

Ордена Ленина

ИАЭ-3045

Институт атомной энергии  
им. И. В. Курчатова

*SU 49 04863*

*С. И. Анисимов, Ю. В. Медведев*

## **Эволюция разрыва плотности в кинетике разреженной плазмы**

Москва 1978

ОФДЕНА ЛЕНИНА  
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ им. И. В. КУРЧАТОВА

С. И. Анисимов, Ю. В. Медведев

ЭВОЛЮЦИЯ РАЗРЫВА ПЛОТНОСТИ  
В КИНЕТИКЕ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

Москва

1978

**Ключевые слова:** расширение плазмы в вакуум, автомодельное решение, численное моделирование, метод больших частиц, ускорение ионов.

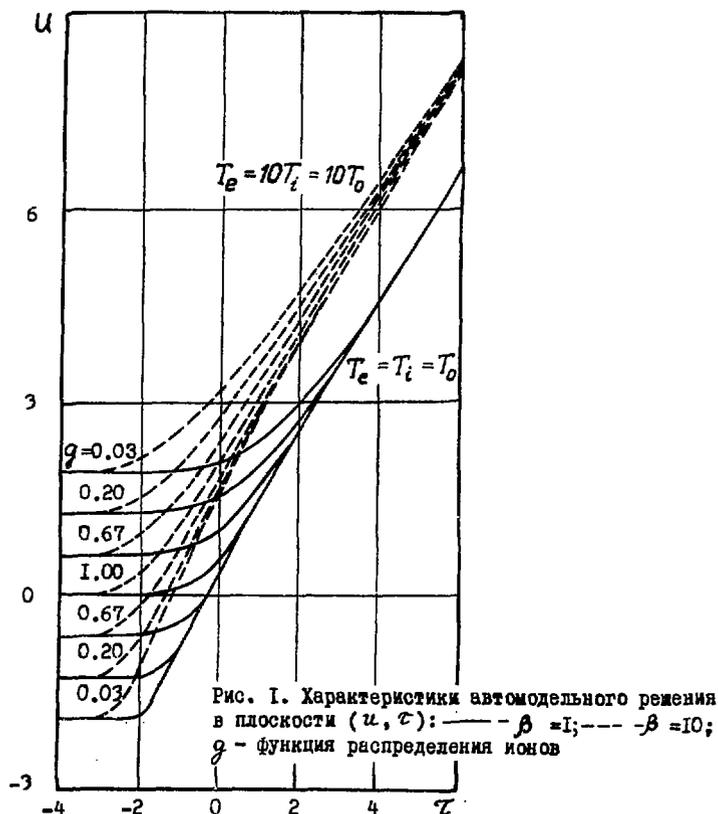
Численно решена задача расширения плазмы в вакуум. Рассмотрен процесс выхода течения на автомодельный режим и проведено детальное сравнение полученного решения с автомодельным. Изучено ускорение ионов, а также влияние на него и на весь процесс в целом электронной температуры.

## В в е д е н и е

В работе изучается движение разреженной плазмы, вызванное начальным разрывом плотности. Плазма описывается кинетическим уравнением с самосогласованным полем. Основное внимание уделяется расширению плазмы в вакуум – частному случаю распада разрыва, в котором кинетическое описание является единственно правильным.

Течения сплошной среды, возникающие при распаде разрывов, подробно исследованы в газовой динамике [1] и газовой кинетике [2, 3]. Известно, в частности, что при определенных условиях такие течения обладают масштабным подобием и могут быть описаны автомодельными решениями соответствующих уравнений. В кинетике разреженной плазмы задача о распаде разрыва оказывается более сложной. В работе [4] показано, что существует предельный автомодельный режим движения плазмы, который достигается, когда характерный пространственный масштаб движения становится много больше дебаевского радиуса, и построены соответствующие решения кинетического уравнения с самосогласованным полем. Однако вопрос о выходе течения, порождаемого начальным разрывом, на такой предельный автомодельный режим систематически до сих пор не изучался. В то же время к этому вопросу имеется определенный интерес, обусловленный многочисленными приложениями решений, найденных в [4], к анализу практически важных задач ионосферной аэродинамики и динамики лазерной плазмы. Одним из типичных примеров является задача об ускорении ионов в расширяющейся плазме. Из результатов [4, 5] следует, что при расширении плазмы в вакуум заметная доля полного числа ионов ускоряется до энергий, значительно превышающих среднюю тепловую. В случае многокомпонентной плазмы энергия таких ускоренных ионов оказывается примерно пропорциональной их заряду [5], что согласуется с экспериментом (см. [6] и имеющиеся там библиографические ссылки). Ускорение ионов рассматривалось также

в [7, 8]. Из численных расчетов, выполненных в рамках гидродинамической модели, в [7] найдена некоторая предельная скорость ионов, примерно равная утроенной их средней тепловой скорости. В работе [8] на основании аналогичных гидродинамических расчетов сделано заключение о независимости максимальной энергии ускоренных ионов от их заряда. Это существенно отличается от результатов работ [4, 5]. Понятно, что в задаче о расширении плазмы в вакуум гидродинамическое приближение является достаточно грубым; более правильна кинетическая постановка задачи, принятая в [4, 5] \*).



Однако количественные результаты работ [4, 5], относящиеся к ускоренной группе ионов, возможно, нуждаются в некотором уточнении, поскольку автомодельное решение справедливо не во всей пространственно-временной области, в которой происходит ускорение ионов. Таким образом, возникает необходимость решить общую неавтомодельную задачу о движении плазмы, порождаемом разрывом плотности. Эта задача решена в настоящей работе численными методами. Решение сравнивается с автомодельным [4, 5],

\* ) Для нейтрального газа гидродинамическое описание расширения в вакуум рассматривалось в работе [3].

и выясняется область применимости последнего. Расчеты проведены как для двухкомпонентной плазмы с различными отношениями масс компонент, так и для используемой в [4, 5] модели плазмы с локально равновесным распределением электронов. Подробно рассмотрено ускорение ионов в однотемпературной и разнотемпературной плазме. Для решения бесстолкновительного кинетического уравнения применен метод частиц в ячейках [9]. Методические особенности используемого варианта описаны в работе [10]. Сравнение автомодельного решения с точным требует более подробной информации о распределении переменных, чем можно получить из графиков, приводимых в оригинальных работах [4, 5] \*). В связи с этим была написана специальная программа для решения автомодельной задачи и с ее помощью проведены детальные расчеты в широком интервале параметров плазмы. Метод решения аналогичен примененному в [4, 5], однако нам удалось избежать некорректной операции численного дифференцирования. Результаты для одинаковых вариантов хорошо согласуются с [4, 5]. В качестве примера на рис. 1 приведены два семейства интегральных кривых автомодельного решения в плоскости переменных  $U = v \sqrt{\frac{m_i}{2T_e}}$ ,  $\tau = \frac{x}{z} \sqrt{\frac{m_i}{2T_e}}$ ; кривые соответствуют значениям отношения  $\beta = T_e/T_i = 1$  и  $\beta = 10$ . По рис. 1 легко понять основные свойства автомодельного решения: с ростом  $\tau$  происходит неограниченное ускорение ионов с одновременным уменьшением их температуры (функция распределения стремится к дельтаобразной); ускорение ионов тем больше, чем выше начальная электронная температура.

## СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ. СРАВНЕНИЕ С АВТОМОДЕЛЬНЫМ РЕШЕНИЕМ

Распад разрыва плотности начинается с движения электронной компоненты; возникающее вначале вследствие разделения зарядов электрическое поле вызывает ускорение ионов. В дальнейшем процесс ускорения ионов продолжается и при этом уменьшается полная энергия электронной компоненты и возрастает энергия ионной. Распределение напряженности электрического поля в разные моменты времени показано на рис. 2, б. Расчет выполнен в предположении, что электроны имеют локально равновесную функцию распределения в самосогласованном поле, соответствующем мгновенному распределению плотности зарядов (формально этот случай соответствует отношению масс  $\frac{m_i}{m_e} \rightarrow \infty$ ). В начальный момент в окрестности разрыва возникает узкий пик напряженности поля, который с течением времени расширяется и уменьшается по амплитуде. Значения времени (в единицах  $\omega_{pi}^{-1}$ ) указаны на каждой из кривых. Для сравнения даны распре-

\*) Этим, по-видимому, и объясняется тот факт, что автомодельное решение детально сравнивалось с точным численным лишь в единственной работе [11] в предельном случае холодных ионов, когда автомодельное решение можно записать в аналитической форме.

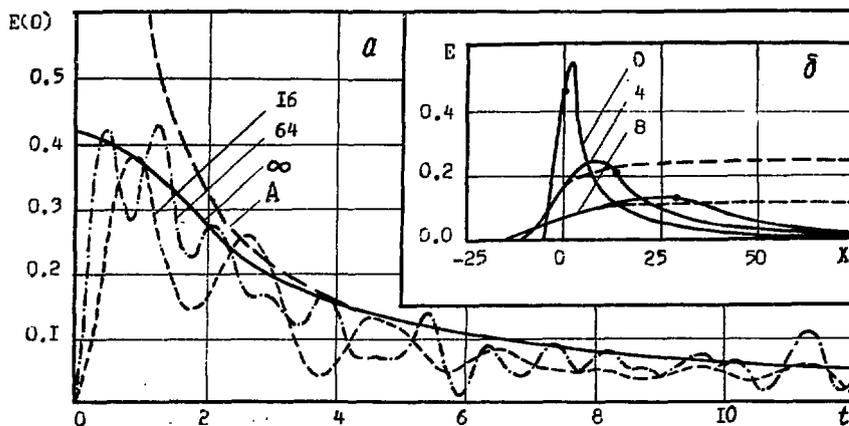


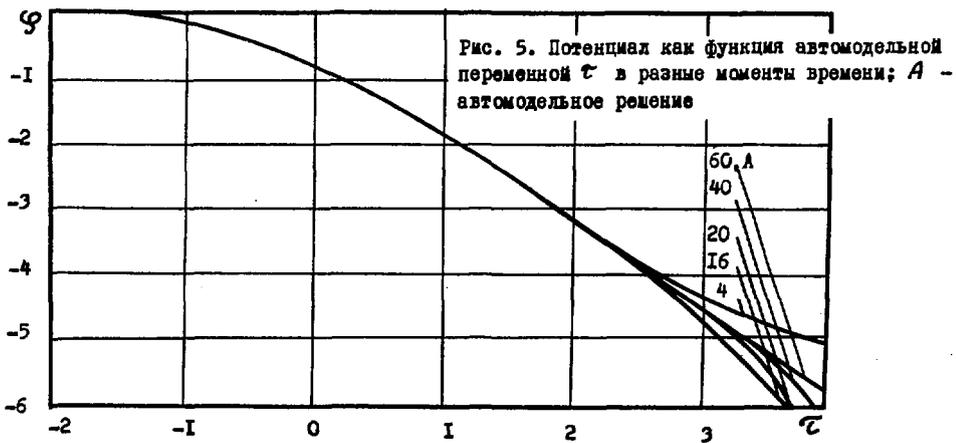
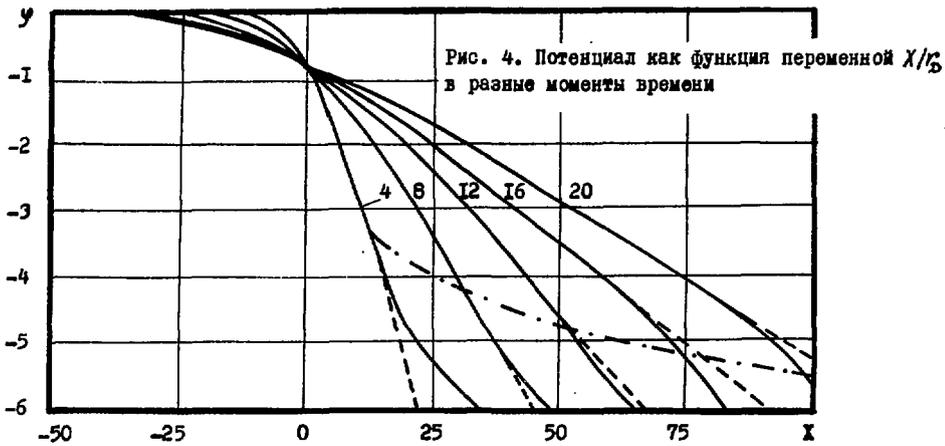
Рис. 2. Пространственно-временные зависимости для электрического поля:  
 а - зависимость от времени напряженности электрического поля в точке  $X = 0$ , кривые отличаются значениями массы ионов, А - автомоделное решение;  
 б - пространственное распределение электрического поля в разные моменты времени, пунктир - автомоделное решение, точки на кривых - положение ионного фронта

деления поля в те же моменты времени, следующие из автомоделного решения [4]. Точками на сплошных кривых показаны последовательные положения границы расширяющегося ионного облака<sup>\*)</sup>. Легко видеть, что заметное различие между автомоделными и точными профилями напряженности поля наблюдается лишь в области впереди ионного фронта, где не выполнены условия применимости автомоделного решения.

На рис. 2,а приведена зависимость напряженности электрического поля от времени в точке начального разрыва плотности  $X = 0$ . Пунктир соответствует автомоделному решению, остальные кривые получены из численного решения при различных отношениях масс ( $\frac{m_i}{m_e} = 16; 64; \infty$ ). Заметные отличия между кривыми имеются только на начальной стадии расширения.

При конечных отношениях масс ( $\frac{m_i}{m_e} = 16; 64$ ) напряженность (см. рис. 2,а) и потенциал (рис. 3) самосогласованного электрического поля осциллируют со временем. Эти осцилляции, подробно рассмотренные авторами в работе [10], затрудняют сравнение численного решения с автомоделным, поэтому при сравнении будем пользоваться результатами расчетов для модели с локально равновесными электронами. Соответствующие этому случаю профили потенциала  $\varphi$  (в единицах  $T_i/e$ ) в разные

\*) Смысл понятия передней границы или фронта ионов обсуждается в [10].



моменты времени приведены на рис. 4. Пунктирная линия отвечает автомодельному решению; штрих-пунктирная линия, пересекающая все семейство кривых, показывает положение ионного фронта. Из рис. 4 следует, что почти во всей области, где ионная плотность заметно отлична от нуля, автомодельное решение весьма близко к точному. Некоторое различие в профилях потенциала имеется лишь вблизи движущегося фронта, где не выполнено условие квазинейтральности. Интересно отметить, что в отличие от многих задач, в которых решение со временем монотонно приближается к асимптотическому автомодельному, в рассматриваемой задаче выход на автомодельный режим оказывается немонотонным: разность между точным и автомодельным значениями потенциала в окрестности ионного фронта осциллирует со временем. Особенно ясно это видно на рис. 5, где представлена зависимость потенциала от автомодельной переменной  $\mathcal{T}$  в разные моменты времени (у кривых указаны значения  $\omega_{pi} t$ ). Из рисунка видно, что с течением времени автомодельный профиль потенциала устанавливается во все более широкой области переменной  $\mathcal{T}$ . Граница области автомодельности близка к ионному фронту, впереди которого отклонение профиля от автомодельного меняет знак со временем.

Из приведенных результатов следует, что автомодельное решение дает правильное асимптотическое описание течения, порождаемого разрывом плотности. Автомодельное решение неприменимо на начальной стадии распада разрыва и в окрестности ионного фронта. Автомодельное решение не описывает также осциллирующий электрического поля на частотах порядка электронной плазменной, появляющихся при учете конечной массы электронов.

## УСКОРЕНИЕ ИОНОВ

Анализ, основанный на автомодельном решении [5], показывает, что при расширении в вакуум значительная доля ионов приобретает энергию, во много раз большую средней тепловой. Ускорение ионов происходит в результате наличия электрического поля. Поскольку распределение напряженности поля, даваемое автомодельным решением, несколько отличается от точного (см. рис. 2,б), представляет интерес изучить влияние этого отличия на функцию распределения ускоренных ионов. Наибольшую информацию об ускорении частиц можно получить, определяя локальную функцию распределения. В методе частиц, однако, такой расчет представляет известные трудности из-за ограниченности полного числа больших частиц. Гораздо проще и с большей точностью могут быть вычислены средние значения функции распределения по некоторой пространственной области. Вычисляя такие средние для точного и автомодельного решений, можно судить о применимости последнего к описанию движения ускоренной группы ионов. Приводимые ниже результаты получены следующим образом. Из чис-

ленного решения, соответствующего некоторому моменту времени  $t$ , находили средние значения функции распределения ионов по интервалу  $\Delta x$ , выбранному таким образом, чтобы соответствующий интервал изменения автомодельной переменной

$$\Delta \tau = \frac{\Delta x}{t} \sqrt{\frac{m_i}{2T_e}}$$

равнялся единице. Результаты расчета показаны на рис. 6 сплошными линиями.

Далее, из автомодельного решения вычислялись средние от функции распределения по нескольким интервалам переменной  $\tau$  длиной  $\Delta \tau = 1$  (пунктирные кривые на рис.6). Параметром семейства кривых является значение переменной  $\tau$  в средней точке каждого из промежутков интегрирования. Значения усредненных функций распределения в максимумах для удобства приняты равными единице. Сравнение кривых показывает, что автомодельное решение мало отличается от точного. Заметим, что доля частиц со скоростями, в шесть раз превышающими тепловую, оказывается на несколько порядков больше, чем в максвелловском распределении, т.е. действительно имеет место значительное ускорение ионов. Следует иметь в виду, что на количественные результаты описываемых расчетов в некоторой области начальных параметров плазмы определенное влияние могут оказать столкновительные эффекты, не учитываемые в приближении самосогласованного поля. Для численного моделирования ускорения в соответствующей области начальных плотностей и температур удобным оказывается метод, предложенный в работе [12]. Результаты расчетов будут изложены в отдельной статье.

Функция распределения, представленная на рис. 6, относится к моменту времени  $t = 60 \omega_{pi}^{-1}$ . В действительности она мало меняется начиная уже с  $t \sim 10 \omega_{pi}^{-1}$ . Более поздний момент выбран лишь из тех соображений, что при фиксированном  $\Delta \tau$  пропорционально времени увеличивается отрезок  $\Delta x$ , по которому производится интегрирование функции распределения, а значит и число больших частиц, находящихся

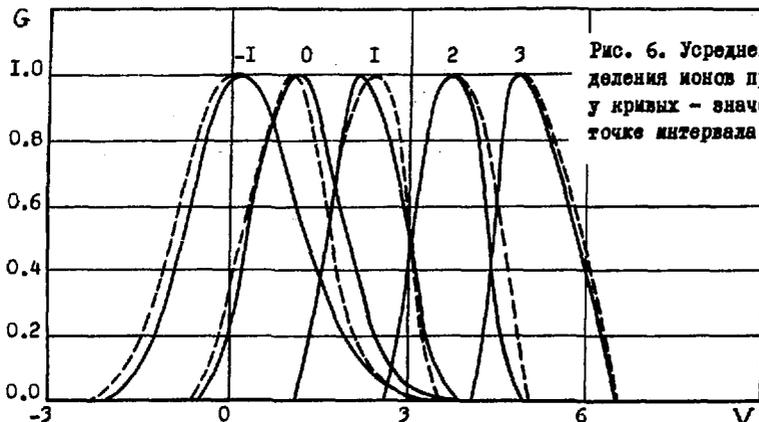


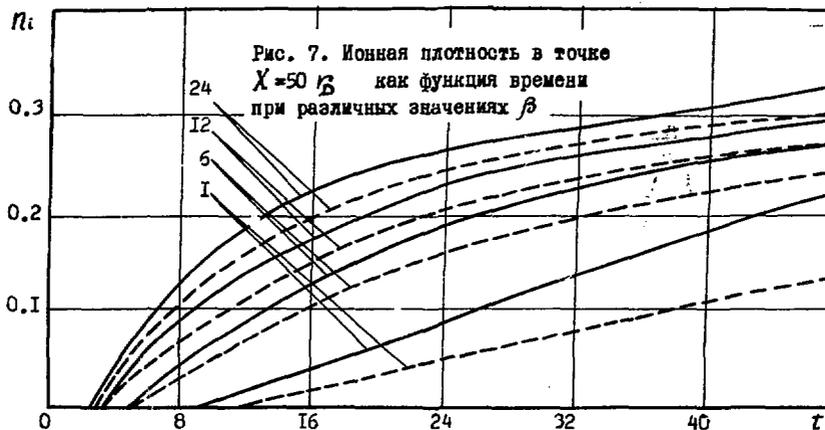
Рис. 6. Усредненные функции распределения ионов при  $\omega_{pi} t = 60$ . Цифры у кривых - значения  $\tau$  в средней точке интервала интегрирования

в пределах этого отрезка. В результате возрастает точность расчета функции распределения. Анализ результатов численного моделирования показывает, что, за исключением начальных моментов времени, плотность числа больших частиц  $\Delta N/\Delta x$  на заданных отрезках  $\Delta \tau$  с хорошей точностью остается постоянной, т.е.  $\Delta N$  линейно растет со временем, как и должно быть в автомодельном движении. Численные значения плотностей в точном и автомодельном решениях хорошо согласуются между собой в достаточно широком интервале значений переменной  $\tau$ . Таким образом, автомодельное решение [4, 5] правильно описывает динамику ускорения ионов при расширении плазмы в вакуум.

## РАЗНОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

При различных температурах электронов и ионов качественная картина эволюции разрыва в основном остается такой же, как в однотемпературном случае. Однако появляются заметные количественные различия. На рис. 7 показано, как возрастает плотность ионов в точке, удаленной на 50% от начальной границы плазменного облака при различных отношениях  $\beta = T_e/T_i$ . С ростом  $\beta$  скорость заполнения вакуумной области плазмой возрастает, причем значения ионной плотности, полученные путем численного моделирования, несколько превышают значения, найденные из автомодельного решения (пунктирные кривые соответствуют асимптотике автомодельного решения [4] при  $\beta \gg 1$ ).

Изменение электронной температуры существенно влияет на величину потенциала самосогласованного поля. Из автомодельного решения следует, что в точке начального разрыва  $x = 0$  потенциал линейно возрастает по абсолютной величине с ростом  $\beta$ . Этот результат следует и из численных расчетов, причем значения потенциала и ионной плотности при  $x = 0$  после короткого периода установления остаются неизменными по времени.



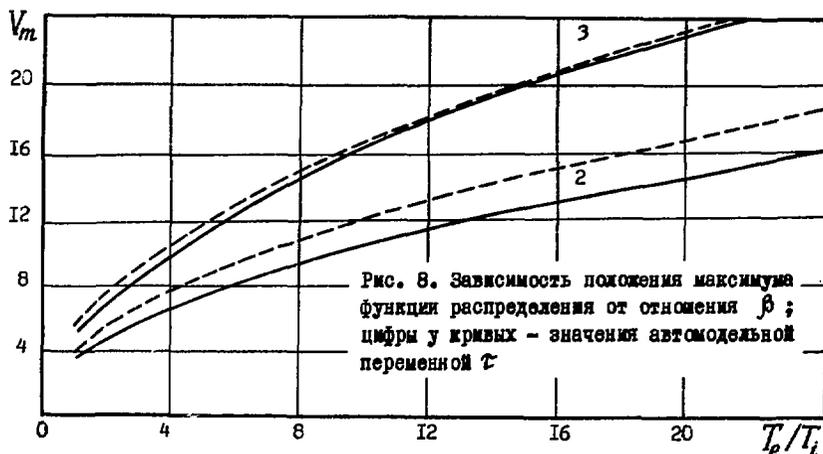


Рис. 8. Зависимость положения максимума функции распределения от отношения  $\beta$ ; цифры у кривых - значения автомоделльной переменной  $\tau$

Увеличение электронной температуры существенно влияет на ускорение ионов. В частности, максимумы  $V_m$  функций распределения, вычисленных по способу, описанному в предыдущем параграфе, с ростом  $\beta$  смещаются в область более высоких скоростей. Результаты расчетов  $V_m$  приведены на рис. 8. Сплошные кривые, полученные из численного решения, показывают положение максимумов функций распределения, проинтегрированных по координате. Интервалы интегрирования  $\Delta X$  соответствуют отрезкам  $\Delta \tau = 1$  с центрами в точках  $\tau = 2$  и  $\tau = 3$ . Пунктиром показаны положения максимумов локальных функций распределения с теми же значениями  $\tau$ , вычисленных из автомоделльного решения [4, 5] в предельном случае  $\beta \gg 1$ . Различия между кривыми незначительны и отчасти связаны с тем, что интегрирование функции распределения по  $\tau$  смещает положение максимума в сторону меньших скоростей. Таким образом, в разнотемпературной плазме закономерности процесса ускорения ионов также хорошо описываются автомоделльными зависимостями, следующими из работ [4, 5].

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Л. П. Питаевскому за многочисленные полезные обсуждения настоящей работы.

#### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М., ГИИТ, 1953.
2. Chu C.K. - Phys. Fluids, 1965, v. 8, p. 12.
3. Анисимов С.И., Рахматулина А.Х. - ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 889.
4. Гуревич А.В., Парийская Л.В., Питаевский Л.П. - ЖЭТФ, 1965, т.49, с.647. 1968, т.54, с. 891.
5. Гуревич А.В., Парийская Л.В., Питаевский Л.П. - ЖЭТФ, 1972, т. 63, с. 516.

6. Рэди Дж. Действие мощного лазерного излучения. М., "Мир", 1974.
7. Widner M., Alexeff I., Jones W.D. - Phys. Fluids, 1971, v. 14, p. 795.
8. Mulser P. - Plasma Phys., 1971, v. 13, p. 1007.
9. Морз Р. В кн.: Вычислительные методы в физике плазмы. Под ред. Б.Олдера, С. Фербаха, М. Ротенберга. М., "Мир", 1974.
10. Анисимов С.И., Медведев Ю.В. Кинетика расширения плазмы в вакуум. Препринт ИТФ им. Л.Д.Ландау АН СССР. Черногловка, 1977.
11. Алиханов С.Г., Белан В.Г., Кичигин Г.Н., Чеботаев П.З. - ЖЭТФ, 1970, т. 59, с. 1861.
12. Иванов М.Ф., Швец В.Ф. - ДАН СССР, 1978, т. 238, с. 1324.

---



Редактор С. А. Рудкая

Корректор Н. Н. Черемных

Т-12960. 20. 07. 78 г. Формат 60x90/8. Уч.-изд. л. 0,86  
Тираж 138 экз. Заказ 836. Цена 9 коп. ИАЭ