ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-315(40)-78

С.В.ТЕР-АНТОНЯН

ОБ ЭФФЕКТИВНОМ СЛОЕ ГЕНЕРАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАСКАДНОГО ЛИВНЯ С УЧЕТОМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

АРУС
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
1978

ЕФИ-315(40)-78

УДК. 537.591.15

С.В.ТЕР-АНТОНЯН

ОБ ЭФФЕКТИВНОМ СЛОЕ ГЕНЕРАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАСКАДНОГО ЛИВНЯ С УЧЕТОМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

В работе с использованием Б приближения электромагнитной каскадной теории получены простые аппроксимационные формулы для среднего числа частиц в ливне в области максимума с учетом энергетического спектра вторичных частиц. С точностью не хуже 15% полученные кривые согласуются с данными полученными методом моментов. Получено простое аналитическое выражение для эффективного слоя генерации каскадного ливня энергии E_0 содержащего более чем n частиц с энергией больше E. В области $10^2 < E_0/\beta < 10^7$, $0,2 < E/\beta < 2$ и $n > 1$ точность формул не хуже 8%.

Ереванский физический институт
Ереван 1978

ЕФИ-315(40)-78

S.V.TER-ANTONYAN

ON THE EFFECTIVE GENERATION LAYER OF ELECTROMAGNETIC CASCADE WITH RESPECT TO THE ENERGY SPECTRUM OF SECONDARY PARTICLES

The simple approximation formulae are obtained for the average number of particles in the shower in the maximum range with respect to the energy spectrum of secondary particles, using B approximation of electromagnetic cascade theory. The obtained curves agree with the data obtained by the momentum method with the accuracy not worse than 15%. The simple analytical expression is obtained for the effective generation layer of E_0 shower containing more than n particles with the energy higher than E. The formulae accuracy is not worse than 8% in $10^2 < E_0/\beta < 10^7$, $0.2 < E/\beta < 2$ and $n > 1$ energy range.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1978

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-315(40)-78

С.В.ТЕР-АНТОНЯН

ОБ ЭФФЕКТИВНОМ СЛОЕ ГЕНЕРАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАСКАДНОГО ЛИВНЯ С УЧЕТОМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

Ереван 1978

Известно, что высокоэнергичные проникающие частицы, проходя через вещество, создают каскадные ливни. При учете только электромагнитных взаимодействий частота образования более чем n электронов с энергиями больше Е на выходе из вещества определяется формулой [I,2] :

$$R(>n)=\int_W dW \int_{E_0} dE_0 \cdot S \cdot N(W) \cdot D_{e,\gamma}(W,E_0) \int_0^{t_2} dt_1 \cdot \omega_{e,\gamma}(E_0,E,n,t_2-t_1), \quad (I)$$

где $N(W)dW$ - энергетический спектр проникающего излучения, S - светосила установки, $D_{e,\gamma}(W,E_0)dE_0$ -дифференциальная ероятность электромагнитного взаимодействия (δ - процесс , тормозное излучение, прямое образование пар) проникающей частицы энергии W в I р.ед.вещества;
$\omega_{e,\gamma}(E_0,E,n,t_2-t_1)$ - вероятность того, что электрон или фотон энергии E_0 , образованный на глубине t_1 , внутри слоя вещества толщиной t_2 , даст на выходе из вещества более чем n электронов с энергиями больше E .

В работе [I] показано, что для достаточно больших t_2 когда устанавливается равновесие между проникающим излучением и сопровождающими её вторичными ливнями в веществе,

$$\int_0^\infty \omega_{e,\gamma}(E_0, E, n, t)\,dt = \tau_2 - \tau_1 , \qquad (2)$$

где τ_1 и τ_2 - корни уравнения

$$N_{e,\gamma}(E_0, E, t) - n = 0 , \qquad (3)$$

а $N_{e,\gamma}$ - среднее число каскадных электронов с энергиями больше E на глубине t от первичного электрона (фотона) энергии E_0 .

Величина

$$P_{e,\gamma}(E_0, E, n) = \tau_2 - \tau_1$$

имеет размерность длины (р.ед.) и может рассматриваться, как эффективный слой генерации каскадного ливня энергии E_0 , содержащего более чем n частиц с параметром E . Следует отметить, что флуктуации в развитии электрон-фотонного каскада мало влияют на величину P и ими можно пренебречь. Действительно, чем меньше число частиц в каскаде, т.е. чем меньше его энергия , тем больше влияние флуктуаций, приводящих к некоторому отличию данной каскадной кривой от усредненной. И так как площадь под каскадной кривой не меняется при фиксированной энергии электрона (фотона), флуктуации вблизи максимума невелики [I] , то можно предположить, что флуктуации мало меняют форму каскадной кривой, лишь смещая её по глубине [II] . А это означает, что величина $(\tau_2 - \tau_1)$ почти не меняется

(I0–I5)% для данной энергии электрона (фотона), данной величины n и энергетического обрезания E. Таким образом флуктуациями вокруг среднего числа частиц в каскаде можно пренебречь и это приближение тем лучше, чем больше переданная каскаду энергия.

В интервале энергий $10^2 \div 10^8$ Мэв наиболее точное выражение для $N_{e,\gamma}(E_0, E, t)$ получено методом моментов в [3], но использование предложенных формул [7,8] в уравнении (3) и (I) при численных расчетах приводит к громоздким выражениям и требует большой затраты машинного времени. В работе [4] предложено более простое аналитическое выражение для $N(E_0, E, t)$, но данная аппроксимация, как показано в [5], нехорошо (около 20 – 30% ошибки) описывает каскадный ливень в максимуме развития, а как раз эта область является наиболее существенной для $P_{e,\gamma}(E_0, E, n)$.

Исходя из того, что учет многократного рассеяния каскадных частиц несущественно изменяет форму каскадной кривой в области максимума [I], воспользуемся Б приближением каскадной теории. Функцию $N_{e,\gamma}(E_0, E, t)$ представим в виде:

$$N_{e,\gamma}(E_0, E, t) = N_{e,\gamma}(E_0, 0, t) \cdot G(S, \varepsilon), \qquad (5)$$

где
$$G(S, \varepsilon) = e^{\varepsilon} \int_{\varepsilon}^{\infty} e^{-x} \left(1 - \frac{\varepsilon}{x}\right)^{S} dx \qquad (6)$$

– энергетический спектр вторичных электронов [3],

S – возрастной параметр ливня, который определяется из уравнения

$$\lambda'(s) = -\ln(E_0/\beta)/t \, .$$ (7)

$$\mathcal{E} = E \cdot f(\lambda_1(s))/\beta \, ,$$ (8)

где β - критическая энергия, а функции $\lambda'(S)$ и $f(\lambda_1(s))$ приведены в работе [I].

Попытка аппроксимации $G(S, \mathcal{E})$ несложной экспоненциальной функцией для нескольких областей изменения параметра S, оказалась удачной:

$$G(S,\mathcal{E}) \approx G_1(E_0, E, t) = exp\left\{-\left[\frac{a\sqrt{t}}{\sqrt{\ln\left(\frac{E_0}{\beta}\right)}} - c\right]\left(\frac{E}{\beta}\right)^{b}\right\}$$ (9)

для $0{,}2 < E/\beta < 2$.

Значения коэффициентов a, b, c - получены методом наименьших сумм и приведены в таблице для различных S. Там же приведена максимальная относительная ошибка аппроксимации в процентах. Для функции $N_{e,\gamma}(E_0, 0, t)$ в выражении (5) используем аппроксимационные формулы из работы [6].

$$N_{e,\gamma}(E_0, 0, t) = exp\left(p\sqrt{t+\tau} - q(t+\tau) - z\right) \, ,$$ (I0)

где функции p, q, τ, z зависят от E_0, Z и приведены в [6].

Малость относительной ошибки (9) и (I0) позволяет использовать их совместно в выражении (5), что значительно упрощает аналитический вид (5) по сравнению со всеми ранее предложенными формулами. Сравнение каскадных кривых (5) с результатами работ [7-10] показало хорошее согласие (не хуже 10 ÷ 15% ошибки) в области максимума лавины.

Таблица

	S	a	b	c	%
1	$S \leq 0{,}5$	1,339	0,49	0,0394	2,5
	$0{,}5 < S \leq 1{,}2$	1,4117	0,49	0,0737	2,5
	$1{,}2 < S \leq 1{,}9$	1,1131	0,49	-0,2843	4
	$1{,}9 < S \leq 2{,}7$	0,803	0,49	-0,8655	5
2	$0{,}0{,}8 < S \leq 1$	1,402	0,49	0,0632	3
	$1 < S \leq 2{,}7$	0,9588	0,49	-0,4864	10
3	$0{,}08 \leq S \leq 1{,}8$	1,33	0,49	0	7

Использование аппроксимаций (9) и (10) приводит уравнение (3) к виду:

$$P\sqrt{t+\tau} - a_1\sqrt{t} - q(t+\tau) - \tau_1 , \qquad (11)$$

$$P\sqrt{t+\tau} - a_2\sqrt{t} - q(t+\tau) - \tau_2 , \qquad (12)$$

где $a_1 = (1{,}402/\sqrt{\ln(E_0/\beta)}) \cdot (E/\beta)^{0{,}49}$,

$$a_2 = (0{,}9588/\sqrt{\ln(E_0/\beta)}) \cdot (E/\beta)^{0{,}49},$$

$$\tau_1 = \tau + 0{,}0632 + \ln n,$$

$$\tau_2 = \tau - 0{,}4864 + \ln n,$$

τ_1 – наименьший действительный корень уравнения (II),
τ_2 – наибольший действительный корень уравнения (I2).

Уравнения (II) и (I2) легко решаются итерационной формулой Ньютона. Для практических вычислений можно упростить выражения, разложив функцию $\sqrt{t}$ в ряд Тейлора в окрестности корня $T_{1,2}(E_0, 0, n)$. Для τ_1 и τ_2 в этом случае получается следующее выражение, совпадающее с точным решением с точностью до долей процента

$$\tau_{1,2}(E_0, E, n) = \left\{ \frac{P}{2(q+d_{1,2})} \mp \sqrt{\left[\frac{P}{2(q+d_{1,2})}\right]^2 - \frac{R_{1,2}}{q+d_{1,2}}} \right\}^2 - \tau$$

$$d_{1,2} = a_{1,2}/(2\sqrt{T_{1,2}})$$

$$R_{1,2} = \tau_{1,2} + a_{1,2}(T_{1,2} - \tau)/(2\sqrt{T_{1,2}}). \qquad (I3)$$

Расчеты, выполненные по формуле (I3) для железа и свинца с точностью не хуже 8% совпали с данными, полученными из каскадных кривых [7,8] для $n \gg 1$ и областей энергии $10^2 < E_0/\beta < 10^7$. Следует отметить, что условие $n \gg 1$ диктуется Б приближением и аппроксимацией (I0).

Автор благодарен профессору Т.Л.Асатиани за полезные обсуждения в процессе работы и доктору физ.-мат. наук Э.А.Мамиджаняну за ряд советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.З.Беленький "Лавинные процессы в космических лучах", ОГИЗ Гостехиздат, 1948.
2. Р.Е.Казаров и др. Изв.АН СССР, серия физическая 32,511,1968.
3. С.З.Беленький, И.П.Иваненко. УФН 69, 4, 591, 1959.
4. K. Ott, Zs. f. Naturforsch 9a, 488, 1954.
5. И.П.Иваненко. ЖЭТФ, 31 , I (7), 86, 1956.
6. А.К.Климаков, А.А.Павлов. Сборник статей МИФИ, 4, 35,1976.
7. И.П.Иваненко, В.Е.Самосудов, ЯФ, 5, 3, 622, 1967.
8. И.П.Иваненко, В.Е.Самосудов. Изв.АН СССР, серия физическая, 30 , 1651 , 1966.
9. А.А.Варфомолеев, Л.Б.Драбкин. Космические лучи. Сборник статей, 12. изд. "Наука" , 1970.
10. А.А.Варфомолеев, Л.Б.Драбкин. Космические лучи, сборник статей, 12, изд. "Наука", 1970.
11. Э.В.Бугаев и др. "Космические мюоны и нейтрино", "Атомиздат", М. 1970.

Рукопись поступила 13 июня 1978г.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 313 ВФ-03391 Тираж 299

Подписано к печати 24/УП-78г. Формат издания 60х84/16
0.7 уч. изд.л. Ц. 5 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2

индекс 3624