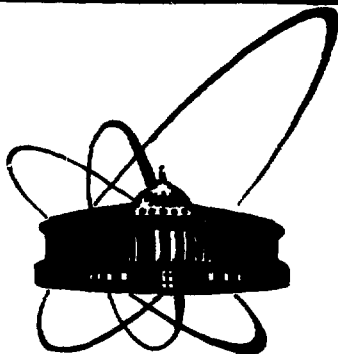


SIK8006514 ✓



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

РЗ-80-19

К.Д.Толстов

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ  
ПРИ СПОНТАННОМ ДЕЛЕНИИ ЯДЕР**

*Направлено в АЭ*

**1980**

Толстов К. Д.

P3-80-19

Распределение нейтронов при спонтанном делении ядер

Проанализированы результаты опытов по распределению нейтронов при спонтанном делении  $^{238}\text{U}$  и  $^{252}\text{Cf}$ . Показано, что эти распределения описываются суперпозицией биномиальных распределений для нейтронов, вылетающих из осколков деления. Показано, что величина среднего числа нейтронов для неизвестного спонтанного излучателя /ссылки 5 и 9/ заключена в пределах  $3 \leq \bar{\nu} \leq 5$ , что указывает на  $^{252}\text{Cf}$ . Показано, что моделирование распределения нейтронов по множественности с помощью биномиального или суперпозиции двух этих распределений дает более однозначные результаты, по сравнению с методом статистической регуляризации, примененной ранее для спонтанного деления изотопов фермия.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Tolstov K. D.

P3-80-19

Neutron Distribution at the Nuclear Spontaneous Fission

The results of experiments on neutron distribution at the spontaneous fission of  $^{238}\text{U}$  and  $^{252}\text{Cf}$  are analysed. It is shown that these distributions are described by the superposition of binomial distributions for neutrons emitted from fission fragments. It is shown<sup>5,9</sup> that the value of average neutron number for unknown spontaneous emitter is within  $3 \leq \bar{\nu} \leq 5$ , which points to  $^{252}\text{Cf}$ . It is shown that modelling of neutron distributions over multiplicity by means of binomial or superposition of these two distributions gives more unambiguous results as compared to the statistical regularization method applied earlier for spontaneous fission of fermium isotopes.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1980

Спонтанное деление ядер исследовалось для ряда изотопов во многих работах, например в<sup>1-5/</sup>. Однако сравнительно мало данных о распределении нейтронов по множественности при спонтанном делении и неоднозначно математическое описание этого распределения.

Закономерности при спонтанном делении обуславливаются основными параметрами: массой осколков деления, их изотопическим составом и энергией возбуждения, а также эффектами, связанными с оболочечной структурой. Сложная связь между этими параметрами и их многообразие затрудняют теоретический расчет распределения нейтронов. В эмпирическом подходе, например, в работах Д.Террела<sup>3/</sup> утверждалось, что распределение Гаусса с  $\sigma = 1,08$  хорошо описывает экспериментальные данные для большинства изотопов, за исключением <sup>252</sup>Cf. Последующие работы, обзор которых сделан в<sup>6/</sup>, показали отсутствие универсальности гауссовского распределения и непостоянство  $\sigma$ . При сопоставлении с опытными данными биномиального распределения в работе<sup>2/</sup> сделан вывод о том, что оно не удовлетворяет критерию  $\chi^2$ . Экспериментальной основой для нахождения распределения нейтронов -  $\mathcal{F}(\nu)$  является величина среднего числа нейтронов при спонтанном делении  $\bar{\nu}$  и число отсчетов аппаратуры -  $N(n)$ , регистрирующей  $n$ -нейтронов в акте спонтанного деления. Если задаться законом  $\mathcal{F}(\nu)$ , то по величинам  $\bar{\nu}$  и  $N(n)$ , с учетом эффективности регистрации нейтронов, очевидно, можно сделать заключение о соответствии  $\mathcal{F}(\nu)$  опытными данным. Однако экспериментальные исследования осложнены тем, что эффективность аппаратуры  $\epsilon$ , регистрирующей нейтроны, существенно меньше 100%, и может зависеть от спектра нейтронов. Поэтому калибровка эффективности по излучателю с данным спектром и  $\bar{\nu}$  может потребовать коррекции  $\epsilon$  для другого изотопа. Действительно, если число делений в системе  $q$ , то число испущенных нейтронов  $n_0 = q\bar{\nu}$ . Если регистрируется  $n$ -нейтронов, то  $\epsilon = n/q\bar{\nu}$ , а так как  $n$  пропорционально  $q$  и  $\bar{\nu}$ , то  $\epsilon$  не должно зависеть от  $q\bar{\nu}$ . Однако вероятность вылета нейтронов из системы или поглощения нейтронов ядрами, содержащимися в системе помимо тех, которые дают отсчеты, регистрирующие нейтроны, может зависеть от энергетического спектра нейтронов, следовательно, влиять на  $\epsilon$ . Далее при увеличении  $\nu$  для данного изотопа средняя энергия нейтронов, очевидно, уменьшается, следовательно, уменьшается время существования нейтронов в системе, т.е. число возможных столкновений

с ядрами, которые приводят к регистрации нейтронов. Эта поправка может быть более существенна, если  $\epsilon$  определено для изотопа с  $\bar{\nu}_1$ , а измерения производятся с изотопом, у которого  $\bar{\nu}_2$  много меньше  $\bar{\nu}_1$ . Следовательно, поправка может увеличиться с ростом  $\nu$ . Как будет показано ниже, возможна линейная поправка  $\epsilon(\nu) = \epsilon(1 - \alpha\nu)$ .

Испускание нейтронов при спонтанном делении происходит преимущественно мгновенно и из обоих осколков, на что указывает корреляция величин  $\sigma(\nu)$  и  $\sigma(E_K)^{1/6}$ , где  $E_K$  - кинетическая энергия осколков. В случае биномиального распределения  $P(\nu)$  для каждого осколка:

$$P(\nu) = \frac{\nu_{\max}! P^{\nu}(1-P)^{\nu_{\max}-\nu}}{\nu!(\nu_{\max}-\nu)!}, \quad /1/$$

где  $\nu_{\max} \cdot P = \bar{\nu}$ . суммарное распределение в общем случае не будет биномиальным, но разность между ними будет уменьшаться при сближении  $\nu_{1\max} + \nu_{2\max} \rightarrow \nu_{\max}$ . Результирующая вероятность вылета  $\nu$  - нейтронов  $\Omega(\nu)$  равна:

$$\Omega(\nu) = \sum_{i,j}^{i+j=\nu} P(i) \cdot P(j). \quad /2/$$

Если в первом приближении принять, что вылет нейтронов происходит с равной вероятностью из каждого осколка по биномиальному закону, то  $P_1 = P_2 = \bar{\nu}/\nu_{\max}$  и  $\nu_{1\max} = \nu_{2\max} = \nu_{\max}/2$ . Следовательно, суммарное распределение будет биномиальным с тем же  $P = \bar{\nu}/\nu_{\max}$ .

При испускании  $\nu$ -нейтронов и постоянной эффективности их регистрации  $\epsilon$ , вероятность регистрации  $n$ -нейтронов равна:

$$\omega(n) = \frac{\nu! \epsilon^n (1-\epsilon)^{\nu-n}}{n!(\nu-n)!}. \quad /3/$$

Если вероятность испускания нейтронов  $P(\nu)$ , то результирующая вероятность зарегистрировать  $n$ -нейтронов:

$$W(n) = \sum_{\nu=n}^{\nu_{\max}} P(\nu) \frac{\nu! \epsilon^n (1-\epsilon)^{\nu-n}}{n!(\nu-n)!}. \quad /4/$$

Для биномиального распределения получим:

$$W(n) = \sum_{\nu=n}^{\nu_{\max}} \frac{\nu_{\max}! (P\epsilon)^{\nu} (1-P)^{\nu_{\max}-\nu} (\epsilon^{-1}-1)^{\nu-n}}{n!(\nu_{\max}-\nu)!(\nu-n)!}. \quad /5/$$

В случае суммирования двух биномиальных распределений для нахождения  $W(n)$  по формуле /4/ вместо  $P(\nu)$  используются  $\Omega(\nu)$  по формуле /2/.

Если для каждого осколка справедлив пуассоновский закон при испускании нейтронов, то суммарное распределение будет также пуассоновским со средним числом нейтронов  $\bar{\nu}$ , равным сумме средних значений для каждого из осколков. В этом случае

$$W(n) = \sum_{\nu=n}^{\nu_{\max}} \frac{(\bar{\nu}e)^{\nu} (e-1)^{\nu-n}}{n!(\nu-n)!} e^{-\bar{\nu}} \quad /6/$$

В формулах /4, 5 и 6/ имеется только один экспериментальный параметр  $-\bar{\nu}$ , в отличие от двух параметров в распределении Гаусса. Поэтому, в отличие от выводов<sup>/5-7/</sup>, где оценки  $\bar{\nu}$  и  $\sigma$  коррелированы в нашем рассмотрении, если по величине  $\bar{\nu}$  будет установлен закон распределения, то определяется величина  $\sigma$ . Сопоставим изложенное с результатами некоторых опытов. В табл. 1 приведены экспериментальные данные из работы<sup>/5/</sup> для спонтанного деления  $^{238}\text{U}$  и  $^{252}\text{Cf}$  и расчеты  $W(n)$  по формулам /4/ и /5/. Если произошло  $q$  делений, то число отсчетов с кратностью нейтронов  $-n$ , очевидно, равно:  $N(n) = q \cdot W(n)$ , поэтому, эталонируясь к числу отсчетов с кратностью нейтронов, равной 2, получим расчетное число с кратностью  $n$ :

$$N(n)_{\text{расч.}} = \frac{N(2)}{W(2)} \cdot W(n).$$

Таблица 1

Изотоп	Максимальная эффективная	Расчетная эффективность	Формула	$N$ (ч.) - число событий с кратностью нейтронов - $n$ слева - опытные значения, справа - расчетные.										
				2	3	4	5	6	7					
U <sup>238</sup>	0,36	0,30	5	19074	2989	3698	248	289	12	18	0	0,6		
	"	0,36	5	"	"	2964	"	521	"	41	"	1,6		
	"	0,352(1-0,0357 V)	5	"	"	3048	"	268	"	14	"	0,4		
Cf <sup>252</sup>	0,36	0,36	4	77570	33296	31600	7961	7981	1259	1298	130	132	8	7
	"	0,36	4	"	"	33436	"	9153	"	1587	"	174	"	11
	0,58	0,54	4	3967	2680	2688	1159	1139	298	308	84	52	41	5
	"	"	6	"	"	2665	"	1311	"	420	"	139	"	25
	0,58	0,58	4	3967	2680	2963	1159	1380	298	413	84	77	41	8
	"	"	6	"	"	2811	"	1514	"	612	"	167	"	41

Вероятности  $W(n)$  вычислялись по формулам, указанным в табл. 1, причем расчетные значения эффективности регистрации нейтронов  $-e$  подобраны несколько меньше приведенных в работе<sup>/5/</sup>, т.к. там сказано, что это - максимальные значения. Как следует из

таблицы, для  $^{238}\text{U}$  невозможно достичь согласия с опытом без введения поправки на уменьшение эффективности регистрации нейтронов с ростом  $\nu$ :  $\epsilon(\nu) = \epsilon(1 - a\nu)$ , что было рассмотрено ранее. Для  $^{252}\text{Cf}$  при  $\epsilon = 0,36$  формула /5/ дает согласие с опытными данными вплоть до кратности нейтронов 7, а для  $\epsilon = 0,54$  при  $n = 7$  согласия нет. Использование формулы /6/ для  $^{252}\text{Cf}$  при  $\epsilon = 0,54$  и  $0,58$  улучшает согласие при кратностях нейтронов 6 и 7, но ухудшает при меньших кратностях. Таким образом, за малым исключением,  $^{252}\text{Cf}$  и кратности нейтронов - 7 получено согласие с опытными данными в пределах среднеквадратичной ошибки при расчетах по формуле /4/ для  $^{238}\text{U}$  и /5/ - для  $^{252}\text{Cf}$ . В качестве второго примера остановимся на проблеме поисков естественных сверхтяжелых элементов, рассматриваемой, например в <sup>15,8-12/</sup>. В работе <sup>15/</sup> поиск производился в геотермальных водах полуострова Челекен, а в <sup>19/</sup> - в образцах метеоритов. Был сделан вывод о наблюдении нового спонтанно делящегося нуклида, причем величина  $\bar{\nu}$  оценена в пределах  $4 \leq \nu \leq 10$  "с надежностью 95%". Однако обработка экспериментальных данных <sup>19/</sup>, проведенная в работе <sup>12/</sup> методом наибольшего правдоподобия, показала, что оценка  $\bar{\nu}$  в <sup>19/</sup> завышена, и было получено  $1,5 \leq \nu \leq 6$ , причем  $\bar{\nu}$  и  $\sigma$  сильно коррелированы - при малых  $\bar{\nu}$  велико  $\sigma$  и наоборот. Из этого следует, что однозначный вывод о величинах  $\bar{\nu}$  и  $\sigma$  сделать нельзя. Апробировать результаты <sup>19/</sup> описываемым нами способом не представляется возможным, т.к. мала статистика отсчетов:  $N(2)=36$ ;  $N(3)=5$ . Остановимся поэтому на результатах <sup>15/</sup>, которые приведены в табл. 2. Ввиду малой статистики отдельных серий они были нами просуммированы,

Таблица 2

Образец	Вес кг	Экспозиция в сутках	$\epsilon$	Число событий с кратностью нейтронов				
				2	3	4	5	6
Насыщенная смола	9	88	27	31	10	1	0	0
		10	38	28	14	1	0	1
Фракция смолы	6	7	40	23	9	3	1	0
		6	54	17	6	2	1	0
		средняя	40	Суммарное число отсчетов				
		40		99	39	7	2	1

в результате чего средняя эффективность оказалась равной:  $\epsilon = 0,40$ . Из табл. 2 получим отношения:

$$\frac{N(2)}{N(3)} = 2,5 \pm 0,3 \quad \frac{N(2)}{N(4)} = 14 \pm 3,$$

а согласно табл. 1, эти отношения для  $^{238}\text{U} (\bar{\nu} = 2)$  равны 6,4 и 7,2 соответственно, следовательно, исключены значения  $\bar{\nu} \leq 2$ . Далее расчеты по формуле /5/ дают для указанных отношений: 3,5 и 15,2 при  $\bar{\nu} = 3$ , или 1,9 и 6,9 при  $\bar{\nu} = 5$ . Наконец, из табл. 1 имеем, что опытные значения этих отношений для  $^{252}\text{Cf}$  равны:

$$\frac{N(2)}{N(3)} = 2,33 \pm 0,02 \quad \frac{N(2)}{N(4)} = 9,74 \pm 0,1.$$

Таким образом, характеристики спонтанного излучателя в работах /5,9/ близки к  $^{252}\text{Cf}$ . Остановимся на восстановлении распределения множественности нейтронов при спонтанном делении с помощью метода статистической регуляризации (STREG), который был использован в работе /13/ для обработки экспериментальных данных спонтанного деления  $^{244}\text{Cm}$  и изотопов  $F_m$ . Стохастичность эксперимента при эффективности регистрации нейтронов  $\epsilon$ , много меньшей 100%, приводит к "некорректным" уравнениям, и в /13/ утверждается, что метод статистической регуляризации на примере спонтанного деления этих изотопов "позволяет восстанавливать реальные распределения множественности". Однако это не следует из результатов, полученных STREG -методом в /13/, которые приведены в табл. 3. Обращает на себя внимание сильное расхождение величин  $P(\nu)$  для  $^{254}\text{Fm}$  и  $^{257}\text{Fm}$ , хотя

Таблица 3

Расчетные вероятности $P(\nu)$		Изотоп	$^{254}\text{Fm}$	$^{256}\text{Fm}$	$^{257}\text{Fm}$
при $\bar{\nu} = 4$	$\nu_{max} = 8$		$\epsilon \%$		
$\nu$	Бином $\sigma^2 = 2$	Пуассон $\sigma^2 = 4$	$\bar{\nu}$		
			$\sigma^2$		
0	0,004	0,018	0,003 $\pm$ 0,012	0,000 $\pm$ 0,036	0,059 $\pm$ 0,015
1	0,031	0,073	0,020 $\pm$ 0,027	0,060 $\pm$ 0,043	0,042 $\pm$ 0,029
2	0,110	0,147	0,095 $\pm$ 0,030	0,157 $\pm$ 0,048	0,077 $\pm$ 0,030
3	0,219	0,195	0,246 $\pm$ 0,034	0,217 $\pm$ 0,048	0,163 $\pm$ 0,035
4	0,274	0,195	0,317 $\pm$ 0,035	0,239 $\pm$ 0,048	0,232 $\pm$ 0,036
5	0,219	0,156	0,223 $\pm$ 0,033	0,201 $\pm$ 0,045	0,221 $\pm$ 0,036
6	0,110	0,104	0,076 $\pm$ 0,029	0,102 $\pm$ 0,040	0,146 $\pm$ 0,033
7	0,031	0,060	0,012 $\pm$ 0,026	0,004 $\pm$ 0,031	0,060 $\pm$ 0,033
8	0,004	0,030	0,008 $\pm$ 0,013	0,000 $\pm$ 0,013	0,000 $\pm$ 0,021

средние числа нейтронов очень близки между собой  $\bar{\nu} (^{254}\text{Fm})=3,98$ ;  $\bar{\nu} (^{257}\text{Fm})=4,02$ . Вероятности  $P(\nu)$ , полученные STREG -методом, сильно отличаются от их значений для биномиального распределения, который, по *табл.1*, дает хорошее согласие при близкой величине  $\bar{\nu}=3,75$  для  $^{252}\text{Cf}$ . Среднеквадратичные ошибки, полученные STREG-методом для  $P(0)$ ,  $P(7)$  и  $P(8)$ , сами намного превышают эти величины, а для остальных  $P(\nu)$  составляют  $15 \div 50\%$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Показано, что распределение множественности нейтронов при спонтанном делении  $^{238}\text{U}$  и  $^{252}\text{Cf}$  хорошо описывается суперпозицией биномиальных распределений для нейтронов из каждого осколка деления.

2. В случае, если эффективность регистрации нейтронов  $\epsilon$  при спонтанном делении определена, например для изотопов с  $\bar{\nu} = 4$ , при  $\epsilon \approx 0,4$ , то для изотопов с  $\bar{\nu} = 2$  для величин  $\epsilon(\nu)$  необходима поправка, зависящая от  $\nu$  и  $\epsilon$ :

$$\epsilon(\nu) = \epsilon(1 - \alpha\nu), \quad \alpha = 0,1 \times \epsilon.$$

3. Показано, что величина  $\bar{\nu}$  для неизвестного спонтанного излучателя в работах <sup>15,9/</sup> заключена в пределах:  $3 \leq \nu \leq 5$ , что указывает на  $^{252}\text{Cf}$ .

4. Моделирование распределения нейтронов по множественности с помощью биномиального или суперпозиции двух этих распределений дает более однозначные результаты по сравнению с методом статистической регуляризации, примененной в <sup>13/</sup> для ряда изотопов.

Автор выражает благодарность за ценные замечания Ю.С.Замятину, Л.Б.Пикельнеру и И.М.Франку.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Diven B.C. et al. Phys.Rev., 1956, 101, p.1012.
2. Hicks D.A. et al. Phys.Rev., 1956, 101, p.1016.
3. Tirell Ja. Phys.Rev, 1957, 108, p.783.
4. Даковский М., Лазарев Ю.А., Оганесян Ю.Ц. ЯФ, 1973, 18, с.724.
5. Флеров Г.Н. и др. ОИЯИ, Д7-11724, Дубна, 1978.
6. Lazarev Yu.A. At.En.Rep., 1977, 15, p.75.
7. Попеко А.Г., Тер-Акопян Г.А. ЯФ, 1979, 29, с.604.
8. Nix J.R. Phys.Lett., 1969, 30, p.1.
9. Флеров Г.Н. и др. ЯФ, 1977, 26, с.449.



10. Толстов К.Д. ОИЯИ, Р6-10515, Дубна, 1977; ОИЯИ, Р6-11677, Дубна, 1978.
11. Толстов К.Д. ЭЧАЯ, 1979, 10, с.784.
12. Grazier R. Science News, 1978, 113, p.226.
13. Dakowski M. et al. JINR, E11-6969, Dubna, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел  
9 января 1980 года.

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники



Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.  
Заказ 27673. Тираж 540. Уч.-изд. листов 0,74.  
Редактор Б.Б. Колесова.  
Набор В.С. Румянцевой, Н.И. Коротковой.  
Макет Т.Е. Жильцовой. Подписано к печати 19.02.80 г.