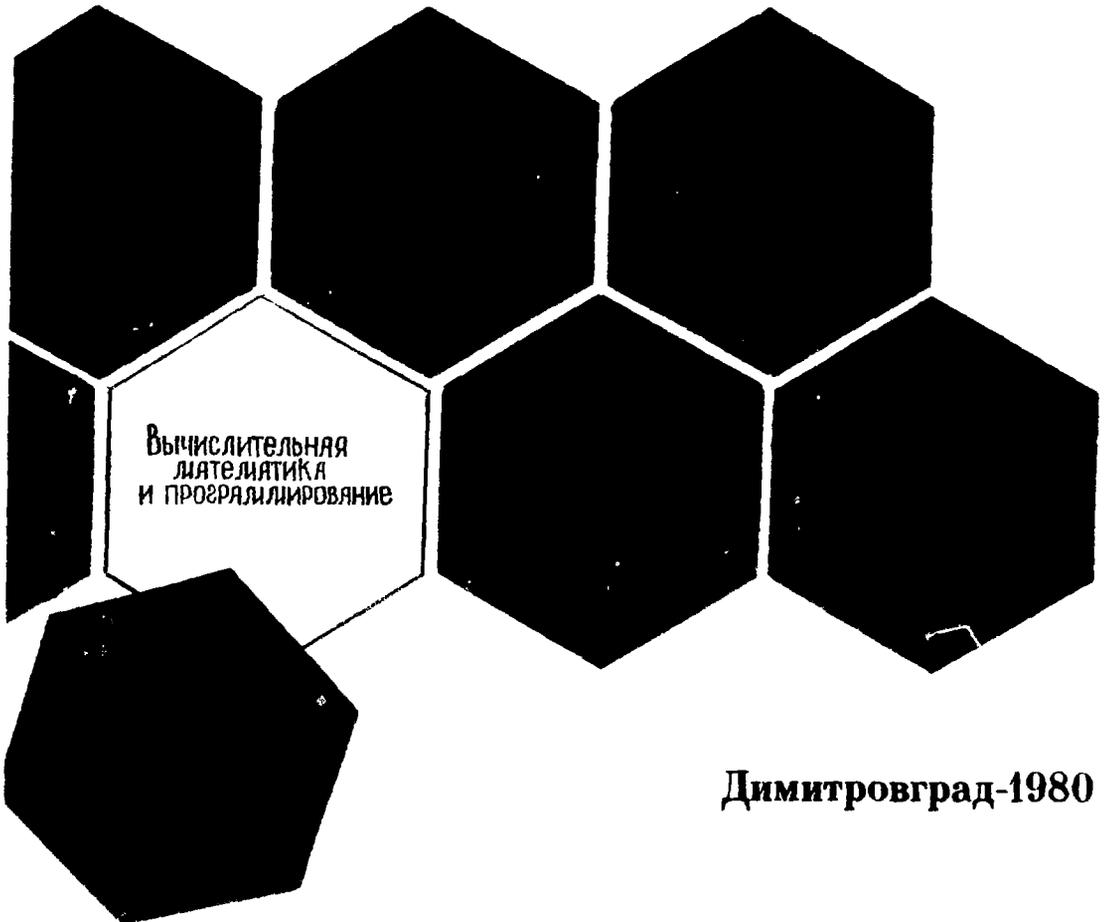




Научно-исследовательский институт  
атомных реакторов им. В.И.Ленина

И.Н.Алексеев, С.А.Бикинсева

**МОДУЛИ КОМПЛЕКСА ИФ-6  
ДЛЯ МНОГОГРУППОВОГО  
ДИФФУЗИОННОГО СЕТОЧНОГО  
РАСЧЕТА ПЛОТНОСТИ ПОТОКА  
И ЦЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ  
В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ  
В ДВУМЕРНОЙ XY- И RZ- ГЕОМЕТРИИ**



Димитровград-1980

УДК 621.039.51

Алексеев П.Н., Бикинеева С.А. МОДУЛИ КОМПЛЕКСА НФ-6 ДЛЯ МНОГОГРУППОВОГО ДИФфуЗИОННОГО СЕТОЧНОГО РАСЧЕТА ПЛОТНОСТИ ПОТОКА И ЦЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ В ДВУМЕРНОЙ XY- И RZ-ГЕОМЕТРИИ : Препринт.- НИИАР-37(445).- Димитровград, 1980, 23 с.

### Р е ф е р а т

Описываются методика и программы многогруппового диффузионного сеточного расчета плотности потока и ценности нейтронов в ядерных реакторах в двумерной XY- и RZ-геометрии.

Конечно-разностные уравнения в пределах одной группы (при заданном источнике деления) решаются итерационным методом переменных направлений. В итерациях по источнику деления применяется ускорение методом двухслойной чебышевской экстраполяции.

Программы написаны на языке АЛГОЛ-ГДР для ЭВМ БЭСМ-6, позволяют проводить расчет для любого числа групп, для которого существует система константного обеспечения, с числом расчетных узлов до 9000.

Приводятся результаты исследования эффективности используемых алгоритмов ускорения при решении физически различных задач.

Программы включены в качестве модулей в комплекс НФ-6 расчета основных нейтронно-физических характеристик атомных реакторов (рис. 4, табл. 4, список лит. - 7 назв.).



Научно-исследовательский институт атомных реакторов им. В.И.Ленина (НИИАР), 1980г.

П.Н.Алексеев, С.А.Бикинеева

ИЗИАР-37(445)  
УДК 621.039.51

Модули комплекса №-6 для многогруппового диффузионного расчетного  
расчета плотности потока и ценности нейтронов в ядерных реакторах  
в двумерной XY- и RZ-геометрии

Описываются методика и программы многогруппового диффузионного расчетного расчета плотности потока и ценности нейтронов в ядерных реакторах в двумерной XY- и RZ-геометрии.

Конечно-разностные уравнения в пределах одной группы (при заданном источнике деления) решаются итерационным методом переменных направлений. В итерациях по источнику деления применяется ускорение методом двухслойной чебышевской экстраполяции.

Приводятся результаты исследования эффективности используемых алгоритмов ускорения при решении физически различных задач.

Данные программы включены в качестве модулей в комплекс №-6 расчета основных нейтронно-физических характеристик атомных реакторов.

Препринт Научно-исследовательского института атомных реакторов  
им. В.И.Ленина, Димитровград, 1980

P.N.Alekseyev, S.A.Bikineyeva

RIAR-37(445)  
UDC 621.039.51

№-6 Complex Modules for Multigroup Diffusion Finite-Difference  
Calculations of Nuclear Reactor Flux Density and Neutron Worth  
in Two-Dimensional XY- and RZ-Geometry

Described are the method and programs for multigroup diffusion finite-difference calculations of the nuclear reactor flux density and neutron worth in two-dimensional XY- and RZ-geometry.

The finite-difference equations are solved within the range of one group (at a given fission source) by the iteration variable direction method. When iterating according to the fission source the acceleration by the two-layer Chebyshev's extrapolation is used.

The results are given from the investigations of the efficiency of the acceleration algorithms used while solving the physically dissimilar problems. The program data is involved as modules into the №-6 complex for calculation of the main nuclear reactor neutron-physical characteristics. Preprint. Research Institute of Atomic Reactors named after V.I. Lenin, Dimitrovgrad, 1980

## I. ВВЕДЕНИЕ

Системы уравнений для плотности потока и ценности нейтронов в многогрупповом диффузионном приближении, когда нейтрон в результате рассеяния может перейти только в нижележащие энергетические группы, записываются в виде

$$-\operatorname{div} D^g \operatorname{grad} \varphi^g + \Sigma_{cfd}^g \varphi^g = \sum_{l=1}^{g-1} \Sigma^{l \rightarrow g} \varphi^l + \frac{\chi^g}{k_{eff}} \sum_{l=1}^g \nu_l \Sigma_f^l \varphi^l, \quad (1)$$

$$g = 1, 2, 3, \dots, G,$$

$$-\operatorname{div} D^g \operatorname{grad} \varphi^g + \Sigma_{cfd}^g \varphi^g = \sum_{l=g+1}^G \Sigma^{g \rightarrow l} \varphi^l + \frac{\chi^g}{k_{eff}} \sum_{l=1}^g \chi^l \varphi^{l+g}, \quad (2)$$

$$g = G, G-1, \dots, 1.$$

Здесь  $g$  — номер энергетической группы ( $g=1, 2, \dots, G$ );  
 $G$  — полное число энергетических групп;

$\varphi^g = \varphi^g(\vec{r})$  — плотность потока нейтронов в группе  $g$ ;

$\varphi^{l+g} = \varphi^{l+g}(\vec{r})$  — ценность нейтронов в группе  $g$ ;

$D^g = D^g(\vec{r})$  — коэффициент диффузии в группе  $g$ ;

$\Sigma_{cfd}^g = \Sigma_{cfd}^g(\vec{r})$  — макроскопическое сечение увода из группы  $g$ ; в  $XV$ -геометрии  $\Sigma_{cfd}^g = \Sigma_{cfd}^g + \kappa^2 D^g$ , где  $\kappa^2$  — геометрический параметр, характеризующий утечку нейтронов в направлении  $\vec{z}$ .

$\Sigma^{l \rightarrow g} = \Sigma^{l \rightarrow g}(\vec{r})$  — макроскопическое сечение перевода из группы  $l$  в группу  $g$ ;

$\nu_f \Sigma_f^g = \nu_f \Sigma_f^g(\bar{r})$  - макроскопическое сечение размножения нейтронов при делении ядер в группе  $g$ ;

$\chi^g = \chi^g(\bar{r})$  - доля спектра деления в группе  $g$  (предполагается, что для любого  $\bar{r}$   $\chi^g(\bar{r})$  одинаково для всех делящихся нуклидов).

$r \in S$ , где  $S$  - двумерная область. На границе  $\Gamma$  области  $S$  заданы граничные условия:

для плотности потока 
$$\frac{\partial \varphi^g}{\partial \bar{n}} + \frac{\gamma_0^g(\bar{r})}{2D^g} \varphi^g = 0, \quad (3)$$

для ценности нейтронов 
$$\frac{\partial \varphi^{*g}}{\partial \bar{n}} + \frac{\gamma_0^{*g}(\bar{r})}{2D^g} \varphi^{*g} = 0, \quad (4)$$

где  $\bar{n}$  - направление нормали к границе  $\Gamma$  области  $S$ ;

$\gamma_0$  - постоянная, определяющая тип граничного условия.

Такое приближение обычно используется при расчете реакторов, для которых объединение тепловых нейтронов в одну группу и пренебрежение процессом термализации не вносит существенной ошибки.

Решением уравнений (1) и (2) с граничными условиями (3) и (4) является  $K_{eff} > 0$  и совокупность функций  $\{\varphi^1, \varphi^2, \dots, \varphi^6\}$  и  $\{\varphi^{*1}, \varphi^{*2}, \dots, \varphi^{*6}\}$ , при подстановке которых в уравнения (1), (3) и (2), (4) они превращаются в тождества. В общем случае нет аналитического решения данных уравнений, поэтому используются методы двух типов: итерационные сеточные [1] и более экономичные, но менее точные методы синтеза многомерных решений, например, в работе [2].

Для построения теории возмущений необходимо иметь точные локальные распределения плотности потока и ценности нейтронов во всех зонах реактора. Кроме того, идеология теории возмущений предполагает многократное использование полученных решений [3], поэтому увеличение вычислительных затрат при использовании сеточных методов представляется вполне оправданным. Важной задачей при этом является уменьшение вычислительных затрат путем использования экономичных итерационных методов [4,5].

## 2. ВНЕШНИЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС

В конечно-разностном приближении уравнение (1) с граничным условием (3) записывается в векторно-матричной форме:

$$(\hat{\mathcal{L}} - \hat{K}_s - \frac{1}{K_{eff}} \hat{K}_f) \bar{\varphi} = 0 \quad (5)$$

Уравнение (2) с граничным условием (4) запишется как

$$(\hat{\mathcal{L}}^+ - \hat{K}_s^+ - \frac{1}{K_{eff}^+} \hat{K}_f^+) \bar{\varphi}^+ = 0 \quad (6)$$

Вектор  $\bar{\varphi}$  в уравнении (5) обозначает плотность нейтронного потока. Его размерность равна произведению числа энергетических групп на число узлов конечно-разностной сетки. Вектор  $\bar{\varphi}^+$  в уравнении (6) обозначает ценность нейтронов относительно асимптотической мощности. Его размерность совпадает в программах с размерностью  $\varphi$ :

$$\bar{\varphi} = (\varphi_{11}^1, \varphi_{21}^1, \dots, \varphi_{I1}^1, \varphi_{12}^1, \varphi_{22}^1, \dots, \varphi_{I2}^1, \dots, \varphi_{1J}^1, \varphi_{2J}^1, \dots, \varphi_{IJ}^1, \\ \varphi_{11}^2, \varphi_{21}^2, \dots, \varphi_{IJ}^2, \dots, \varphi_{11}^6, \varphi_{21}^6, \dots, \varphi_{IJ}^6),$$

где  $I$  - полное число точек по  $x(x)$ ;

$J$  - полное число точек по  $y(y)$ .

Аналогично записывается вектор  $\bar{\varphi}^+$ .

Матрица  $\hat{\mathcal{L}}$  представляет собой конечно-разностный аналог оператора  $(-V \Delta V + \Sigma_{ef} d)$  и описывает процессы пространственной перетечки нейтронов и увод их вследствие поглощения и рассеяния в нижележащие группы. Матрицы  $K_s$  и  $K_f$  характеризуют появление нейтронов в результате рассеяния из верхних энергетических групп и от деления ядер:

$$(\hat{x} - \hat{R}_s) = \begin{bmatrix} \hat{L}^1 \\ -\hat{R}_s^{1-2} \hat{L}^2 \\ -\hat{R}_s^{1-3} - \hat{R}_s^{2-3} \hat{L}^3 \\ -\hat{R}_s^{1-4} - \hat{R}_s^{2-4} - \hat{R}_s^{3-4} \hat{L}^4 \\ \vdots \\ -\hat{R}_s^{1-6} - \hat{R}_s^{2-6} - \hat{R}_s^{3-6} - \hat{R}_s^{4-6} \dots - \hat{R}_s^{(n-1)-6} \hat{L}^6 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\hat{R}_f = \chi \times \nu \hat{\Sigma}_f$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\chi} = \begin{bmatrix} \hat{\chi}^1 & & & 0 \\ & \hat{\chi}^2 & & \\ & 0 & \dots & \hat{\chi}^6 \end{bmatrix} \\ \nu \hat{\Sigma}_f = \begin{bmatrix} \nu \hat{\Sigma}_f^1 & \nu \hat{\Sigma}_f^2 & \dots & \nu \hat{\Sigma}_f^6 \\ \nu \hat{\Sigma}_f^1 & \nu \hat{\Sigma}_f^2 & \dots & \nu \hat{\Sigma}_f^6 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nu \hat{\Sigma}_f^1 & \nu \hat{\Sigma}_f^2 & & \nu \hat{\Sigma}_f^6 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \quad (8)$$

$$(\hat{x}^+ - \hat{R}_s^+) = \begin{bmatrix} \hat{L}^1 - \hat{R}_s^{1-2} & -\hat{R}_s^{1-3} & -\hat{R}_s^{1-4} & \dots & \hat{R}_s^{1-6} \\ \hat{L}^2 & -\hat{R}_s^{2-3} & -\hat{R}_s^{2-4} & \dots & \hat{R}_s^{2-6} \\ & \hat{L}^3 & -\hat{R}_s^{3-4} & \dots & \hat{R}_s^{3-6} \\ & & \hat{L}^4 & \dots & \hat{R}_s^{4-6} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \hat{L}^6 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{R}_f^+ = \nu \hat{\Sigma}_f^+ \times \hat{\chi}^+$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\chi}^+ = \begin{pmatrix} \hat{\chi}^1 \hat{\chi}^2 & \dots & \hat{\chi}^6 \\ \hat{\chi}^1 \hat{\chi}^2 & \dots & \hat{\chi}^6 \\ \hat{\chi}^1 \hat{\chi}^2 & \dots & \hat{\chi}^6 \\ \vdots & \ddots & \vdots \end{pmatrix} \\ \nu \hat{\Sigma}_f^+ = \begin{pmatrix} \nu \hat{\Sigma}_f^1 & & 0 \\ & \nu \hat{\Sigma}_f^2 & \dots & \nu \hat{\Sigma}_f^6 \\ 0 & & & \nu \hat{\Sigma}_f^6 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \quad (10)$$

Все матрицы  $\hat{L}^g, \hat{K}_s^{l-g}, \hat{\chi}^g, \sqrt{\hat{\Sigma}}_f^g$  - квадратные и имеют один и тот же порядок  $I \times J$ , равный общему числу точек сетки. Матрицы  $\hat{K}_s^{l-g}, \sqrt{\hat{\Sigma}}_f^g, \hat{\chi}^g$  - диагональные с элементами соответственно  $(\Sigma^{l-g} \Delta S)_{ij}$ :

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt{\Sigma}_f^g \Delta S)_{ij} \\ \chi_{ij}^g \end{array} \right\} \text{ для матрицы (8),}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{\Sigma}_f^g \\ (\chi^g \Delta S)_{ij} \end{array} \right\} \text{ для матрицы (10),}$$

где  $\Delta S_{ij}$  - элемент объема, окружающий точку с индексом  $ij$ ;

$$(\Sigma^{l-g} \Delta S)_{ij} = \int_{\Delta S_{ij}} \Sigma^{l-g} ds;$$

$$(\chi^g \sqrt{\Sigma}_f^g \Delta S)_{ij} = \int_{\Delta S_{ij}} \chi^g \sqrt{\Sigma}_f^g ds.$$

Матрицы  $\hat{L}^g$  будут подробно описаны в разд.3.

Уравнения (5) и (6) решаются методом итерации источника с использованием двухслойной чебышевской [1,5] экстраполяции для ускорения сходимости. При этом на каждой итерации источник нормируется на единицу. Введение нормировки сокращает общее время счета, так как уменьшается число внутренних итераций, потому что в качестве первого приближения используется решение, полученное в предыдущей внешней итерации.

Процесс внешних итераций запишется в виде

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\bar{Q}}^{(k)} = \sqrt{\hat{\Sigma}}_f \bar{\varphi}^{(k)} - \beta_k \bar{Q}^{(k-1)}, \\ \bar{Q}^{(k)} = \frac{\bar{\bar{Q}}^{(k)}}{\|\bar{\bar{Q}}^{(k)}\|}, \\ (\hat{L} - \hat{K}_s) \bar{\varphi}^{(k)} = \hat{\chi} \bar{Q}^{(k-1)}, \\ k = 1, 2, \dots \end{array} \right\} \quad (11)$$

$$\hat{K}_{eff} = \lim_{k \rightarrow \infty} \|\hat{Q}^{(k)}\| + \beta_k,$$

$$\hat{\varphi}_0 = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\varphi}^{(k)}.$$

В программе  $\|\hat{Q}^{(k)}\| = \sum_{ij} \hat{Q}_{ij}^{(k)}$ .

Если  $\beta_k=0$ , то система (II) представляет собой простые итерации по источнику деления. Для ценности процесс (II) записывается аналогично

$$\hat{Q}^{+(k)} = \hat{\chi}^+ \hat{\varphi}^{+(k)} - \beta_k \hat{Q}^{+(k-1)},$$

$$\hat{Q}^{+(k)} = \frac{\hat{Q}^{+(k)}}{\|\hat{Q}^{+(k)}\|},$$

$$(\hat{\mathcal{L}}^+ - \hat{K}_s^+) \hat{\varphi}^{+(k)} = \nu \hat{\Sigma}_f^+ \hat{Q}^{+(k-1)},$$

$$k = 1, 2, \dots$$

(I2)

$$K_{eff}^+ = \lim_{k \rightarrow \infty} \|\hat{Q}^{+(k)}\| + \beta_k,$$

$$\hat{\varphi}_0^+ = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\varphi}^{+(k)}.$$

Ускоряющие параметры  $\beta_k$  вычисляются по формуле

$$\beta_k = \frac{\Lambda_1}{2} (x_k + 1), \quad (I3)$$

где  $x_k = \cos(\pi \rho_k) = \cos\left(\pi \frac{2k-1}{2n}\right)$ ;

$k = 1, 2, 3, \dots, n$ , здесь  $n$  - порядок полинома Чебышева (если за  $n$  итераций мы не получим решения с заданной точностью, набор  $\beta_k$  циклически повторяется);

$\Lambda_1$  - второе собственное число матрицы  $\hat{A} = (\hat{\mathcal{L}}^+ - \hat{K}_s^+) \hat{K}_f^+$ ;

$\Lambda_0$  - первое собственное число  $\hat{A}$  соответствует  $K_{eff}$ .

$\Lambda_0$  и  $\Lambda_1$  определяются в ходе внешних итераций по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned}
 \Lambda_0^{(N)} &= t_N + \beta_{N-2} ; \quad \Lambda_1^{(N)} = \varrho_N / t_N + \beta_{N-2} , \\
 t_N &= \frac{p_N}{2} + \sqrt{\frac{p_N^2}{4} - \varrho_N} , \\
 p_N &= \sigma_N + k_{eff}^{(N-1)} - \beta_{N-2} , \\
 \varrho_N &= (k_{eff}^{(N-2)} - \beta_{N-2}) \sigma_N , \\
 \sigma_N &= (k_{eff}^{(N-1)} - \beta_{N-1}) \frac{(k_{eff}^{(N)} - k_{eff}^{(N-1)})}{(k_{eff}^{(N-1)} - k_{eff}^{(N-2)})} , \\
 k_{eff}^{(N)} &= \| \bar{Q}^{(N)} \| + \beta_N .
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

По формулам (14)  $\Lambda_0$  и  $\Lambda_1$  рассчитываются, начиная с четвертой внешней итерации, по сохраненным из предыдущих внешних итераций значениям  $k_{eff}^{(N)}$ ,  $k_{eff}^{(N-1)}$ ,  $k_{eff}^{(N-2)}$ ,  $\beta_N$ ,  $\beta_{N-1}$ ,  $\beta_{N-2}$ . На первых внешних итерациях, пока значение  $\Lambda_1$  данной задачи неизвестно, вместо  $\Lambda_1$  берется число  $\alpha$ , заведомо меньшее, чем  $\Lambda_1$ . С целью уменьшения амплитуды колебания ошибки используются ускоряющие параметры  $\beta_N$ , рассчитываемые по формуле (13) с перестановкой, предложенной Лебедевым В.И. (Т-последовательность). Для  $l=18$  она имеет вид

$$\begin{aligned}
 \rho_N &= 1, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 1, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{11}{12}, \frac{1}{12}, 1, \frac{19}{36}, \frac{17}{36}, \frac{35}{36}, \frac{1}{36}, \frac{25}{36}, \\
 &\frac{11}{36}, \frac{29}{36}, \frac{7}{36}, \frac{23}{36}, \frac{31}{36}, \frac{5}{36}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

$\rho_N=1$  соответствует  $\beta_N=0$ . Применение в Т-последовательности нескольких простых итераций позволяет сократить число внешних итераций и общее время счета (при согласовании внутренних и внешних итераций).

Итерации (11), (13), (14) продолжаются до определения с заданной точностью  $\Lambda_0$ . Пусть это произойдет при  $k'=k''$ , а критерий окончания по точности  $\bar{\varphi}^{(N)}$  еще не выполнен.

При  $\Lambda_1 = \alpha$  продолжается дальше итерационный процесс

с последовательностью (I5) до тех пор, пока не получен  $\bar{\varphi}^{(k)}$  с требуемой точностью.

При  $\Lambda_1 > \alpha$  четырьмя последовательными итерациями сглаживается возникшая неравномерность в ошибке:

$$\begin{aligned}\beta_{k1+1} &= \Lambda_1, & \beta_{k1+2} &= 0, \\ \beta_{k1+3} &= \Lambda_1 (B + (1-B)(\rho + \bar{m})), \\ \beta_{k1+4} &= \Lambda_1 (B + (1-B)(\rho - m)),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\rho &= (t_1 t_4 - t_2 t_3) / 2 (t_1 t_3 - t_2^2); \\ \bar{m} &= (\rho^2 - (t_2 t_4 - t_3)^2 / (t_1 t_3 - t_2^2))^{1/2}; \\ t_i &= \ell_i + m_i, \quad \ell_i = 1, \quad m_i = (Q_i - (Q_i^2 - 1)^{1/2})^{2k_i} \times \\ &\times (4k_i - 3) [(k_i + 1)(\mathcal{K}/B)(1-B)^{-3}]^{1/2};\end{aligned}\tag{I6}$$

$$\ell_i = \ell_{i-1} (4k_i + 2i - 1) / (4k_i + 2i + 2), \quad i = 2, 3, 4, \quad m_2 = m_1 (1 - 2\mathcal{U});$$

$$m_3 = m_1 (5\mathcal{U}^2 - 4\mathcal{U} + 1); \quad m_4 = m_1 (15\mathcal{U}^2 - 14\mathcal{U}^3 - 6\mathcal{U} - 1);$$

$$\mathcal{U} = [4(1-B)]^{-1}, \quad B = (1-S)/(1-S/4k_1), \quad S = \alpha/\Lambda_1;$$

$$\Theta_1 = (2\Lambda_1/\alpha - 1).$$

Если после  $(k_1+4)$  внешних итераций требуемая точность в  $\bar{\varphi}^{(k)}$  не достигнута, то дальше итерационный процесс можно продолжить двумя путями:

I-й - положить  $\alpha = \Lambda_1$  и снова продолжать счет с последовательностью (I5), начиная с  $\ell_1$ ;

2-й - можно детально учесть информацию, полученную в предыдущих итерациях, и на её основе точнее распорядиться параметрами  $\ell_k$  с помощью  $U$ -последовательности.

Для  $n = 16$  она имеет вид

$$\rho_k = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{16}, \frac{15}{16}, \frac{7}{16}, \frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{13}{16},$$

$$\frac{5}{16}, \frac{11}{16}. \quad (17)$$

В  $U$ -последовательность также следует для сокращения времени счета добавить несколько простых итераций.

При расчете ценности  $\bar{\varphi}^+$  для ускорения используется  $\alpha = \lambda_1$ , полученное при предыдущем расчете  $\bar{\varphi}$ . Если  $\bar{\varphi}$  не рассчитывался, то при расчете  $\bar{\varphi}^+$  используется тот же порядок выбора  $\beta_k$ .

Для выхода из внешних итераций применяется локальный критерий

$$\frac{\max_{i,j,l} (\Lambda_{ijl}^{(k)}) - \min_{i,j,l} (\Lambda_{ijl}^{(k)})}{2} \leq \varepsilon_1, \quad (18)$$

где  $\Lambda_{ijl}^{(k)} = \frac{\bar{\varphi}_{ij}^{(k)}}{\bar{\varphi}_{ij}^{(k-1)}}$ .

Такой же критерий используется при расчете  $\bar{\varphi}^+$ . На самом деле, достигнутую при этом критерии локальную точность можно оценить по следующей формуле:

$$\varepsilon_g \leq \frac{\varepsilon_1}{\lambda_0 (1 - \lambda_1/\lambda_0)}. \quad (18a)$$

При этом  $\lambda_1$  уже определено в ходе расчета. Наряду с (18) можно также пользоваться критерием

$$\max_{i,j,l} \left| 1 - \frac{\bar{\varphi}_{ij}^{(k-1)}}{\bar{\varphi}_{ij}^{(k)}} \right| \leq \varepsilon_1. \quad (18b)$$

Из опыта расчетов следует, что при нормировке источника деления на  $I$  в каждой внешней итерации использование формул (18) и (18b) приводит к одинаковому количеству внешних итераций.

Формулы (14) и (18) получены в предположении, что ошибка на текущей внешней итерации определяется первой гармоникой  $\hat{\mathcal{J}}_D$  (собственного вектора оператора  $\hat{A}$ ).

Поэтому результаты, полученные по (14) и (18) при использовании  $a \geq \lambda_p$ , не соответствуют истине.

### 3. ВНУТРЕННИЕ ИТЕРАЦИИ

Метод итерации источника с двухслойным ускорением по Чебышеву (11) и (12) приводит к необходимости последовательного решения ряда одногрупповых уравнений типа

$$\hat{L}^g \bar{\varphi}^g = \bar{q}^g \quad (19)$$

Решением (19) являются значения искомой функции в узлах конечно-разностной сетки, полученные для данного значения источника  $\bar{q}^g$ . С учетом номера внешней итерации  $k$  уравнение (19) запишется:

. для потока

$$\hat{L}^g \bar{\varphi}^{g(k)} = \sum_{l=1}^{g-1} \hat{\kappa}_s^{l-g} \bar{\varphi}^{l(k)} + \hat{\chi}^g \bar{Q}^{(k-1)}, \quad (20)$$

$g = 1, 2, \dots, G$  ;

. для ценности

$$\hat{L}^g \bar{\varphi}^{g+(k)} = \sum_{l=g+1}^G \hat{\kappa}_s^{g-l} \bar{\varphi}^{l(k)} + \nu_f \sum_f \hat{q}^{f+(k-1)}, \quad (21)$$

$g = G, G-1, \dots, 1$ .

Структура матрицы  $\hat{L}^g$  зависит от вида ячейки конечно-разностной системы (рис. I) и способа аппроксимации производных. В нашем случае  $\hat{L}^g$  - пятидиагональная симметричная положительно-определенная квадратная матрица порядка  $I \times J$  с действительными элементами. "Пятиточечная" система конечно-разностных уравнений (19) запишется в виде [1]

$$-b_{ij} \varphi_{i+1,j} - a_{ij} \varphi_{i,j+1} - e_{ij} \varphi_{i-1,j} - c_{ij} \varphi_{i,j-1} + d_{ij} \varphi_{ij} = q_{ij}, \quad (22)$$

$$d_{ij} = a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + e_{ij} + p_{ij}; \quad i = 1, 2, \dots, I; \quad j = 1, 2, \dots, J.$$

Индексы  $g$  - номер группы,  $k$  - номер внешней итерации

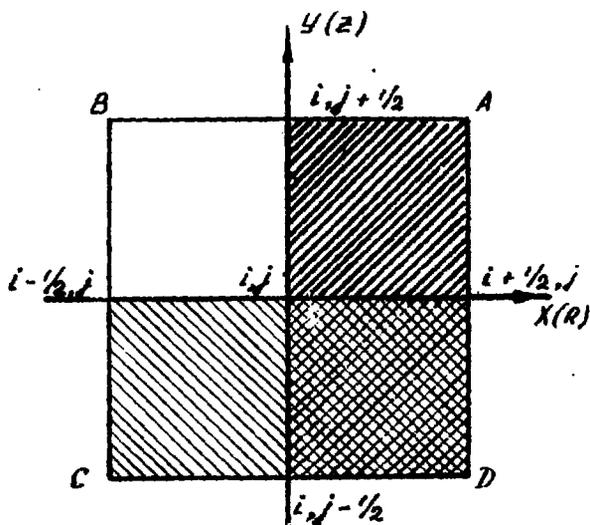


Рис. I. Ячейка интегрирования для простой сетки

в дальнейшем без ограничения общности можно опустить. Если рассматривать уравнение (22) как уравнение баланса около точки  $i, j$ , то  $b_{ij}$  и  $e_{ij}$  отвечают за диффузию нейтронов по горизонтальной оси  $x(x)$ ,  $a_{ij}$  и  $c_{ij}$  - по вертикальной оси  $y(z)$ ,  $p_{ij}$  отвечает за полный увод нейтронов из данной группы, в том числе за утечку через границу реактора, если  $i, j$  расположена на внешней границе их элементарного объема  $\Delta S_{ij}$  вокруг точки  $i, j$ . Чтобы сохранить последовательность изложения, приведем коэффициенты конечно-разностной схемы для XY- и RZ-геометрии:

$$b_{ij} = \frac{D_A \Delta y_{j+1} + D_D \Delta y_{j-1}}{2 \Delta x_{i+1}}, \quad (23)$$

$$e_{ij} = \frac{D_B \Delta y_{j+1} + D_C \Delta y_{j-1}}{2 \Delta x_{i-1}}, \quad (24)$$

$$a_{ij} = \frac{D_A \Delta x_{i+1} + D_D \Delta x_{i-1}}{2 \Delta y_{j+1}}, \quad (25)$$

$$c_{ij} = \frac{D_B \Delta x_{i+1} + D_C \Delta x_{i-1}}{2 \Delta y_{j-1}}, \quad (26)$$

$$\rho_{ij} = \frac{1}{4} (\Sigma_a \Delta X_{i+1} \Delta Y_{j+1} + \Sigma_a \Delta X_{i-1} \Delta Y_{j+1} + \Sigma_a \Delta X_{i-1} \Delta Y_{j-1} + \Sigma_a \Delta X_{i+1} \Delta Y_{j-1}) . \quad (27)$$

В XY-геометрии

$$\Sigma = \Sigma_{efc} + \kappa^2 D ,$$

$$e_{ij} = v_{i-1,j} ,$$

$$v_{ij} = a_{ij-1} .$$

Для узлов сетки, расположенных внутри геометрических зон, формулы (23)–(27) значительно упрощаются, так как в этом случае

$$D_A = D_B = D_C = D_D , \quad \Sigma_A = \Sigma_B = \Sigma_C = \Sigma_D ,$$

$$\Delta X_{i+1} = \Delta X_{i-1} , \quad \Delta Y_{j+1} = \Delta Y_{j-1} .$$

Для точек, расположенных на внешних границах реактора; в коэффициент  $\rho_{ij}$  входят слагаемые, характеризующие утечку нейтронов из системы. Согласно (3) и (4)  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$ ,  $\delta_{III}$ ,  $\delta_{IV}$  характеризуют внешние граничные условия задачи. При  $\delta = 0$  реализуется условие симметрии, при  $\delta = 1$  плотность потока (ценность) обращается в нуль на расстоянии  $0.66 \lambda_{t,2}$  за границей.

Коэффициент  $\rho_{ij}$  определяется для узлов, расположенных :

. на I границе, кроме угловых точек ,

$$\rho_{ij} = \frac{1}{4} [\Sigma_p \Delta X_2 \Delta Y_{j+1} + \Sigma_p \Delta X_2 \Delta Y_{j-1} + \delta_I (\Delta Y_{j+1} + \Delta Y_{j-1})] , \quad (28)$$

. на II границе

$$\rho_{ij} = \frac{1}{4} [\Sigma_b \Delta X_{I-1} \Delta Y_{j+1} + \Sigma_b \Delta X_{I-1} \Delta Y_{j-1} + \delta_{II} (\Delta Y_{j+1} + \Delta Y_{j-1})] , \quad (29)$$

. на III границе

$$\rho_{ij} = \frac{1}{4} [\Sigma_a \Delta X_{i+1} \Delta Y_2 + \Sigma_a \Delta X_{i-1} \Delta Y_2 + \delta_{III} (\Delta X_{i+1} + \Delta X_{i-1})] , \quad (30)$$

. на IV границе

$$P_{i,j} = \frac{1}{4} \left[ \sum_D \Delta X_{i+1} \Delta Y_{j-1} + \sum_C \Delta X_{i-1} \Delta Y_{j-1} + \gamma_{IV} (\Delta X_{i+1} + \Delta X_{i-1}) \right]. \quad (31)$$

Для угловой точки (I, I), расположенной на I и III границе ,

$$P_{i,i} = \frac{1}{4} \left[ \sum_A \Delta X_2 \Delta Y_2 + \gamma_{II} \Delta Y_2 + \gamma_{III} \Delta X_2 \right]. \quad (32)$$

В  $RZ$ -геометрии коэффициенты записываются с небольшим отличием:

$$b_{ij} = \frac{D_A \Delta Z_{j+1} + D_D \Delta Z_{j-1}}{2 \Delta R_{i+1}} \cdot R_{i+1/2}, \quad (33)$$

$$e_{ij} = \frac{D_B \Delta Z_{j+1} + D_C \Delta Z_{j-1}}{2 \Delta R_{i-1}} \cdot R_{i-1/2}, \quad (34)$$

$$a_{ij} = \frac{D_D \Delta R_{i+1} + D_B \Delta R_{i-1}}{2 \Delta Z_{j+1}} \cdot R_i + \frac{D_A \Delta R_{i+1}^2 - D_B \Delta R_{i-1}^2}{8 \Delta Z_{j+1}}, \quad (35)$$

$$a_{ij} = \frac{D_D \Delta R_{i+1} + D_C \Delta R_{i-1}}{2 \Delta Z_{j-1}} \cdot R_i + \frac{D_D \Delta R_{i+1}^2 - D_C \Delta R_{i-1}^2}{8 \Delta Z_{j-1}}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} P_{ij} = & \frac{1}{4} \left[ \sum_A \Delta R_{i+1} \Delta Z_{j+1} + \sum_D \Delta R_{i+1} \Delta Z_{j-1} + \sum_B \Delta R_{i-1} \Delta Z_{j+1} + \right. \\ & \left. + \sum_C \Delta R_{i-1} \Delta Z_{j-1} \right] \cdot R_i + \left( \sum_A \frac{\Delta R_{i+1}^2}{16} - \sum_B \frac{\Delta R_{i-1}^2}{16} \right) \cdot \Delta Z_{j+1} + \\ & + \left( \sum_D \frac{\Delta R_{i+1}^2}{16} - \sum_C \frac{\Delta R_{i-1}^2}{16} \right) \cdot \Delta Z_{j-1}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$R_{i+1/2} = \frac{R_{i+1} + R_i}{2}, \quad R_{i-1/2} = \frac{R_i + R_{i-1}}{2}, \quad (38)$$

$$e_{ij} = b_{i-1,j}, \quad a_{ij} = a_{ij-1}.$$

На I границе

$$P_{ij} = \sum_A \frac{\Delta R_2^2}{16} \Delta Z_{j+1} + \sum_D \frac{\Delta R_2^2}{16} \Delta Z_{j-1}. \quad (39)$$

На II границе

$$P_{I,j} = \frac{1}{4} \left[ \sum_a \Delta R_{I-1} \Delta Z_{j+1} + \sum_c \Delta R_{I-1} \Delta Z_{j-1} + \delta_{II} (\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_{j-1}) \right] \cdot R_I - \sum_a \frac{\Delta R_{I-1}^2}{16} \Delta Z_{j+1} - \sum_c \frac{\Delta R_{I-1}^2}{16} \Delta Z_{j-1}. \quad (40)$$

На III границе

$$P_{I,i} = \frac{1}{4} \left[ \sum_A \Delta R_{i+1} \Delta Z_2 + \sum_B \Delta R_{i-1} \Delta Z_2 + \delta_{III} (\Delta R_{i+1} + \Delta R_{i-1}) \right] \cdot R_i + \left( \sum_A \frac{\Delta R_{i+1}^2}{16} - \sum_B \frac{\Delta R_{i-1}^2}{16} \right) \cdot \Delta Z_2 + \delta_{III} \left( \frac{\Delta R_{i+1}^2}{16} - \frac{\Delta R_{i-1}^2}{16} \right). \quad (41)$$

На IV границе

$$P_{I,j} = \frac{1}{4} \left[ \sum_C \Delta R_{i-1} \Delta Z_{j-1} + \sum_D \Delta R_{i+1} \Delta Z_{j-1} + \delta_{IV} (\Delta R_{i+1} + \Delta R_{i-1}) \right] \cdot R_i + \left( \sum_D \frac{\Delta R_{i+1}^2}{16} - \sum_C \frac{\Delta R_{i-1}^2}{16} \right) \cdot \Delta Z_{j-1} + \delta_{IV} \left( \frac{\Delta R_{i+1}^2}{16} + \frac{\Delta R_{i-1}^2}{16} \right). \quad (42)$$

Для угловой точки (I, I)

$$P_{I,I} = \sum_A \frac{\Delta R_2^2}{16} \Delta Z_2 + \delta_{II} \frac{\Delta R_2^2}{16}. \quad (43)$$

Система конечно-разностных уравнений (19) решается в программе методом переменных направлений [4], схема которого требует минимального количества арифметических операций (в XY-геометрии на каждый расчетный узел - II операций сложения и вычитания и 12 операций умножения и деления). Используются ускоряющие параметры, выбранные в соответствии с их оптимальным порядком [5].

Такая схема представляется в виде

$$\bar{\varrho}^{(n)} = \bar{\varrho} - (\hat{L}^{\bar{I}} - \omega_n^{\bar{I}} \hat{R}) \bar{\varphi}^{(n)}, \quad (44)$$

$$(\hat{L}^{\bar{I}} + \omega_n^{\bar{I}} \hat{R}) \bar{\varphi}^{(n+1/2)} = \bar{\varrho}^{(n)}, \quad (45)$$

$$\bar{\xi}^{(n+1/2)} = \bar{\varrho}^{(n)} - (\omega_n^{\bar{I}} + \omega_n^{\bar{II}}) \hat{R} \bar{\varphi}^{(n+1/2)}, \quad (46)$$

$$(\hat{L}^{\bar{II}} + \omega_n^{\bar{II}} \hat{R}) \bar{\varphi}^{(n+1)} = \bar{\varrho} - \bar{\xi}^{(n+1/2)}, \quad (47)$$

$$\bar{\varrho}^{(n+1)} = \bar{\xi}^{(n+1/2)} + (\omega_{n+1}^{\bar{I}} + \omega_n^{\bar{II}}) \hat{R} \bar{\varphi}^{(n+1)}, \quad (48)$$

$\varphi^{(n)}$  выбирается из предыдущей внешней итерации;

$n$  - номер внутренней итерации;

$\hat{R} \equiv \hat{I}$  для XY-геометрии.

В случае RZ-геометрии  $\hat{R}$  представляет собой диагональную матрицу, элементами которой являются  $R_i$ . На месте  $R_i$  в  $\hat{R}$  используется  $R_2/2$ .  $\hat{L} = \hat{L}^I + \hat{L}^R$ , причем если  $\hat{L}$  соответствует оператору  $-\frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} D \frac{\partial}{\partial y} + \Sigma$ , то  $\hat{L}^I$  и  $\hat{L}^R$  - соответственно  $-\frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial}{\partial x} + \Sigma/2$  и  $\frac{\partial}{\partial y} D \frac{\partial}{\partial y} + \Sigma/2$ . Спектральные границы матриц  $\hat{L}^I$  и  $\hat{L}^R$  находятся аналитически. Ускоряющие параметры  $\omega_{ij}^I$  и  $\omega_{ij}^R$  определяются в предположении, что операторы  $\hat{L}^I$  и  $\hat{L}^R$  коммутируют, т.е.  $\hat{L}^I \hat{L}^R - \hat{L}^R \hat{L}^I = 0$ . Подробные формулы расчета  $\omega_{ij}^I$  и  $\omega_{ij}^R$  описаны в работе [1].

Признаком окончания внутренних итераций является вычисление условия стабилизации:

$$SS = \frac{1}{I \times J} \sum_{ij} \left| 1 - \frac{\varphi_{ij}^{(n-1/2)}}{\varphi_{ij}^n} \right| \leq \varepsilon_2. \quad (49)$$

Также возможно использование критерия согласования внутренних и внешних итераций. Для метода переменных направлений (44)-(48) он записывается так:

$$\max_{ij} \left| 1 - \frac{\varphi_{ij}^{n-1/2}}{\varphi_{ij}^n} \right| \leq \varepsilon_2 \times \max_{ij} \left| 1 - \frac{\varphi_{ij}^{3/2}}{\varphi_{ij}^2} \right|. \quad (50)$$

Критерий (50) при  $\varepsilon_2 = 0,1-0,2$  позволяет сократить вычислительные затраты по сравнению с критерием (49), не увеличивая при этом количества внешних итераций.

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Описанный алгоритм реализован в программах *PENRZ*, *PENXY*, *APENRZ* и *APENXY*, которые являются частью комплекса ТВК-2Д [3], оформлены в виде процедур с параметрами и включены в библиотеку модулей комплекса ПБ-6 [6].

Модули берут готовые макросечения, позволяют провести многогрупповой диффузионный сеточный расчет  $k_{eff}$  и второго собственного числа, плотности потока нейтронов и их ценности для двумерной модели реактора или ячейки (XY- или RZ-геометрия), расчет интегралов от плотности потока и ценности по объему зон реактора.

Модули написаны на языке АЛГОЛ-ГДР для ЭВМ БЭСМ-6, позволяют проводить расчет для любого числа групп, для которого существует система константного обеспечения, с числом расчетных узлов до 9000. При работе в рамках мониторинговой системы "Дубна" модули используют всю возможную оперативную память, магнитный барабан (МБ) (количество трактов определяется параметрами задачи), одну рабочую магнитную ленту (МЛ) и МЛ с общей библиотекой комплекса ИИ-6[6].

Для расчета нейтронного поля (6 энергетических групп) в 6-зонной модели быстрого тестового реактора в RZ-геометрии [7] с условиями симметрии на двух внешних границах и условиями равенства нулю плотности потока нейтронов на двух других при 750 расчетных узлах и точности расчета плотности потока, равной  $10^{-6}$  (точность расчета  $k_{eff} \sim 10^{-7} \sim 10^{-8}$ ), требуется 5 мин 37 с счетного времени.

Опыта использования двухслойного чебышевского ускорения внешних итераций [5] для многомерных расчетов накоплено мало, поэтому здесь приводятся некоторые практические результаты, полученные при расчете физически различных (по  $\lambda_1/\lambda_0$ ) систем.

Решались две задачи.

Вариант I. Соответствует двумерной модели большого быстрого реактора в RZ-геометрии [7].

Вариант II. Трехзонный реактор в цилиндрической геометрии. Размеры зон по  $\rho$  : 100, 20, 20 см; по  $Z$  100 см. На рис.2 представлена геометрия реактора. Этот вариант решался для двух энергетических групп. Макросечения приведены в табл. I.

Спектр деления:  $\chi_1=1$ ,  $\chi_2=-1$ . Во всех описанных модулях предусмотрены два варианта ускорения внешних итераций:

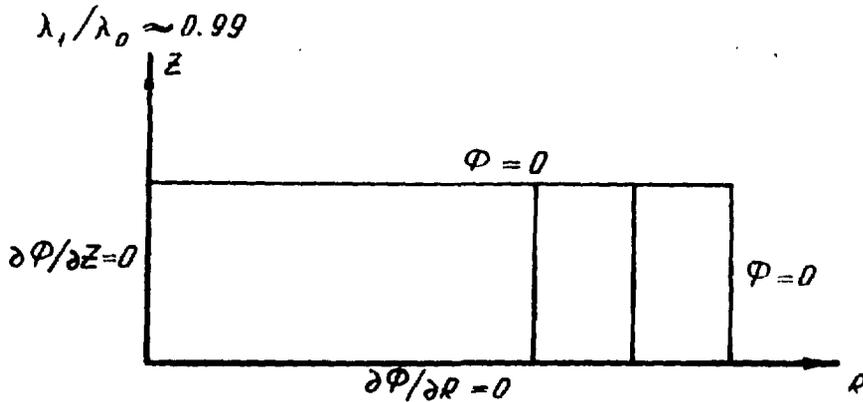


Рис.2. Геометрия реактора

Таблица I

Макросечения для II варианта

Зона	Группа	$D$	$\Sigma_{cfd}$	$\nu\Sigma_f$	$\Sigma_3$	$\Sigma_{in}^{l-2}$
1	1	1	0,25	0	0,215	0
	2	1	0,15	0,17145	1	-
2	1	1	0,25	0	0,215	0
	2	1	0,15	0,17811	0	-
3	1	1	0,25	0	0,215	0
	2	1	0,15	0	0	-

а) ускорение в один этап, когда задается параметр  $\alpha(\lambda_1)$  и для ускорения используется Т-последовательность (15);

б) ускорение в четыре этапа, когда после задания параметра  $\alpha(\lambda_1)$  в несколько этапов решается задача с помощью (II)-(17).

В качестве Т-последовательности применялась также Т\*-последовательность  $(1, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 1, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{11}{12}, \frac{1}{12})$ .

Существенное влияние на скорость сходимости оказывает выбор  $\alpha$ . На примере варианта I проведены численные исследования по нахождению оптимального  $\alpha$  при расчетах с ускорением в один этап (табл.2-3).

Начальное приближение плотности потока  $\bar{\varphi}^{(0)} = const$ . Для данного начального приближения (данной начальной ошибки) разложение по собственным функциям оператора задачи таково, что основная ошибка сосредоточена в левой части спектра. По мере уточнения решения начинают проявляться гармоники, соответствующие большим значениям собственных чисел. Поэтому при повышении точности расчета оптимальное  $\alpha$  приближается к  $\lambda_1$  (табл.2, 3).

На рис.3,4 показано поведение ошибки в определении  $\lambda_0$  для I-II варианта при расчетах с ускорением в несколько этапов и без ускорения. Точность внешних и внутренних итераций 0,5%. В табл.4 приводятся результаты расчетов с ускорением в один этап и в четыре этапа для II варианта. При расчете с ускорением в один этап при приближении  $\alpha$  к  $\lambda_1$  число внешних итераций монотонно сокращается. При ускорении в четыре этапа нет такой закономерности, зато в этом случае достигается хороший эффект при  $\alpha$ , достаточно далеких от  $\lambda_1$  ( $\alpha = 0,6$ ;  $\alpha = 0,7$ ). На основании проведенных расчетов можно сделать выводы:

- . если известно примерное значение  $\lambda_1$ , нужно использовать ускорение в четыре этапа;
- . когда  $\lambda_1$  известно достаточно точно, применяется ускорение в один этап;
- . при расчете сопряженных задач, когда уже решены прямые задачи и известно значение  $\lambda_1$ , нужно сразу задавать  $\alpha = \lambda_1$  и проводить ускорение в один этап.

Таблица 2

Расчеты варианта I с набором ускоряющих параметров, соответствующих T-последовательности

$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\alpha$											
		0	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,84	0,86	0,90	0,94
$10^{-1}$	$10^{-6}$	7	<u>5</u>	<u>6</u>	7	7	9	11	13	15	15	19	19
$10^{-2}$	$10^{-6}$	12	12	<u>10</u>	<u>10</u>	<u>10</u>	12	13	15	18	19	19	25
$10^{-3}$	$10^{-6}$	26	24	<u>23</u>	<u>22</u>	<u>20</u>	<u>18</u>	<u>16</u>	19	19	19	23	28
$10^{-4}$	$10^{-6}$	42	38	36	32	30	27	24	20	<u>21</u>	<u>21</u>	25	35
$10^{-5}$	$10^{-6}$	57	52	49	45	41	36	30	<u>24</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	31	39
$10^{-6}$	$10^{-6}$	73	64	60	56	50	45	40	<u>28</u>	<u>27</u>	<u>29</u>	33	43

61

Таблица 3

Расчеты варианта I с набором ускоряющих параметров, соответствующих T\* -последовательности

$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\alpha$							
		0	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,84	0,86
$10^{-1}$	$10^{-6}$	7	7	7	7	7	8	8	9
$10^{-2}$	$10^{-6}$	12	10	10	<u>8</u>	11	11	11	12
$10^{-3}$	$10^{-6}$	26	23	21	18	16	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>14</u>
$10^{-4}$	$10^{-6}$	42	34	32	29	26	21	<u>18</u>	<u>16</u>
$10^{-5}$	$10^{-6}$	57	48	43	40	34	26	24	<u>21</u>
$10^{-6}$	$10^{-6}$	73	59	56	50	43	35	29	<u>27</u>

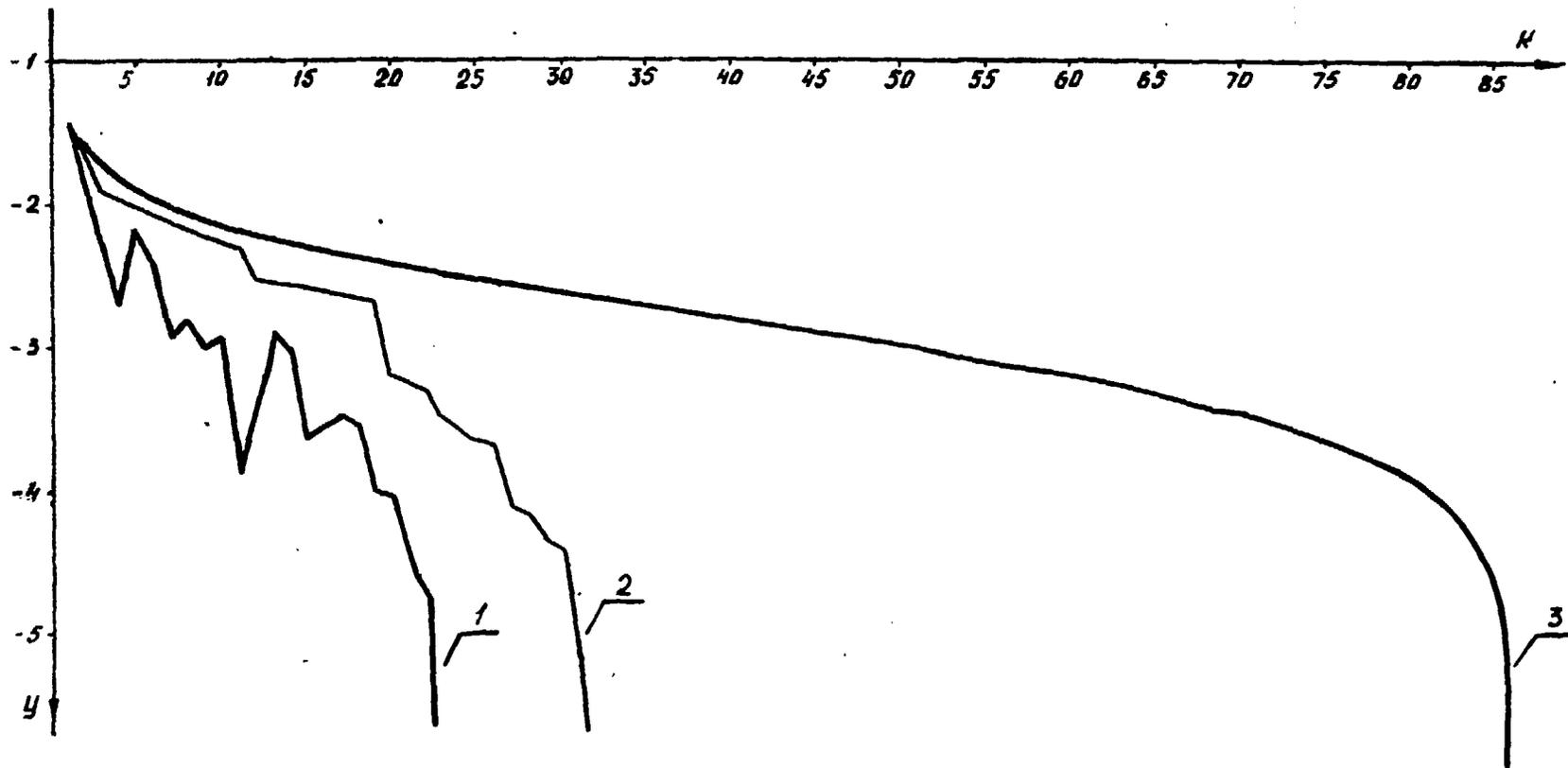


Рис.3. Зависимость поведения ошибки  $y = \lg |\lambda_0 - \lambda_0^{(k)}|$  от параметра  $a$  при расчетах II варианта методом простой итерации и с ускорением в 4 этапа: I -  $\alpha = 0,96$ ; II -  $\alpha = 0,70$ ; III - простые итерации ( $\alpha = 0$ )

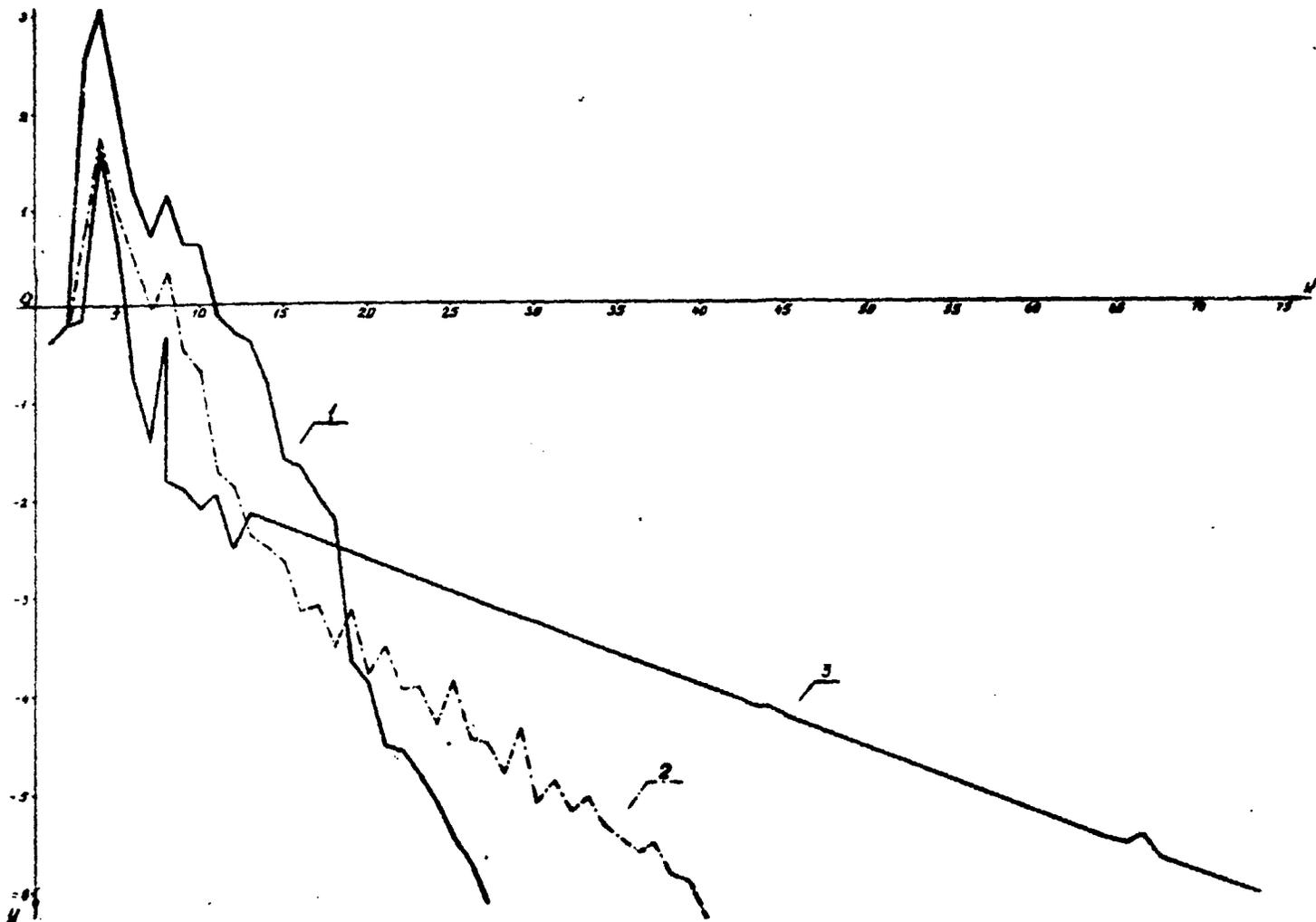


Рис.4. Зависимость поведения ошибки  $y = \lg|x_0 - x_0^{(k)}|$  от параметра  $a$  при расчетах I варианта методом простой итерации и с ускорением в 4 этапа: I -  $a = 0,84$ ; II -  $a = 0,70$ ; III -  $a = 0$  (простые итерации)

Таблица 4

Зависимость числа внешних итераций  
от ускоряющего параметра  $\alpha$

$\alpha$	Ускорение в I этап	Ускорение в 4 этапа
0	87	-
0,6	60	25
0,7	54	33
0,8	42	45
0,9	28	33
0,96	24	24
0,97	32	33

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шишков Л.К. Методы решения диффузионных уравнений двумерного ядерного реактора.- М.: Атомиздат, 1976.
2. Зизин М.Н., Чухлова О.П. V2DR-АЛГОЛ - программа многогруппового расчета потока нейтронов в реакторе методом Бубнова-Галеркина в двумерной геометрии.- В кн.: Сборник докладов по программам и методам физического расчета быстрых реакторов. Димитровград, 1975, с.151.
3. Алексеев П.Н., Зарицкий С.М., Шишков Л.К. Программа многогруппового диффузионного расчета потока и ценности нейтронов и интегралов теории возмущений для двумерных моделей реакторов.- В сб.: Ядерно-физические исследования в СССР. М.: Атомиздат, 1977, вып.23, с.30-32.
4. Алексеев П.Н., Зарицкий С.М., Шишков Л.К. Выбор оптимального варианта метода переменных направлений для расчета двумерных моделей реакторов. - Атомная энергия, 1978, т.45, вып.5, с.384-385.
5. Лебедев В.И. Итерационный метод с чебышевскими параметрами для определения наибольшего собственного значения и

соответствующей собственной функции.- Журнал вычислительной математики и математической физики, 1977, 17, № 1, с.100-108.

6. Зизин М.Н., Савочкина О.А., Чухлова О.П. Комплекс программ НФ-6 для расчета основных нейтронно-физических характеристик атомных реакторов на ЭВМ БЭСМ-6: Препринт НИИАРа, П-40(334).- Димитровград, 1977.
7. Никольский Р.В., Чухлова О.П., Зизин М.Н. Результаты расчетов стандартного реактора в двумерной геометрии: Препринт НИИАРа, П-32(326).- Димитровград, 1977.

Рукопись поступила в ОЛВИТИ  
30.11.79 г., обработана 08.04.80.  
Окончательно подготовлена  
авторами 26.06.80.



Павел Николаевич Алексеев  
Светлана Алексеевна Бикинеева

МОДУЛИ КОМПЛЕКСА НФ-6 ДЛЯ МНОГОГРУППОВОГО ДИФФУЗИОННОГО  
СЕТОЧНОГО РАСЧЕТА ПЛОТНОСТИ ПОТОКА И ЦЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ  
В ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ В ДВУМЕРНОЙ XZ-И RZ-ГЕОМЕТРИИ

Научный редактор Ю.В.Марков

Редактор М.К.Карацуба

Корректор Ю.В.Волкова

---

Подписано к печати 13.08.80 г. Т-15225. Формат 60x90 1/16.

·Офсетная печать. Печ.л. 1,75. Уч.-изд.л. ~1,4. Тираж 150 экз.

Индекс 3624.

Заказ 1621.

Цена 14 коп.

---

Отпечатано на ротапринтере НИИАРа, сентябрь 1980 г.  
433510, Димитровград-10, НИИАР

## Н А С Т О Я Щ Е Е    И З Д А Н И Е    Н И И А Р а

ЯВЛЯЕТСЯ самостоятельной, не всегда дублирующей в последствии в других изданиях ПУБЛИКАЦИЕЙ отдельных оригинальных научных трудов НИИАРа, на которую можно ссылаться в других публикациях, указывая при этом авторов, наименование, порядковый номер (НИИАР-...), год и место издания (Димитровград).

ИЗДАЕТСЯ с целью более быстрой или более полной информации по сериям

1. Ядерные реакторы
2. Методика и техника облучения
3. Радиационное материаловедение
4. Радиохимия
5. Ядерная физика
6. Вычислительная техника и электроника
7. Вычислительная математика и программирование
8. Информатика и управление

ПЕЧАТАЕТСЯ на ротапринтере НИИАРа тиражом 150 экз.

РАССЫЛАЕТСЯ в научные организации, научно-технические библиотеки и отдельным лицам в соответствии с установленным порядком.

МОДУЛИ КОМПЛЕКСА НФ-6 ДЛЯ МНОГОГРУППОВОГО  
ДИФФУЗИОННОГО СЕТОЧНОГО РАСЧЕТА ПЛОТНОСТИ  
ПОТОКА И ЦЕННОСТИ НЕЙТРОНОВ В ЯДЕРНЫХ  
РЕАКТОРАХ В ДВУМЕРНОЙ  $XU$ - И  $RZ$ -ГЕОМЕТРИИ

Препринт, НИИАР-37(445), 1980, 1-23