

ETUDE D'UN COMPTEUR ČERENKOV

A

REFLEXION TOTALE .-

-----  
J.P. VIDALEZ

-----  
IPNO.79-16

Orsay, le 11 mars

ETUDE D'UN COMPTEUR ČERENKOV  
A REFLEXION TOTALE -  
-----

BUT. Construire un compteur Čerenkov permettant de distinguer  $P$  et  $\pi$  à la sortie de l'aimant SPES III, soit pour une plage de quantité de mouvement allant de 0.6 GeV/C à 1.4 GeV/C.

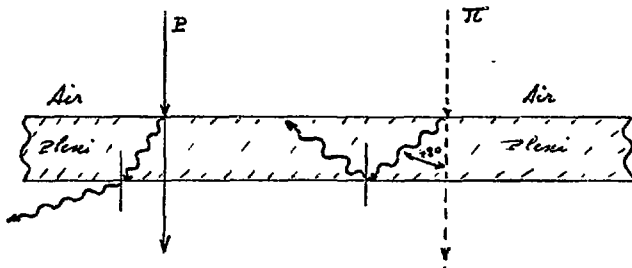
On se fixe à priori comme objectif un pouvoir de rejet proton de  $10^5$  et on se propose de déterminer si un tel objectif peut être atteint à l'aide d'un compteur Čerenkov en plexiglas .

METHODE. Le principe de la méthode est d'utiliser l'angle d'émission de la lumière Čerenkov associé à l'angle de réflexion totale plexi-air.

L'indice du plexiglas est de 1.49 pour des particules relativistes (les  $\pi$ ). L'angle d'ouverture du cône de lumière Čerenkov est de  $48^\circ$ .

Pour les protons  $\frac{v}{c} < 0.83$  et l'angle Čerenkov est toujours  $<$  à  $37^\circ$ .

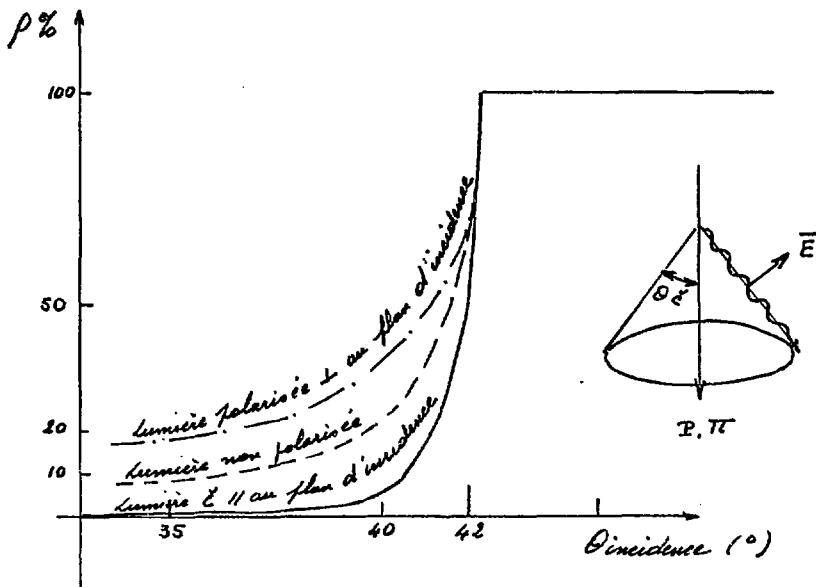
On voit que la lumière Čerenkov émise par les  $\pi$  subit une réflexion totale, au contact plexi air, mais que la lumière Č associée aux protons est réfractée et sort du détecteur perdant pratiquement toute chance d'atteindre la photocathode du PM.



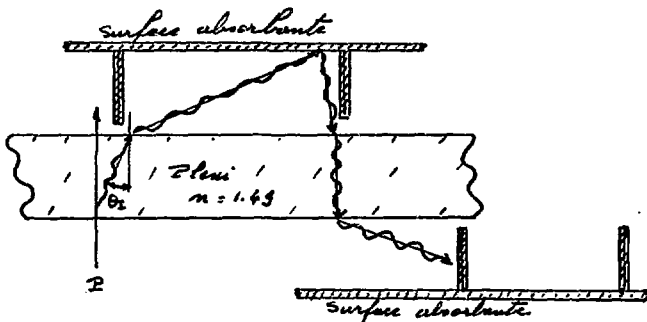
Pour des incidences normales, on peut montrer que toute la lumière  $\checkmark \pi$  est collectée tandis que toute la lumière  $\checkmark P$  sort du compteur.

JUSTIFICATIONS. On sait que la réflexion totale se fait avec un très bon rendement (voisin de 1) donc sans perte de lumière appréciable même pour un grand nombre de réflexions.

Pour la lumière Čerenkov proton, on peut considérer par contre que la réfraction est totale, en effet le flux de lumière réfléchi est toujours très faible devant le flux réfracté, même au voisinage de 1% de réflexion totale ( $42^\circ$ ). Le fait que la lumière  $\checkmark$  soit polarisée (champ électrique  $\perp$  au cône d'émission, donc dans le plan d'incidence) est sur ce point favorable.



D'autre part, la lumière qui sort du compteur n'aura aucune possibilité d'atteindre la photocathode si on entoure le compteur d'une protection absorbant la lumière. On remarquera que même si l'absorption n'était pas totale le flux de lumière diffusée par l'absorbant pénétrant à nouveau dans le Plexiglas serait réfracté avec un angle inférieur à  $42^\circ$  et ressortirait à la première réflexion pour se faire absorber à nouveau.



Comme l'angle du faisceau réfracté est toujours grand  $\theta_2 > \theta_1$ , on augmentera considérablement l'absorption en intercalant sur le trajet de la lumière réfractée des lames de surface absorbante.

L'hypothèse de "NON RETOUR" semble donc justifiée largement.

Dans ce cas idéal, le compteur serait aveugle aux protons et aurait une efficacité de 100% pour les  $\pi$ .

REALITE. Les particules (P ou  $\pi$ ) sortant de SPES III ont une ouverture  $\delta$  à la fois dans le plan horizontal et dans le plan vertical ( $\theta_H$  et  $\theta_V$ ).  $\theta_H$  peut atteindre  $\pm 17^\circ$  pour les particules de 0.6 GeV/C et  $\pm 9.5^\circ$  pour les particules de 1.4 GeV/C.

Dans le plan vertical, on considère que  $\theta_V$  est compris entre  $\pm 5^\circ$ . Hélas, les  $\delta \theta_V$  sont suffisamment grands pour modifier la situation idéale décrite plus haut :

- Une partie de la lumière  $\checkmark$  associée aux  $\pi$  pourra sortir du compteur.
- Une partie de la lumière  $\checkmark$  associée aux P sera réfléchiée et piégée par le compteur.

On peut espérer cependant que la quantité de lumière collectée par la photocathode restera grande pour les  $\pi$  et faible pour les P permettant de séparer les deux types de particule.

Afin de tester cette hypothèse, le programme CHEKOV a été mis au point. Il permet, par une méthode "à la Monte Carlo" de suivre la production de lumière associée à chaque événement.

#### Le programme CHEKOV.

On considère une répartition uniforme de tous les paramètres :

Q = quantité de mouvement (entre 0.6 et 1.4 GeV/C).

$$\alpha = \theta_H \text{ compris entre } \pm \theta_{H\text{Max}} = f(Q)$$

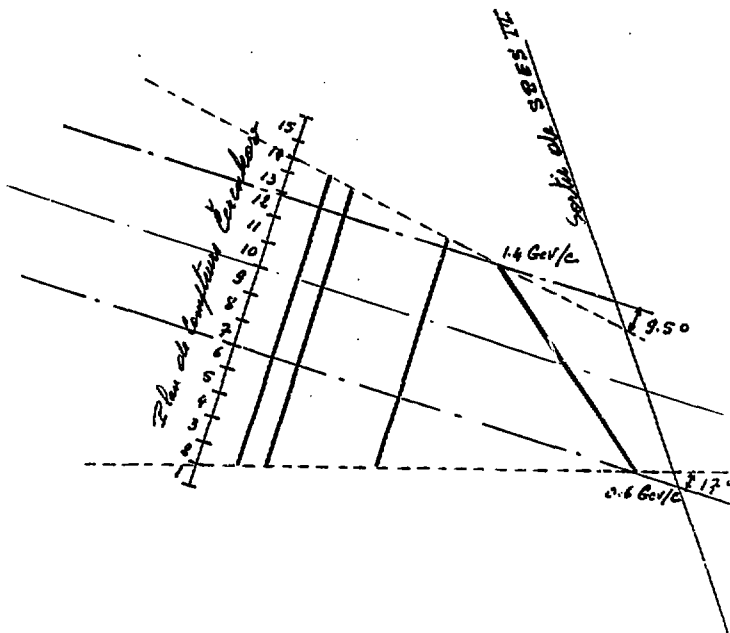
$$\beta = \theta_V \text{ compris entre } \pm 5^\circ$$

Pour chaque particule sortant de SPESILL définie par les 3 paramètres (Q,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) CHEKOV calcule - NFOTON = nombre de photons  
 - TETA =  $\checkmark$  du cône  $\checkmark$   
 - Impact (x,y) sur le compteur Čerenkov

CHEKOV tire NFOTON fois au hasard une direction azimutale dans le système de référence de la particule (TETA, FI) et calcule (TETAS, FIS) dans le laboratoire par rotations  $\alpha$  et  $\beta$  des systèmes d'axes.

CHEKOV détermine si le photon final est capturé par le compteur [angles d'incidence sur les 3 faces ( $\perp$  à  $ox$ ,  $\perp$  à  $oy$  et  $\perp$  à  $oz$ ) supérieurs à  $1/4$  de réflexion totale].

CHEKOV calcule aussi le temps mis par chaque photon pour atteindre la photocathode.



On considère 15 compteurs Cerenkov de 1cm d'épaisseur. On tire 1000 $\pi$  et 10000 protons et on regarde dans chaque compteur la répartition du nombre de photons atteignant la photocathode.

#### RESULTATS CONCERNANT LES PHOTONS

Le seuil minimum de  $\pi$  correspond à un nombre de photons double du maximum des P.

L'efficacité P est d'environ 10%.

L'efficacité  $\pi$  est de 100%.

La distribution de  $ph\pi$  est assez large de 100 photons à 250 photons collectés.

La distribution des  $phP$  est étroite de 0 photons à 65 photons collectés.

Les 7 premiers compteurs sont aveugles au protons (0 photons collectés pour 30 000 protons sortant de l'aimant).

Les détecteurs 8 et 9 sont presque aveugles 6 protons détectés par le n° 8  
50 protons détectés par le n° 9

Il ne devrait donc pas y avoir de problème pour les 10 1er détecteurs.

Pour les détecteurs 11 - 14 il faudra faire un compromis entre le taux de réjection demandé et l'efficacité  $\pi$ .

Voir figure 1.

Non encore exploité - Répartition en temps des photons (très large pour P, inférieure à 20 NS pour  $\pi$ ).

- Absorption : trajet  $phP >$  trajet  $ph\pi$
- Ecart en temps  $phP$  mettent  $11 \text{ sec}^{-9}$  pour atteindre le PM et  $ph\pi$  seulement  $6 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$ .

#### RESULTATS COMPLETS

Afin de simuler plus exactement le processus de détection, on a tenu compte des éléments suivants :

- Epaisseur du plexi = 2 cm
- Temps de collection des photo électrons 20 ns
- Rendement de photocathode 20%
- Longueur d'absorption 4 m

Dans ces conditions, on a calculé pour 100 000 événements proton et 3 000  $\pi$  la répartition des photo-électrons dus aux protons et aux  $\pi$  respectivement. On peut aussi sortir la répartition des photons atteignant la photocathode.

#### A/ REPARTITION DES PHOTONS (1cm de plexi).

On prend comme compteur test le compteur n° 13 qui est le plus critique ou en tous cas un des plus critiques. En fait, le calcul final montre que c'est le n° 11 le plus critique.

- Aucun proton ne produit plus de 20 photons  $\checkmark$
- Aucun  $\pi$  ne produit moins de 50 photons  $\checkmark$
- Il n'y a que 3.5% des protons traversant le compteur qui produisent plus de 10 photons  $\checkmark$ .

B/ REPARTITION DES PHOTO-ELECTRONS.

Soit un rendement quantique de la photocathode de 20% C.A.D. que 100 photons incidents sur la photocathode produisent en moyenne 20 photo-électrons, on voit qu'on pourra placer le seuil  $\pi$  aux environs de 10 photo-électrons. Il faut garder à l'esprit le fait que les protons produisant plus de 10 photons  $\checkmark$  ont une probabilité faible mais non nulle de produire 10 photo électrons ou plus, donc de dépasser le seuil  $\pi$  et d'être compté comme  $\pi$ . La probabilité de production de x photo électrons à partir de Z photons est donnée par la loi binomiale (p = rendement).

$$P_x^Z = \frac{Z!}{x!(Z-x)!} p^x (1-p)^{Z-x}$$

Le rendement de photocathode est un paramètre important : plus il est faible, plus il y aura recouvrement des distributions de photoélectrons dûs aux  $\pi$  et aux protons ; plus il est grand et mieux la séparation entre P et  $\pi$  sera conservée.

On s'est fixé un rendement de détection des  $\pi$  de 99% ; on calcule alors à l'aide du programme CHEROV le taux de rejet proton correspondant ou au moins une limite inférieure de celui-ci.

EXEMPLE :

On a choisi (pour limiter le temps de calcul) 3 compteurs test : les n° 9, 11, 13. On s'est donné 2cm de plexi (épaisseur des compteurs).

Dans ces conditions, le calcul montre que 99% des  $\pi$  produisent au moins 20 phot-électr. Qu'aucun proton sur les 300 000 tirés ne produit plus de 17 photo-électrons.



Les résultats donnés dans le tableau ci-dessous ne tiennent pas compte des électrons  $\delta$ .

$N^{\circ} \checkmark$	$N_p$	$N_{\pi}$	$\frac{N_p}{P.E} > 10$	$\frac{N_{\pi}}{P.E} < 20$	Taux de rejet théorique	N protons pour 1 au dessus du seuil
9	11601	372	0 = 0%	3 < 1%	$> 10^9$	$\sim 10^9$
11	17189	518	52 = 10%	5 < 1%	$> 10^6$	$\sim 10^6$
13	8663	254	9 = 4%	2 < 1%	$> 10^8$	$\sim 10^8$

Voir aussi figure 2.

Remarques. Quand le rendement de photocathode passe de 10% à 20% on gagne environ 2 ordres de grandeur dans le taux de rejet.

- Incliner les compteurs est catastrophique !!

#### LES ELECTRONS $\delta$ .

Les protons interagissant avec le plexiglass du compteur  $\checkmark$  peuvent émettre (projeter) des électrons d'énergie suffisamment grande pour produire de la lumière  $\checkmark$ .

L'indice du plexi étant 1.49

$$\cos \theta_c = \frac{1}{\beta n} \text{ si } \beta n > 1 \text{ on aura émission de lumière } \checkmark \beta = \frac{1}{1.49} = 0.671$$

L'énergie totale des électrons correspondant est :

$$E_T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{0.511}{0.741} = .689 \text{ MeV}$$

Soit une énergie cinétique de :

$$.689 - .511006 = \underline{178 \text{ keV}}$$

Tout électron projeté de plus de 178 keV peut émettre de la lumière  $\checkmark$ .

Cette lumière s'ajoute à celle produite par les protons et accroît d'autant l'effet  $\checkmark$  dû aux seuls protons. Les électrons  $\delta$  d'énergie maximum sont émis dans la même direction que les protons. Ceux de basse énergie (les plus nombreux)  $\perp$  à la direction du proton primaire.

Il est difficile d'estimer la portion de lumière due aux électrons collectée par la photocathode, car les électrons de basse énergie ont un parcours très accidenté, changeant très souvent de direction lors de chocs élastiques ou inélastiques avec les molécules du plexi.

DISTRIBUTION DES ELECTRONS  $\delta$ .

Pour un proton incident ayant un  $v/c = \beta$  l'énergie maximum des électrons  $\delta$  qu'il peut projeter est donnée par la relation :

$$E_M = \frac{2m_0c^2\beta^2}{1-\beta^2}$$

Pour des protons de 1.4GeV/c,  $E_M = 2.264$ MeV soit une énergie largement supérieure à l'énergie limite d'émission de lumière  $\checkmark$  (.178MeV).

La distribution angulaire des électrons  $\delta$  est donnée par :

$$\cos^2\theta = \frac{E}{E_M}$$

Cependant, la direction d'émission des électrons  $\delta$  peut être considérée comme isotrope à cause du grand nombre de collisions entre les électrons  $\delta$  et les atomes du plexi.

Pour un proton d'un  $\beta$  donné traversant  $x$ [g/cm<sup>2</sup>] de plexi, la probabilité d'émettre un électron  $\delta$  d'énergie  $E$  est donnée par [F.Sauli, Rapport CERN 77-09].

$$P(E) = \frac{K Z}{\beta^2 A} \frac{x}{E^2} \quad (1)$$

Le nombre d'électrons  $\delta$  ayant une énergie plus grande que  $E_0$  s'obtient en intégrant (1) de  $E_0$  à  $E_M$ . On prendra évidemment  $E_0 = .178$ .

$$N(E \geq .178) = \int_{E_0}^{E_M} P(E) dE = W \left[ \frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_M} \right]$$

$$W = \frac{K}{\beta^2} \frac{Z}{A} x \quad \left| \begin{array}{l} \text{Plexi} = C_5H_8O_2 \\ \frac{Z}{A} = \frac{54}{100} \end{array} \right.$$

$$K = 0.154 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$$

x pour 1cm de plexi = 1.185 g/cm<sup>2</sup>

W pour 1cm de plexi = 0.1/β<sup>2</sup>

Exemple : les protons de 1.4GeV/C ont un β = 0.83

$$N(E > .178) = \frac{0.1}{(0.83)^2} \left[ \frac{1}{.178} - \frac{1}{2.264} \right] = 0.75$$

Soit à peu près 1 électron δ dangereux par proton incident.

Pour les protons de 0.6GeV/C, on obtiendrait N(E) = 1.11 !!.

La distribution en énergie des électrons δ est donnée par la relation

(1).

$$P(E) dE = W \frac{dE}{E^2}$$

Elle est proportionnelle à l'inverse des énergies au carré.

#### LUMIERE Č DUE AUX ELECTRONS δ

Le parcours des électrons δ dans le domaine d'énergie qui nous intéresse peut être approché par la relation :

$$R_p = 0.4 E^{1.32}$$

$$E \text{ en MeV} \quad R_p \text{ en g/cm}^2$$

Il s'agit d'un parcours pratique résultant le plus souvent d'une mesure d'absorption. Il faut garder à l'esprit qu'à cause du grand nombre de collisions avec changement de direction, le parcours vrai qu'il faut considérer pour l'émission de lumière Č peut être 2 à 3 fois plus grand que R<sub>p</sub>.

Soit un électron de 1 MeV, il aura un parcours de 0.4g/cm<sup>2</sup> soit 0.4/1.185 = 0.34cm. et émettra donc 0.34 x 476 x sin<sup>2</sup>(48°) ≈ 90 photons, un électron de 2.264 MeV émettra autant de photons qu'un π : 260 photons.

## EFFETS REDUISANT LA QUANTITE DE LUMIERE $\checkmark$ EMISE PAR LES ELECTRONS $\delta$ .

### - Distribution aléatoire des directions des photons $\checkmark$ :

Les électrons  $\delta$  font avec les protons primaires un  $\checkmark$   $\theta$  donné par la relation :

$$\cos^2 \theta = \frac{E}{E_M}$$

Soit pour un électron de 1MeV produit par un proton de 1.4GeV/C un  $\checkmark$  de 48° les photons  $\checkmark$  font à leur tour un  $\checkmark$  de 48° avec la direction  $\theta$  instantanée de l'électron  $\delta$  soit de 0 à 96° avec la direction du proton. Compte tenu du parcours très accidenté des électrons  $\delta$ , on a supposé dans le calcul une émission de lumière  $\checkmark$  quasi isotrope.

### - Ralentissement des électrons $\delta$ :

Au fur et à mesure que les électrons  $\delta$  pénètrent dans la matière, ils se ralentissent et émettent de moins en moins de photons  $\checkmark$ . Cet effet n'a pas été pris en compte par le programme ; il pourrait d'ailleurs être compensé par le fait que le trajet est plus grand que la mesure de parcours.

### - Sortie des électrons $\delta$ :

Les électrons  $\delta$  les plus énergétiques ont un parcours de plus de 1cm et peuvent donc sortir du plexi. Si on suppose une production au centre les  $e$   $\delta$  de plus de 1,2 MeV peuvent sortir du compteur et réduire d'autant la lumière  $\checkmark$  produite. Le programme CHEKOV n'a pas pris cet effet en compte.

## RESULTATS DES CALCULS

CHEKOV tire au hasard 100 000 protons. Compte ceux qui traversent le compteur 11 (réputé délicat) et trace la distribution des photons  $\checkmark$  dus aux électrons  $\delta$  seuls.

Pour 17.570 protons traversant le compteur 11, on obtient 763 cas où le nombre de photons  $\checkmark$  est plus grand que 20 soit 4% et 20 cas où le nombre de photons  $\checkmark$  est plus grand que 50, soit 0.1% (nombre minimum de photons dus à un  $\pi$ ).

Compte tenu des incertitudes du calcul, ces proportions peuvent varier de I un ordre de grandeur. Voir figure 3.

On peut estimer cependant que pour conserver les taux de rejet calculés précédemment (page 10) il faudrait au moins deux plans de  $\checkmark$  au niveau du compteur 11 et peut-être quatre si les essais s'avéraient plus pessimistes que le calcul (ce que je ne crois pas).

ESSAI A FAIRE.

- 1 cm de plexi
- Source  $\beta$   $\approx$  2 MeV énergie max
- Comparer seuil  $\pi$  (cosmique) et distribution  $\beta$ .

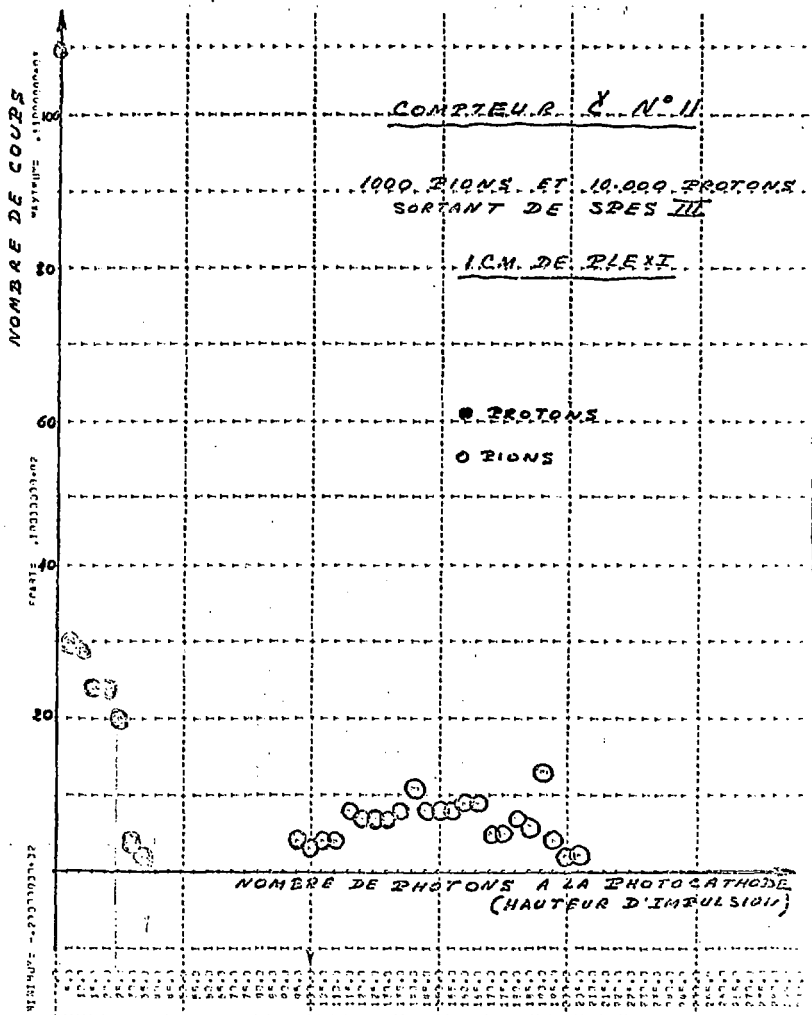


FIGURE 1

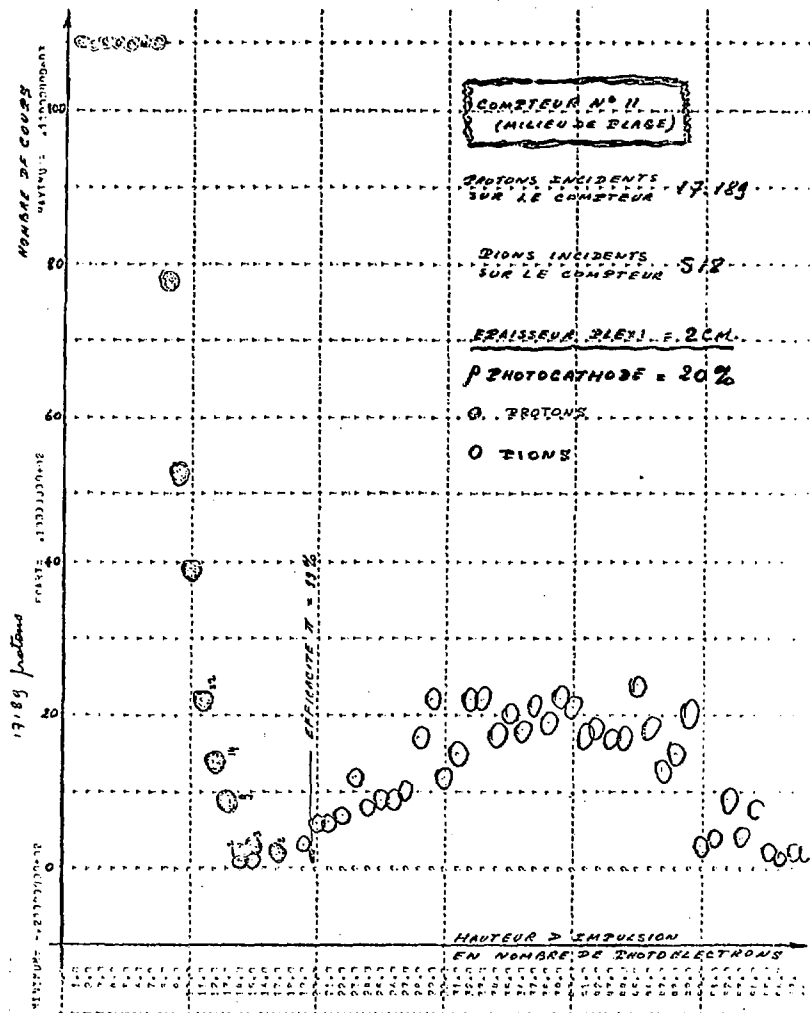


FIGURE 2

