, A104:657-76, 1967.
14. ELLIOT, J. P. *Collective motion in nuclei*. Rochester, University of Rochester 1958.
15. ENDT, P. M. & LEUN, C. van der. Energy levels of A=21-44 nuclei (V). *Nucl. Phys.*, A214, Oct. 1973.

(\*) As referências bibliográficas relativas a documentos localizadas pelo IEA foram revistas e enquadradas na NB-66 da ABNT.

16. FREEMAN, J. M. Energy levels of  $\text{Ne}^{21}$  and  $\text{Ne}^{23}$ . *Phys. Rev.*, 120(4):1436-41, Nov. 1960.
17. GRAWE, H.; HEIDINGER, F.; KANDLER, K. *Z. Phys.*, A280:271, 1977.
18. HAAS, B. & TARAS, P. Band mixing in the 2s-1d shell: application to  $^{23}\text{Na}$ . *Can. J. Phys.*, 52(1):49-60, Jan. 1974.
19. HALBERT et alii. *Adv. nucl. Phys.*, 4:315, 1971.
20. HELMER, R. G. & PUTMAN, M. H. *Gauss V: A computer program for the analysis of gamma-ray spectra from Ge(Li) spectrometers*. Idaho Falls, Idaho, Aerojet Nuclear company, Jan. 1972. (ANCR-1043).
21. HELMER, R. G.; CLINE, J. E.; GREENWOOD, R. C. Gamma-ray energy and intensity measurements with Ge(Li) spectrometers. In: HAMILTON, W. D., ed. *The electromagnetic interaction in nuclear spectroscopy*. Amsterdam, North-Holland, 1975. p.775-837.
22. HELMER, R. G.; GREENWOOD, R. C.; GEHRKE, R. J. Precise comparison and measurements of gamma-ray energies with a Ge(Li) detector II. 400-1300 KeV. *Nucl. Instrum. Meth.*, 96:173-96, 1971.
23. HINDS, S. & MIDDLETON, R. The energy levels of  $^{21}\text{Ne}$ . *Proc. phys. Soc. (London)*, 74(6):779-82, Dec. 1959.
24. HOUVIEZ, J. Limeil, 1968. (Tese doutoramento).
25. HOWARD, A. J.; ALLEN, J. P.; BROMLEY, D. A. Collective representation of lower lying states in  $\text{Ne}^{21}$ ,  $\text{Na}^{21}$ , and  $\text{Na}^{23}$ . *Phys. Rev.*, 139(5B):1135-48, Sep. 1965.
26. HOWARD, A. J.; PRONKO, J. G.; WHITTEN JR., C. A. Low-lying negative-parity states in  $\text{Ne}^{21}$ . *Phys. Rev.*, 184(4):1094-101, Aug. 1969.
27. JONSSON, L.; HARDELL, R.; ARNELL, S. E. Gamma rays from thermal neutron capture in natural neon. *Ark. Fys.*, 35:423-34, 1968.
28. KERMAN, A. K. *Mat. Fys. Medd Dan. Vid. Selsk.*, 30(15), 1956.
29. KUHLMANN, E.; HOFFMANN, A.; ALBRECHT, W. *Z. Phys.*, 271:49, 1974.
30. KUO, T. T. S. State dependence of shell-model reaction matrix elements. *Nucl. Phys.*, A103:71-96, 1967.
31. LAWSON, J. C. & CHAGNON, P. R. Gamma-ray transitions in  $^{21}\text{Ne}$ . *Phys. Rev., C, Nucl. Phys.*, 11(3):643-7, Mar. 1975.
32. LITHERLAND, A. E.; McMANUS, H.; PAUL, E. B.; BROMLEY, D. A.; GOVE, H. E. An interpretation of the low-lying excited states of  $\text{Mg}^{26}$  and  $\text{Al}^{26}$ . *Can. J. Phys.*, 36(3):378-404, Mar. 1958.
33. LITHERLAND, A. E.; PAUL, E. B.; BARTHOLOMEW, G. A.; GOVE, H. E. Gamma rays from the proton bombardment of  $\text{Mg}^{24}$ . *Phys. Rev.*, 102(1):208-22, Apr. 1956.
34. MOTTELSON, B. R. *Rendiconti della Scuola Internazionale di Fisica: corso XV*. [s.n.t.]. p.44.

35. NILSSON, S. G. *Mat. Fys. Medd. Vid. Selsk.*, 29(16), 1955.
36. PECEQUILO, B. R. S. *Nova técnica para determinação de impurezas em compostos de urânio e de tório pela análise dos raios gama de captura*. São Paulo, 1977. (Tese doutoramento).
37. PILT, A. A. On a highly inhibited E1 transition in  $^{21}\text{Ne}$ . *Phys. Lett.*, 52B(1):21-3, Sep. 1974.
38. PILT, A. A.; SPEAR, R. H.; ELLIOT, R. V.; KELLY, D. T.; KUEHNER, J. A.; EWAN, G. T.; ROLFS, C. Band structure in  $^{21}\text{Ne}$ . *Can. J. Phys.*, 50(12):1286-94, Jun. 1972.
39. PRESTON, M. A. & BHADURI, R. K. *Structure of the nucleus*. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1975.
40. PRONKO, J. G.; ROLFS, C.; MAIERS, H. J. Gamma-ray angular correlations and lifetimes measurements for some excited states of  $\text{Ne}^{21}$ . *Phys. Rev.*, 186(4):1174-88, Oct. 1969.
41. RIPKA, G. Saclay, 1968. (Tese doutoramento).
42. ROLFS, C.; KUHLMANN, E.; RIESS, F.; KRAEMER, R. The 4433 and 6450 KeV states in  $^{21}\text{Ne}$ . *Nucl. Phys.*, A167:449-64, 1971.
43. ROLFS, C.; TRAUTVETTER, H. P.; KUHLMANN, E.; RIESS, F. A study of excited states of  $^{21}\text{Ne}$ . *Nucl. Phys.*, 89:641-64, 1972.
44. ROSE, M. E. *Elementary theory of angular momentum*. New York, N. Y., Wiley, 1957.
45. ROWE, D. J. *Nuclear collective motion*. | s.l. |, Methuen, 1970.
46. SELIN, E. A nuclear structure study of  $^{23}\text{Ne}$  and  $^{21}\text{Ne}$  by thermal neutron capture in natural neon. *Phys. Scr.*, 2:169-79, 1970.
47. SHALIT, H. & FESHBACH, H. *Theoretical nuclear physics. v.1. Nuclear structure*. New York, N. Y., Wiley, 1974.
48. THOMAS, G. E.; BLATCHLEY, D. E.; BOLLINGER, L. M. High-sensitivity neutron-capture gamma-ray facility. *Nucl. Instrum. Meth.*, 56:325-37, 1967.
49. VANDEPUT, G. Leuven, | s.d. |. (Tese doutoramento).
50. WARBURTON, E. K.; OLNESS, J. W.; ENGELBERTINK, G. A. P.; JONES, K. W. Lifetime of the  $\frac{1}{2}^-$  2791-KeV  $^{21}\text{Ne}$  level. *Phys. Rev., C, Nucl. Phys.*, 3(6):2344-8, Jun. 1971.



**INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA**  
**Caixa Postal, 11049 - Pinheiros**  
**CEP 05508**  
**01000 - São Paulo - SP**

**Telefone: 211-6011**  
**Endereço Telegráfico - IEATOMICA**  
**Telex - 011-23592 IENA BR**