

AUSSOIS

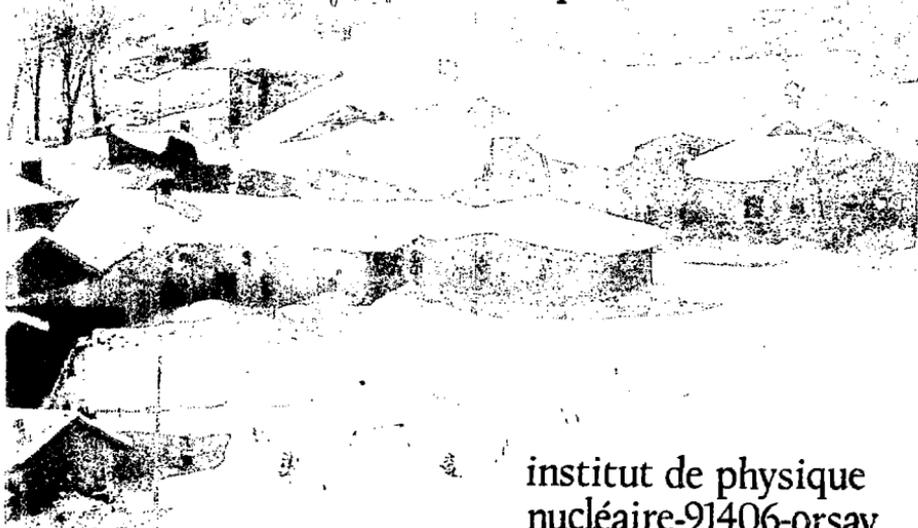
17-21 mars 1980

FR 81 00741

à

754

comptes
rendus des
NEUVIEMES
JOURNEES
D'ETUDES
de la division
de physique
théorique



institut de physique
nucléaire-91406-orsay

Les Neuvièmes Journées d'Etudes de la Division de Physique Théorique se sont déroulées à Aussois, au chalet "Paul Langevin" du CAES du C.N.R.S., du 17 au 21 Mars 1980. Elles ont réuni les théoriciens de notre division, les visiteurs et un certain nombre de chercheurs d'autres laboratoires.

Pour raisons d'économie et de rapidité de tirage, le présent recueil ne rassemble que de brefs résumés des exposés oraux. Malgré leur concision nous espérons que ces résumés pourront néanmoins situer quelques uns des champs de recherches poursuivies dans notre division et que leurs bibliographies pourront en faciliter l'accès. Un article de revue sur la physique des hypernoyaux constitue l'exception qui ... N'étant pas publié ailleurs, il nous a paru qu'il eût été dommage de ne pas le reproduire intégralement.

Le déroulement sans aucuns anicroche de ces journées doit beaucoup à Melle Nadine Rohart. Mme Agnès Fercoq a rassemblé et dactylographié les textes avec beaucoup de patience et de soin. Mme Michèle Malézieux et Mr. Jean Ducas en ont assuré le tirage. Nous les en remercions vivement.

H. Sazdjian, M. Vénéroni

TABLE DES MATIERES

K. KANG	FR 81 00 74d I
<i>Unified gauge theories and the problem of mass.</i>	
W. BUCK	II 740
<i>The M.I.T. bag model, mass differences, and $q^3 \bar{q}^3$ states of hidden colour.</i>	
E. LOMON	III 742
<i>Joining the quark theory to the hadron exchange theory of interactions.</i>	
J.M. RICHARD	IV 744
<i>Etats liés de quarks lourds.</i>	
B. NICOLESCU	V 745
<i>An attempt to derive the hadron mass spectrum from the topological expansion.</i>	
E. ELBAZ	VI 746
<i>Leptons, quarks et hadrons dans une même approche géométrique.</i>	
M. LACOMBE	VII 747
<i>Potentiel de Paris et observables récentes.</i>	

- 748
- R. NATAF VIII
Constraints on nucleon quark models from deep inelastic scattering data.
- H. SAZDJIAN IX 749
Review of classical relativistic particle mechanics.
- T. MIZUTANI X 750
The effect of pion absorption on the elastic π d scattering.
- C. LAZARD XI 751
Mécanismes de réaction en photoproduction nucléaire cohérente.
- J.P. DEDONDER XII 750
Contraintes dues à l'unitarité dans la construction d'opérateurs "potentiel optique".
- A. BOUYSSY XIII 753
Hyperons Λ et Σ dans les noyaux.
- S. GALES XIV 754
Les couches internes dans les noyaux lourds.

UNIFIED GAUGE THEORIES AND THE PROBLEM OF MASS

Kyungsik Kang

After brief introduction to the prescription of a gauge-invariant Lagrangian for a given non-Abelian gauge group, we survey the successes of the standard $SU(2) \times U(1)$ model for the unified weak and electromagnetic interactions and also of the quantum chromodynamics for the strong interactions. We then describe the $SU(5)$ grand unification model for all three interactions as well as its phenomenological successes. Particularly, the problems¹ of the flavor-mixing angles and its calculability in terms of the fermion masses and the problem² of the lepton-quark mass relations in the grand unification model are discussed in some detail.

References

1. K. Kang and A. C. Rothman, Phys. Rev. Letters 43, 1548 (1979);
Preprint IPNO/TH 80-02.
2. K. Kang, Preprint BROWN-HET-423 to appear in the Proceedings of the XVth Rencontre de Moriond (1980).

THE M.I.T. BAG MODEL, MASS DIFFERENCES,
AND $q^3 \bar{q}^{-3}$ STATES OF HIDDEN COLOUR

W.W. Buck

Abstract

The M.I.T. bag model of hadrons is reviewed and is applied in the determination of the $K + \bar{K}$, $D + \bar{D}$ and $B + \bar{B}$ transition amplitudes needed in the evaluations of mass differences. Also application is made to multiquark states of $q^3 \bar{q}^3$ out of which emerge states of "hidden colour".

The Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.) bag model of hadron spectroscopy has enjoyed a number of successes since its conception several years ago. In particular where the empirical signatures are unmistakable the M.I.T. bag model reproduces rather well the low lying hadron mass spectrum¹. These low lying hadrons are those said to be describable in terms of up (u), down (d), and strange (s) quarks only. There have been several applications to the hadron sectors of charm (c), top (t) and bottom (b) as well as "barionium". In this talk I will review briefly the ingredients of the standard M.I.T. (S.M.I.T.) bag model and provide sketches of two applications: 1) mass difference calculations (CP violation) and 2) $q\bar{q}$ states of hidden colour.

Let me state here at the outset that it is certainly not my purpose to defend the M.I.T. bag model absolutely. It is clear that any bag model or mechanism which severely restricts movement has limitations. My purpose is to provide a brief discussion of the ingredients and regions of applicability of the M.I.T. bag model of hadrons.

The S.M.I.T. bag model describes any given hadron as being represented by a spherical cavity (called a bag) containing various numbers of point like objects (referred to as quarks) in a phenomenological way. The number and type (flavor) of quarks contained in each cavity depends on the quantum numbers of the hadron of interest. The S.M.I.T. bag model should not be thought of as a fundamental theory but rather as a good guess to the description of hadron mass spectroscopy in a phenomenological way. One of the first things that one can calculate is the quark wave function, q . This is done by considering the solutions of the free Dirac Equation

$$(-i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma^0 \omega + m) q = 0 \quad (1)$$

inside a spherical cavity of radius R where m is the mass of the quark inside the cavity and ω is its total energy (or frequency) to be defined later. Outside the cavity the wave function, q , is zero. Of course, the Dirac Equation always gives rise to two modes. The S.M.I.T. bag model makes use of only one mode; however, as we shall see in one of the applications to be discussed here, both modes can be used simultaneously. If one then imposes a linear boundary condition on the cavity surface such as

$$-i \vec{\gamma} \cdot \hat{f} q = q \quad (2)$$

(which insures that the Current vanish on the surface) and a quadratic boundary condition on the cavity surface such as

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{q}q) = \text{const} \quad (3)$$

(which allows for the existence of spin $1/2$ quarks inside the bag, only), then for an S-wave quark inside the cavity one obtains for each parity one solution apiece². Namely

$$q(r, \chi, K = -1) = \frac{N(r, \chi, K = -1)}{\sqrt{4\pi}} \begin{matrix} j_0\left(\frac{\chi}{R} r\right) U \\ - j_1\left(\frac{\chi}{R} r\right) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} U \end{matrix} \quad (4)$$

$$q(r, \chi, K = 1) = \frac{N(r, \chi, K = 1)}{\sqrt{4\pi}} \begin{matrix} j_1\left(\frac{\chi}{R} r\right) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} U \\ j_0\left(\frac{\chi}{R} r\right) U \end{matrix} \quad (5)$$

where $K = \pm 1$ refers to the different parity (mode) states, the j_l are spherical Bessel functions, U are the two component Pauli spinors, $N(K)$ are the normalizations such that

$$\int_0^R d^3x q^\dagger(K) q(K) = 1 \quad (6)$$

and

$$E = \left(\frac{\omega - m}{\omega + m} \right)^{1/2} \quad (7)$$

$$\omega = \frac{1}{R} [\chi^2 + (mR)^2]^{1/2} \quad (8)$$

The eigenvalue, χ (mR), satisfies the eigenvalue equation

$$\tan \chi = \frac{\chi X}{K - KmR + \omega R} \quad (9)$$

which emerges when solving eqn. 1 in a spherical cavity of radius R together with the above boundary conditions. The S.M.I.T. bag model takes $K = -1$.

The S.M.I.T. bag model mass formula which is used to describe the hadron masses can be written

$$M = E_O + E_V + E_Q + E_M + E_E \quad (10)$$

It is important, at this point, to state once again that our objective here is not to elucidate upon all of the existing scenarios of bag models but rather to concentrate on the S.M.I.T. bag itself. Later we will provide some selective modifications and applications to the S.M.I.T. bag model. Thus, as far as eqn. 10 is concerned, the first two terms (although somewhat debatable) are phenomenological representations of quantum fluctuations of the quark fields.

$$E_0 = -Z_0/R \quad (\text{zero-point energy}) \quad (11)$$

$$E_V = \frac{4}{3}\pi BR^3 \quad (\text{volume term}) \quad (12)$$

The coefficients Z_0 and B are parameters to be determined later (Z_0 is dimensionless and B has dimensions of pressure necessary to keep R finite). The third term

$$E_Q = N_0 \omega(m_0, R) + N_S \omega(m_S, R) \quad (13)$$

is the quark total energy term where N_0 is the total number of u and d quarks, N_S is the total number of S quarks, and ω is defined in eqn. 8. The terms E_M and E_E represent the quark-quark colour magnetic interaction and colour electric interaction respectively. The S.M.I.T. bag model contains only contributions to lowest order in $\alpha_c = g^2/4\pi$, the quark-gluon coupling constant (in principle higher orders of α_c can be included in a straightforward way). Thus

$$E_M = -\frac{\alpha_c}{R} \sum_a \sum_{i < j} \lambda_i^a \lambda_j^a \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j f(m_i, m_j, R) \quad (14)$$

and

$$E_E = \frac{\alpha_c}{R} \sum_a \sum_{i < j} \lambda_i^a \lambda_j^a g(m_i, m_j, R) \quad (15)$$

where a is the colour index, i and j are quark indices, λ_i^a are the Gell-Mann colour matrices, f and g are expressible in terms of the j_i 's. We note that for hadron states having no net strangeness, E_E is identically zero. In eqns 14, 15 α_c is taken to be a parameter to be determined later, as well as the quark masses m_u , m_d , m_S .

Now in order to insure that for a given mass the bag is the smallest, a minimization procedure is employed. Namely

$$\left. \frac{\partial H}{\partial R} \right|_{R=R_0} = 0 \quad (16)$$

Thus the mass of a given hadron is $M(R)$. As for the six parameters, m_u and m_d are taken to be zero and a fit to the p, Δ, Ω^* and ω masses is performed to determine the other four parameters. The result is $B^{1/4} = 0.145$ GeV, $Z = 1.84$, $\alpha = 0.55$ and $m_s = 0.279$ GeV. Except for the pion mass which is off by a factor of two (all quark models suffer in describing the pion), the S.M.I.T. bag model as described above gives good predictions of the low lying hadron mass spectrum (this does not include c, t or b quarks).

Applications

Our first example of an application of the S.M.I.T. bag model is the calculation of the $K^0 - \bar{K}^0$ transition amplitude which can be used in determinations of the $K_L - K_S$ mass difference³. The amplitude to be calculated is

$$M = \langle \bar{K}^0 | O_{JJ} | K^0 \rangle \quad (17)$$

where

$$O_{JJ} = [\bar{\psi}_s \gamma_m (1 - \gamma_5) \psi_d] [\bar{\psi}_s \gamma^m (1 - \gamma_5) \psi_d]. \quad (18)$$

Here ψ_s and ψ_d are the s and d quark wave functions. If one thinks in terms of diagrams, the lowest order contribution to eqn 17, using the Weinberg-Salam (WS) model, has a scattering term

The annihilation term is just the crossed graph. The Lagrangian for this process can be written

$$\mathcal{L}_{off} = C O_{JJ} + H.C. \quad (19)$$

where C depends upon the quark mixing angles, masses of W^+ and masses of the different quark flavors. More discussion on the approach to determination of these variables will be briefly discussed later along with mass differences.

Thus, given quark wave functions one can calculate M . The technique is to quantize the classical S.M.I.T. bag model wave functions and use them in eqn 17. After several pages of algebra or a short computer program, one obtains for the kaon (bag radius of 3.26 GeV^{-1})

$$M_{\text{bag}} = .72 \times 10^{-2} \text{ GeV}^3 \quad (20)$$

This calculation involves very sensitive cancellations which are not made readily apparent in a computer code. Be that as it may M_{bag} above is about 60% smaller than M_{vac} (saturated with the vacuum).

$$M_{\text{bag}} = .42 M_{\text{vac}} \quad (21)$$

This implies that the $K_L - K_S$ mass difference as calculated with the M.I.T. bag is $\sim 60\%$ smaller than that calculated in the vacuum.

The sketchely described calculation above can in principle be applied to the D(cu) and B(bu) mesons, for example^{4,5}. However, the S.M.I.T. bag model does not predict these meson masses nearly as well as in the K(sd) case⁶. Indeed, in the case of the B meson, empirical evidence is rather scarce. Thus the same methods as used above will have more uncertainty than ever. Bearing this in mind, however, we present here our preliminary results on the D - D transition amplitude employing the M.I.T. bag model. For a bag radius of 2.8 GeV^{-1} we obtain

$$M_{\text{bag}} (D - \bar{D}) = -.85 \times 10^{-1} \text{ GeV}^3 \quad (22)$$

Further discussion on mass differences and their connections to mixing angles cannot be presented here because of its length⁴. However, I can say that it involves the use of the Kobayashi-Maskawa parameterization of weak interactions. With the present state of affairs, bounds can be placed on the mixing angles but that is about as definite as one can be.

The second and final application of the S.M.I.T. bag model to be discussed here is to $q^3 \bar{q}^3$ states of hidden colour⁷. Our discussion is based solely on the S.M.I.T. bag which contains S-wave quarks. We make no attempt to introduce P-wave quarks or alter the shape of the bag. Yet, our framework, which is similar to shell model calculations of nuclei, allows for hadron quantum number assignments just as was done with $q \bar{q}$ and $q^3 \bar{q}^3$ hadrons in the beginning of my talk but differs because we can now keep track of the colour content. Consider E_M of eqn 14 (here we set $E_0 = 0$). This is exact for states having no net strangeness and for states having net strangeness, E_S contributes no more than, say, 1% to the mass). If we follow Jaffe⁸ and write

$$E_M = -\frac{C}{R} \bar{\bar{r}} (\bar{M}R) \sum_a \sum_{i < j} \lambda_i^a \lambda_j^a \frac{1}{\sigma_i \sigma_j} \quad (23)$$

then the summations can produce the usual multiplet formula

$$\sum_{a, i < j} \lambda_i^a \lambda_j^{a*} \sigma_i \sigma_j = -\frac{8}{3} [n(n-6) + S(S+1) + 3I(I+1)] \quad (24)$$

and the colour degrees of freedom are not transparent. That is, eqn 24 is good for colour singlet hadrons, but as we shall see a colour singlet hadron can be made in different ways. In eqn 24, n = total number of quarks, S = hadron spin, and I = hadron isospin. On the other hand Jaffe showed that the summations may be expressed solely in terms of the quadratic group invariants (Casimir operators) of $SU(2)$, $SU(3)$ and $SU(6)$. This latter representation enables the colour content of a given quark configuration to make itself transparent. Using this formulation we find, for example, that the possible $SU(6)_{CS}$ (C = colour, S = spin) representations of three quarks are $[21]$, $[111]$ and $[3]$ (provided $E_{33} = 0$). The representations $[21]$ and $[111]$ are colour singlets and correspond to N and Δ degrees of freedom respectively. Because $[3]$ is a colour non-singlet it cannot, as the folklore goes, represent a physical hadron. Now let us look at states made from $q^3 \bar{q}^3$. We find the usual colour singlets: $[21] \times [\bar{2}\bar{1}] (N\bar{N})$, $[111] \times [\bar{1}\bar{1}\bar{1}] (\Delta \bar{\Delta})$, $[21] \times [\bar{1}\bar{1}\bar{1}] (N \bar{\Delta})$ for example. We also find colour singlet states made of $[3] \times [\bar{3}]$. When we compute the masses of these $[3] \times [\bar{3}]$ states using the M.I.T. bag model, we obtain a plethora of masses, one of which is at 1820 MeV ($J_{PC}^{PC} = 1^{--}$) which is curiously near an observed $e^+ e^-$ state having a mass of 1825 MeV ($J_{PC}^{PC} = 1^{--}$). Remember that our calculation is based upon S -wave quarks and six of them at that. We have not computed any decay rates (which are necessary if a correspondence between experiment and our predicted states are to be made but since our $[3] \times [\bar{3}]$ states are composed of non-colour singlet pieces, it is not likely that the $[3] \times [\bar{3}]$ states will decay. Thus we guess narrow widths. Our lowest lying $[3] \times [\bar{3}] q^3 \bar{q}^3$ state has a mass of 1275 MeV ($J_{PC}^{PC} = 0^{++}$) and contains an ss pair.

What I have set out to do here is give a clear description of the S.M.I.T. bag model of hadrons together with two rather brief descriptions of selective applications. I hope that I have fulfilled at least part of my goal.

References

- 1) T. DeGrand, R.L. Jaffe, K. Johnson and J. Kiskis, Phys. Rev. D12, (1975) 2060.
 - 2) Colour Quarks and the Nucleon-Nucleon Interaction, Stony Brook mini-conference (1978), unpublished
 - 3) R. Shrock and S.B. Treiman, Phys. Rev. D19, (1979) 2148
 - 4) W.W. Buck and K. Kang, in preparation
 - 5) S.K. Bose and E.A. Paschos, Dortmund preprint. These authors obtain independently some of the results found in ref.4.
 - 6) W.A. Ponce, Phys. Rev. D19, (1979) 2197
 - 7) These states were first calculated by W.W. Buck and D. Strottman, Los Alamos report LA-UR-79-397, unpublished.
 - 8) R.L. Jaffe, Phys. Rev. D15, (1977) 281
- * This talk is based upon work found in references 4 and 6.

Table 1. The masses in MeV of the lowest lying $q^3\bar{q}^3$ states as estimated using the MIT bag model. The first column contains the $SU(6)_{CS}$ representation of the quarks and antiquarks and the dimensions of the $SU(3)_F$ representation. Entries with an asterisk indicate a state having an odd number of s quarks.

[F]	x	[F]	0^{-+}	J^{PC}	1^{--}
[3]	x	[$\bar{3}$]	1275		1825
$\underline{1}$	x	$\underline{1}$	2075		2400
[3]	x	[$\bar{21}$]	1950*		1625*
$\underline{1}$	x	$\underline{8}$			1875
					2100*
[21]	x	[$\bar{21}$]	1400		1650
$\underline{8}$	x	$\underline{8}$	1625*		1800
			1850		1875*
			1925		2075
[21]	x	[$\bar{111}$]	2225		2250
$\underline{8}$	x	$\underline{10}$			
[111]	x	[$\bar{111}$]	1950		1950
$\underline{10}$	x	$\underline{10}$			2125*

**JOINING THE QUARK THEORY TO THE HADRON EXCHANGE
THEORY OF INTERACTIONS**

Earle Lonon

Introduction

The quantum relativistic field theory of hadron exchange has in recent years provided an excellent description of medium and long range forces ($r > \frac{1}{2} \mu^{-1}$) for low energy nucleon-nucleon interactions ($E_L < 350$ MeV). We demonstrate here that the successful application of this approach can be extended to medium energies ($350 \text{ MeV} < E_L < 1000$ MeV) after including the effect of the coupling of the nucleon-nucleon to nucleon-isobar channels.

In the light of the present emergence of quantum chromo-dynamics (QCD) as a more fundamental theory than the hadronic field theory (HFT) of strong interactions one must examine the implications of the above successes and those in other areas of strong interactions, such as nuclear structure and reactions, that have neglected quark degrees of freedom entirely. Can one explain all those facts and predict in addition short range, quark dependent effects directly from QCD without recourse to HFT results in some way? Or does one utilize HFT as a valid approximation to QCD at longer ranges and leave the direct use of QCD for short range phenomena?

The latter view is desirable because of the difficulty of QCD calculations outside of the short range region of asymptotic freedom. Its feasibility is indicated a posteriori by the large amount of nucleon and nuclear data explained by HFT, which would otherwise have to be considered to be accidental. It also can be inferred a priori from the confinement of coloured objects expected theoretically and indicated by the present data. Full confinement seems to take place at about 1 fm, so that when hadrons are further apart than that distance their internal quark structure may well be hidden from each other.

The problem remains as to whether the regions of QCD asymptotic freedom and of a valid HFT approximation overlap, and, if so, of an appropriate way of joining the two regions. Below we demonstrate that both approximations may be reasonably good at inter-hadron distances of about 1 fm. We then discuss some extensions of the R-matrix or f-matrix methods as practised by Feshbach and Lomon⁽¹⁾ and, in relation to quark bags, by Jaffe and Low⁽²⁾, which can quantitatively join the two regions.

Low energy NN forces from HFT

It is convenient for many-body calculations to reduce HFT to an effective potential between hadrons that can be used in the Schrödinger equation. A systematic way of doing so has been given by M.H. Partovi and Lomon⁽³⁾. Such potentials have been derived by dispersion methods, most completely in the Paris Potential⁽⁴⁾ and to a more limited degree by Feynman perturbation methods⁽⁵⁾. The results are in agreement with each other in all but the central potentials where the latter lacks important intermediate isobar terms. The Paris potential is in good agreement with the data for laboratory energy $E_L \leq 350$ MeV without important contributions from phenomenological terms for $r > 0.8$ fm⁽⁵⁾.

The great successes of the shell model, optical model and other aspects of nuclear physics also imply that the nucleon degrees of freedom correctly describe low energy phenomena at distances greater than the internucleon spacing of a little over 1 fm.

Intermediate energy NN forces and HFT

For $E > 300$ MeV the effect of the thresholds of the higher mass coupled isobar-nucleon channels becomes important. In practice these branch points are not easily taken to account in the NN channel potential whose energy dependence is usually expanded about elastic threshold. The effect of the inelastic cut is easily seen to be that of an increasing attraction up to inelastic threshold from the dispersion relation contribution of the inelastic process to the elastic amplitude⁽⁶⁾

$$A_{\alpha\alpha'}(s) = \int_{s_1}^{\cdot} \frac{\rho_{\alpha\alpha'} L'(s') ds'}{s' - s} \quad (1)$$

where s_1 is the inelastic threshold of the square of the barycentric energy. The energy denominator is positive for $s < s_1$ for all s' and the contribution of the coupled channel process to $\rho_{\alpha\alpha'} L'(s')^{\dagger}$ is the absolute square of $\langle \alpha' L' | \alpha L \rangle$. Furthermore as s increases, $s < s_1$, the energy denominator decreases, leading to the increasing attraction. This effect is extended beyond threshold when the intermediate state angular momentum $L' > 0$ so that $\rho_{\alpha\alpha'} L'(s')$ is small near threshold. For strong interactions $\rho_{\alpha\alpha'} L'$ is expected to be large enough to cause substantial effects, including resonances.

Applications have been made to several particle systems⁽⁶⁾ by the explicit use of a potential matrix, including off-diagonal transition potentials, and coupled channel Schrodinger equations. The particular model used for nucleon-nucleon forces has been described before⁽⁷⁾ with the exception of the effect of the isobar widths. This is now taken care of by coupling to a continuum of channels of different isobar mass with a squared coupling strength proportional to the Breit-Wigner mass distribution of the isobar. The results fit all the low L phase shifts well. The fits to 3F_3 and 1D_2 states in which structure has been seen are shown in Figs. 1 - 4. A structure is also indicated, consistent with the data in 3P as shown in Figs. 5 and 6. Note that the resonances have been made very inelastic, as required by the data, by the non-zero width of the Δ particles. Otherwise η would be greater than 0.8 and δ would go through 90° .

The derivation of the nucleon-nucleon component of the potential matrix and the range and strength of the transition potentials used indicate that a coupled channel theory using HFT can explain the data for $E_L < 1$ GeV. Any quark structure effects from the core at $r < \frac{1}{2} \mu^{-1}$ do not seem to be important in explaining the data. The widths and inelasticities are given naturally by the range of the energy independent transition forces.

Low energy NN forces and quark bags

De Tar⁽⁸⁾ has extended the M.I.T. Bag Model to NN forces by constraining the centre-of-masses of two groups of three quarks in a 6-quark bag to have a fixed relative distance. The resulting first order energy is interpreted as a potential between the nucleons. As such it is qualitatively successful having a soft repulsive core and an attractive intermediate range. But the radius of the repulsive region is only about half of what it needs to be for such soft cores and the attraction at 1 fm is three times larger than that given by meson exchange theory or required phenomenologically. Beyond 1 fm the effects of applying confinement to a pair of colour singlets are severe; the potential does not decay exponentially, but soon becomes repulsive.

There are difficulties associated with centre-of-mass motion, effective masses, non-adiabatic terms and bag dynamics, as well as fundamental questions about the applicability of the bag model in these circumstances. Improvements will be difficult but should be most feasible for the short range interaction, which depends mostly on the spherical bag properties and regions of asymptotic freedom.

Dibaryons and Quark Bag state energies

Attempts have been made to relate the dibaryons seen in recent experiments⁽⁹⁾ to the energies of 6-quark bag states with the same quantum numbers by Jaffe⁽¹⁰⁾ and the Nijmegen⁽¹¹⁾ group. The latter has the most up-to-date set of relevant calculations for spherical and deformed, rotating bags. The lowest states equivalent to the experimental 2-nucleon states [The deuteron and the 1S_0 "anti-bound state" (1.88 GeV) the 3P_0 (2.15 GeV), 1D_2 (2.17 GeV), 1F_3 and 3F_3 (2.26 GeV), a $^3S_1 - ^3D_1$ or a $^3D_3 - ^3G_3$ (2.35 GeV) and the 1G_4 (2.5 GeV) resonances] range, with one possible exception, between 60 MeV and 280 MeV c.m. energy above the experimental states. Moreover the difference in energies is distributed uniformly. In particular the experimentally degenerate states (the deuteron and 1S_0 , and the 1F_3 and 3F_3 pairs) are in the bag model separated by 80 MeV and 130 MeV respectively if one chooses the low-lying examples. In addition there are several times as many other predicted states, of the same colour type, in the same region. Arguments have been given why some of the states should move down in energy and that others should be more difficult to see⁽¹¹⁾, but no quantitative approach has been offered.

The one possible exception is the dibaryon at 2.35 GeV for which there is conflicting evidence as to whether it is a $^3S_1 - ^3D_1$ or a $^3D_3 - ^3G_3$ state⁽¹²⁾. There is a $^3D_3 - ^3G_3$ bag state predicted at 2.34 GeV.

Quark Bag states and the f-matrix

Jaffe and Low⁽²⁾ have recently pointed out that on removal of confinement a previously bound wave function may develop large exterior oscillations (see Fig.7) which implies a very large shift of the S-matrix pole, perhaps to another sheet. On the other hand the zero of the wave function remains fixed after the barrier is removed. This implies that the poles of the f-matrix remain fixed on removal of confinement, where

$$f \equiv P = \frac{b}{\Psi(b)} \frac{\partial \Psi}{\partial b} \quad (2)$$

and b is chosen at the radius of the zero. The radius b between the hadrons is obtained by integrating over the quark degrees of freedom for each colour singlet cluster. Using the approximations of Ref.2, $b = 1.14 R$ where R is the bag radius (see Fig.8).

The residues of the poles of the f-matrix are then estimated by completely removing the bag energy from colour singlet pairs. Branching ratios to different colour singlet pairs are assumed to be in proportion to their presence in the bag state, neglecting pairs of coloured states. In addition it is assumed that hadron-hadron forces are negligible beyond b.

With the above assumptions and approximations Ref.2 obtains a good correspondence to data on meson-meson reactions and also in the meson-baryon

sector, even in states where structure is weak or absent.

The nucleon-nucleon sector was examined by M. Sobatz⁽¹³⁾, ignoring the long-range interaction, and recently at IPN including the long range Paris Potential or the coupled channel interaction described above⁽⁴⁾. The results for the 3S_1 , 3D_1 , 1S_0 , 1D_2 , and 3F_2 states are illustrated in Fig.9. As indicated in the previous section the bag state energies are always several hundred MeV (laboratory energy) above the experimental structures.

There is improvement when the experimental f-matrix poles are compared to the bag state f-poles (at the same energies as the bag state S-poles). When the long-range interaction is neglected⁽¹³⁾ the experimental data implies an f-pole for the radius b, at $E_L = 335$ MeV and 275 MeV in the 1S_0 and ${}^3S_1 - {}^3D_1$ states respectively. This is considerably closer than the bound states to the bag state energies of 790 MeV and 605 MeV respectively. When the Paris Potential is used to connect the experimental S-matrix to the f-matrix at b, the f-matrix poles move to 575 MeV for the 1S_0 state and 525 MeV for the ${}^3S_1 - {}^3D_1$ state. The coupled channel interaction moves the ${}^3S_1 - {}^3D_1$ f-pole within a few MeV of the bag state energy (See Fig.9).

It is important to remember that the Paris Potential is not fitted to the data for $E_L > 350$ MeV nor does it predict the experimental structures. Hence it is not surprising that it does not predict f-poles near 600 MeV precisely. It is even less to be expected that it will properly predict the 1D_2 and 3F_2 bag-state f-poles near 1 GeV. In fact the curves of Paris Potential wave functions zeros in Fig.9 show that the first predicted f-poles in those states are well above 1 GeV, especially for the 3F_2 state. It can be seen that the coupled channel interaction provides lower zero-curves, improving the situation. However these latter curves have not yet been extended into the very inelastic region where a continuous family of wave-functions must simultaneously vanish at a given b and E_L .

The above illustrates that, despite the many approximations still inherent in it, the bag state f-matrix pole determination is much more meaningful than a direct comparison of S-matrix poles with confined colour singlet quark systems. Furthermore it is seen that long-range forces beyond the range of colour confinement can be very significant. A quantitative theory must deal successfully with the long-range forces as well as with the short range quark structure.

Improving the joining of quark and hadron regions

The HFT approximation to particle interactions can be expected to be a good approximation for inter-hadron distances greater than that of confinement, where quark degrees of freedom are hidden from the other hadron. This implies that HFT may be used for $r > b$ for all hadron exchanges, not just for Goldstone Boson exchange as in the Little Bag model⁽¹⁵⁾. We have shown evidence that in nucleon-nucleon interactions for which $b \approx 1.4$ fm, HFT gives good results for small distances, down to $r = 1.0$ fm or even 0.8 fm.

The presumed fundamental QCD theory is amenable to calculation in the region of asymptotic freedom, $r < b$ at which confinement effects are felt. However, unless there is a discontinuous transition from asymptotic freedom directly to confinement, at some $r_0 < b$ the higher order Q.C.D. effects will begin to increase rapidly to approach confinement. For the type of transition behaviour described in Ref.16 the region of transition is of the order of 0.2 of the confinement radius. Therefore r_0 is probably less than 1.2 fm in order to be within the range of asymptotic freedom. Above we

argued that $r_0 \approx 0.8$ fm in order to be in the range in which HFT is a good approximation. It is therefore plausible that the choice of an r between 0.8 and 1.2 fm will enable the joining of two relatively simple and calculable descriptions.

The f -matrix method as applied by Jaffe and Low,⁽²⁾ or with the inclusion of long-range forces in calculating the external f -matrix⁽¹⁴⁾ is deficient in several respects. It assumes the bag model and hence asymptotic freedom out to the bag boundary, it makes free hadron assumptions to obtain the equivalent two-hadron separation radius and to obtain the residues at the pole.

Furthermore it has been applied only in the vicinity of the poles. However, as was shown in Ref. 1a, the Wigner causality condition implies that in general

$$\frac{d f_{r_0}(E)}{dE} \leq 0,$$

and that when unitarity and time reversal conditions are also applied each component of the symmetric f -matrix satisfies

$$f_{r_0}(E) = f_0^{(r_0)} + \sum_{i=1} \frac{r_i(r_0)}{E - E_i(r_0)} \quad (3)$$

where the E_i are real and the r_i are positive. The limit $\frac{d f_{r_0}}{dE} = 0$ implies the limit of non-locality consistent with causality. In Ref.1 this and other arguments led to the choice of $r_0 \approx \frac{1}{2} \mu^{-1}$, where non-local effects become strong, and the assumption of an energy independent f -matrix. This worked well⁽¹⁶⁾ in fitting the NN data up to $E_c = 350$ MeV. In the light of the present discussion that is not surprising, as the first internal f -matrix pole occurs at $E_p = 600$ MeV even for $r_0 = b \approx \mu^{-1}$. The pole energies become higher as r decreases, justifying the core used in the Feshbach-Lomon nucleon-nucleon interaction for the energy range considered.

I propose two directions for improving the accuracy of the Jaffe-Low approach and for extending it to the energy continuum of hadron-hadron interactions.

(i) The use of two bag states as a basis for the internal quark wave functions which will be the approximate solution of a Hamiltonian that removes confinement of colour singlet pairs. The Hamiltonian may either be that of Ref.2 or it may include intermediate range interaction effects. The effective 2-body internal f -matrix need not be calculated at b where the bag wave functions may be unrealistic due to high order effects, but can be calculated at an $r_0 < b$ determined by the criteria discussed above. That $f_{r_0}(E)$ may then be used as the internal boundary condition on the external wave function computed with an HFT potential. This determines the S -matrix in a parameter free way.

(ii) One may do a formal R -matrix calculation (The R -matrix is the inverse of the f -matrix)⁽¹⁷⁾. In this case one chooses $r_0 < b$ as the formal (not physical) confinement radius suitable for determining the f -matrix poles and residues. The radius r_0 is fixed, not dependent on the energy of the state as is b . The internal Hamiltonian is known, because of asymptotic freedom, allowing the internal states to be calculated easily. The residues are non-vanishing because $\frac{d}{dr_0} = 0$, the condition for bag

stability, does not pertain. By the same token this differs from the "Little Bag" approach in which r_0 is considered to be the physical confinement radius and equilibrium is required. One can then construct $f(E)$ by Eq(3), only f being undetermined. It can be used as the single parameter of the calculation.

The problems of approach (ii) are associated with the reduction from the 6 quark degrees of freedom to the 2 hadron degrees of freedom. In particular the f -matrix will have off-diagonal terms connecting the colour singlet pairs to the coloured sub-systems. One must then say something about the coloured sub-system interaction for $r > r_0$, but less than the confinement radius for those sub-systems. One may use the linear inter-quark potentials that have been derived as a basis for these interactions. Alternatively one may revert to the Jaffe and Low use of $r_0 = b$ for which one can ignore the coloured sub-systems in the exterior. The price paid in the use of asymptotic freedom into the transition region.

The method for approach (i) is relatively simple when applied to the ground state in a given channel, whether it be the deuteron, or the quasi-states seen as the lowest resonances in each other partial wave. In those cases one uses a superposition of the first few bag states with the same quantum numbers, determining the coefficients by minimizing the energy of the assumed Hamiltonian. The one used by Jaffe and Low⁽²⁾ to remove confinement from colour singlet pairs is

$$H = H_{\text{bag}} - \Lambda_0 \frac{4}{3} \pi R^3 B \quad (4)$$

where Λ_0 is the projection operator into the colour singlet pair states and B is the bag pressure constant. As $\frac{4}{3} \pi R^3 B = 500$ MeV we see there is a possibility of correcting the bag state energies by less than 300 MeV needed to bring them into agreement with the experimentally observed states. For the deuteron, in which the first bag state is 280 MeV too high, $\Lambda_0 = 0.2$ so that at least the second ${}^3S_1 - {}^3D_1$ bag state will be required. In applying this approach one must take into account the non-orthogonality of the bag states, due to the energy dependence of R . In using approach (i) for the continuum the correct superposition of bag basis states may be determined by the criteria of absence of coloured states and the curvature of the colour singlet wave-functions at intermediate ranges.

The nucleon-nucleon system has been emphasized in the above discussion. However both the coupled channel calculations and the matching of HFT to QCD can be done without more difficulty for other hadron-hadron interactions. In particular the present attempts to predict baryonium states and $\bar{N}N$ interactions by $q^2 \bar{q}^2$ bag states, long range elastic scattering or annihilation can be unified by the above aspects.

References

1. (a) H. Feshbach and E.L.Lomon, *Ann.Phys. (N.Y)* 29, 19 (1964)
- (b) E.L.Lomon and H. Feshbach, *Ann.Phys. (N.Y)* 48, 94 (1968)
2. (a) R.L.Jaffe and F.E.Low, *Phys.Rev.* D19, 2105 (1979)
- (c) C.Roiesnel, *Phys.Rev.* D20, 1646 (1979)
3. M.H.Partovi and E.L.Lomon, *Phys.Rev.* D2, 1999 (1970)
4. W.N.Cottingham et al. *Phys.Rev.* D8, 800 (1973)
5. M. Lacombe et al, *Phys.Rev.* C21, 861 (1980)
6. E.L.Lomon, *Phys.Rev.* D1, 549 (1970)
7. E.L.Lomon, *Few-Body Systems and Nuclear Forces, Graz, 1978*, p.9 (Springer-Verlag)
8. C.De Tar, *Phys.Rev.* D17, 323 (1978)
9. Keisho Hidaka and Akihiko Yokosawa, preprint ANL-HEP-PR-79-25
10. R.L.Jaffe, *Phys.Rev.Lett.* 28, 195 (1977); Errata 28, 617 (1977)
11. A.Th.M.Aerts, P.J.G.Mulders and J.J. de Swart, *Phys.Rev.* D17, 260 (1978) and preprint *ThM - NNM-79.19*
12. T.Kamae et al, *Phys.Rev.Lett.* 42, 1321 (1979); H.Ikeda, preprint.
13. M.Sohatz, Senior Thesis, *Physios De t. Mass.Inst.of Tech.*, 1979
14. Private communication, M.Lacombe, B.Loiseau, E.Lomon and R.Vinh Mau
15. G.E.Brown and Manque Rho, *Phys.Lett.* 82B, 177 (1979)
16. C.G.Callen, R.F.Dashen and D.J.Gross, *Phys.Rev.Lett.* 44, 435 (1980)
17. Suggestion made by L. Castillejo

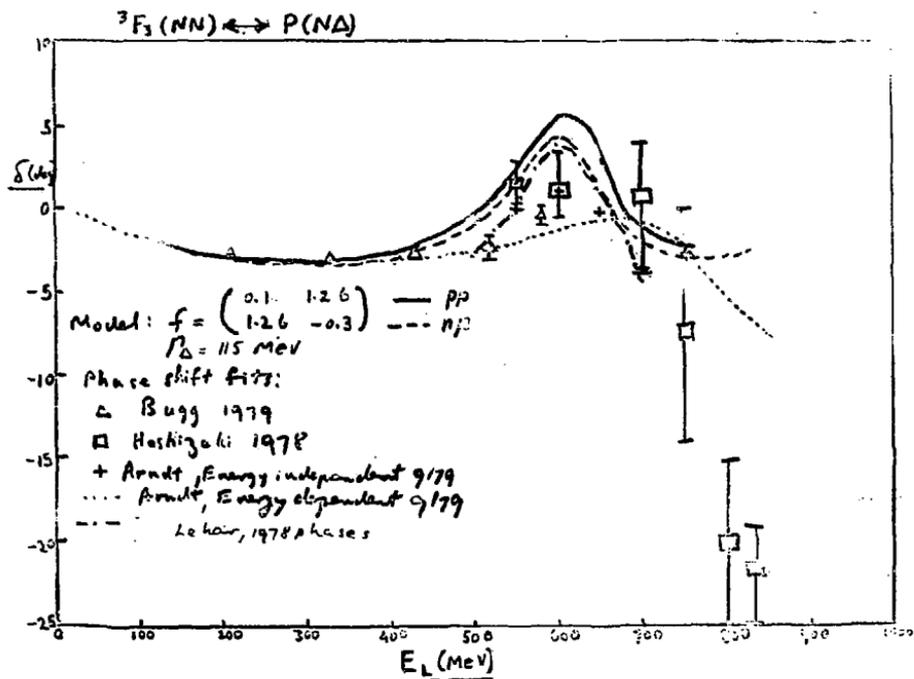


Fig. 1. The 3F_3 phase shift vs. E_L

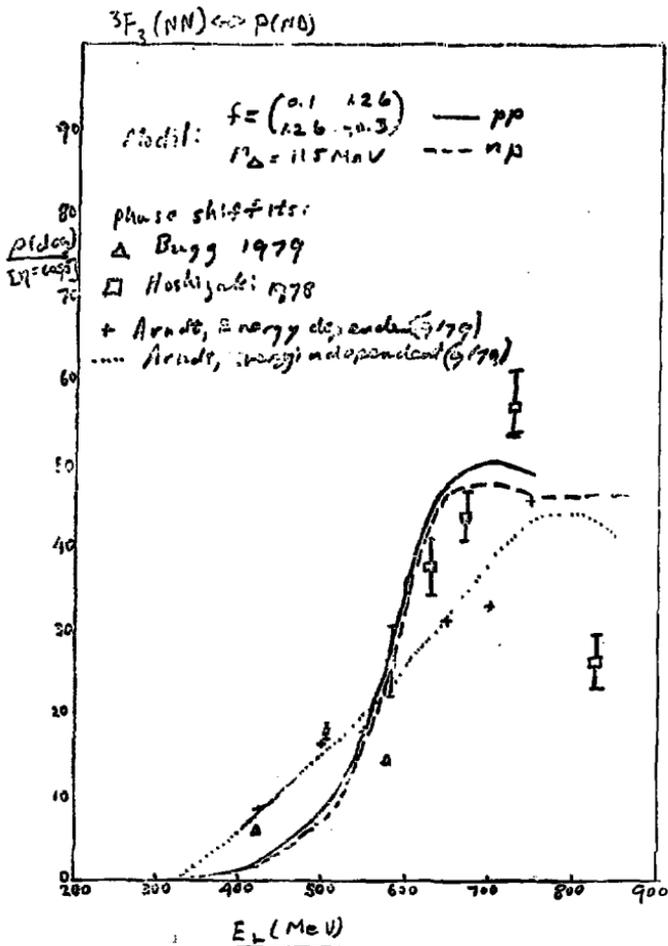


Fig. 2. The 3F_3 inelasticity vs. E_L

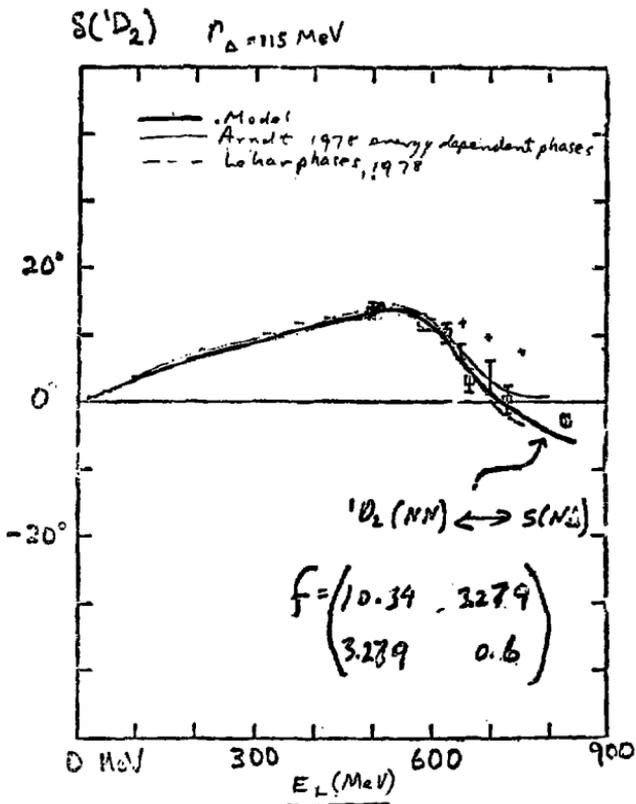


Fig. 3. The 1D_2 phase shift vs. E_L . Phase shift analysis points are indicated 's' in Fig.2.

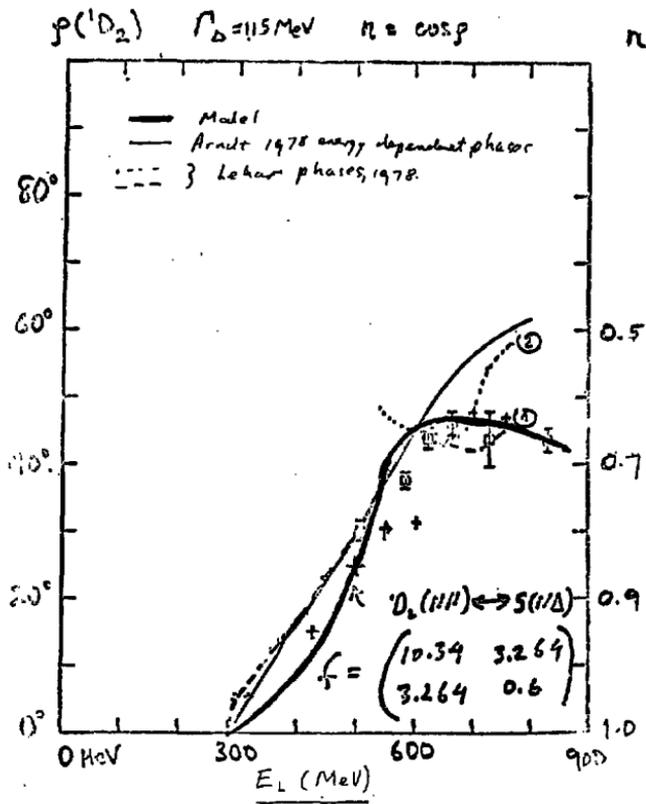


Fig. 4. The 1D_2 inelasticity vs. E_L . Phase shift analysis points are indicated as in Fig. 2.

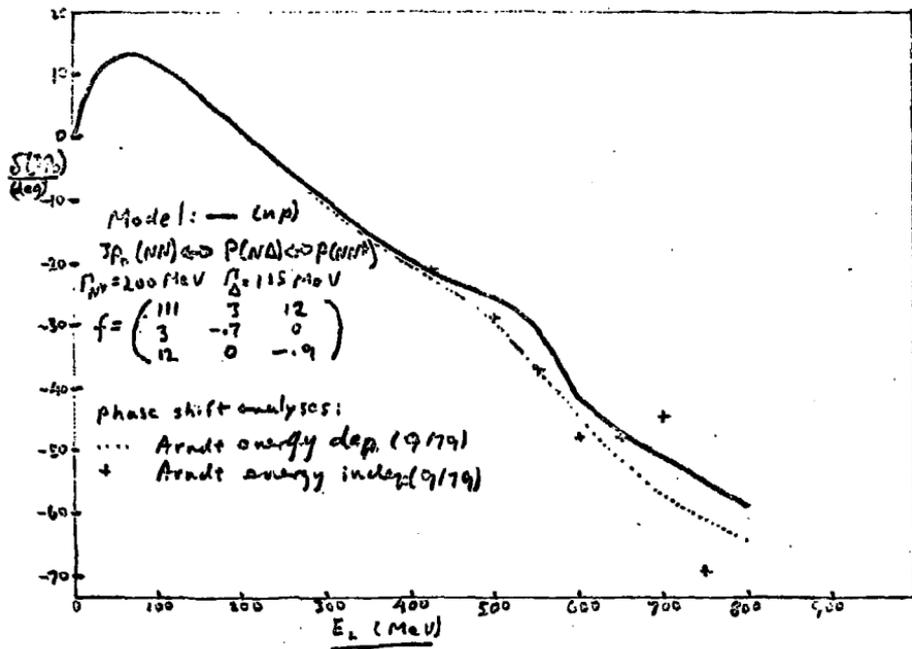


Fig. 5. The 3P_0 phase shift vs. E_L

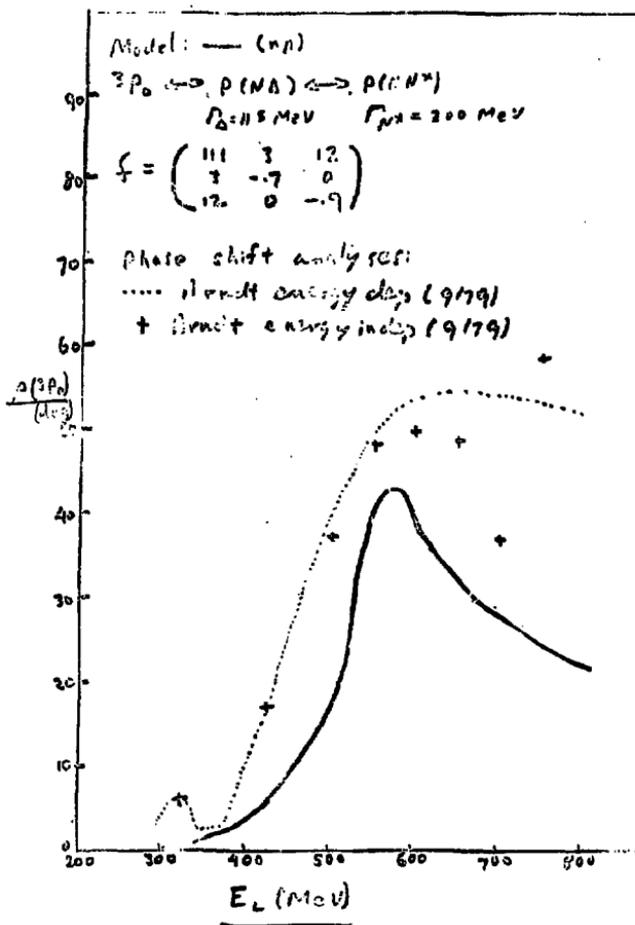


Fig. 6. The 3P_0 inelasticity vs. E_L

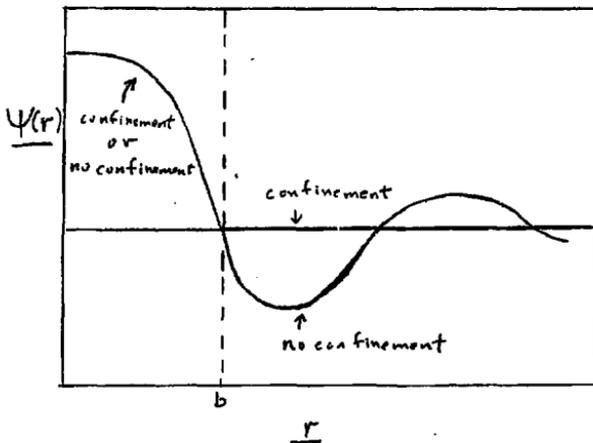


Fig. 7. Effect on wave function of removal of confinement. The confinement is imposed on interior wave function at $r = b$

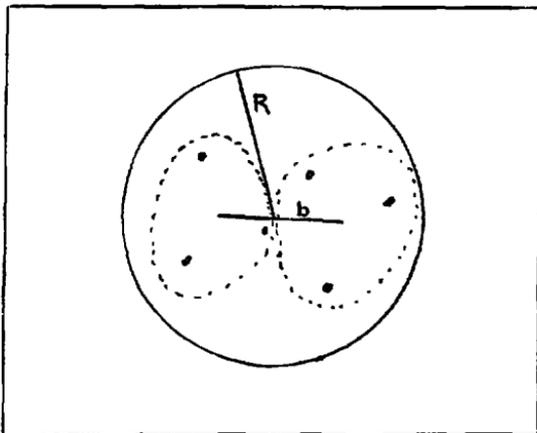


Fig. 8. Two baryon q^3 clusters in a quark bag of radius R . The distance between the center-of-masses of the two clusters is b .

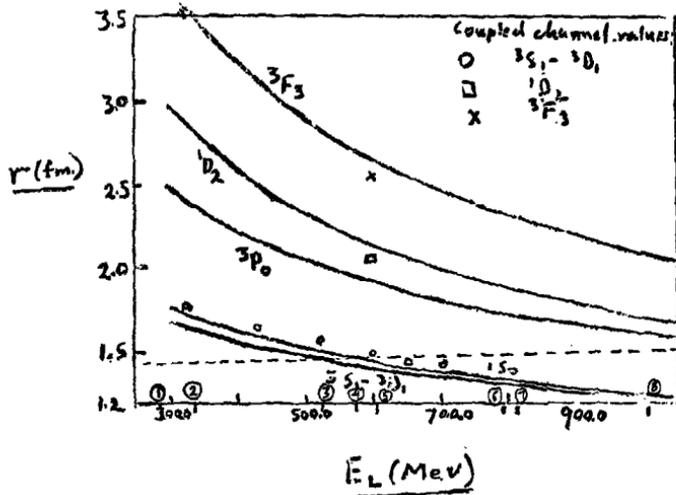


Fig. 9. Wave function zeros for several partial waves. The position of the zero is plotted vs the energy, E_L , at which it occurs. The solid lines are the zeros resulting from the Paris Potential. The indicated points are from the present coupled channel model. The dashed line is the bag radius $R(E_p)$. Indicated energies: (1) External ${}^3S_1 - {}^3D_1$ f-pole ignoring external interaction. (2) Same for 1S_0 state. (3) External ${}^3S_1 - {}^3D_1$ f-pole with Paris Potential. (4) Same for 1S_0 state. (5) The ${}^3S_1 - {}^3D_1$ bag state and the external ${}^3S_1 - {}^3D_1$ f-pole with coupled channel interaction. (6) The 1S_0 bag state. (7) The 3P_0 bag state. (8) The 1D_2 and 3F_3 bag states.

ETATS LIES DE QUARKS LOURDS

J.M. Richard

Résumé

Une revue de la phénoménologie du quarkonium est présentée. Le modèle des sacs motivés de QCD est décrit et appliqué aux systèmes lourds $q\bar{q}$, $Q\bar{Q}$ -gluon et QQQ .

Abstract

A review of the phenomenology of quarkonium is presented. The QCD motivated bag model is described and applied to the $q\bar{q}$, $Q\bar{Q}$ -glue and QQQ heavy systems.

Cet exposé commence par une revue des modèles phénoménologiques du quarkonium⁽¹⁾, avec une mention particulière pour les forces dépendant du spin, déjà abordées lors des précédentes "Journées d'Etudes"⁽²⁾. Nous examinons dans quelle mesure le succès partiel des modèles de potentiel fournit un test de la Chromodynamique Quantique (QCD). Les modifications de "liberté asymptotique" $\alpha_s \rightarrow \alpha_s(q^2)$ deviennent appréciables si l'on utilise le même potentiel pour des systèmes de plus en plus lourds (cc, bb, tt, ...). Pour les forces dépendant du spin, les corrections d'ordre $\alpha_s \ln q^2$ ne se réduisent pas à une substitution $\frac{\alpha_s}{q^2} \gamma_\mu \gamma^\mu \rightarrow \frac{\alpha_s(q^2)}{q^2} \gamma_\mu \gamma^\mu$ comme cela est souvent écrit, mais donnent lieu à des effets plus subtils⁽³⁾.

La deuxième partie est consacrée à une présentation du modèle des sacs inspiré par la QCD. Dans le cas de quarks lourds, l'approximation de cavité faite par le groupe de MIT pour les hadrons ordinaires n'est absolument pas justifiée. Il semble par contre raisonnable d'utiliser une approximation adiabatique (à la Born-Oppenheimer) pour calculer l'énergie potentielle d'un système de quarks, et d'insérer ensuite cette interaction dans l'équation de Schrödinger⁽⁴⁾. Cette méthode est appliquée avec succès à la famille du J/ψ et à celle du T . Une caractéristique importante de ce modèle est de prédire un riche spectre d'excitations gluoniques. En particulier, il y a de fortes chances pour qu'un état $b\bar{b}$ -gluon exotique $J^{PC}=1^{-+}$ se trouve sans le seuil $B\bar{B}$ et soit donc assez étroit. Sa découverte constituerait la première indication directe de la présence de gluons colorés à l'intérieur des hadrons⁽⁵⁾.

Enfin, le modèle des sacs peut-être utilisé pour déterminer le potentiel entre trois quarks dans un baryon lourd, une caractéristique importante de l'interaction de longue portée est d'être constituée de forces à trois corps, ce qui contraste avec la plupart des potentiels empiriques utilisés jusqu'à présent pour les baryons, qui sont du type $\sum V(r_{ij})$. L'équation de Schrödinger est résolue à l'aide du formalisme hypersphérique⁽⁶⁾, qui s'avère particulièrement efficace dans ce cas⁽⁷⁾.

References

- 1) Pour une revue générale, voir, par exemple, J.D. Jackson, C. Quigg, J.L. Rosner, dans les Comptes rendus de la Conférence de Tokyo (1978).
Pour les aspects plus mathématiques, voir C. Quigg, J.L. Rosner, Physics Reports 56C, (1979)167 et H. Grosse et A. Marin, Physics Reports (à paraître).
- 2) J.M. Richard, Comptes rendus d'Aussois 1978.
- 3) M. Dine, Phys. Lett. 81B(1979) 339;
H.J. Schnitzer, Phys. Rev. D19(1979) 1566;
J.M. Richard, D.P. Sidhu, Phys. Lett. 83B(1979) 362
- 4) P. Hasenfratz, J. Kuti, Phys. Rep. 40C(1978) 75.
- 5) P. Hasenfratz, R.R. Horgan, J. Kuti, J.M. Richard, preprint CERN-TH 2837.
- 6) Voir par exemple M. Fabre de la Ripelle in "Proc. of International School on Nuclear Theory Physics", Predeal, Roumanie, Septembre 1969.
- 7) P. Hasenfratz, R.R. Horgan, J. Kuti, J.M. Richard, preprint CERN-TH 2838.

AN ATTEMPT TO DERIVE THE HADRON MASS SPECTRUM
FROM THE TOPOLOGICAL EXPANSION

B. Nicolescu

The Dual Topological Unitarization approach to S-matrix theory, which is quite successful in the case of the mesons [1], was recently extended to include baryons. The necessity of considering a new "quantum" surface, viewed as the "source" of internal quantum numbers and essentially responsible for the quark confinement, was recognized [2]. This "quantum" surface is 2-dimensional, closed and oriented and has to be considered in addition to the usual 2-dimensional and bounded "classical" surface [1], which describes the space-time structure of hadron collisions. A self-consistent definition of ordinary and multi-quark hadrons, quarks and gluons, based upon this "quantum" surface, was found [3]. Finally, a complete topological bootstrap theory, involving both the "quantum" and "classical" surfaces, was formulated [4].

For the purpose of the present work we follow closely the description of the "quantum" surface given in refs. 2 and 3, the space-time aspects of hadron collisions being taken into account in a conventional way [5].

Namely, we use the lowest-order topological bootstrap framework to calculate hadron masses by imposing duality on an infinite sum of ladder graphs generated from spherical unitarity. By making a certain simple dynamical approximation, we derive an explicit generic Regge-trajectory formula for any given process. If we then make certain reasonable dynamical assumptions and require simultaneous consistency for entire sets of processes we are able to calculate the masses of all the lowest meson, baryon and multi-quark states involving u and d quarks, and the Regge trajectories associated with each of them [5]. The only arbitrary parameter is the mass of the ρ , which merely serves to set the mass scale.

The results which are in fact independent of the universal mass-scale parameter are listed in table 1.

Table 1 : Results independent of the universal mass-scale parameter.

a) Relations between the Regge trajectories

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{\rho} - \alpha_{\pi} = 1/2 \\ \alpha_{\Delta} - \alpha_N = 1/2 \\ \alpha_{\rho} - \alpha_{\bar{\Delta}} = 1/4 \\ \alpha_{M_2^1} - \alpha_{M_1^2} = \alpha_{M_1^1} - \alpha_{M_0^1} = 1/2 \\ \alpha_{\rho} - \alpha_{M_2^4} = 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \alpha_{B_{S=1/2}^n} - \alpha_{B_{S=3/2}^n} = \alpha_{B_{S=5/2}^n} - \alpha_{B_{S=7/2}^n} = 1/2 \\ \alpha_{\rho} - \alpha_{B_{S=1/2}^n} = 9/4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_{M_{S=1}^n} - \alpha_{M_{S=2}^n} = \alpha_{M_{S=3}^n} - \alpha_{M_{S=4}^n} = \alpha_{M_{S=5}^n} - \alpha_{M_{S=6}^n} = 1/2 \\ \alpha_{\rho} - \alpha_{M_{S=2}^n} = 3 \end{cases}$$

$$\alpha_{\mathcal{D}_S} = \alpha_{M_S^n}, \quad S = 0, 1, 2, 3$$

b) The numerical values of the intercepts of the leading Regge trajectories within a given class of hadrons

Trajectories	ρ	Δ	M_2^n	$B_{3/2}^n$	M_3^n	\mathcal{D}_3
$\alpha(0)$	$\alpha_{\rho}(0) = -\alpha;$ $c = -0.49$	0.24	-0.51	-1.76	-2.51	-2.51

In table 1, B_S^n denotes baryons with spin $S=1/2, 3/2, \dots, n/2$, each of which can have mass-degenerate $I=1/2, 3/2, \dots, n/2$ states and M_S^n denotes mesons with spins $S=0, 1, \dots, n/2$, each of which can have mass-degenerate $I=0, 1, \dots, n/2$ states, n being the total number of quarks plus antiquarks in a hadron state. \mathcal{D} denotes dibaryon ($B=2$) states. The numerical value of the constant c is a result of the dynamical assumptions leading to our generic formula (see ref.5).

One can note, from table 1, that we obtain the correct spacing between the ordinary meson and baryon trajectories, and that the theoretical values of their intercepts are in agreement with the well-known phenomenological estimates of these intercepts. Also, the intercepts of the leading baryonium trajectories

$$\alpha_{M_{1/2}^n}(0) = -0.508, \quad \alpha_{M_1^2}(0) = -1.008, \quad \alpha_{M_0^4}(0) = -1.508$$

should be compared with the average intercept of $-0.75 \pm .2$ obtained on the basis of a phenomenological analysis of t -channel exotic ($I = 2$) reactions [6].

Taking $m_{\rho} = 0.776$ GeV, which we use to set our energy scale, we obtain $\alpha' = 0.85$ GeV $^{-2}$ and the predicted values [5] of the masses of ordinary mesons (M^2), ordinary baryons (B^2), baryoniums (M'), five-quarks baryons (B^3), six-quark

mesons (N^6) and dibaryons ($\bar{2}$).

The stability of multiquark hadrons in the Topological Bootstrap (e.g. the stability of Baryonium against meson decay) is due to a very general mechanism: the non-contractibility of certain triangulation patterns. The fact that the ordinary Baryons and the multiquark states appear on the same topological complexity level as the ordinary mesons implies the existence of certain selection rules, which constitute a generalization of the OZI rule [3]. These selection rules can explain some of the paradoxical aspects of the physics of multiquark states.

We expect multiquark states generally to have a normal width. If narrow multiquark states are to exist, they must lie near or below certain "stability thresholds" (the barrier which involves narrow widths is not an angular momentum barrier but a "topological barrier"). One can predict that sharp multiquark states, if they exist at all, will be those of lowest mass and lowest angular momentum. They are therefore rare events.

It is interesting to note that four of our predicted baryonium states [5] are below the NN threshold, and therefore they are expected to be very narrow. We also expect narrow five-quark baryons in the region around 1.96 Gev and narrow six-quark mesons and dibaryons in the region around 2.18 Gev.

We are now exploring several other aspects of the Dual Topological Unitarization approach. Namely, we are computing the effects of the insertion of baryon-antibaryon loops in the meson propagators, at any order of the topological expansion [7]. We are also studying the topological relationship between the hadron total cross-sections as a result of the introduction of the new concept of "quantum" surface [8].

References

- [1] G.F. Chew and C. Rosenzweig, *Phys. Rep.* 41 (1978) 263.
- [2] G.F. Chew, *Nucl. Phys.* B151 (1979) 237 ;
Phys. Lett. 82B (1979) 439 ;
see also G.F. Chew, J. Finkelstein, J.P. Sursock and
G. Weissmann, *Nucl. Phys.* B136 (1978) 493.
- [3] G.F. Chew, B. Nicolescu, J. Uschersohn and B. Vinh Mau,
Topological Quark-Gluon Structure of Elementary Hadrons
beyond Mesons and Baryons, CERN preprint TH-2635 (1979) ;
see also B. Nicolescu, Invited Talk, Proceedings of the
XIVth Rencontre de Moriond (1979), edited by
J. Tran Thanh Van.
- [4] G.F. Chew and V. Poenaru, "Topological Bootstrap Theory",
Berkeley preprint LBL-9768 (1979).
- [5] L.A.P. Balázs and B. Nicolescu, "Spherical Bootstrap
Calculation of qq \bar{q} -Baryon and Multiquark-Hadron Masses",
Orsay preprint IPNO/TH 79-66 (1979) (to be published in
"Zeitschrift für Physik C") and references quoted therein.
- [6] B. Nicolescu, *Nucl. Phys.* B134 (1978) 495.
- [7] P. Gauron, B. Nicolescu, S. Ouvry and J. Uschersohn
(in preparation).
- [8] P. Gauron, B. Nicolescu and S. Ouvry (in preparation).

**LEPTONS, QUARKS ET HADRONS DANS UNE
MEME APPROCHE GEOMETRIQUE**

E. Elbaz

La méthode que nous présentons ici est un résumé de trois articles récents que nous avons publiés avec J. Meyer sur une approche géométrique des leptons [1], des quarks [2] et des hadrons [3]:

L'idée de départ est de H. Harari [4] et M.A. Shupe [5] qui ont proposé d'admettre que leptons et quarks étaient formés à partir des mêmes constituants (rishon pour Harari et quip pour Supe). Nous avons utilisé comme point de départ l'existence de deux rishons, états quantiques de spin $\frac{1}{2}$ chargé (rishon T) et neutre (rishons V). Ces rishons sont supposés être des vecteurs d'un espace quantique abstrait et leur duals seront les antivecteurs \bar{T} ($S=\frac{1}{2}$ $Q=-\frac{1}{2}$) et \bar{V} ($S=\frac{1}{2}$ $Q=0$) correspondants.

À partir de ces vecteurs, on construit des pseudo-vecteurs (tenseurs de rang 1) $T^* = TAT$ ($S=0$ $Q=\frac{2}{3}$) et $V^* = VAV$ ($S=0$ $Q=0$) et les antipseudo-vecteurs correspondants \bar{T}^* ($S=0$ $Q=\frac{2}{3}$) et \bar{V}^* ($S=0$ $Q=0$). L'espace quantique abstrait dans lequel sont définis les précédents vecteurs est un espace orthonormal complet :

$$R \cdot R = 1 \qquad R = T \text{ ou } V \qquad (1)$$

$$\underline{\underline{i}} \cdot \underline{\underline{R}} + \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{j}} = \underline{\underline{i}} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{j}} = \underline{\underline{i}} \cdot \underline{\underline{j}} = \delta_{ij} \qquad (2)$$

on ajoutera à cela la règle de pincements sur trois lignes habituellement utilisées en méthode graphique [6,7].

I Les leptons

On admet comme postulat de base que les seules observables sont les invariants (scalaires) de l'espace quantique précédent ce qui conduit à définir les leptons par

$$l = R \cdot R^* = \begin{array}{c} R \\ \swarrow \searrow \\ R \end{array} \quad \text{si } R = V \quad l = \nu_e \quad (3)$$

$$R = T \quad l = e^+$$

tandis que les bosons d'échange de l'interaction seront

$$\begin{array}{c} R \cdot \\ \swarrow \searrow \\ R \end{array} + \begin{array}{c} \bar{R} \\ \swarrow \searrow \\ R \end{array} = \begin{array}{c} R \cdot \\ \swarrow \searrow \\ R \cdot \end{array} \begin{array}{c} \bar{R} \\ \swarrow \searrow \\ R \end{array} = \quad (4)$$

Si $R = T$ on trouve le γ
 Si $R = V$ on trouve le Z^0

Le boson intermédiaire chargé sera représenté par :

$$W^+ = \begin{array}{c} T \cdot V \\ \swarrow \searrow \\ T \cdot V \end{array} \begin{array}{c} T \cdot V \\ \swarrow \searrow \\ T \cdot V \end{array} \quad \text{et } W^- = \bar{W}^+ \quad (5)$$

On peut donc décrire avec ces hypothèses les leptons de la première génération (ν_e, e^-), la seconde génération (ν_μ, μ^-) et la troisième génération (ν_τ, τ^-) correspondant aux mêmes diagrammes à des énergies plus élevées.

II Les quarks

On définit la saveur f (ud) en première génération, (cs) en deuxième et (tb) en troisième génération) par le produit vectoriel.

$$q_c^f = f = R' \wedge R^* = \begin{array}{c} R \\ \swarrow \searrow \\ R' \end{array} \begin{array}{c} R \\ \swarrow \searrow \\ R' \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} R = T \quad R' = V \quad f = u \\ R = V \quad R' = T \quad f = d \end{array} \right. \quad (6)$$

Il est facile ensuite de déterminer les nombres quantiques de ces états (non observables) à partir des hypothèses de départ.

Le boson d'échange pour l'interaction forte (le gluon) sera représenté par

$$G_c^{c'} = \begin{array}{c} c \\ \swarrow \searrow \\ f \cdot f \end{array} \begin{array}{c} c' \\ \swarrow \searrow \\ f \cdot f \end{array} \quad (7)$$

Il a la propriété de changer la couleurs d'un quark car

$$f_1 \begin{array}{c} c \\ \swarrow \searrow \\ f \cdot f \end{array} + \begin{array}{c} c' \\ \swarrow \searrow \\ f \cdot f \end{array} = f_1 \begin{array}{c} c' \\ \swarrow \searrow \\ f \cdot f \end{array} + \begin{array}{c} c \\ \swarrow \searrow \\ f \cdot f \end{array} \quad (8)$$

References

- [1] E. Elbaz et J. Meyer : A geometrical approach of the lepton LYCEN 8017 Lyon (1980)
- [2] E. Elbaz et J. Meyer, : Quarks and leptons in the same approach LYCEN 8029 Lyon (1980)
- [3] E. Elbaz et J. Meyer : A geometrical approach of the hadrons and the baryonium LYCEN 8009 Lyon (1980)
- [4] H. Narari, Phys. Lett. 86B(1979) 83
- [5] M.A. Shupe, Phys. Lett. 86B(1979) 87
- [6] E. Elbaz and B. Castel : Graphical methods of Spin Algebra, M. Dakker (1972) New-York
- [7] E. Elbaz : Traitement graphique de l'Analyse vectorielle, Lyon(1979).

POTENTIEL DE PARIS ET OBSERVABLES RECENTES

M. Lacombe

I - INTRODUCTION

Des expériences intéressantes ont été réalisées récemment en diffusion nucléon-nucléon, dans le domaine des basses et moyennes énergies. Ces nouvelles mesures se caractérisent par un bon degré de précision. Dans le cas p-p elles supplantent donc des mesures plus anciennes mais de précision moindre à moins qu'elles ne les complètent. Dans le cas n-p, elles ont fait progresser notablement notre connaissance de l'interaction nucléon-nucléon en particulier en permettant de lever la plus part des ambiguïtés existant vers 50 MeV. Dans les deux cas elles offrent la possibilité de tester de façon précise la qualité d'une description théorique de l'interaction nucléon-nucléon à longue et moyenne portée.

Mon intention est de montrer dans ce qui suit que le potentiel de Paris reproduit ces données expérimentales de façon très satisfaisante. Au passage, je voudrais insister sur l'intérêt qu'il y a à confronter directement la théorie avec l'expérience. Une telle comparaison est bien plus décisive que celle habituellement réalisée au niveau des déphasages. Les analyses en déphasages ont leur utilité et leur avantage, mais elles n'en constituent pas moins une interprétation de la réalité, pas forcément unique, surtout dans le cas d'analyse en déphasage à une énergie fixée. La confrontation d'une théorie avec les déphasages est une confrontation au second degré avec l'expérience.

II - LE POTENTIEL

Je n'insisterai pas sur la dérivation ni sur la forme du potentiel de Paris ; on se rapportera à la réf. 1. Je rappellerai seulement que la partie à longue et moyenne portée a été calculée à partir des échanges d'un pion, de deux pions corrélés ou non et partiellement de trois pions (échanges des mésons ω et A_1).

La courte portée a été ajustée de manière à reproduire au mieux un très large ensemble d'observables dans un domaine d'énergie allant de 0.3 MeV jusqu'à 350 MeV. La figure 1 présente quelques une des composantes du potentiel. La courbe en trait plein correspond au potentiel complet, et celle en tirets à la partie du potentiel provenant des échanges à un, deux et partiellement trois pions (sans la partie phénoménologique à courte portée). On peut y voir que le potentiel complet suit de près la partie théorique au dessus de un fermi.

III - PROTON-PROTON

Les observables proton proton discutées ici n'ont pas été utilisées dans la détermination de la courte portée du potentiel ; les résultats que nous présentons ont donc une valeur de prédiction.

a) Basses énergies

Le pouvoir analyseur a été mesuré avec précision à 6.141, 10 et 16 MeV²⁻⁴) en bombardant une cible d'hydrogène non polarisée par un faisceau de protons polarisés. On peut voir sur la fig. 2 que l'accord avec le potentiel est excellent à 6.141 MeV ($\chi^2/\text{point} = 0.08$), très bon à 16 MeV ($\chi^2/\text{point} = 1.61$). A 10 MeV les valeurs prédites sont plus faibles que celles mesurées ($\chi^2/\text{point} = 3.31$). La courbe en tirets, très voisine de la notre, correspond aux déphasages de MAHX⁵).

A ces faibles énergies le pouvoir analyseur dépend avant tout des déphasages P ($\ell=1$) et même plus précisément des combinaisons Δ_T et Δ_{L5} de ces déphasages, définies comme :

$$\Delta_{L5} = \frac{1}{2} \left[-2\delta(^3P_0) - 3\delta(^3P_1) + 5\delta(^3P_2) \right]$$

$$\Delta_T = \frac{5}{12} \left[-2\delta(^3P_0) + 3\delta(^3P_1) - \delta(^3P_2) \right]$$

Toujours pour de telles énergies les ondes P ne sont sensibles qu'à la longue et moyenne portée de l'interaction, partie ayant un fondement théorique solide dans le potentiel de Paris.

La table 1 présente nos valeurs pour les déphasages et les combinaisons Δ_{L5} , Δ_T des ondes P comparées aux déphasages, extraits par les expérimentateurs (ces derniers sont donnés entre parenthèse) de leurs mesures et de celles de sections efficaces existantes à ces énergies là. Nos valeurs donnent $\Delta_{L5} < \Delta_T$ et $\Delta_{L5} > 0$, $\Delta_T < 0$, ce qui est en accord avec les expériences (à 6 et 10 MeV, les seules énergies où une analyse en déphasages a été réalisée).

Toutefois le rapport $|\Delta_{LS}/\Delta_T|$ que nous trouvons est plus faible. Ceci semble indiquer que la correction apportée à l'OEPEP (qui ne donne pas d'interaction spin-orbit) par les termes d'échanges à deux pions, quoique plus petite que celle suggérée par l'expérience, n'est pas négligeable à ces énergies. Toutefois, il est à noter que pour interpréter les combinaisons $\Delta_C, \Delta_{LS}, \Delta_T$ comme des représentations fidèles, respectivement des interactions centrale, spin-orbit et tenseur, il faut utiliser l'approximation de Born et négliger le couplage tensoriel dans l'onde 3P_2 . Pour des énergies aussi faibles, une valeur de ℓ aussi basse, et une interaction tensorielle relativement forte, ceci n'est pas justifié. En particulier avec les approximations précédentes, comme le potentiel central triplet impair est pratiquement toujours répulsif, Δ_C devrait être négatif, ce qui n'est pas. Sur la fig. 3 nous avons représenté l'évolution des trois combinaisons, calculées avec le potentiel où la composante tensorielle est multipliée par un facteur λ arbitraire compris entre 0 et 1. On voit que Δ_C , et dans une moindre mesure Δ_{LS} , sont modifiées par l'interaction tensorielle lorsque celle-ci devient importante, et qu'en particulier Δ_C qui est négatif pour $\lambda=0$ devient positif pour $\lambda=1$.

Bien entendu, nous reproduisons correctement toutes les autres mesures existantes entre 0.4 et 10 MeV (Cf. Réf. 6).

b) Moyennes énergies

Les résultats expérimentaux concernant la polarisation et les paramètres de Wolfenstein D, R, R', A obtenus à TRIUMF (209 et 324 MeV, entre 13° et 58° dans le c.m.)⁷⁾ ou à GENEVE (312 MeV, entre 3° et 33° dans le c.m.)⁸⁾. Dans les deux cas, on utilise un faisceau de protons polarisé et une cible d'hydrogène liquide non polarisée ; l'analyseur de polarisation est constitué d'une cible de carbone.

La fig. 4 présente les résultats. Aucune renormalisation n'a été faite. En ce qui concerne les résultats de TRIUMF, P et A sont en général bien reproduits ; R est bon à 209 MeV. La dépolarisation D que nous obtenons est généralement plus faible que celle qui est mesurée. A 209.1 MeV, cela peut s'expliquer par le fait que les mesures de D à Rochester à 213 MeV que nous avons utilisées dans la recherche de la partie phénoménologique à courte portée du potentiel sont plus faibles que celles mesurées à TRIUMF, tandis que celles de R sont en parfait accord

(Cf. réf. 7), fig. 2). Nos résultats sont en bon accord avec les mesures de GENEVE à 312 MeV. Pour comparaison, nous avons porté également sur ces figures et les suivantes les résultats provenant d'une analyse en déphasages de Arndt⁹⁾.

IV - NEUTRON-PROTON

La comparaison de ces mesures avec les résultats du potentiel est très intéressante.

a) Sections efficaces différentielles vers l'arrière

Deux ensembles de mesures existent: en provenance de Los Alamos¹⁰⁾ à partir de 150 MeV, et de Freiburg¹¹⁾ à partir de 200 MeV. En dessous de 300 MeV, les données expérimentales sont relatives $\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} / \frac{d\sigma(180^\circ)}{d\Omega} \right)$. Nous avons pu reproduire sans difficultés les données de Los Alamos: le χ^2 par point obtenu est de 1.7 et la normalisation trouvée s'accorde avec celle déterminée au dessus de 300 MeV par les expérimentateurs. Par contre celles de Freiburg, prises dans leur ensemble, donnent un χ^2 par point de 16. En fait, si nous écartons systématiquement les valeurs correspondant à des angles inférieurs à 154° (quelque soit l'énergie) le χ^2 par point tombe de 16 à 2. Au vu de cela nous n'avons conservé que les valeurs de Los Alamos pour la détermination de la partie à courte portée du potentiel. La fig. 5 montre les résultats obtenus comparés aux expériences.

b) Mesures vers 50-60 MeV

A_{yy} à 50 MeV et $d\sigma/d\Omega$ à 63.1 MeV ont été mesurés à DAVIS¹²⁾. Ces mesures ont permis de stabiliser les paramètres de phases ϵ_1 et 1P_1 , qui jusqu'alors variaient dans de très larges limites, autour des valeurs respectives de $+3^\circ$ et -6.5° (à 50 MeV), compatibles avec celles fournies par le potentiel (respectivement 1.9° et -11°). La comparaison du potentiel avec ces observables est donnée dans la fig. 6.

c) Polarisation et paramètres de Wolfenstein à 220 et 325 MeV

Ces mesures ont été faites à TRIUMF¹³⁾. Elles avaient été choisies comme étant les plus propres à améliorer la connaissance de l'interaction n-p à ces énergies. A 325 MeV, elles ont permis d'éliminer les ambiguïtés existant alors sur les déphasages 3D_1 , ϵ_1 et surtout 3D_2 qui suivant les analyses pouvaient varier entre 6 et 23° . Une fois ces mesures prises en compte, la phase 3D_2 se stabilise entre 23 et 26° , valeur comparable à celle produite par le potentiel

(28.35°). On peut voir sur la fig. 7 que les observables elles-mêmes sont bien reproduites par le potentiel, surtout à 220 MeV. Là encore aucune renormalisation des données n'a été introduite.

V - RESULTATS D'ENSEMBLE ENTRE 0.3 MEV ET 350 MEV

Il n'est pas possible d'étudier dans un domaine d'énergie aussi large les observables une à une. Pour donner une idée sur la façon dont le potentiel reproduit les données expérimentales dans leur ensemble, nous donnons sur les figs. 8 et 9 l'évolution du χ^2 par point avec l'énergie.

Nous définissons :

$$\chi^2(T) = \sum_{j,i(f)} \frac{(\theta_j^{th} - \lambda_i^{exp} \theta_j^{exp})^2}{(\Delta \theta_j^{exp})^2} + \sum_i \frac{(1 - \lambda_i)^2}{(\Delta \lambda_i)^2}$$

Pour chaque valeur de j , θ_j^{exp} représente une valeur mesurée expérimentalement et θ_j^{th} la valeur correspondante calculée à partir du potentiel. $\Delta \theta_j^{exp}$ est l'erreur expérimentale. λ_i est un facteur de renormalisation tenant compte des incertitudes sur la normalisation absolue pour l'ensemble d'un groupe de mesure; $\Delta \lambda_i$ a été pris égal à l'erreur sur la normalisation lorsqu'elle est donnée par les expérimentateurs ou, à défaut à celle utilisée dans des analyses en déphasages précédentes ou encore nulle (pas de renormalisation $\lambda_i = 1$) ; les valeurs de λ_i sont alors choisies de manière à minimiser le χ^2 . La sommation sur j porte sur toutes les observables retenues mesurées à une énergie cinétique dans le laboratoire inférieure ou égale à T .

Sur la figure, nous avons porté en fonction de T , le χ^2 par degré de liberté, c'est à dire $\chi^2(T)$ divisé par le nombre d'observables diminué du nombre de normalisations. Et cela pour le potentiel de Paris, pour le potentiel de Reid à coeur mou¹⁴⁾ avec les phases $J > 2$ calculées à partir de l'échange d'un pion (OPE) ou calculées directement en termes d'échanges de un, deux et trois pions (δ périphériques¹⁵⁾) et finalement pour l'analyse en déphasage de Arndt. On notera l'importance de l'amélioration obtenue lorsqu'on ajoute aux déphasages du potentiel de Reid ($J \leq 2$) les déphasages périphériques déduits des échanges à un deux et trois pions plutôt que ceux de l'OPE seul. Malgré tout le résultat reste moins bon que celui donné par le potentiel de Paris.

En conclusion, nous pensons que cette comparaison directe avec des mesures de précision montre que, bien qu'il y ait encore de la place pour une amélioration, le potentiel de Paris décrit correctement et mieux que tout autre l'interaction nucléon-nucléon en dessous de 350 MeV. Ceci confirme évidemment le bien fondé des méthodes utilisées pour obtenir la longue et moyenne portée de cette interaction. La comparaison des χ^2 obtenus avec le potentiel de Reid complété, pour $J > 2$, soit par les déphasages provenant de l'échange d'un pion soit par ceux calculés à partir des échanges de un, deux et partiellement trois pions en est une autre preuve.

Les travaux résumés dans cet exposé ont été réalisés en collaboration avec J. Coté, B. Loiseau, P. Pires, R. de Turreil et R. Vinh Mau.

REFERENCES

- 1) M. Lacombe, B. Loiseau, J.M. Richard, R. Vinh Mau, J. Côté, P. Pirès et R. de Tournreil, Phys. Rev. 21C, 861 (1980)
- 2) G. Bittner et W. Kretschmer, Phys. Rev. Lett. 43, 330 (1979)
- 3) J.D. Hutton, W. Haeblerli, L.D. Knutson et P. Signell, Phys. Rev. Lett. 35, 429 (1975)
- 4) P.A. Lovoi, G.G. Ohlsen, N. Jarmie, C.E. Moss et D.M. Stupin, 4th Intern. Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Reactions, Zürich 1975, edited by W. Grüber and W. König.
- 5) M.H. MacGregor, R.A. Arndt et R.M. Wright, Phys. Rev. 182, 1714 (1969). La courbe reproduit celle figurant dans la réf. 4.
- 6) J. Côté, P. Pirès, R. de Tournreil, M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau, Analysing power in p-p scattering at low energies : The Paris potential predictions ; IPND/TH 80-01
- 7) D.V. Bugg, J.A. Edgington, C. Amsler, R.C. Brown, C.J. Oram, K. Shakarchi, N.M. Stewart, G.A. Ludgate, A.S. Clough, D. Axen, S. Jaccard, J. Varra ; J. Phys. 64 , 1025 (1978)
- 8) D. Besset, Q.H. Do, B. Favier, L.G. Greeniaus, R. Hess, C. Lechanoine, D. Rapin, D.W. Merren et Ch. Waddington ; Phys. Rev. D21, 580 (1980)
- 9) R.A. Arndt, communication privée (1978) d'une version modifiée de celle parue dans Phys. Rev. 15C, 1002 (1977) (R.A. Arndt, R.H. Hackman et L.D. Roper)
- 10) B.E. Bonner, J.E. Simmons, G. Glass, M. Jain, C.L. Hollas, C.R. Newsom, P.J. Riley, Phys. Rev. Lett. 41, 1200 (1978)
- 11) W. Hürster, Th. Fischer, G. Hammel, K. Kern, M. Kleinschmidt, L. Lehmann, H. Schmitt, L. Schmitt et D.M. Shepard, Phys. Lett. 90B, 367 (1980)
- 12) F.P. Brady, International Conference on few body systems and nuclear forces, Vol. 1, p. 137 Graz 1978, ed. by H. Zingl, M. Haftch et H. Zankei. S.W. Johnsen, F.P. Brady, N.S.P. King, M.W. MacNaughton et P. Signell, Phys. Rev. Lett 38, 1123 (1977)

- 13) A.S. Clough, D.R. Gibson, D. Axen, R. Dubois, L. Felawka, R. Keeler, G.A. Ludgate, C.J. Oram, C. Amsler, D.V. Bugg, J.A. Edington, L.P. Robertson, N.M. Stewart, J. Beveridge, J.R. Richardson, Phys. Rev. C21, 988 (1980).
- 14) R.V. Reid, Ann. Phys., N.Y. 50, 411 (1968).
- 15) R. Vinh Mau, J.M. Richard, B. Loiseau, M. Lacombe, W.N. Cottingham, Phys. Lett. 44B, 1 (1973).

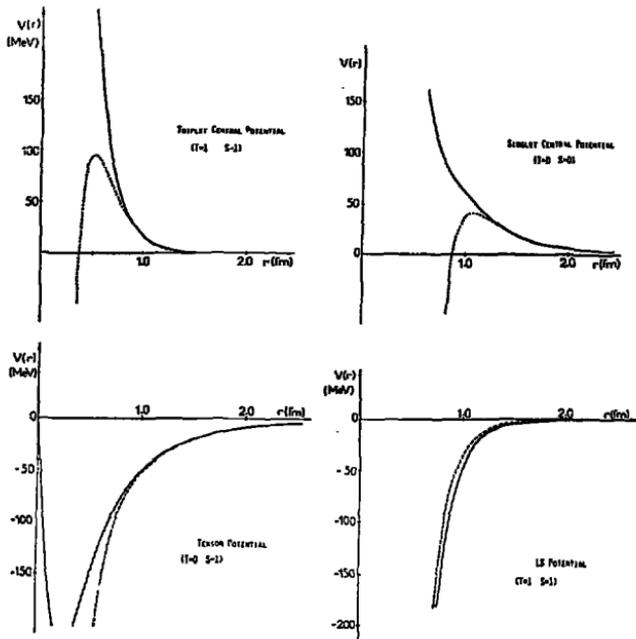


fig. 1

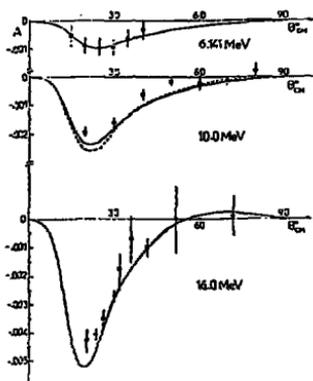


Fig 2

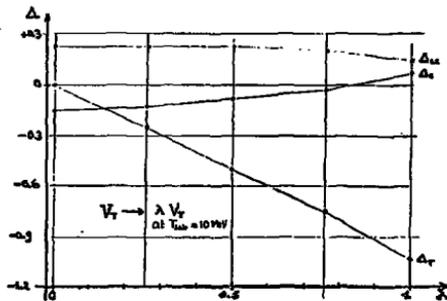


Fig 3

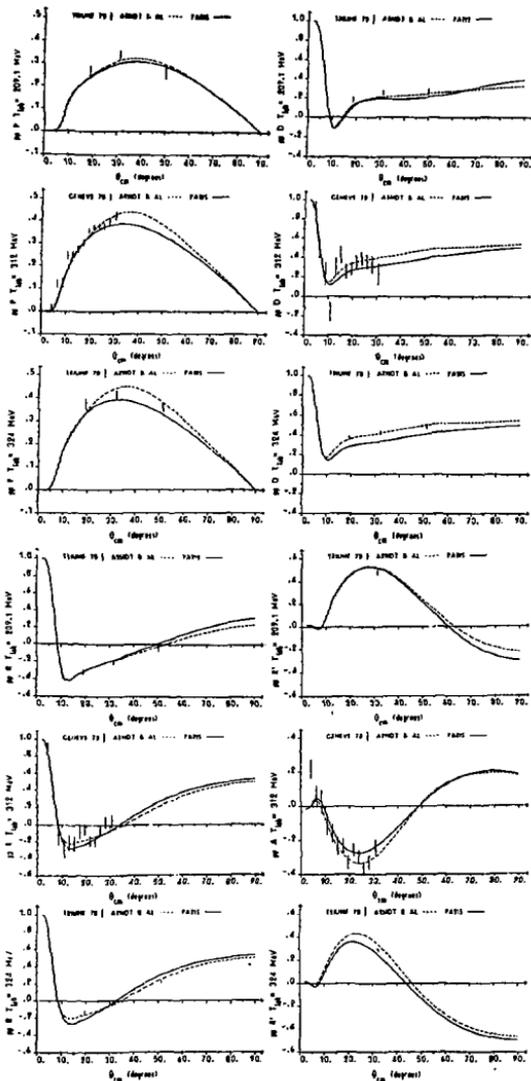


fig. 4

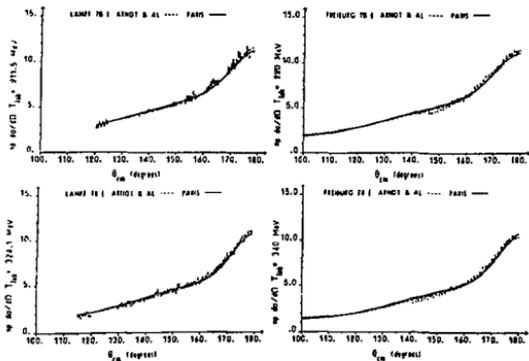


Fig 5

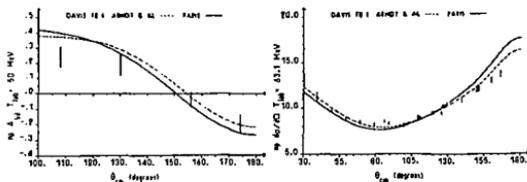


Fig 6

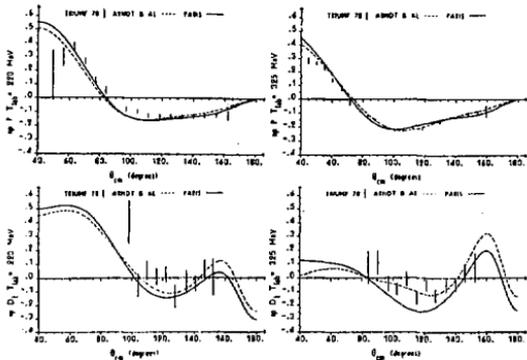


Fig 7

T_{lab} (MeV)	6.144	10.0	16.0
δ^E (degrees)			
1S_0	55.30 (55.49 \pm 0.05)	55.00 (55.31 \pm 0.15)	52.56
3P_0	2.16 (1.65 \pm 0.44)	3.09 (2.47 \pm 0.40)	6.25
3P_1	- 1.21 (- 1.46 \pm 0.06)	- 2.12 (- 1.94 \pm 0.4)	- 3.41
3P_2	0.30 (0.31 \pm 0.03)	0.55 (0.55 \pm 0.09)	1.31
e_2	- 0.08	- 0.21	- 0.46
1D_2	0.07 (0.05)	0.18	0.39
Δ_C	0.003 (- 0.02 \pm 0.017)	0.09 (- 0.001 \pm 0.014)	0.29
Δ_{LS}	0.07 (0.439 \pm 0.011)	0.15 (0.71 \pm 0.11)	0.36
Δ_T	- 0.57 (- 0.655 \pm 0.019)	- 1.03 (- 0.212 \pm 0.015)	- 1.67
$ \Delta_{LS}/\Delta_T $	0.12 (0.275)	0.15 (0.372)	0.22

Table 1

**CONSTRAINTS ON NUCLEON QUARK MODELS FROM
DEEP INELASTIC SCATTERING DATA**

R. NATAF

Abstract

Within the context of Q.C.D. it is assumed that, like in the simple parton model, quarks and gluons have rather sharply defined masses in the confinement region (a necessary condition for obtaining kinematical corrections to scaling). Then, the experimental data on deep inelastic structure functions give an upper limit to the light quark masses which is estimated to be about ≈ 100 MeV.

Another question which is relevant for the parton models is the fractional energy of the quarks in the rest frame of the nucleon. It is shown that this fractional energy is the same as the fractional momentum in the P_{∞} frame.

The kinematical corrections to Bjorken scaling for $Q^2 < 20 \text{ GeV}^2$ and small values of the light quark masses are discussed in the Appendix ; they are found to depend on further specific assumptions and approximations.

I. INTRODUCTION

It is now generally accepted that Q.C.D. is the fundamental field theory which explains the scaling in the deep inelastic scattering of leptons on nucleons.

In this theory a non-Abelian gauge field of gluons is coupled to the fields of the quarks through a $(SU_3)_C$ invariant Lagrangian and the effective interaction is a decreasing function of the momenta of the partons (quarks + gluons). When the general scale of the momenta is low (the relative space-like momenta being lower than ≈ 200 MeV) the effective interaction is so strongly attractive in singlet colour states as to produce confinement; this corresponds to relatively large space separations between partons ≈ 1 f. On the contrary for relative momenta larger than 1 GeV, the effective interaction becomes weak and the methods of perturbative field theory can be applied showing through the renormalization group equations that this interaction is a decreasing (logarithmically) function of the momenta.

Now, in the confinement region, one may believe that each invariant $-p_i^2$ (metric $-+++$), of a parton i with four momentum p_i , has no definite value, although remaining small in this region. As it will be seen this assumption does not disturb the explanation of scaling for high momenta. But, it may be assumed also that $-p_i^2$ has a peak around some definite value m_i^2 , m_i being called the mass of the parton in the confinement region. Since there are plenty of parton models for nucleon states which use this last assumption -at least for quarks, taking the optimistic point of view that this work is at least partly relevant, I will make the conjecture that partons in the confinement region are very near to their "mass-shell". This leads to the general assumptions of Feynman [1] on the

simple parton model, as a model for the confinement region.

However, Feynman always used the P_{∞} momentum frame for the nucleon which, apart from being well fitted to the experimental situation in high energy lepton-nucleon collisions, has the advantage of avoiding (or postponing) this problem of the quark masses. In the problem of quantum states, the rest frame of the nucleon ($\vec{P} = 0$) is certainly the best fitted, and if one wants to give a rather precise meaning to parton masses in the confining region it is better to start from this last reference frame (where m_i^2 is no more the difference between two infinite quantities as in P_{∞}) and then to formulate the model in an invariant manner. This has been done in [2], but the authors of this paper did not take seriously until the end this assumption of a rather well defined parton mass in the confinement region, which was necessary for their calculations.

I will try to take this last conjecture seriously and derive from the calculations constraints on the nucleon partons models, namely :

- 1- is there some limitation on the choice of the masses of light quarks for not contradicting the deep inelastic scattering data
- 2- is the relative amount of quarks energy in the $\vec{P} = 0$ frame obtained from these models consistent with the one obtained from deep inelastic measurements.

In this paper, we will consider as an example the deep inelastic scattering of electrons on protons $eP \rightarrow eX$ and calculate within the framework of the simple parton model the inclusive cross section :

$$\sum_X \sigma(eP \rightarrow eX)$$

which, by the optical theorem, is proportional to $\text{Im } A$, where A is the amplitude corresponding to the fig.1 graph.

II. GENERAL ASSUMPTIONS ON THE PARTON MODEL

Now, in the parton model used to represent the confinement region, this amplitude A is analyzed as a sum over amplitudes A_i like the one of Fig.2. Each p_i is the four-momentum of a point-like parton which is not observable alone ; but some sets of partons (colour singlets) may be considered as coupled to the observable hadrons like X , with the usual Feynman rules ; for instance :

- 1) The vertex N of Fig.2 is characterized by a vertex function

$\Gamma_n(p_1 \dots p_n)$ with :

$$p_1 + \dots + p_n = P \quad (1)$$

P being the proton four-momentum.

Apart from (1), Γ_n may allow any correlation between the n parton momenta.

- 2) The partons related to a vertex like N are very near to their mass-shells :

$$p_i^2 \approx -m_i^2 \quad (2)$$

Therefore, the $\Gamma_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n)$ are very similar to wave functions but with an arbitrary number of partons. At first, assumption 2) seems natural since it is fulfilled by the Fermions of all other known quantum system (e.g. nucleons in a nucleus). But, it will be necessary to assume 1) and 2) for (almost) all the partons whether Fermions, or Bosons of the field which holds together the Fermions : this is very different from other quantum systems where the Bosons are virtual and space-like, hence rather far from their mass-shell. However, the vicinity to the mass-shell can be obtained if the masses of the gluons are zero in the confinement region.

With the assumption 2), $\text{Im}A$ vanishes when the virtual photons of 4 momentum Q are inserted on two different quark lines, provided :

3) The interactions between partons are negligible when they have rather large momenta like $p_i \pm Q$.

This last assumption is well verified with the Q.C.D. asymptotic freedom.

So, one is lead to the graph of Fig.2 with no parton interactions between 1 and 2 vertices (except at higher order of perturbations in this perturbative region) or to the crossed graph of Fig.3. It will be shown that this last one does not contribute for $Q^2 > M^2$.

Indeed, the parton line of Fig.2 is the line of a quark, flavour being carried only by quarks. $\text{Im}A_i$ is finally obtained by a last assumption.

4) The quark propagator between the vertices 1 and 2 is just the propagator of a Dirac free particle :

$$i \frac{i\gamma \cdot (p_i + Q) - m_i(\kappa)}{(p_i + Q)^2 + m_i^2(\kappa) - i\epsilon} \equiv S(p_i + Q) \quad (3)$$

Like in 3), we use the fact that the momentum $p_i + Q$ is rather large : thus, asymptotic freedom works for giving the free-field propagator (apart from the corrections of the perturbative region), instead of the modified propagator of the infra-red region - which in the present scheme would come from the \vec{p}_i correlations inside of the Γ_n .

However in the asymptotic region, within the context of Q.C.D., the quark mass is an effective running mass depending on the general scale parameter κ of the momenta, hence of Q^2 (especially with the Weinberg scheme [3] of renormalization starting with a vanishing mass). Thus, $m_i(\kappa)$ in (3) should be different from the m_i in (2).

One obtains from (3) :

$$\text{Im}A_i \propto e_i^2 \sum_n |\Gamma_n(p_1 \dots p_n)|^2 \delta[(p_1+Q)^2 + m_i^2(\kappa)]$$

$$\delta[(p_1+Q)^2 + m_i^2(\kappa)] = \delta[Q^2 + 2p_1 \cdot Q + m_i^2(\kappa) - m_i^2]$$

and if Q^2 is large enough, $m_i^2(\kappa) - m_i^2$ can be neglected which leaves :

$$\text{Im}A_i \propto e_i^2 \delta(Q^2 + 2p_1 \cdot Q) \sum_n |\Gamma_n|^2$$

If $m_i(\kappa) = 0$ and $m_i \approx 100$ MeV, a value of $Q^2 = 1$ GeV² already gives this result ; even $m_i \approx 300$ MeV amounts to a relative correction of 9 % on Q^2 (1).

Let us examine now what values are usually taken for m_i and $m_i(\kappa)$ when the struck quark i is a light one (u or d). It is quite generally accepted that the mass difference : $M_n - M_p = 1.293$ MeV must be transferred (increased by a Q.E.D. correction) to $m_d - m_u \approx 2$ MeV.

a) In the confinement region, all values from 0 to 300 MeV have been used for m_u in the various parton models (as the bag models, etc...). Effectively, the assumptions (1) and (2) lead to :

$$m_1 + \dots + m_n \leq M$$

where M is the proton mass, and since a configuration n contains at least uud for the proton, the maximum possible value of m_u is about $\frac{M}{3} \approx 310$ MeV.

b) In the perturbative region, the pion field has been considered by several authors as a composite $q\bar{q}$ field. Then using the PCAC requirement :

$$\langle 0 | \partial^\mu A_\mu | \pi^+ \rangle = (m_u + m_d) \langle 0 | i \bar{d} \gamma_5 u | \pi^+ \rangle = m_\pi^2 f_\pi$$

(1) As said in the introduction even if p_i^2 has no sharp value in the confinement region but with $|p_i^2| \ll 1$ GeV², the same result is obtained and apparently leads to scaling for $Q^2 > 1$ GeV².

one can obtain for the $m_U(\kappa)$, depending on the estimation of the second matrix element, either the result of Glasser and Leutwyler [4] :

$m_U(\kappa) = 4 \text{ MeV}$, or the result of Fuchs and Sazdjian [5] :

$m_U(\kappa) = 35 \text{ to } 50 \text{ MeV}$.

Coming back to the lower limit 1 GeV^2 for Q^2 , it appears that the condition for being in the asymptotic region of Q.C.D. is probably more severe : it requires that the Q.C.D. coupling constant $\alpha_S(Q^2) = 4\pi/\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}$ is small ($\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}f$, $\Lambda = 0.2 \text{ GeV}$ (2)), and in this paper values of $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$ will be considered ($\alpha_S < 0.29$ for $f = 3$). This lower bound is also required for avoiding kinematical corrections of unusual type, as seen in the Appendix.

To summarize, we use the following scheme :

- i) in the infra-red (large distance) region which brings the confinement, the correlations between the partons are represented by the $\Gamma_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n)$ -where spins have been omitted-, partons being on their "mass-shell"
- ii) in the ultra-violet (short distance) region interactions are neglected, at least to Q^{th} order of a perturbative approach as suggested by Q.C.D.

III. SCALE INVARIANCE AND KINEMATICAL CORRECTIONS FOR $m_1 \ll M$

With the usual definitions :

$$x \equiv \frac{Q^2}{-2P \cdot Q} = \frac{Q^2}{2M\nu}, \text{ where } \nu \equiv \frac{-P \cdot Q}{M}$$

is, in the proton reference frame, the energy loss Q^0 of the electron.

(2) Average value from ν and μ deep inelastic scattering.

$$Q^2 + 2p_i \cdot Q = 2(p_i \cdot Q - x P \cdot Q)$$

$$\delta(Q^2 + 2p_i \cdot Q) = \frac{1}{-2P \cdot Q} \delta(x - w_i)$$

$$\text{if : } w_i \equiv \frac{p_i \cdot Q}{P \cdot Q}$$

I calculate this ratio of invariants in the reference frame of the target proton ($\vec{P} = 0$) and with the axis 3 of coordinates in the direction of $-\vec{Q}$.

$$-P \cdot Q = MQ^0$$

$$-p_i \cdot Q = p_i^0 Q^0 - p_i^3 Q^3 = p_i^0 Q^0 + p_i^3 |\vec{Q}|$$

$$\text{where : } |\vec{Q}| = (Q^2 + v^2)^{1/2}$$

Hence :

$$w_i = \frac{1}{M} \left(p_i^0 + p_i^3 \frac{|\vec{Q}|}{Q^0} \right) = \frac{1}{M} \left[p_i^0 + p_i^3 \left(1 + \frac{Q^2}{v^2} \right)^{1/2} \right]$$

$$1 - w_i \frac{Q^2}{2v^2} = \frac{2M^2 x^2}{Q^2} \ll 1, \text{ which is obtained for any } x \text{ when } Q^2 > 20 \text{ GeV}^2 :$$

$$\frac{Q^2}{2v^2} = \frac{x^2}{10} < 0.1$$

Then, $w_i \approx u_i \equiv \frac{p_i^0 + p_i^3}{M}$, which has an intrinsic meaning with respect to the i^{th} parton.

The $\delta(x - w_i)$ factor compares u_i to the value x , a kinematical datum. After summation upon n , upon all the four-momenta other than p_i , and finally all the p_i coordinates different from u_i , one obtains :

$$\text{Im } A_i = e_i^2 f_i(x)$$

i.e. the usual result with structure functions depending on x only.

Like in the usual treatment also, one has from (1), in the proton rest-frame :

$$\sum_i u_i = \sum_i \frac{p_i^0}{M} = 1 \quad (4)$$

Every u_i being positive ($|\vec{p}_i| < p_i^0$ near the mass shell),
 $0 < u_i < 1$: each u_i is in the same range as x . This conclusion is obtained
 only if all the partons are on their mass-shell (with statistically few
 exceptions).

Indeed, going to the infinite momentum frame, one recovers
 the usual expression for u_i , because $\frac{p_i^0 + p_i^3}{p^0 + p^3}$ is invariant by any boost
 along Oz :

$$\frac{p_i^{1'0} + p_i^{1'3}}{p^{1'0} + p^{1'3}} = \frac{p_i^0 + p_i^3}{p^0 + p^3} = u_i$$

whereas : $p_{i\perp}^{1'} = p_{i\perp} = |\vec{p}_i| \sin \theta_i$.

For a velocity $= c$ in the direction of Oz :

$$p^{1'0} \approx p^0, \quad p_i^{1'0} \approx p_i^0 \quad \text{gives : } u_i = \frac{p_i^0}{p^0} \equiv \frac{p_{i\parallel}^0}{p_{\parallel}^0}$$

2"/ If the correction term proportional to $\frac{Q^2}{2v^2}$ is important, the relation
 $w_i = x$ will no more lead exactly to the Bjorken scale invariance. This will
 be the case for Q^2 between 2 GeV² and 20 GeV² approximately.

With the notation :

$$\epsilon \equiv \left(1 + \frac{Q^2}{v^2}\right)^{1/2} - 1 = \left(1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2}\right)^{1/2} - 1$$

the equation $w_i = x$ reads :

$$p_i^0 + p_i^3 = Mx - \frac{\epsilon}{2} [p_i^0 + p_i^3 - (p_i^0 - p_i^3)]$$

or :

$$\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) (p_i^0 + p_i^3) = Mx + \frac{\epsilon}{2} \frac{m_i^2 + p_{i\perp}^2}{p_i^0 + p_i^3}$$

which can be solved for u_i , giving :

$$u_i = x \left[1 + \left(1 + 4 \frac{m_i^2 + p_{i\perp}^2}{Q^2} \right)^{1/2} \right] \left[1 + \left(1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (5)$$

exhibiting the invariance by boosts along axis 3 : this is the fractional momentum of the infinite momentum frame.

Grossly, the contribution of quark 1 to the inclusive σ is :

$$\sigma_1 \propto \sum_n \int |\Gamma_n(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n)|^2 \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} \dots \frac{d^3 p_n}{2p_n^0} \delta(p_1 + \dots + p_n - P) \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \left(\frac{1}{\phi_1} \right) \frac{\delta(M\nu_1 - Mx)}{2\nu}$$

Γ_n must be a Lorentz invariant when spins are neglected ; in the presence of spins we will call $|\Gamma_n|^2$ the result of summation over the spin of the quark 1 and obtain the same invariance : this amounts to summation over the proton spin (changing m_{S1} , without changing the other quarks spins changes the proton m_S). The factor $\frac{1}{\phi_1}$ is the flux factor :

$\phi_1 = -k_1 \cdot p_1$, when the electron mass is neglected.

The result of the integration $\int d^3 p_2 \dots d^3 p_n$ is the invariant function :

$$G_{1n}((P-p_1)^2, m_2 \dots m_n, M)$$

and

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\propto e_f^2 \sum_n \int G_{1n} \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{1}{2\nu\phi_1} \delta \left[p_1^0 + (1+\epsilon)p_1 \cos\theta_1 - Mx \right] \\ &\propto \frac{e_f^2}{4\nu} \int g_1(2p_1^0) \frac{p_1^2 dp_1}{p_1^0 \phi_1} d(\cos\theta_1) \delta \left[p_1^0 + (1+\epsilon)p_1 \cos\theta_1 - Mx \right] d\phi_1 \end{aligned}$$

since : $(P - p_1)^2 = 2M p_1^0 - M^2 - m_1^2$, in the $\vec{P} = 0$ frame.

Therefore :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &\propto \frac{e_f^2}{4(1+\epsilon)\nu} \int g_1(2p_1^0) \frac{dp_1^0}{\phi_1} d\phi_1 \\ &\text{in a range where : } \cos\theta_1 = \frac{Mx - p_1^0}{(1+\epsilon)p_1} \in [-1, +1] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

If the light quarks have very small masses ($m_i \ll M$), $p_i^0 \approx p_i$ and the last

condition gives : $p_1 > \frac{Mx}{2+\epsilon} = \frac{M}{2} \xi$

$$\text{where : } \xi \equiv \frac{2x}{2+\epsilon} = \frac{2x}{1 + \sqrt{1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2}}} \quad (7)$$

is the Nachtmann scaling variable [6].

The upper bound of the p_1 integral is given by the

kinematics :

$$\text{Sup } |\vec{p}_1| = \frac{M}{2} \quad \text{since :}$$

$$|\vec{p}_1| = \left| \sum_{j=2}^n \vec{p}_j \right| \leq \sum_j |\vec{p}_j| = M - |\vec{p}_1|$$

In principle, the flux factor ϕ_1 depends on φ_1 ; if the axis Ox is taken in the plane of the triangle $\vec{k}_1, -\vec{q}, \vec{k}_2$, and if $\pi - \lambda_1$ is the angle between Oz and \vec{k}_1 (see fig.4).

$$-k_1 \cdot p_1 \approx p_1^0 E_1 - p_1 E_1 \sin \theta_1 \cos \varphi_1 \sin \lambda_1 + p_1 E_1 \cos \theta_1 \cos \lambda_1$$

(with the notation $k_i = (E_i, \vec{k}_i)$).

But λ_1 is very small when E_1 is large :

$$\sin \lambda_1 \approx 2Mx \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{E_2}{Q^2 E_1}} \quad \text{with : } \theta = (\vec{k}_1, \vec{k}_2)$$

Thus :

$$\phi_1 \approx E_1 (p_1^0 + p_1 \cos \theta_1) = E_1 (p_1^0 + p_1^2)$$

and after φ_1 integration :

$$E_1 \sigma_1 \propto \frac{\pi e_i^2}{2(1+\epsilon)\nu} \int_{M\epsilon/2}^{M/2} g_1(2p_1^0) \frac{dp_1^0}{p_1^0 + p_1(\cos \theta_1)} \quad (1)$$

(1) The integral $\int \frac{d\varphi_1}{A \cos \varphi_1 + B} = \frac{2\pi}{\sqrt{B^2 - A^2}}$ instead of $\frac{2\pi}{B}$; taking $\frac{A^2}{2B^2} \ll 1$ means : $\lambda_1^2/8 \ll x^2$.

where $(\cos\theta_1)$ has the value (6) :

$$p_1^c + p_1(\cos\theta_1) = p_1^c + \frac{Mx - p_1^c}{1 + \epsilon} = \frac{Mx + \epsilon p_1^c}{1 + \epsilon}$$

indeed it reduces to Mx for large Q^2 .

With the dimensionless variable :

$$\zeta \equiv \frac{2p_1^c}{M} = \frac{-2P \cdot p_1}{M^2}$$

$$E_1 \sigma_1 \propto \frac{\pi e_1^2}{4v} \int_{\xi}^1 f_1(\zeta) \frac{d\zeta}{x + \epsilon \frac{\xi}{2}}$$

The denominator is practically x (1), when :

$$x \gg \frac{\epsilon}{2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2}} - 1 \right] \quad (8)$$

Already for $Q^2 > M^2$, $x > \frac{\epsilon}{2}$ and (8) is satisfied when :

$$x \ll \frac{Q^2}{M^2}$$

which we admit to be valid for $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$.

Therefore :

$$E_1 \sigma_1 \propto \frac{\pi e_1^2}{4vx} \int_{\xi}^1 f_1(\zeta) d\zeta \quad (9)$$

and ξ is the scaling variable ; from formula (5) it coincides with the fractional momentum u_1 only at $p_{1\perp} = 0$. Note that the integration upon p_1^c with ξ fixed can be viewed as an integration upon $p_{1\perp}$ since the factor :

$$g_1(2p_1) \frac{d^3 p_1}{2p_1^c} = g_1(2p_1^c) d^4 p_1 \delta(p_1^2 + m_1^2)$$

(1) It can be precized by taking the following terms in the expansion of $(x + \epsilon \frac{\xi}{2})^{-1}$: see Appendix.

in the integrand of σ_1 can be expressed with :

$$\begin{cases} p_1^+ \equiv p_1^+ + p_1^+ \equiv Mu_1 \\ p_1^- \equiv p_1^+ - p_1^+ \end{cases}$$

and $p_{1\perp}$, in the form :

$$g_1(p_1^+ + p_1^-) \frac{1}{2} dp_1^+ dp_1^- \frac{1}{2} dp_{1\perp}^2 d\phi_1 \delta(p_1^+ p_1^- - p_{1\perp}^2 - m_1^2) \quad (10)$$

By the already analyzed effect of $\delta(w_1 - x)$, p_1^+ is constrained to the value Mu_1 of (5), which depends on $p_{1\perp}^2$, and by the δ factor in (10) :

$$p_1^- = \frac{p_{1\perp}^2 + m_1^2}{p_1^+} = \frac{p_{1\perp}^2 + m_1^2}{Mu_1}$$

as already used.

Therefore the integration is now on $p_{1\perp}^2$ (even in the case where $m_1 \neq 0$).

Coming back to the method used for obtaining the lower limit ξ in the p_1^+ integration, it works also for the crossed graph obtained by $Q \rightarrow -Q$ in the hadronic factor

$$\delta(Mw_1 - Mx) \rightarrow \delta(Mw_1 + Mx) \quad , \text{ or } x \rightarrow -x$$

$$\cos \theta_1 = - \frac{Mx + p_1}{(1+\epsilon)p_1} > -1 \quad \text{for } Mx < \epsilon p_1$$

The present integral having for lower bound : $\frac{Mx}{\epsilon}$, is non vanishing only

$$\text{for : } \frac{Mx}{\epsilon} < \frac{M}{2} \quad , \text{ or : } x < \frac{\epsilon}{2}$$

which is impossible for $Q^2 > M^2$, as already seen.

Therefore this graph does not contribute for $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$,

whereas for $Q^2 < M^2$ the result for σ_1 would be :

$$F(\xi) + H \left(\frac{2x}{\sqrt{1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2} - 1}} \right) \quad , \text{ H coming from the crossed graph.}$$

Finally, this whole paragraph rests on a crude expression for the hadronic factor of σ_1 . Actually, it is not a scalar but a tensor $w_{\mu\nu}^{(1)}$ and $\sigma_1 \propto w_{\mu\nu}^{(1)} E^{\mu\nu}$, $E^{\mu\nu}$ being the leptonic factor. The exact calculations, with the proper normalizations

is given in the Appendix. The general shape of the result is well known (see e.g. [2]) ; the kinematical correction to scaling is not obtained by the crude substitution $x \rightarrow \xi$ in the structure functions, but the invariant functions W_1, W_2 are well defined linear combinations of a function $\Phi(\xi)$ and its two first derivatives with $\frac{M^2}{Q^2}$ dependent coefficients.

IV - SCALE INVARIANCE AND KINEMATICAL CORRECTIONS FOR LARGE m_i -
COMPARISON TO DEEP INELASTIC DATA

The value of m_i has two effects :

- a) as seen in §II, it modifies the argument of the factor

$$\delta(Q^2 + 2p_i \cdot Q + \delta m_i^2)$$

$$\text{where : } \delta m_i^2 \equiv m_i^2(\kappa) - m_i^2 = -m_i^2 .$$

This modification can be obtained by :

$$Q^2 + Q'^2 = Q^2 + \delta m_i^2 \quad (1)$$

$$\text{in } \delta(Q^2 + 2p_i \cdot Q) \quad , \text{ or } \quad \text{by } x \rightarrow x' = \left(1 + \frac{\delta m_i^2}{Q^2} \right) x$$

But here we will neglect this effect since $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$.

- b) It modifies the values of w_i as seen in § III.

(6) is still valid and the lower bound of the integral still given by :

(1) Such a modification is taken in [7] but for a change of mass coming from a change of flavour like in : $v + s + c + \bar{\mu}$. Processes of this type with heavy quarks are excluded from the present model ($m_i < M$).

$$\frac{Mx - p_1^+}{(1+\epsilon)p_1} < 1$$

But it is more transparent to obtain it by using the expression (5) in the following way : (5) can be written

$$u_1 = \xi(1 + \eta_1)$$

$$\text{where : } \eta_1 \equiv \frac{1}{2} \left(\left[1 + \frac{4}{Q^2} (m_1^2 + p_1^2) \right]^{1/2} - 1 \right)$$

and with the notations of (10) :

$$p_1^+ = M\xi (1 + \eta_1) \quad , \quad p_1^- = \frac{m_1^2 + p_{1\perp}^2}{M\xi(1+\eta_1)}$$

Now, the lower bound of the integral (6) is always obtained for $\theta_1 = 0$, or $p_{1\perp} = 0$. Therefore :

$$2(p_1^+)^{\min} = M\xi(1+\eta_1) + \frac{m_1^2}{M\xi(1+\eta_1)}$$

η_1 being the value of η_1 for $p_{1\perp} = 0$

$\xi(1+\eta_1)$ is the fractional momentum of quark 1 for $p_{1\perp} = 0$.

It has been already considered by Georgi and Politzer [7] . For $\delta m_1^2 = 0$:

$$\xi_1^{\text{GP}} = \xi(1+\eta_1) = \frac{\xi}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 m_1^2}{Q^2}} \right] \quad (11)$$

However, it must be emphasized that the structure functions do not depend on ξ_1^{GP} directly but rather through :

$$\xi_1^{\text{S}} = \xi_1^{\text{GP}} + \frac{m_1^2}{M^2 \xi_1^{\text{GP}}} \quad (12)$$

This gives a symmetry : the structure functions are invariant by

$$\xi_1^{GP} \rightarrow \frac{m_1^2}{M^2 \xi_1^{GP}}, \text{ and present a maximum (or minimum) through } \xi_1^S \text{ at } \xi_1^{GP} = \frac{m_1}{M}.$$

These results were already given by Barbieri et al. [2].

Note that for m_1/M large, there are several scaling variables unless one mass of quark only is contributing.

Large Q^2 case ($Q^2 > 20 \text{ GeV}^2$)

Leaving now the kinematical corrections needed for small Q^2 , analogous to those in the Appendix, I will concentrate on the large Q^2 domain where : $\xi_1^{GP} \approx \xi \approx x$.

Then σ_1 depends directly on :

$$x_1^S \equiv x + \frac{m_1^2}{M^2 x} \quad (13)$$

which is invariant by $x \rightarrow \frac{m_1^2}{M^2 x}$, and represented versus x in Fig.5.

Now the upper bound of the integral (6) is given by

$$|\vec{p}_1| < \sum_j |\vec{p}_j| < \sum_j p_j^0 = M - p_1^0$$

wherefrom :

$$\text{Sup } p_1^0 < \frac{M}{2} + \frac{m_1^2}{2M}$$

$$\sigma_1 \neq 0 \text{ only if : } Mx + \frac{m_1^2}{Mx} < M + \frac{m_1^2}{M}$$

$$\text{or : } \frac{m_1^2}{M^2} < x < 1$$

and the integral reads :

$$\int_{x_1^S}^{1 + \frac{m_1^2}{M^2}} f_1(\zeta) d\zeta = \int_{x_1^S}^1 f_1(\zeta) d\zeta \quad (14)$$

since $f_1 = 0$ for $\zeta > 1$.

The preceding symmetry should be visible on the structure function $F_1(x)$ connected to the integral (14) as it is shown in the Appendix. On a graph giving $\log \omega \frac{\sqrt{M} 2p}{M}$ versus $\log \omega$ (where $\omega \equiv \frac{1}{x}$), we should have the same value of the ordinate for two abscissas such that :

$$\frac{1}{2}(\log \omega + \log \omega') = \log \frac{M}{m_1} \quad (\omega' = \frac{M^2}{m_1^2 \omega})$$

i.e. an axis of symmetry of abscissa $\log \frac{M}{m_1}$.

Fig.6 gives this curve from the results of Anderson et al. for deuteron [8] and from Bodek et al. [9] for the difference neutron-proton : there is no symmetry. Excluding the wee-region $\omega > 10$ where the higher twist corrections ⁽¹⁾ may be important, the upper limit : $m_1 < 100$ MeV is obtained.

V. FRACTIONAL ENERGY OF THE QUARKS IN THE NUCLEON REFERENCE FRAME FOR $m_i \approx 0$ AND LARGE Q^2

We used in § III the expression (10) for the probability of finding a quark of type i with the 4 momentum p in the $\vec{P} = 0$ reference frame. For $m_i = 0$, it becomes :

$$g_i(p^+ p^-) \frac{1}{2} dp^+ dp^- \frac{1}{2} dp_1^+ dp_1^- \delta(p^+ p^- - p_1^+ p_1^-) \quad (15)$$

Keeping the variables p^+ and p_1^+ , this gives :

$$g_i \left(p^+ + \frac{p_1^+}{p^+} \right) \frac{dp^+}{4p^+} dp_1^+ dp_1^-$$

(1)Grossly, they give a corrective factor $\sum_{n=0}^{\infty} \omega^n \left(\frac{\Lambda}{Q} \right)^n C_n \left(\frac{2n}{\Lambda^2} Q^2 \right)$, where $n = 0$ corresponds to the minimum twist 2 in the Wilson operator product expansion.

and by $\int d\varphi dp_1^2$ with p^+ fixed :

$$\frac{1}{N} q_i(p^+) dp^+ \propto \pi \frac{dp^+}{2p^+} \int_0^{M^2} dp_1^2 g_i(p^+ + \frac{p_1^2}{p^+}) \quad (16)$$

since : $(p_1)_{\max} = p_{\max} = \frac{M}{2}$.

This calculation is fitted to the case where p^+ will be fixed to the value Mx , i.e. where Q^2 is large ($> 20 \text{ GeV}^2$), and gives the number of partons i with fractional momentum u to $u+du$ in the P_0 frame as $q_i(u)du$.

By change of variable $p_1^2 + 2p_1^0$ with fixed p^+ :

$$q_i(u) du \propto \frac{\pi}{2} M du \int_{Mu}^{Mu + \frac{M}{4u}} d(2p^0) g_i(2p^0)$$

and we take the normalization of f_i for obtaining :

$$\begin{aligned} q_i(u) &= \frac{\pi}{2} \int_u^{u + \frac{1}{4u}} d\tau f_i(\tau) \\ &= \frac{\pi}{2} \int_u^1 d\tau f_i(\tau) \end{aligned} \quad (17)$$

since $u + \frac{1}{4u} > 1$, whatever $u > 0$

$$\text{or : } \underline{\frac{dq_i}{du} = -\frac{\pi}{2} f_i(u)} \quad (18)$$

Now let us consider a $q_i(u)$ which remains finite for $u \rightarrow 0$, like the number of valence quarks. The total number of these quarks will be :

$$Q_i \equiv \int_0^1 q_i(u) du = \frac{\pi}{2} \int_0^1 du \int_0^1 d\tau f_i(\tau) \quad (19)$$

Whereas it can be obtained directly from g_i :

$$Q_i \propto \int g_i(2p^\circ) \frac{p \cdot dp}{2p^r} d\Omega = 2\pi \int g_i(2p^\circ) p^\circ dp^\circ$$

$$Q_i = \frac{\pi}{2} \int_0^1 \zeta d\zeta f_i(\zeta) \quad (20)$$

It is readily seen by partial integration that (19) and (20) are identical provided Q_i is finite : this is verified for $u q_i(u) \rightarrow 0$ when $u \rightarrow 0$, a larger class than the one we started with.

The fractional momentum of partons i in the P_∞ frame :

$$\int_0^1 u q_i(u) du$$

is finite even when $q_i(u) \approx \frac{a_i}{u}$ for $u \rightarrow 0$. Then by partial integration :

$$\int_0^1 u q_i(u) du = \frac{\pi}{4} \int_0^1 \zeta^2 f_i(\zeta) d\zeta \quad (21)$$

where the second member is the fractional energy of the partons i in the $\vec{P} = 0$ frame ($\frac{P_\infty^\circ}{M} = \frac{\zeta}{2}$) ; (21) agrees with the relation (4) which is the sum over i of equations (21).

Finally for large Q^2 , the contribution of the quarks i to $F_1(x)$ is (see A1 and A2) :

$$e_i^2 \frac{\pi}{4} \int_x^1 d\zeta f_i(\zeta) \equiv \frac{1}{2} e_i^2 q_i(x) \quad (22)$$

in agreement with the Feynmann value ; $q_i(x)$ is usually extracted from ν or $\bar{\nu}$ deep inelastic scattering experiments, and gives directly the number of quarks (when finite) of different kinds. Then, it is found that the (always finite) fractional momentum carried by all the quarks is 0.45, leaving 0.55 for the fractional momentum of the gluonic field.

The fractional energies in the rest frame of the nucleon are the same, and this is apparently in disagreement with the value of most bag models.

CONCLUSION

The conjecture that quarks and gluons have sharply defined values of p_i^2 in the confinement region is essential for the present calculations.

As said in the introduction this assumption may seem a priori dubious especially for the gluons. However it is used in all the quark models for hadron spectroscopy, at least for the quarks. It is also essential for the usual calculations of kinematical corrections to scaling.

From the symmetry in the structure function which then comes out, we derived an upper limit of m_1 . Of course, this limit = 100 MeV is rather a guess, and it is necessary to study more accurately the experimental data for eliminating the effects of Q^2 dependent corrections at low x (e.g. higher twist corrections) and large x .

Acknowledgments

I am indebted to H. Sazdjian and J. Stern of my Institute for several discussions we had on the parton model and Q.C.D..

I thank also M.K. Gaillard (CERN and Annecy) for several discussions on the content of the paper [2].

APPENDIX

THE EXACT CALCULATIONS FOR $m_i = 0$ (KINEMATICAL CORRECTIONS)

The global expression for inclusive σ is :

$$d\sigma = \frac{e^4 \pi^2}{(2\pi)^5} \frac{d^3 k^2}{2ME_1 E_2} \frac{E^{\mu\nu}}{Q^4 M^2} \int e^{-iQ \cdot z} \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \langle P, \sigma | J_{\nu}(z) J_{\mu}(0) | P, \sigma \rangle d^4 z$$

where : $k_i \equiv (\vec{k}_i, E_i)$ ($i = 1, 2$) for the lepton,

$$E^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \sum_{\sigma'} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} ; \epsilon^{\mu} \equiv \bar{u}(k_2) \gamma^{\mu} u(k_1) \quad (\text{spins } \sigma' \text{ omitted})$$

Putting : $\int d^4 z \dots \equiv 4\pi W_{\mu\nu}$,

$$W_{\mu\nu} = M^2 W_1 \left(g_{\mu\nu} - \frac{Q_{\mu} Q_{\nu}}{Q^2} \right) + W_2 \left(P_{\mu} - \frac{P \cdot Q}{Q^2} Q_{\mu} \right) \left(P_{\nu} - \frac{P \cdot Q}{Q^2} Q_{\nu} \right)$$

defines the dimensionless invariants W_k ($k = 1, 2$). $d\sigma$ is matched with $\sum_1 d\alpha_1, d\alpha_2$ of graph 2 depending on $W_{\mu\nu}(i)$.

It is convenient to compare the invariants :

$$\frac{1}{M^2} g^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 3W_1 - W_2 \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) \quad \text{with } M^{-2} \sum_1 g^{\mu\nu} W_{\mu\nu}(i)$$

and :

$$\frac{1}{M^4} P^{\mu} W_{\mu\nu} P^{\nu} = \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) \left[W_2 \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) - W_1 \right] \equiv \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) W_L$$

with $M^{-4} \sum P_{\mu\nu}^{\mu\nu}(t) F^{\nu}$.

The result for the first invariant is :

$$3W_1 - W_2 \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) = 2 I_0(\xi)$$

where :

$$I_0(\xi) = \frac{\pi}{4} \int_{\xi}^1 e_i^2 f_i(\zeta) d\zeta \quad (A1)$$

with the normalization of f_i given in § V, whereas W_L , of order M^2/Q^2 , depends also on the two first moments :

$$I_k = \frac{\pi}{4} \int_{\xi}^1 \zeta^k \sum e_i^2 f_i(\zeta) d\zeta \quad (k = 1, 2)$$

$$W_L = \frac{Q^2}{v^2(1+\epsilon)^2} \left(-I_0 + \frac{I_1}{x} + \frac{M}{2vx} I_2 \right)$$

- Hence, for large Q^2 , $W_L = 0$ as expected, this being equivalent to the Callan-Gross relation $vW_2 = 2Mx W_1$, and :

$$W_1 = I_0(x) \equiv F_1(x) \quad (A2)$$

Equivalently, W_1 and W_2 are expressed as a linear combination of :

$$I_0(\xi) \equiv \Phi''(\xi), \text{ and } \Phi'(\xi), \Phi(\xi) \quad (A3)$$

Φ', Φ being the primitives of Φ'' . which vanish

for $\xi = 1$. Expressing also the coefficients with ξ , Q^2 only :

$$\begin{cases} W_1 = F_1(\xi) + R \\ vW_2 = 2M\xi \left(1 - \frac{M^2}{Q^2} \xi^2 \right) \left(1 + \frac{M^2}{Q^2} \xi^2 \right)^{-2} \left[F_1(\xi) + 3R \right] \end{cases} \quad (A4)$$

with :

$$R = - \frac{2M^2 \xi}{Q^2} \Phi'(\xi) \left(1 + \frac{M^2}{Q^2} \xi^2 \right)^{-1} + \frac{4M^4 \xi^2}{Q^4} \Phi(\xi) \left(1 + \frac{M^2}{Q^2} \xi^2 \right)^{-2} \quad (A5)$$

R is first obtained in the shape :

$$R = \frac{Q^2}{2v^2(1+\epsilon)^2} (-x I_0 + I_1 + \frac{M}{2v} I_2)$$

and is identical with G of [2] .

Then, the identities (obtained by partial integrations) :

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \xi \phi'' - \phi' \\ I_2 &= \xi^2 \phi'' - 2\xi \phi' + 2\phi \end{aligned} \right\} \quad (A6)$$

have been used, as well as the inverse relation of (7)

$$x = \xi \left(1 - \frac{M^2}{Q^2} \xi^2 \right)^{-1} \quad (A7)$$

The final expressions (A4) obtained by use of (A2) are not identical with the expressions of [2] when all the variables they use (x, Q^2, v, ξ) are reduced to ξ and Q^2 . The reason is the following : calculating $\sum_i \sigma_i$ (and thus taking a flux factor ϕ_i for each parton i) is not completely consistent with our set of assumptions. One should rather calculate σ_{part} :

$$\sigma \propto \frac{1}{F} \sum_i \text{Im } A_i$$

where F is the global flux factor

$$F \approx -k_1 \cdot P \quad (= E_1 M \text{ in the } \vec{P} = 0 \text{ frame}).$$

According to the calculations of §III, this should multiply the expressions

$$(A4) \text{ by an overall factor : } \frac{x}{1+\epsilon} = \xi \left(1 + \frac{M^2}{Q^2} \xi^2 \right)^{-1}.$$

However, one has now for large Q^2 , the new identification :

$$M_1 = x I_0(x) \equiv F_1(x) \quad (A8)$$

and this gives the relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} W_1 = \left(1 + \frac{M^2}{Q^2} \xi^2\right)^{-1} [F_1(\xi) + \xi R] \\ vW_2 = 2M\xi \left(1 - \frac{M^2}{Q^2} \xi^2\right) \left(1 + \frac{M^2}{Q^2} \xi^2\right)^{-3} [F_1(\xi) + 3 \xi R] \end{array} \right. \quad (A9) \quad (1)$$

in agreement with [2], [7] and all the usual expressions found in the literature [10].

Apparently, (A2) and (A8) are equivalent up to a change in normalization. However the derivations of section V show a serious difficulty in taking the second point of view: at large Q^2 one finds $xq_i(x)$ instead of $q_i(x)$ for the contribution of quark i to F_1 , spoiling the agreement of experiment with the expected values of the numbers Q_i of various quarks.

Therefore, it seems that (A4) give more exact kinematical corrections. However they have been obtained in Section III by taking;

$$\frac{1}{x + \epsilon \frac{\zeta}{2}} = \frac{1}{x}, \text{ and the expansion:}$$

$$\frac{1}{x} \left[1 - \frac{\epsilon \zeta}{x} + \left(\frac{\epsilon}{x}\right)^2 \frac{\zeta^2}{4} \dots \right]$$

giving new corrections proportional to I_1, I_2, \dots would seem better at least up to order $\frac{M^4}{Q^4}$. But, we neglected also a correction of the same order:

$$\frac{1}{8} \lambda^2 < 4M^2 x^2 \frac{1-y}{2Q^2} \text{ with respect to } x^2, \quad y \text{ being the usual } \frac{E_1 - E_2}{E_1}.$$

This unusual (y dependent) correction is less than 10 % for $Q^2 > 5 \text{ GeV}^2$.

In conclusion to this Appendix it appears that kinematical corrections are not very reliable because they depend on further specific assumptions and approximations.

(1) R still has the expression (A5) but with the new signification of ϕ, ϕ' obtained from (A8): $\phi'' = F_1(\xi)/\xi$.

REFERENCES

- [1] R.P. Feynman, Photon-hadron Interactions (Frontiers in Physics 1972).
- [2] R. Barbieri, J. Ellis, M.K. Gaillard and G.G. Ross, Nucl. Phys. B117 (1976) 50.
- [3] S. Weinberg, Phys. Rev. D8 (1973) 3497.
- [4] J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B94 (1975) 269.
- [5] N.H. Fuchs and H. Sazdjian, Phys. Rev. D 18 (1978) 889.
- [6] O. Nachtmann, Nucl. Phys. B63 (1973) 237 and B78 (1974) 455.
- [7] H. Georgi and H.D. Politzer, Phys. Rev. D14 (1976) 1829.
- [8] H.L. Anderson et al., Phys. Rev. Letters 37 (1976) 4.
- [9] A. Bodek et al., Phys. Rev. Letters 30 (1973) 1087.
- [10] A.J. Buras, Rev. Mod. Phys. 52 (1980) 199.

FIGURE CAPTIONS

- Fig.1 Graph for the amplitude A, ImA giving the inclusive electron proton cross-section.
- Figs. 2 and 3 Graphs for the contribution A_i of a quark i to the amplitude A (direct and crossed graphs).
- Fig.4 Calculation of $\sin \lambda_1$; θ is related to $Q^2, E_1 E_2$ by :
 $Q^2 = 2E_1 E_2 (1 - \cos \theta)$.
- Fig.5 Curve giving x_i^S versus x for a non vanishing mass m_i of quark i .
- Fig.6 Curve giving $F_1(x)$ which must be :

$$\frac{\pi}{4} \sum e_i^2 \int_{x_S}^1 f_i(\zeta) d\zeta$$

when all the contributing quarks have a mass near to m_i

$$\left(x_S = x + \frac{m_i^2}{M^2 x} \right)$$

A non vanishing m_i should produce an axis of symmetry parallel to the ordinate axis in this log scale.

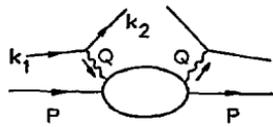


Fig.1

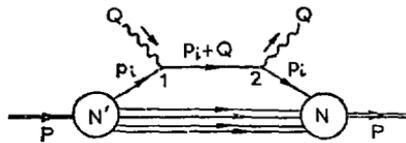


Fig.2

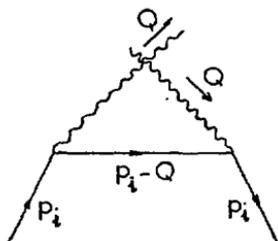


Fig.3

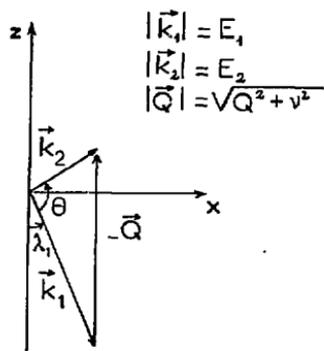


Fig.4

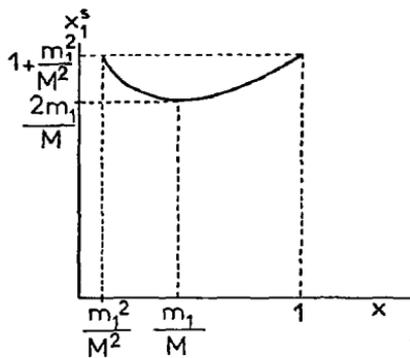


Fig.5

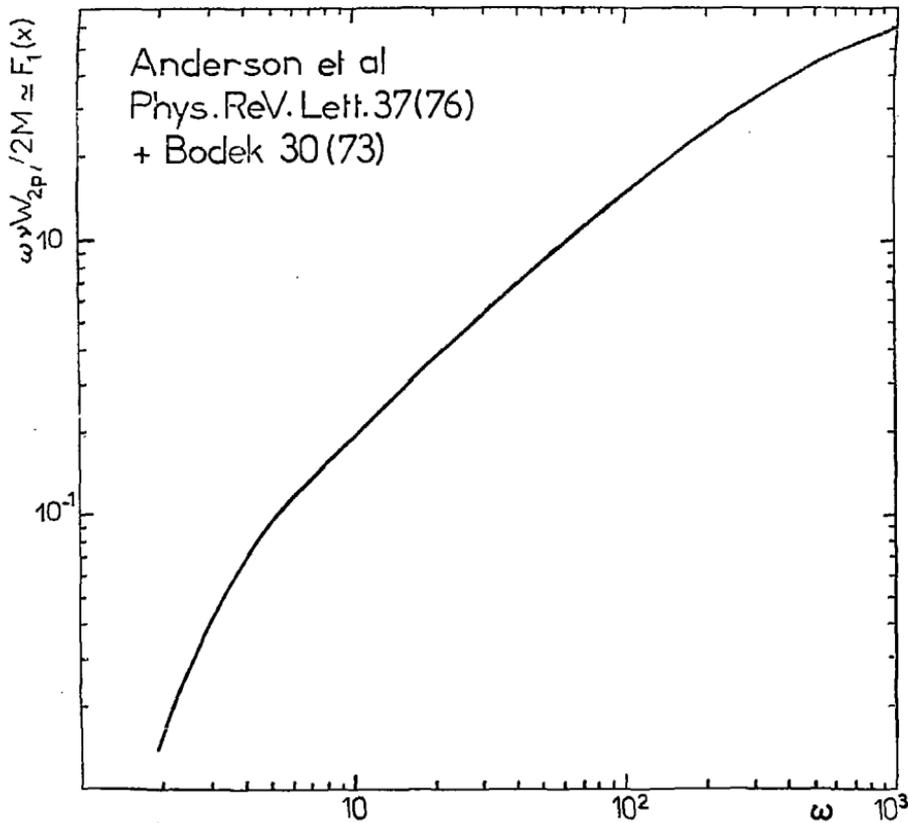


Fig.6

REVIEW OF CLASSICAL RELATIVISTIC PARTICLE MECHANICS

H. Sazdjian

Abstract

We review the main developments of classical relativistic mechanics of particles interacting at a distance.

The framework of classical relativistic particle mechanics concerns the study of the dynamics of particles interacting at a distance - the interaction being represented by potentials depending on the particle variables alone (positions and velocities or coordinates and momenta) and fields being absent. It generalizes the framework of the usual non-relativistic particle mechanics. The latter problem is completely solved in the case of Galilei invariance : one can construct interactions (potentials) for isolated systems of several interacting particles which are compatible with this invariance. For instance the two-body central potentials are solutions of the problem.

In special relativity several conceptual and technical difficulties appear. The first difficulty is related to the existence of many time parameters (proper times) in the theory - as many as there are particles. The second difficulty concerns the finite velocity of the propagation of the interaction ; although in action -at-a-distance theories the propagation of the interaction is not explicitly represented, one still has to ensure that each particle has a velocity always smaller than that of light. The third difficulty is related to the Poincaré group itself, whose realization requires the resolution of non-linear equations. A fourth difficulty has an experimental origin : action -at-a-distance theories do not change during the interaction the number of the particles of the system ; however it is an experimental fact that in relativity energy can be transformed into particles and vice versa, and relativistic processes involve in general the change of the number of the particles of the system (decays, inelastic reactions, radiations etc...). Therefore we know in advance that the direct interaction (action -at-a-distance) theories, even if they are consistent, cannot account alone for the whole physics of nature ; but for many physical processes (elastic scattering, bound state problem) where the number of the constituent particles of the system remains the same, they could provide a satisfactory framework for the analysis of the problem.

Two formalisms are used in the above approach : Newtonian and Hamiltonian. The first one has the advantage of being closer to physical intuition, since it uses as fundamental variables the positions and velocities of the particles ; it has the disadvantage of not generally providing easily the constants of the motion. This is closely related to the fact that in relativistic particle theories, because of the existence of many proper times, in general it is not possible to start from a Lagrangian formalism,

although in some cases one can start from an action principle ; Newtonian equations alone are not powerful enough to lead to a straightforward construction of the constants of the motion. Another difficulty is related to the problem of quantization, which is more suitably tackled in Hamiltonian formalism. In the latter formalism one starts by constructing the Poincaré group generators which yields the constants of the motion ; also the quantization problem finds there its natural framework. Its drawback is that one uses coordinates and momenta, which in relativistic theories are not straightforwardly related to the position and velocity variables of the particles.

Newtonian formalism.Equations of motion in integro-differential form.

Early attempts to formulate classical Electrodynamics within the action-at-a-distance framework date from the beginning of this century: one can quote the works of Liénard (1898), Wiechert (1900), Schwarzschild (1903), Tetrode (1922) and Fokker (1929). These attempts, although conceptually promising, were not given enough attention by the physicists; the main reason was that these theories were not able to reproduce the radiation phenomenon. As we emphasized before, this is not surprising; radiation is a thermodynamical phenomenon, due to the emission of photons and hence related to a change of the number of the particles of the system; it cannot be predicted by theories which keep constant the number of the particles. Although one can introduce "absorbers" in the system (Wheeler and Feynman, 1945) in order to simulate the radiation phenomenon, such a procedure spoils the simplicity of the initial framework. Therefore the description of the radiation phenomenon is beyond the possibilities of the direct interaction theories (unless they are modified) and these will be most adequate when the effects of the abovementioned phenomenon are negligible.

By clarifying many concepts of the direct interparticle action theories, the work of Wheeler and Feynman (1949) has stimulated the new developments of classical relativistic particle mechanics during the last thirty years. Later on their work, which was formulated in the framework of Electrodynamics, was generalized to arbitrary types of interactions by Van Dam and Wigner (1965). Here we present the formulation developed by these authors.

Designating by X_a^{α} the time-position four-vector of particle a , by τ_a its proper time ($(d\tau_a)^2 = dx_{a\mu} dx_a^\mu$), by \dot{X}_a^α the four-velocity ($\dot{X}_a^\alpha = \frac{dX_a^\alpha}{d\tau_a}$) and by m_a the free mass, the equations of motion for particle a are then written as:

$$m_a \frac{d^2 X_a^\alpha}{d\tau_a^2} = \sum_{\substack{b=1 \\ b \neq a}}^N F_{ab}^\alpha(\tau_a), \quad (a = 1, \dots, N).$$

where F_{ab} is a Lorentz four-vector function depending in a Poincaré invariant way on the positions and velocities of particles a and b , i.e. on X_{ab}^α ($X_{ab}^\alpha = X_a^\alpha - X_b^\alpha$), $X_{ab}^\alpha \cdot \dot{X}_a^\alpha$,

$x_{ab} \cdot \dot{x}_b$ and $\dot{x}_a \cdot \dot{x}_b$ ($\dot{x}_a^2 = \dot{x}_b^2 = 1$) ; $c =$ velocity of light $= 1$).

The force F_{ab} is constructed from a "density" force in the following way :

$$F_{ab} = \int_{\tau_{b1}}^{\tau_{b2}} d\tau_b \dot{F}_{ab}(x_a(\tau_a) - x_b(\tau_b), \dot{x}_a(\tau_a), \dot{x}_b(\tau_b)),$$

where τ_{b1} and τ_{b2} are the proper times of the points where the light cone centered at the world-line point of particle a intersects the world-line of particle b (see figure 1 ; the dashed line represents that part of the world-line of particle b which contributes to the integral defining F_{ab}).

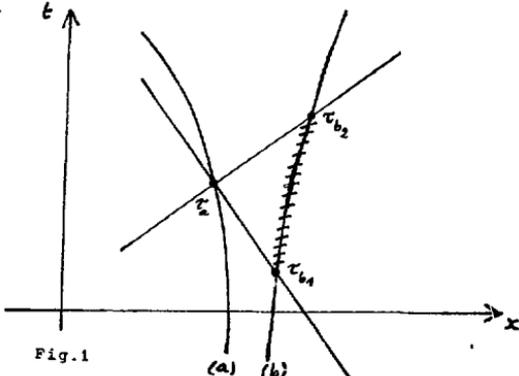


Fig.1

It is then the spacelike x_{ab} alone which contribute to the force F_{ab} . In the non-relativistic limit one has $\tau_a = \tau_{b1} = \tau_{b2}$ and one finds again the usual instantaneous force. The above equations of motion can be derived from an action principle (but not from a Lagrangian) and one can also construct the constants of the motion.

The drawback of this formalism is that it has not (at least apparently) a predictive form, in the sense that one could not with a finite number of initial conditions predict the future motion of the system ; this is due to the fact that each force depends on a finite part of the world-line of a particle. However this difficulty is only apparent ; one can easily see that the theory is actually predictive ; for instance upon replacing in the integrals the world-lines by the free solutions and then iterating

the series (provided the interaction is weak) one can show the latter property. These integro-differential equations can therefore be transformed into ordinary differential equations (Kerner, 1964, Hill, 1965).

Predictive formalism.

In this formalism one describes the motion by means of differential equations. It can be formulated either in a non-covariant way, after eliminating from the beginning all the redundant variables, or in a manifestly covariant way.

a) The formalism of Currie and Hill (1965).

Each particle has six degrees of freedom (\vec{x}_a, \vec{v}_a) and t is the observation time of the system. Then the Newtonian equations of motion take the form :

$$m_a \frac{d^2 \vec{x}_a}{dt^2} = \vec{F}_a(\vec{x}_{ab}, \vec{v}_a, \vec{v}_b), \quad (b=1, \dots, N, b \neq a; a=1, \dots, N).$$

One then demands that these equations be invariant in form under the transformations of the Poincaré group (Lorentz transformations and space-time translations). One then finds non-linear equations for the forces to be satisfied ; they can be solved by series expansion in $1/c^2$ by starting from an initial ansatz with a Galilei invariant form.

b) Covariant formalism of Bel and Droz-Vincent (1970).

The equations of motion are :

$$m_a \frac{d^2 x_{a\mu}}{d\tau^2} = F_{a\mu}(x_a(\tau_a) - x_b(\tau_b), \dot{x}_a(\tau_a), \dot{x}_b(\tau_b)).$$

The force depends here on a single point of the world-line of particle b ($b=1, \dots, N; b \neq a$). The predictivity condition stipulates that the force at $x_a(\tau_a)$ should actually be independent of the particular choice of the $x_b(\tau_b)$'s on the world-lines of the particles b (see Fig.2). Stated differently it says that whatever the initial conditions of the system are, provided they are chosen on the same world-lines (time-positions and four-velocities) but at different points, the future motion will always be the same. This is a natural requirement since different observers of the system cannot choose the initial conditions at the same world-line points, but still they should be able to predict with initial conditions lying on the same world-lines the same future motion. The predictivity condition is equivalent to the requirement that the world-line of each particle depend on a single proper time, and in particular be independent of the proper times of the

other particles. It can be formulated in the following way :

$$\frac{\partial}{\partial \tau_b} F_{a\mu}(\tau_a, \tau_b) = 0, \quad (b \neq a),$$

which implies that :

$$\left(\dot{x}_{ba} \frac{\partial}{\partial x_b} + \dot{x}_{ba} \frac{\partial}{\partial x_{ba}} \right) F_{a\mu} = 0.$$

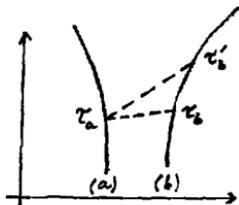


Fig. 2 : $F_a(\tau_a, \tau_b) = F_a(\tau_a, \tau'_b)$.

Replacing \dot{x}_b by F_b/m_b one finds again non-linear equations in the F 's which can be solved by series expansion either in $1/c^2$ or in the coupling constants.

Hamiltonian formalism.

The Hamiltonian formalism was initially formulated by Dirac (1949). In order to construct Poincaré invariant systems of particles, one has to build up the ten generators of the Poincaré algebra in terms of the canonical variables of the theory, which amounts to forming a realization of the Poincaré algebra by means of Poisson brackets. Solutions to this problem have been given by Bakamjian and Thomas (1953) and by Foldy (1961). For N-particle systems one in general needs the presence of many-body potentials (up to N-body). The method used by the above authors consists in starting from Galilei invariant systems and then seeking Poincaré invariant solutions in the form of series in $1/c^2$.

However, in order that the theory be capable of describing the space-time evolution of particles, it has to reproduce their world-lines. Now if the particles are represented as (mathematically) point-like objects, then the points of a world-line should represent space-time "events". Different observers of the system should then observe the same world-line for each particle. If for instance two observers are related by a Lorentz transformation, then the world-line expressions in the corresponding two reference frames should also be related to each other by the same Lorentz transformation. This is the content of the "world-line invariance" statement. It puts conditions on the Lorentz transformation properties of the time-position variables of the particles: they should transform under Lorentz transformations as components of four-vectors. If then \vec{K} represents the Lorentz transformation generators, P_0 the Hamiltonian and \vec{x}_a the position of particle a at time t of the observer of the system, then the world-line invariance condition (in infinitesimal form) requires the validity of the following equation (Currie, Jordan and Sudarshan, 1963, Currie, 1963):

$$[K_i, x_{aj}] = -\delta_{ij}t - x_{ai}[P_0, x_{aj}] :$$

(The brackets represent the Poisson brackets).

In a manifestly covariant formalism the world-line invariance condition requires that each world-line depend on a single proper time. Therefore if H_b represents the proper time generator of particle b ($b \neq a$), then one must have (Droz-Vincent, 1969):

$$[H_b, x_{ap}] = 0, \quad (b \neq a).$$

Actually the world-line invariance condition is equivalent to the predictivity condition in Newtonian formalism. It simply stipulates that the world-lines are made of space-time events or equivalently they represent the evolution of mathematically point-like particles.

If now one identifies the position variables of the particles with the canonical coordinates, then the inclusion of the world-line invariance condition into the requirement of Poincaré invariance of the theory leads to the result that no interaction is available; the theory must be a free one. This is the famous no-interaction theorem first derived by Currie, Jordan and Sudarshan (1963).

One possible way out of this difficulty has been pointed out by Kerner (1965) who emphasized that the hypothesis which is at the origin of the no-interaction theorem lies in the identification of the position variables with the canonical coordinates. Actually one must construct the position variables from the canonical coordinates according to the world-line invariance condition. Kerner's remark is based on a theorem, called the Lie-Königs theorem. It stipulates that any system of Newtonian equations of motion (i.e. of ordinary differential equations) can be put in Hamiltonian form irrespective of the invariance properties of the system. At that time there existed at least one explicit example of relativistic Newtonian equations, given by the Wheeler-Feynman formulation of Electrodynamics and which can be expressed in the form of ordinary differential equations. By applying the Lie-Königs theorem Kerner found that the position variables of the Newtonian formalism did not transform into the canonical coordinates of the Hamiltonian formalism; instead the former appeared to be complicated functions of the latter and of the canonical momenta.

This way of approach, that is the construction of position variables in terms of the canonical variables of the theory was developed later on by Droz-Vincent (1970), Pauri and Prosperi (1976) and Sazdjian (1979) who showed that the Hamiltonian formalism is capable of describing the space-time evolution of relativistic interacting particles. We briefly describe this approach in the case of two interacting spinless particles, starting from a manifestly covariant framework.

Let $q_{a\mu}$ and $p_{a\mu}$ ($a=1,2$) be the four-coordinates and four-momenta of the particles. Then the Poincaré algebra

generators are given by the quantities :

$$P_{\mu} = \sum_{a=1}^2 P_{a\mu} ,$$

$$M_{\mu\nu} = \sum_{a=1}^2 (q_{a\mu} P_{a\nu} - q_{a\nu} P_{a\mu}) ,$$

which satisfy, by means of the Poisson brackets, the Poincaré algebra. The interaction is introduced through the "mass" constraints :

$$p_a^2 = m_a^2 + V_a , \quad (a = 1, 2) ,$$

where V_a are Poincaré invariant functions (potentials) of the canonical variables and m_a are the free masses.

The redundant time variables are eliminated through "time" constraints ; the simplest choice would be the equal-time constraints (this is not the unique possible choice) :

$$q_{a0} = \tau , \quad (a = 1, 2) .$$

The Poincaré algebra must then be satisfied in the presence of the mass and time constraints. This leads to conditions on the interaction potentials. In the case of symmetric potentials ($V_1 = V_2 = V$) one finds the general solution :

$$V = V(q^2 - \frac{(p \cdot q)^2}{p^2}) , \quad u \cdot (q - p \frac{p \cdot q}{p^2})$$

where $q = q_1 - q_2$, $p = p_1 + p_2$, $u = (m_2 q_1 - m_1 q_2) / (m_1 + m_2)$. These are relativistic generalizations of the Galilei invariant interactions (respectively the central potentials and the velocity dependent potentials).

The position variables are constructed according to the world-line invariance condition as formulated above. The solution depends on the choice of the Cauchy condition. There is a simple choice which permits the identification of the position variables with canonical coordinates in the center-of-momentum frame ($\vec{p} = 0$). Then in that frame the equations of motion take a simple form which resemble, up to kinematical factors, those of non-relativistic mechanics. The trajectories of the particles in other reference frames are obtained by applying on them Lorentz transformations, since the particle position variables satisfy, by

construction, the world-line invariance condition. Also positivity constraints put on the interaction masses squared (p_1^2 and p_2^2) guarantee that the velocity of each particle remains always smaller than that of light.

Conclusion.

Both in Newtonian and Hamiltonian formalisms the classical relativistic dynamics of particles interacting at a distance can be consistently formulated. As compared to non-relativistic mechanics, conceptual as well as technical difficulties are present ; but most of the conceptual difficulties are at this time overcome. In the general N-particle case ($N > 2$) the separability condition constitutes a source of additional difficulties.

The existence of classical relativistic mechanics of particles interacting at a distance provides a suitable framework for the study and analysis of relativistic processes which can be approximately described by a finite number of degrees of freedom.

ReferencesNewtonian formalism (integro-differential equation of motion) :

- J.A. Wheeler and R. Feynman, Rev. Mod. Phys. 21 (1949) 425.
- H. Van Dam and E. Wigner, Phys. Rev. 13B (1965) B1576 ;
142 (1966) 83B.

Newtonian formalism with predictive form :

- D.G. Currie, Phys. Rev. 142 (1966) 817.
- R.N. Hills, J. Math. Phys. 8 (1967) 201.
- L. Bel, Ann. Inst. H. Poincaré 12 (1970) 307 ;
14 (1971) 189.
- L. Bel, A. Salas and J.M. Sanchez, Phys. Rev. D7 (1973) 1099.
- L. Bel and J. Martin, Phys. Rev. DB (1973) 4347 ;
D9 (1974) 2760.
- L. Bel and X. Fusterro, Ann. Inst. H. Poincaré 25A (1976) 411.

Hamiltonian formalism and Poincaré invariance :

- P.A.M. Dirac, Rev. Mod. Phys. 21 (1949) 392.
- L.H. Thomas, Phys. Rev. 85 (1952) 868.
- B. Bakamjian and L.H. Thomas, Phys. Rev. 92 (1953) 1300.
- B. Bakamjian, Phys. Rev. 121 (1961) 1849.
- L.L. Foldy, Phys. Rev. 122 (1961) 275 ; D15 (1977) 3044.
- M. Pauri and G.M. Prosperi, J. Math. Phys. 7 (1966) 366 ;
8 (1967) 2256 ; 9 (1968) 1146 ; 16 (1975) 1503.

The no-interaction theorem :

- D.G. Currie, T.F. Jordan and E.C.G. Sudarshan,
Rev. Mod. Phys. 35 (1963) 350.
- D.G. Currie, J. Math. Phys. 4 (1963) 1470.

- J.T. Cannon and T.F. Jordan, *J. Math. Phys.* 5 (1964) 299.
- H. Leutwyler, *Nuovo Cim.* 37 (1965) 556.
- R. Giachetti and E. Sorace, *Lett. Nuov. Cim.* 26 (1979) 1.
- V.V. Molotkov and I.T. Todorov, Fram dependence of world lines for directly interacting classical relativistic particles, Trieste preprint, IC/79/59.

Hamiltonian formalism with constraints :

- P. A.M Dirac, Lectures on quantum mechanics, Belfer Graduate School of Science Monographs Series, Yeshiva University, New York (1964).
- E.C.G. Sudarshan and N. Mukunda, Classical dynamics : A modern perspective (Wiley, New York, 1974).
- A.J. Hanson, T. Regge and C. Teitelboim, Contributi del Centro Linceo Interdisciplinare di Scienze Matematiche Fisiche e loro Applicazioni, n°22, Accademia Nazionale dei Lincei, Roma (1976).
- L.D. Faddeev, *Teor. Math. Fiz.* 1 (1969) 3.
- I.T. Todorov, Dynamics of relativistic point particles as a problem with constraints, Dubna preprint, E2-10125 (1976).
- A. Komar, *Phys. Rev.* D18 (1978) 1881 ; 1887 ; 3617.:
- F. Rohrlich, *Ann. of Phys.* 117 (1979) 292.

Position variables in Hamiltonian formalism :

- E.H. Kerner, *J. Math. Phys.* 6 (1965) 1218.
- E.T. Whittaker, A treatise on the analytical dynamics of particles and rigid bodies (Cambridge University Press, 1961).p.275 (The Lie-Königs theorem).
- Ph. Droz-Vincent, *Nuov. Cim. Lett.* 1 (1969) 839; .
Phys. Scr. 2 (1970) 129 ; *Ann. Inst. H. Poincaré* 27 (1977) 407.
- M. Pauri and G.M. Prosperi, *J.Math. Phys.* 17 (1976) 1468.
- H. Sazdjian, *Nucl. Phys.* B161 (1979) 469.

Hamiltonian or Lagrangian formalisms in particular hyperplanes of phase space or configuration space :

- T. Takabayasi, *Progr. Theor. Phys.* 54 (1975) 563 ;
57 (1977) 331 ; 1806.

- T. Takabayasi and S. Kojima, Prog. Theor. Phys. 57 (1977) 2127.
- A. Barducci, L. Lusanna and E. Sorace, Nuov. Cim. 46B (1978) 287.
- D. Dominici, J. Gomis and G. Longhi, Nuov. Cim. 48A (1978) 257; 56A (1980) 263.

Reviews :

- E.H. Kerner, The theory of Action-at-a-distance in Relativistic Particle Dynamics (Gordon and Breach, New York, 1972).
- R.A. Mann, The Classical Dynamics of Particles - Galilean and Lorentz Relativity(Academic Press, New York, 1974) ch. 5.

THE EFFECT OF PION ABSORPTION ON THE ELASTIC π D SCATTERING.

T. Mizutani

Contrary to previous belief that at finite energy the pion absorption by nuclei should be rather small, recent experiments (1) have indicated that even around the pion energy corresponding to the $\Delta(1232)$ region the true (or genuine) pion absorption cross sections are comparable to those for elastic as well as inelastic (non-pion absorption type) scattering. Therefore, even for the description of elastic π scattering by nuclei the inclusion of the intermediate pion absorption effect (1 π pion is absorbed by the nucleus, 2 π) (no pion nuclear states propagator and 3 π the pion is emitted) seems to be required. However, the practical formulation consistent with e.g. conventional multiple scattering theory is very difficult due to the dual role of the pions: (i) they exist virtually inside the nucleus and are exchanged among the nucleons to bind them together, while (ii) they are also made to scatter by the nuclear target. Thus a careless amalgam of multiple scattering theories and the field theoretic description of pion production (absorption) would immediately lead to overcounting the effect of pions.

It was found (2) that this overcounting problem can be resolved rather easily for the case of the simplest π -nucleus scattering, the πd scattering. Furthermore there has recently been a good deal of interest in related reactions: $\pi^+ d \leftrightarrow pp$ and the NN scattering in the inelastic region in connection with the possible dibaryon resonances. Therefore a considerable effort has been made to study the coupled $NN(\pi d)$ - NN systems so that one can find a unified description of the processes, $\pi NN(\pi d) + \pi NN(\pi d)$, $\pi NN(\pi d) \leftrightarrow NN$ and $NN \rightarrow NN$ in a unitary manner (2,3). The outcome then is two sets of coupled integral equations (3), one for coupling 3particle + 3particle and 3particle + 2particle (NN) amplitudes and the other for 2particle (NN) \rightarrow 3particle and 2particle (NN) \rightarrow 2particle (NN) amplitudes. For our present interest we take the first set of equations to describe the elastic πd scattering.

In its most general (off-mass-shell) form these equations read (4) (neglecting irreducible three-body forces and vertices)

$$T_{\mu\nu} = t_{\mu} \delta_{\mu\nu} + \sum_{\eta} t_{\eta} (1 - \delta_{\eta\mu}) G_3 T_{\eta\nu} + h_{\mu} G_2 T_{N\nu} \quad (1.a)$$

$$T_{N\nu} = h_{\nu} + \sum_{\eta} h_{\eta} (1 - \delta_{\eta\mu}) G_3 t_{\mu} [\delta_{\mu\nu} + G_3 \sum_{\xi} (1 - \delta_{\xi\mu}) T_{\xi\nu}] + v_{NN}^{OBE} G_2 T_{N\nu} \quad (1.b)$$

In the above expression, $\mu\nu$...etc, label pairs: πN , NN , t_{μ} : two-body t -matrix for pair μ , h_{μ} : NN vertex function, v_{NN}^{OBE} : one boson exchange NN interaction where OPEP should be non static (energy dependent) to maintain the three-body unitarity of eqs. (1.a,b), $G_2(G_3)$: the product of single-particle

(dressed) propagators for NN(π NN). For a certain $\mu = \nu$ $T_{\mu\nu}$ describes the elastic πd scattering whereas $T_{N\nu}$ accounts for $\pi d \rightarrow NN$. It may be worth remarking that the last term in eq. (1.a) allows the coupling to the NN channel so that solving for eqs. (1.a,b) enables us to include the effect of π absorption on elastic πd scattering. Incidentally, without this last term eq. (1.a) is simply the relativistic Faddeev equation.

Actual calculations were done by adopting the isobar (separable) approximation to all t_{ij} ($\mu = \pi N, NN$) together with the three dimensional reduction of G_2 and G_3 like that of Blankenbecker and Sugar in such a way as to retain two and three body unitarity. For V_{NN}^{OPE} we only retained non static OPE part. The deuteron wave function is taken from the relativistic parametrization of Giraud et al (5) which reproduces the deuteron static properties (including the charge form factor) quite well. We note that this wave function is also consistent with the separable interaction which reproduces $\delta(^3S_1)$ rather well.

Special attention must be paid to the input $\pi N P_{11}$ interaction as the pion absorption (emission) proceeds through this partial wave. The following features should be noted, (i) the total P_{11} t-matrix may be written as

$$t_{tot} = t_p + t_{NP} \quad (2.a)$$

$$t_p = h G_N h \quad (2.b)$$

where t_p is the dressed (direct) nucleon pole term with h the πNN vertex function and G_N the dressed nucleon propagator (we shall call t_p as pole part) while t_{NP} is the background contribution (we shall call this as non pole part : NPP_{11}), (ii) t_{NP} itself satisfies unitarity (2,6), thus imposing a strong constraint on the structure of t_p (more precisely on the h and G_N independently) due to the fact that of course t_{tot} is unitarity, (iii) in eqs. (1.a,b) t_p and t_{NP} enter separately (3) : t_p in terms of its separate components G_N (G_N appears in G_2) and h (as h_{ij} ; note that it also appears in the OPE part of V_{NN}^{OPE}) while t_{NP} joins one of t_{ij} 's. Taking into account those points above we determined t_{tot} (viz h , G_N , t_{NP}) taking the separable form for t_{NP} and by fitting the $a(P_{11})$ (the scattering volume) and the phase shift $\delta(P_{11})$ while constraining the χ^2 fit by the nucleon pole position and its residue [$\alpha f_{\pi NN}^2 (=0.08)$] (7). The result is shown in fig. 1. Two different best fits are obtained : in one model (GG) where the range of β the from factor in separable t_{NP} and the range γ of the irreducible πNN vertex are set equal

(h is generally the function of parameters β and γ) and the other (GR) which $\beta=\gamma$ is not imposed. For GG we found $\beta = \gamma = 2.7 \text{ fm}^{-1}$ whereas for GR $\beta = 2.9 \text{ fm}^{-1}$, $\gamma = 4.8 \text{ fm}^{-1}$ were found. We prefer GR as there is no strong reason that $\beta=\gamma$ should be satisfied. We remark in passing that to the best of our knowledge the above $\pi N P_{11}$ input interaction is the first one to fit $\delta(P_{11})$, $a(P_{11})$ and $f_{\pi NN}^2$ satisfactorily while consistent with unitarity.

As for the very low energy quantity we calculated the πd scattering length $a_{\pi d}$ which is a complex number due to the fact that the coupled channel, $\pi d \rightarrow NN$ is exothermic. We found $\text{Re} a_{\pi d} = -.047 \text{ m}^{-1}$ with GR and $R_D = 4\%$ D-state probability for the deuteron channel. In fact we have found that this quantity to be insensitive to the choice of πP_{11} interaction (GG or GR) and the deuteron D-state probability (the change due to different combination of input is $< 2\%$). The result is consistent with yet rather poorly determined experimental value (8)

$$\text{Re} a_{\pi d}(\text{exp}) = -.052 + 0.022 \text{ (m}^{-1}\text{)} \\ - 0.017 \text{ (m}^{-1}\text{)}$$

Note that without $\pi N P_{11}$ interaction the theory gives -0.043 m^{-1} . On the contrary $\text{Im} a_{\pi d}$ was found to be sensitive both to R_D and the choice of P_{11} interaction. In terms of the S-wave π production coefficient α for $pp \rightarrow \pi d$ ($\alpha = \frac{6\pi}{m_N} \text{Im} a_{\pi d}$) we found $\alpha = 165 \mu\text{b}$ for the combination GR ($R_D = 4\%$), whereas GG ($R_D = 6.7\%$) gives $\alpha = 105 \mu\text{b}$. A detailed study has shown that α is most sensitive to the range γ . The theoretical result is at least consistent with experiments; some claims (9) $\alpha \sim 180 \mu\text{b}$ others suggest (10) $\alpha \approx 200 \sim 300 \mu\text{b}$. Although technically rather difficult improved low energy experiments (including the pionic deuteron) will shed some useful light on this problem.

Next we studied the elastic πd scattering, specifically the c.m. differential cross sections, at $T_{\text{lab}} = 142, 180$ and 256 MeV where experiments have been done, see Fig. 2 (we exclude the result at 47 MeV as the quality of experimental data is still very poor). Here we adopted GG ($R_D = 6.7\%$) model. At 142 MeV and 180 MeV the our theoretical result with the π absorption consideration is almost identical to the one without, except at backward angles where the differential cross sections increase ($\sim 10\%$ at 180°). For 142 MeV our result is in nice agreement with experiment (11) while for 180 MeV the experimental $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ flattens at $\theta > 120^\circ$ while theoretical values do increase.

At 256 MeV the difference between the calculations with and without π absorption effects (or $\pi N P_{11}$ channel) becomes larger at backward angles. With the absorption the shape of $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ is better reproduced at large angles but the magnitude is not : recent experimental results (11) are still not compatible with theory at $\Theta > 100^\circ$. It is rather difficult to pin-down what is the cause of this discrepancy : the value of P_{11} and the choice of the P_{11} model (GG or GR) affect the result at backward angles, but they cannot essentially improve the calculated results. Possibly the πN inelasticity (especially in P_{11} channel) may be important at $T_{Lab} \geq 250$ MeV, or the dibaryon resonance may be playing some role ...etc. We are currently including the effect of heavy mesons in V_{NN}^{OBE} and also studying the associated $\pi d \rightarrow NN$ channel. On the experimental side it is desirable to remeasure large angle $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ especially at $T_{Lab} > 180$ MeV because, for example, at 256 MeV the differential cross sections for $\Theta > 100^\circ$ in recent experiments has doubled its values over the past ones. Also various polarisation measurements should be quite welcome.

References

- 1 E. Bellotti et al, Nuovo Cimento 14A(1973) 567;
I. Navon et al, Phys. Rev. Lett. 42(1979) 465;
D. Ashery et al, SIN News Letter 12(1979) 37.
- 2 T. Mizutani and D.S. Koltun, Ann. Phys. 109(1977)1;
A. S. Rinat, Nucl. Phys. A287(1977) 399.
- 3 Y. Avishai and T. Mizutani, Nucl. Phys. A326(1979)352,
Orsay Preprint (1980) A338(1980)377;
I. Afnani and B. Blankleider, Flinders University
preprint (1980).
- 4 Y. Avishai and T. Mizutani, Orsay preprint (1980).
- 5 N. Giraud, C. Fayard and G.H. Lamot, to be published
in Phys. Rev. C.
- 6 M. Ida, Phys. Rev. 136(1964) B1767
- 7 T. Mizutani, C. Fayard and G.H. Lamot, Lyon preprint.
- 8 J. Bailey et al., Phys. Lett. 50B(1974)403.
- 9 C. Richard-Serre et al., Nucl. Phys. B20(1970)413.
- 10 J. Spuller and D. Meadsday, Phys. Rev. D12(1975) 3550.
- 11 K. Gabathuler et al., private communication ;
A. Stanovnik et al., private communication ;
R. Frascaria et al., Orsay preprint (1980);
R.J. Holt et al., Phys. Rev. Lett. 43(1979) 1229.

Figure captions

Fig.1 P_{11} phase shift calculated with the GG(----) and GR(—) models. Experimental points are from (e): H. Nielsen and G.C. Oades (Nucl. Phys. B49(1972)573) and (A): H. Kochand and E. Pietarinen (Nucl. Phys. A336(1980)331).

Fig.2 πd differential cross sections
 The GG P_{11} included (—), or neglected (----).
 The experiments are from (†): Gabathuler et al.,
 (‡): Stanovnik et al., (S): Holt et al.,
 and (A): Frascaria et al.

Fig. 1

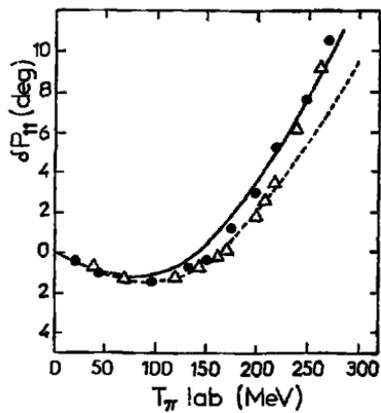
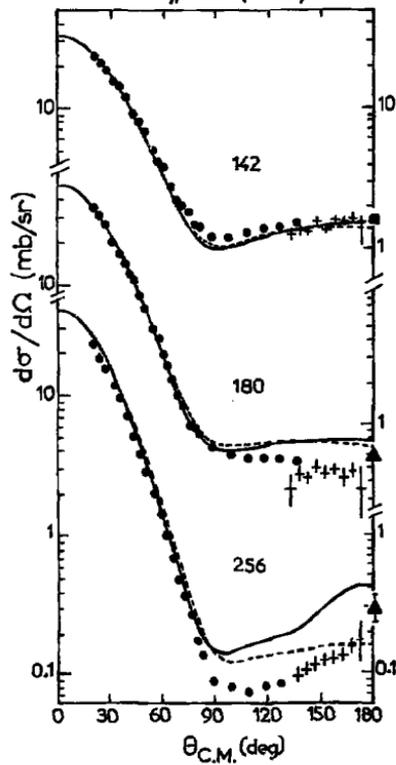


Fig. 2



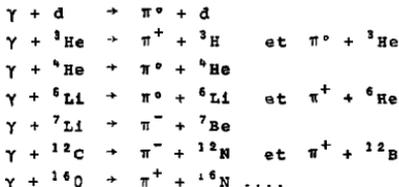
**MECANISMES DE REACTION
EN PHOTOPRODUCTION NUCLEAIRE COHERENTE**

C. Lazard

Ce séminaire concerne la photoproduction nucléaire cohérente de pion, c'est-à-dire la réaction du type



où le noyau A' peut-être dans des états d'isospin et de spin différents de ceux du noyau A . Plus particulièrement, nous considérons les réactions sur des noyaux légers, à petits nombres de nucléons telles que, par exemple



Les résultats expérimentaux [1] des réactions précédentes portent généralement sur la mesure des sections efficaces totales et différentielles à des énergies de photon E_γ qui s'étendent du seuil jusqu'à 300 MeV environ. Ce sont des résultats récents, pour une bonne part. Dans le cas du deuteron, les données expérimentales [2] sont assez abondantes et correspondent à un large domaine énergétique jusqu'à 1.6 GeV et couvrant plusieurs résonances π -N. Il existe des mesures de distributions angulaires et de sections efficaces à transfert constant, ainsi que des mesures d'asymétrie obtenues avec des faisceaux de photons polarisés. Les courbes à transfert constant permettent de s'abstraire partiellement de la décroissance des facteurs de forme nucléaires, tout en restant sensible aux différents états nucléaires du noyau et d'approcher de manière plus transparente les mécanismes de réaction. Une connaissance correcte des mécanismes régissant la photoproduction dans les différents domaines cinématiques devrait permettre l'utilisation des résultats expérimentaux pour l'extraction d'informations de structure nucléaire.

Les mécanismes étudiés pour la photoproduction nucléaire sont

- l'approximation d'impulsion où la photoproduction a lieu sur un nucléon du noyau, le pion émis sortant sans interagir avec le noyau ;
- la propagation et la rediffusion du pion émis au sein du noyau sur les différents nucléons qui le constituent ainsi que la possibilité de propagation de mésons plus lourds et de résonances baryoniques dans les états intermédiaires ;

- les effets de courants d'échange mésiques apparaissant comme une manifestation des mésons virtuels de l'interaction nucléaire sous l'action du champ externe électromagnétique.

L'étude de tels mécanismes fait apparaître des problèmes liés au mouvement de Fermi des nucléons du noyau et aux effets hors-couche d'énergie des interactions élémentaires. La propagation et la rediffusion de mésons dans le noyau sont traitées par calcul explicite de certains graphes de rediffusions multiples ou par des calculs de type DWIA en distordant l'onde du pion sortant par un potentiel optique π -noyau. Nous verrons que la photoproduction nucléaire est très liée à notre compréhension de la propagation de mésons ou de résonances baryoniques à l'intérieur du noyau.

Avant d'aborder plus en détail deux réactions types, sur le deuteron et l'hélium 3, rappelons brièvement que la décomposition en isospin de l'amplitude M_{β}^N pour la réaction $\gamma N \rightarrow \pi_{\beta} N$ ($\beta = 1, 2, 3$ étant l'indice d'isospin) s'écrit $M_{\beta}^N = M_{\gamma N}^{(+)} \delta_{\beta, 3} + M_{\gamma N}^{(-)} \frac{1}{2} [\tau_{\beta}, \tau_3] + M_{\gamma N}^{(0)} \tau_{\beta}$ où $\vec{\tau}$ est l'opérateur d'isospin de Pauli du nucléon, tandis que la décomposition en spin dans le système du centre de masse s'écrit

$$M_{\gamma N}^{(\pm 0)} = i(\vec{\sigma} \cdot \vec{\epsilon}) M_1^{(\pm 0)} + (\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{q}}{q}) (\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{k}}{k} \Lambda \vec{\epsilon}) M_2^{(\pm 0)} \\ + i(\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{k}}{k}) (\frac{\vec{q}}{q} \cdot \vec{\epsilon}) M_3^{(\pm 0)} + i(\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{q}}{q}) (\frac{\vec{q}}{q} \cdot \vec{\epsilon}) M_4^{(\pm 0)}$$

où $\vec{\sigma}$ est l'opérateur de Pauli du nucléon, $\vec{\epsilon}$ le vecteur de polarisation du photon, \vec{k} et \vec{q} les impulsions respectives du photon et du pion. Il existe de nombreuses analyses de cette amplitude de la réaction $\gamma N \rightarrow \pi N$ [3], qui ont été utilisées pour le calcul des graphes d'approximation d'impulsion et de rediffusion de pions.

Nos analyses des résultats de la réaction $\gamma d \rightarrow \pi^0 d$ en termes d'approximation d'impulsion et de rediffusion d'un pion et étudiant les problèmes liés au mouvement de Fermi des nucléons du noyau et aux effets hors couche d'énergie sont présentés en référence [4].

L'amplitude calculée correspondant aux graphes de la fig. [1] s'écrit

$$M_{f1} = 2 \int d\vec{p} d\vec{q} \langle 1m_d | \varphi_d^+ (\vec{p} + \frac{\vec{q}}{2}) \left\{ \delta^3(q^+ - q) M_{\gamma N}^{(+)} \right. \\ \left. + (2\pi)^3 \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) (M_{\pi N}^{(+)} M_{\gamma N}^{(+)} - 2M_{\pi N}^{(-)} M_{\gamma N}^{(-)}) \right\} \varphi_d (\vec{p} - \frac{\vec{q}}{2}) | 1m_d \rangle$$

où $\varphi_{\vec{q}}$ est la fonction d'onde du deuteron dans l'espace des impulsions, $M_{\vec{k}\vec{k}'}^{(\pm)}$ sont les amplitudes de diffusion pion-nucléon, et avec

$$D_1 = (q_0 - q'_0) + (K_{\vec{k}_0 - \vec{k}'_0 - \vec{k}'_0} + i\epsilon)$$

$$D_2 = \frac{1}{2}(q_0 + q'_0) + (K_{\vec{k}_0 - \vec{k}'_0 - \vec{k}'_0} + i\epsilon)$$

$$\vec{x} = \frac{\vec{Q}}{2} + \vec{q} - \vec{q}' \quad ; \quad \vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{k}_2 - \vec{k}_1 + \vec{x})$$

\vec{Q} étant le transfert $\vec{k} - \vec{q}$.

Dans le terme d'impulsion, l'intégration sur $d\vec{p}$ correspond au traitement complet du mouvement de Fermi. Dans une région résonante, le mouvement de Fermi se manifeste sur des courbes à transfert constant par un déplacement et un élargissement de la résonance [cf Fig.2]. Le phénomène de déplacement de la résonance peut-être pris en compte, sans intégrer sur le mouvement de Fermi, par un choix approprié de la valeur moyenne de la quantité \vec{p} pour calculer l'amplitude élémentaire de photoproduction sur un nucléon. Ce choix $\langle \vec{p} \rangle = 0$ est celui qui symétrise l'expression

$$\varphi_{\vec{q}}^+(\vec{p} + \frac{\vec{x}}{4}) \varphi_{\vec{q}}(\vec{p} - \frac{\vec{x}}{4})$$

pour sa partie dominante et qui place pratiquement sur couche d'énergie le processus $\gamma N \rightarrow \pi N$.

Nous montrons en Fig. [3] et [4] pour des énergies proches de la première résonance et de la région du GeV respectivement, les distributions angulaires obtenues par notre analyse lorsque les termes de rediffusions d'un pion sont inclus et pour une fonction d'onde du deuteron de Humberston et Wallace [5]. Parallèlement aux calculs effectués avec intégration angulaire des multipôles sur $d\Omega_{\vec{q}}$, nous avons développé une approximation correspondant à remplacer l'intégrale angulaire par une valeur moyenne angulaire d'équipartition du moment transféré entre les deux processus élémentaires de photoproduction et de diffusion d'un pion. Cette approximation est valable pour des angles de diffusion inférieurs à 100° environ et simplifie très sensiblement les calculs aux énergies pour lesquelles un grand nombre de multipôles sont nécessaires pour décrire les processus élémentaires.

Notre modèle ne reproduit plus les résultats expérimentaux aux transferts supérieurs à 700 MeV/c. A de tels transferts, il faut s'attendre à trouver une contribution provenant de l'échange d'états intermédiaires plus lourds. L'inclusion de telles contributions est justifiée car la région cinématique concernée correspond à une dominance de l'état 3D_1 dans le facteur de forme du deuteron.

Par ailleurs, il faut souligner l'importance des mesures d'asymétrie pour tester la partie isovectorielle du processus $\gamma N \rightarrow \pi N$ et les mécanismes de la réaction. Nos résultats confirment que, dans la région des angles antérieurs, le paramètre d'asymétrie dépend principalement des amplitudes de photoproduction sur un nucléon et ils mettent en évidence la sensibilité de ce paramètre aux mécanismes de diffusion de pions pour les angles postérieurs.

D'autres travaux existent, ayant trait à cette même réaction $\gamma d \rightarrow \pi^+ d$ et pouvant être comparés dans la région de la première résonance [6,7]. Osland et Rej [6] utilisent des approximations de type Glauber et insistent sur les complications cinématiques provenant de l'inclusion du mouvement de Fermi et des effets de rediffusion. Bosted et Laget [7] utilisent une amplitude $\gamma N \rightarrow \pi N$ [8] construite pour la photoproduction nucléaire c.a.d. écrite dans un système quelconque et non plus dans le centre de masse γN ; ce qui revient à choisir une forme particulière pour l'extension hors couche d'énergie. L'accord avec les résultats expérimentaux est comparable à celui que présente notre analyse mais l'importance relative des effets d'impulsion et de rediffusion est un peu différente en réf.[7]. Les corrections de rediffusion de la réf.[7] sont plus faibles que dans notre analyse [4] et celle de la réf.[6], cette différence ne provenant pas, contrairement à l'hypothèse avancée, de l'approximation sur la contribution nucléaire dans les propagateurs. Le terme d'impulsion de la réf.[7] est sensiblement plus faible également qu'en réf.[4,6], ce qui peut provenir de la différence de description de l'amplitude élémentaire $\gamma N \rightarrow \pi N$ et en particulier des effets hors couche d'énergie qui semblent diminuer l'importance des rediffusions dans l'analyse de Bosted et Laget.

Nous abordons maintenant l'étude de la réaction

$\gamma + {}^3\text{He} \rightarrow \pi^+ + {}^3\text{H}$ dans la région de la première résonance. Les analyses théoriques tiennent compte des effets de rediffusion de pions [9], et des courants d'échange mésiques [10,11] et étudient l'influence du mouvement de Fermi, des états de symétrie S, S' et D, des fonctions d'ondes nucléaires et des effets hors couche d'énergie [9,12 à 16]. Les fonctions d'ondes testées sont diverses, allant des fonctions de Gauss, Irving-Gunn, Gibson et de Belgrade, à la fonction variationnelle de Jackson, Landé et Sauer, à la fonction de Brandenburg Kim et Tubis et aux fonctions hypersphériques de Ballot et Fabre de la Ripelle pour différents potentiels [17].

Les résultats expérimentaux [1c,d], présentés sur des courbes à transfert constant, montrent un déplacement de la résonance vers les basses énergies par rapport à la photoproduction sur un nucléon. La prise en compte du mouvement de Fermi nucléaire produit un certain déplacement de la résonance vers les basses énergies. Comme dans le cas du deuteron, le phénomène peut être obtenu par un traitement partiel [9] du mouvement de Fermi correspondant au choix particulier de la valeur moyenne de l'impulsion initiale du nucléon choqué

$$\langle \vec{k}_1 \rangle = \frac{\vec{k}_1}{A} - \left(\frac{A-1}{2A} \right) \vec{Q}$$

où \vec{k}_1 est l'impulsion du noyau initial, \vec{Q} le transfert $2A$ et A le nombre de nucléons du noyau. Un tel choix donne un déplacement de la résonance approximativement égal à

$$\Delta E_\gamma \approx - \left(\frac{A-1}{A} \right) \frac{Q^2 \mu^2}{4m}$$

tant que Q^2 n'est pas trop grand (μ et m sont les masses respectives du pion et du nucléon). Les effets de l'intégration complète sur le mouvement de Fermi et de la sortie de couche d'énergie ont été pris en compte en référence [16]. Ces auteurs vérifient que notre prescription sur $\langle \vec{k}_1 \rangle$ simule bien le phénomène de déplacement de la résonance, le calcul complet ajoutant un phénomène additionnel d'aplatissement de la structure résonnante, comme on pouvait s'y attendre, la réduction de la section efficace au maximum étant de 15%. Le déplacement de la structure résonnante peut aussi provenir de la prise en compte des états S' et D du ^3He et de la forme de leurs fonctions d'onde, cet effet étant particulièrement sensible à la phase de la transition SD .

La figure 5 montre les résultats obtenus [15] dans un calcul d'approximation d'impulsion comprenant un traitement partiel du mouvement de Fermi et utilisant l'amplitude de photoproduction élémentaire de Berends et Donnachie (1975) [3] et des fonctions d'onde hypersphériques de l' ^3He et du tritium du potentiel GPDF [17a]. Les courbes en pointillé ont été calculées pour une fonction de Belgrade [17b] avec 2% d'état S' , 8% d'état D (ψ_1) et un choix de la phase SD qui maximise le déplacement vers la gauche de la structure résonnante et elles mettent en évidence la sensibilité des résultats aux états de symétrie élevés des noyaux du tritium et de l'hélium 3.

Nous avons montré que les effets de rediffusion du pion doivent être pris en compte de manière évidente pour expliquer les données expérimentales aux transferts supérieurs à 6 fm^{-2} [9], mais des calculs plus détaillés de ces effets doivent être effectués pour préciser leurs influences aux plus bas transferts et en particulier sur la position de la résonance.

Il a également été montré que les effets de courants d'échange mésiques contribuent dans la photoproduction sur l' ^3He [10,11] et nous abordons maintenant l'étude des courants d'échange en photoproduction.

Si l'on tient compte de l'évolution récente dans ce domaine, nous pouvons élargir la notion de courants d'échange mésiques à des manifestations de mésons virtuels présents dans le noyau qui correspondent à des corrélations nucléaires apparaissant en fonction de la réaction étudiée. Dans des réactions nucléaires mettant en cause photon et pion, du type photoproduction ou diffusion de pion, nous avons montré [18] que les effets de courants d'échange mésiques apparaissent simultanément dans les corrections relativistes à la fonction d'onde nucléaire et dans l'opérateur de transition de la réaction étudiée. Il faut tenir compte à la fois de ces deux types d'effets et il est possible de les regrouper sous certaines conditions et de faire apparaître des processus élémentaires, mettant en cause nucléons, photons ou mésons, qui dépendent de la réaction étudiée. Partant d'une théorie covariante des champs, l'idée de base est d'utiliser les théorèmes de dérivations fonctionnelles des fonctions de Green renormalisées en présence de sources externes, dans le cadre d'une approximation adiabatique [19].

Pour la réaction $\gamma d \rightarrow \pi^0 d$, et dans le cadre d'une approximation au premier ordre par rapport à l'interaction nucléon-nucléon ne tenant compte que du terme d'échange d'un pion, parallèlement au graphe de rediffusion d'un pion, apparaît un graphe de courant d'échange avec photoproduction de deux pions sur un nucléon et absorption d'un des deux pions par l'autre nucléon. Le calcul d'un tel graphe a été effectué en supposant un modèle de photoproduction de deux pions dont l'un est mou et l'autre dominé par la résonance ρ [20]. Pour le deuteron, cette contribution est de 3% environ à l'arrière sur la première résonance, ce qui est plutôt inférieur aux différences obtenues pour la rediffusion d'un pion suivant les diverses hypothèses de calcul. Cette faible contribution est compatible avec le résultat trouvé par Laget [21] pour la réaction incohérente $\gamma d \rightarrow \pi pp$.

Par contre, la contribution du terme de courant d'échange mésique est plus importante pour $l^3\text{He}$, de l'ordre de 15 à 20% de celle du terme de rediffusion du pion [10]. Barroso et Rej [11] ont testé l'influence des états S' et D sur les effets de courants d'échange et l'ont trouvée négligeable. La correction apportée à l'impulse par les courants d'échange, est de 5 à 10% à l'arrière pour des transferts de 4 à 6 fm⁻¹ et est dominée par l'état S de ^3He et ^3H . Il est probable qu'à plus hautes énergies (à partir de 600 MeV, environ), les effets de courants d'échange mésiques seraient plus importants et une description plus détaillée de l'amplitude $\gamma N \rightarrow \pi NN$ semblerait souhaitable.

En résumé, dans les régions cinématiques où les mécanismes de réactions sont dominés par les effets de l'impulse et de la rediffusion d'un pion, nous avons développé des approximations intéressantes pour traiter partiellement le mouvement de Fermi et pour calculer simplement la rediffusion jusqu'à des angles de l'ordre de 100° , et comme nous l'avons vu pour l' ^3He , les résultats sont sensibles à la description nucléaire. Pour une région cinématique de transferts supérieurs, il semble que les effets de rediffusion avec échange de mésons plus lourds et les effets de courants d'échanges mésiques doivent être considérés dans la description du mécanisme de réaction.

A l'instar de la plupart des réactions nucléaires à moyenne et haute énergie, la photoproduction a dévié de ses buts premiers, établis sur le dogme de l'approximation d'impulsion, à savoir une étude des fonctions d'onde et autres grandeurs nucléaires. Les résultats dans ce domaine sont tangibles mais somme toute assez peu nombreux. Il s'avère indispensible de maîtriser, dans un premier temps, la description de la réaction de manière à se faire une idée plus exacte de ses possibilités et de ses limites.

Références

- [1] a) Nuclear Physics with electromagnetic interactions Mainz (1979) Abstracts of Contributed Papers Chapitre VI et références citées.
- b) 8th International Conference on high energy physics and nuclear structure, Vancouver (1979) Abstracts of Contributed Papers, p.114 & 122 et références citées.
- c) D. Bachelier, M. Bernas, J.L. Boyard, J.C. Jourdain and P. Radvanyi ; Phys. Lett. 44B (1973) 44 and Nucl. Phys. A 251 (1975) 433.
- d) J.L. Boyard : Thèse de Doctorat d'Etat (1975) Orsay
- e) E. Vincent : Thèse de Doctorat d'Etat (1980) Orsay
- [2] a) B. Bouquet, J. Buon, B. Grélaud, H. Nguyen Ngoc, P. Petroff, R. Riskalla and R. Tchaptoutian, Phys. Lett. 41B (1972) 536
- b) Ibid. Nucl. Phys. B79 (1974) 45
- c) B. Bouquet, J. Buon, B. Grélaud, C. Lazard, H. Nguyen Ngoc, P. Petroff, R. Riskalla and R. Tchaptoutian, Coherent photoproduction of the π meson from deuterium, Int. Symp. on electron and photon interactions at high energies, Bonn, August 1973
- d) P. Petroff : Thèse de Doctorat d'Etat LAL 1270, (1973) Orsay.
- e) B. Grélaud : Thèse de Doctorat de 3ème cycle RI 72/2 LAL (1972) Orsay
- f) G. von Holtey, G. Knop, H. Stein, J. Stümpfig and H. Wahlen, Z. Phys. 259 (1973) 51
- g) E. Hilger, H.J. Roegler, L.M. Simons and M. Tonutti, Nucl. Phys. B93 (1975) 7
- h) J. I. Friedmann, H.W. Kendall, Phys. Rev. 129 (1963) 2802

- i) B. Mann, A.M. Smith and D.T. Stewart, Proc. Phys. Soc. 88 (1966) 915
 - j) E.F. Erickson and C. Schaefer, Phys. Rev. Lett. 11 (1963) 432
 - k) K. Miyake et al., J. Phys. Soc. Jap. 20 (1965) 1749
T. Nakamura et al., J. Phys. Soc. Jap. 24 (1968) 698
M. Davier, D. Benaksas, D. Drickey and P. Lehmann, Phys. Rev. 137B (1965) 119
 - l) G. Bologna, I. Perurri, M. Piccolo and G. Troise, Nuovo Cim. 10A (1972) 702
 - m) V.B. Ganenko et al, JETP Lett. (Sov. Phys.) 18 (1973) 284
 - n) V.P. Boldyshev, L.Ya Kolesnikov and S.I. Naisteter, Sov. J. Nucl. Phys. 20 (1975) 609
 - p) V.B. Ganenko, V.G. Gorbenco, Yu.V. Zhebrovsky, L. Ya. Kobesnikov, I.I. Miroshnichenko, A.L. Rubashkin, V.M. Sanin and P.V. Sokokin : Sov. Journ. Nucl. Phys. (in Russian), 24 (1976) 329
- [3]
- a) F.A. Berends and A. Donnachie, Nucl. Phys. B84 (1975) 342
 - b) W.J. Metcalf and R.L. Walker, Nucl. Phys. B76 (1974) 253
 - c) R.G. Moorhouse, H. Oberlack and A.H. Rosenfeld, Phys. Rev. D9 (1974) 1
 - d) G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low and Y. Nambu : Phys. Rev. 106 (1957) 1: 45.
 - e) S.L. Adler : Ann. of Phys. 50 (1968) 189
 - f) F.A. Berends, A. Donnachie and D.L. Weaver : Nucl. Phys. 4B (1967) 54
 - g) P. Noelle, W. Pfeil and D. Schwela, Nucl. Phys. B26 (1971) 461

- [4] a) C. Lazard, R.J. Lombard and Z. Maric
Nucl. Phys. A271 (1976) 317
- b) C. Lazard, P.Petroff, R.J. Lombard and Z. Maric,
Lett. al Nuovo Cim. 12 (1975) 379
- c) C. Lazard and Z. Maric, Lett. al Nuovo Cim. 15 (1976) 284
and 18(1977) 309
- [5] J.W. Humberston and J.B.G. Wallace, Nucl. Phys. A141 (1970) 362
- [6] P. Osland and A.K. Rej, Nuovo Cim. 32A (1976) 469
- [7] P. Bosted and J.M. Laget, Nucl. Phys. A296 (1978) 413
- [8] I. Blomqvist and J.M. Laget, Nucl. Phys. A280 (1977) 405
- [9] C. Lazard and Z. Maric, Nuovo Cim. 16A (1973) 605
- [10] C. Lazard, Z. Maric, M.B. Popovic and Dj. Zivanovic,
Lett. al Nuovo Cim. 12 (1975) 405
- [11] A. Barroso and A.K. Rej, Few Body Systems and Nuclear Forces
Graz (1978) eds. Zingl, Haftel and Zankel, vol.I, p. 231
- [12] D. Ezra, Lett. al Nuovo Cim. 6 (1973) 317
- [13] C.B. Dover and S.N. Yang, Phys. Lett. 50B (1974) 217
- [14] A.K. Rej, Arkiv Fys Seminar Trondheim 47 (n°5) (1978) 17
- [15] J.L. Ballot and C. Lazard, en préparation
- [16] L. Tiator, A.K. Rej and D. Drechsel, Nucl. Phys. A333
(1980) 343
- [17] a) F.B. Gibson, Nucl. Phys. E2 (1967) 501
- b) N. Bijedic, Z. Maric and V. Zlatarov, Fizika 3 (1971) 11
- c) A.D. Jackson, A. Landé and P.V. Sauer, Nucl. Phys. A156
(1970) 1
- d) B.A. Brandenburg, Y.E. Kim and A. Tubis, Phys. Rev. C12
(1975) 1368
- e) J.L. Ballot and M. Fabre de la Ripelle, Ann. Phys. (1980)
in press.

- [18] C. Lazard, Z. Maric and Dj. Zivanovic, Journ. of Phys. G :
Nucl. Phys. 5 (1979) 1549
- [19] a) A. Klein and C. Zemach, Phys. Rev. 108 (1957) 126
b) L.D. Pearlstein and A. Klein, Phys. Rev. 118 (1960) 193
- [20] a) P. Carruthers and H.W. Huang, Phys. Lett. 24B (1967) 464
b) N. Dombey, Phys. Rev. 127 (1962) 653
- [21] J.M. Laget, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 89

Légende des figures.

Fig.1 Diagramme des termes d'impulsion et de rediffusion d'un pion pour la réaction $\gamma d + \pi^0 d$.

Fig.2 Section efficace différentielle de la réaction $\gamma d + \pi^0 d$, à moment transféré fixé $Q_2 = 354 \text{ MeV}/c$, calculée en approximation d'impulsion

(—) avec intégration sur le mouvement de Fermi

(- - -) avec prise en compte du déplacement des résonances dd au mouvement de Fermi par le choix $\langle \vec{p} \rangle = 0$
(soit $\langle \vec{k}_2 \rangle = \frac{\vec{k}_1}{2} - \frac{\vec{Q}_2}{4}$)

(... ..) sans mouvement de Fermi ($\langle \vec{k}_2 \rangle = \frac{\vec{k}_1}{2}$)

Fig.3 Distributions angulaires de la réaction $\gamma d + \pi^0 d$ pour $E_\gamma = 340$ et 400 MeV , calculées

(- - -) en approximation d'impulsion

(—) avec rediffusion d'un pion

(... ..) avec rediffusion d'un pion en approximation d'équipartition du moment transféré.

Fig.4 Distributions angulaires de la réaction $\gamma d + \pi^0 d$ pour $E_\gamma = 800, 1200$ et 1400 MeV , calculées

(—) avec rediffusion d'un pion en approximation d'équipartition du moment transféré

(- - -) en approximation d'impulsion

Fig.5 Sections efficaces différentielles de la réaction $\gamma^3\text{He} + \pi^+{}^3\text{H}$ à transferts fixés $Q^2 = 3.1, 3.9$ et $4.9 \text{ fm}^{-2} \text{ cal}$ calculées en approximation d'impulsion ($\langle \vec{k}_1 \rangle = \frac{\vec{k}_1}{3} - \frac{\vec{Q}}{3}$)

(—) fonctions d'ondes hypersphériques du potentiel GPDT

(- - -) fonction de Belgrade avec 2% d'état S', 8% d'état D

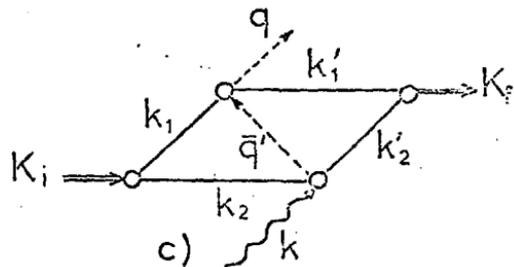
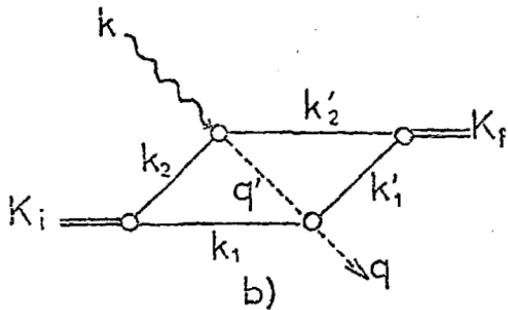
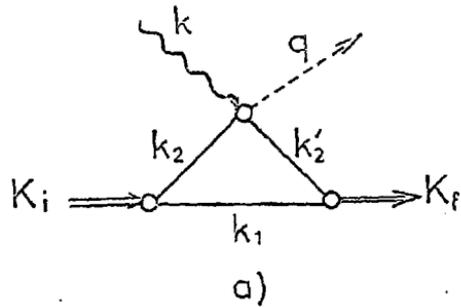


Fig 1

Fig 2

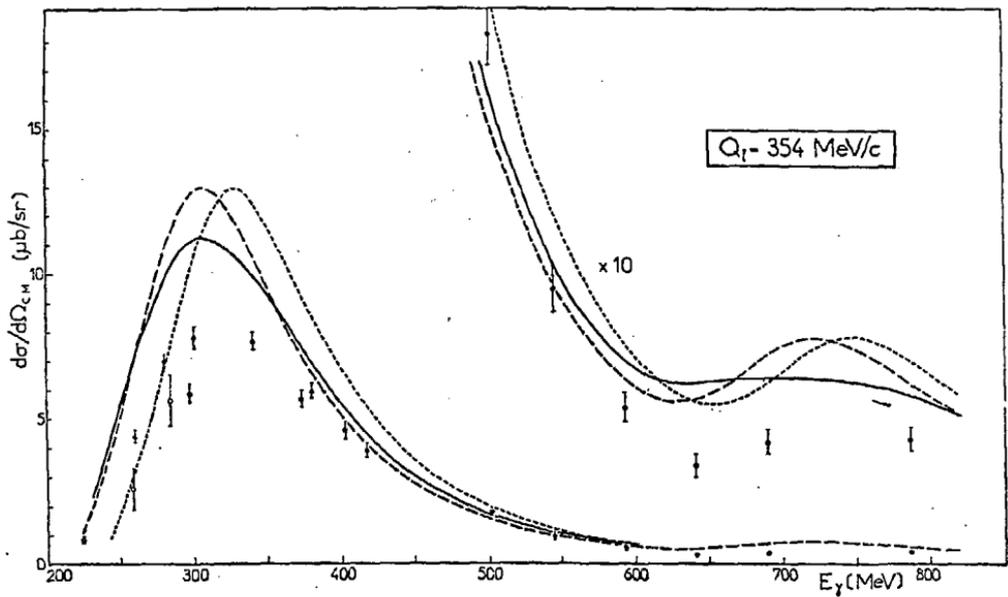


Fig 3.

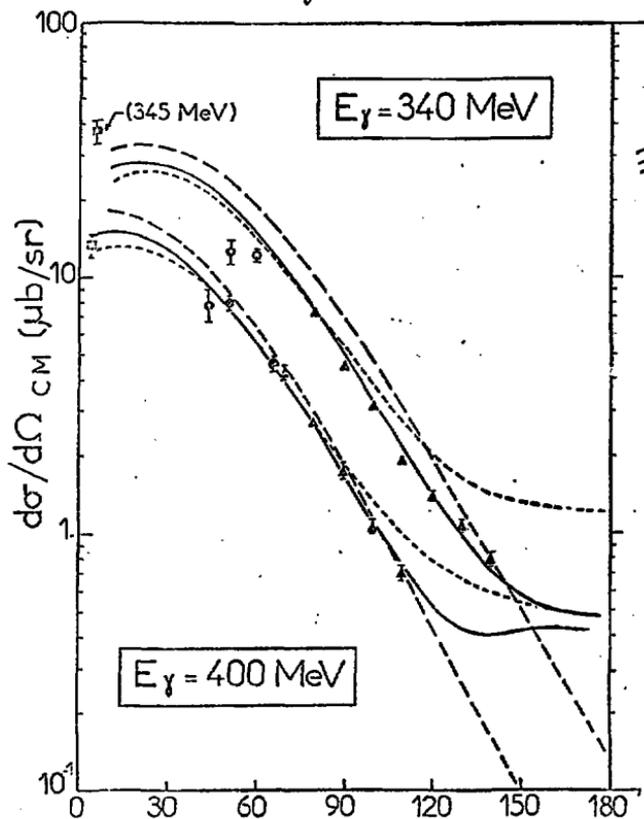


Fig 4

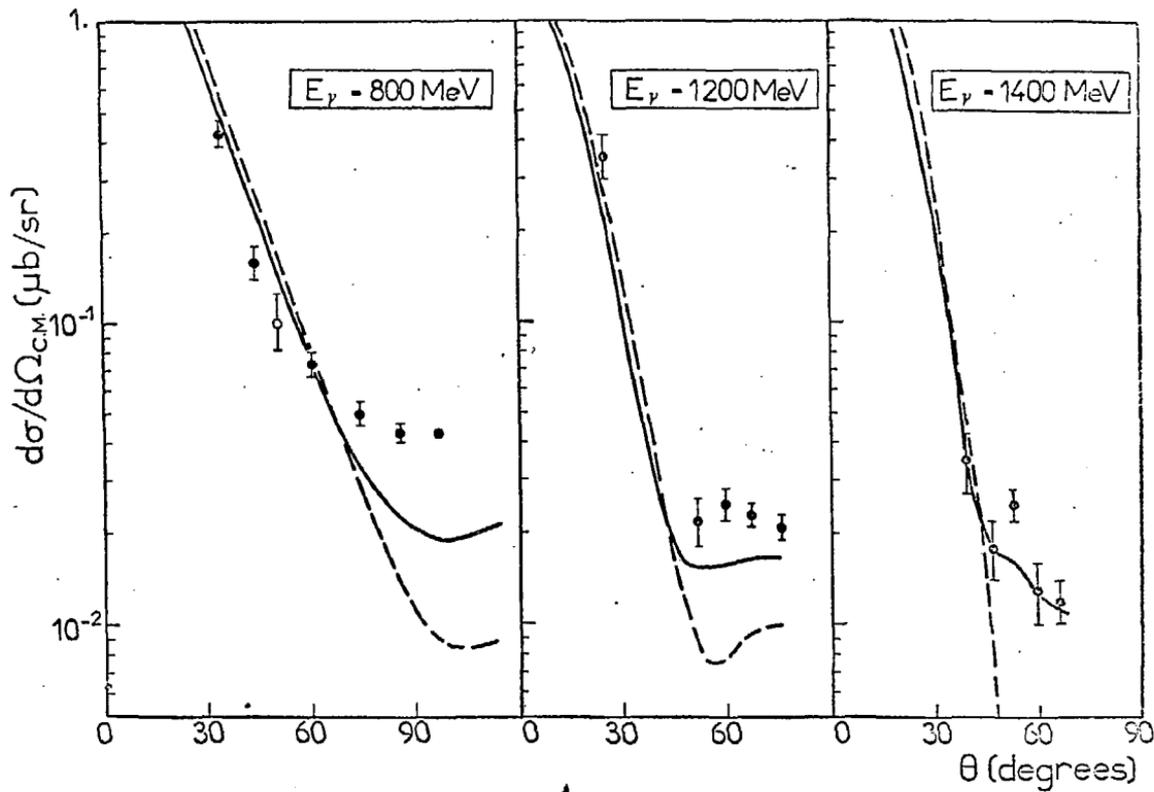
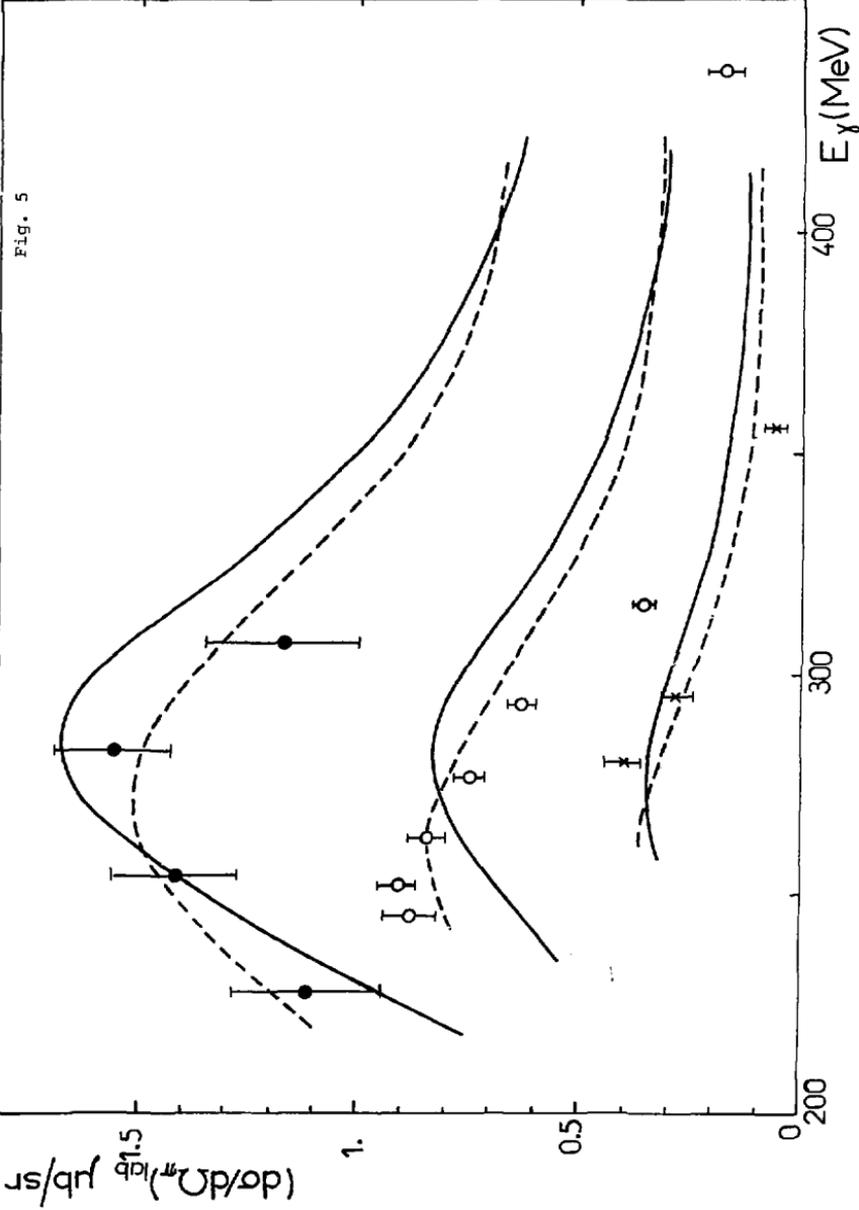


Fig. 5



CONTRAINTES DUES A L'UNITARITÉ DANS LA CONSTRUCTION
D'OPÉRATEURS "POTENTIEL OPTIQUE"

J.P. DEDONDER

1. Introduction

L'idée fondamentale sous-jacente à la méthode du potentiel optique [1] dans la théorie des réactions nucléaires est de décrire un ensemble de réactions par l'intermédiaire d'un (opérateur) potentiel à un corps. Il est clair que, bien souvent, la connaissance détaillée de la dynamique du système projectile noyau n'est pas nécessaire pour comprendre les réactions. Le concept du potentiel optique a été particulièrement utile dans la description des réactions à haute et moyenne énergie où il peut être évalué de manière microscopique grâce à l'approximation de simple diffusion. Ce modèle, dont le succès à haute énergie est lié au fait que le mécanisme de réaction dominant est l'éjection quasi-libre d'un nucléon, constitue à moyenne énergie une bonne approximation de départ. Cependant tant les faits expérimentaux que considérations théoriques montrent que les corrections à l'approximation de simple diffusion sont importantes (deuxième partie). D'une manière générale on peut dire que la stratégie qui s'impose dans la construction du potentiel optique est de choisir l'ensemble des états intermédiaires en accord avec les caractéristiques des spectres inélastiques (expérimentaux). C'est une condition nécessaire pour obtenir une description cohérente de la diffusion élastique et des excitations des voies principales de réaction. Ainsi doit-on d'abord définir un espace modèle, sous-espace de l'espace de Hilbert, puis imposer que la section efficace de réaction calculée par l'intermédiaire du théorème optique soit exactement reproduite par la somme explicite des sections efficaces correspondant aux voies inélastiques retenues. Cette condition de cohérence, qui est la traduction de la relation d'unitarité de l'opérateur de transition projectile-cible, est étudiée en introduisant un opérateur potentiel optique qui décrit à la fois la diffusion dans le fondamental et les transitions. Cet opérateur satisfait alors lui-même une relation d'unitarité.

Dans cet exposé, après un rappel de la méthode du potentiel optique, nous illustrons les déviations à l'approximation de diffusion simple liées d'une part aux effets du principe de Pauli et à l'interaction du nucléon dans l'état final (interaction résiduelle) d'autre part à la cascade du projectile dans la cible (corrections de diffusion multiple). Dans la troisième partie nous définissons de manière précise la théorie au premier ordre. Dans la quatrième partie, nous nous attachons principalement à l'étude des corrections de diffusion multiple et, après avoir défini un espace modèle qui contient le fondamental, les

excitations un trou-une particule (1t-1p) et deux trous-deux particules (2t-2p), nous procédons à la construction des différentes projections de l'opérateur potentiel optique (théorie au deuxième ordre). Cette construction formelle, qui n'a pour l'instant pas d'applications numériques directes, montre qu'elle doit être la structure de la théorie. Elle doit permettre, ultérieurement, l'introduction d'approximations autorisant des calculs numériques.

Avant d'entrer dans le vif de l'exposé, il est essentiel de souligner que ce travail résulte d'une collaboration avec F. Cannata et F. Lenz [2].

2. Rappels et définitions

La diffusion d'un projectile interagissant individuellement avec chacun des A nucléons constituant la cible est décrit par l'équation de Schrödinger à $(A+1)$ corps

$$(H_0 + V) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \quad (2.1)$$

Le hamiltonien libre,

$$H_0 = H_A + T_P \quad (2.2)$$

est la somme du hamiltonien H_A qui décrit la cible et de l'opérateur d'énergie cinétique associé au projectile tandis que V représente la somme des interactions

$$V = \sum_{i=1}^A \sigma_i \quad (2.3)$$

L'équation du mouvement (2.1) est équivalente à l'équation intégrale

$$\mathcal{G}(E) = V + V G_0(E_+) \mathcal{G}(E) \quad (2.4)$$

pour l'opérateur de transition projectile-cible $\mathcal{G}(E)$ ou le propagateur libre $G_0(E_+)$ est défini par la relation

$$G_0(E_+) = (E_+ - H_0)^{-1} \quad (2.5)$$

Le problème peut être reformulé en introduisant un opérateur $U(E)$ tel que l'équation intégrale (2.4) devienne

$$\mathcal{T}(E) = U(E) + U(E) P_0 G_0(E_+) \mathcal{T}(E) \quad (2.6)$$

où l'opérateur de projection P_0 projette sur le fondamental de la cible. L'opérateur $U(E)$ est alors lui-même déterminé par une relation intégrale,

$$U(E) = v + v Q_0 G_0(E_+) U(E) \quad (2.7)$$

où Q_0 est le projecteur complémentaire de P_0 dans l'espace de Hilbert.

Dans le cas de la diffusion élastique du projectile par la cible dans son état fondamental, $|0\rangle$, le potentiel optique, au sens habituel du terme [1] est donné par la relation²

$$U_{\text{opt}} = \langle 0 | U | 0 \rangle \quad (2.8)$$

et l'opérateur de transition correspondant, moyenné sur le fondamental

$$\mathcal{T}_0 = \langle 0 | \mathcal{T} | 0 \rangle \quad (2.9)$$

est calculé en résolvant l'équation de Lippmann-Schwinger

$$\mathcal{T}_0 = U_{\text{opt}} (1 + \langle 0 | G_0 | 0 \rangle \mathcal{T}_0) \quad (2.10)$$

Le calcul exact des opérateurs U (2.7) ou U_{opt} (2.8) est bien sûr, a priori, tout aussi difficile que celui de l'opérateur de transition \mathcal{T} (2.4). Cependant le formalisme du potentiel optique se prête plus facilement à l'introduction d'approximations physiquement justifiables. Cette approche est particulièrement bien adaptée à l'étude des réactions nucléaires à haute énergie (ou aux énergies intermédiaires). Le potentiel optique peut en effet être évalué microscopiquement grâce à l'approximation de diffusion simple. Le succès du modèle est dû au fait que, dans ce domaine d'énergie, le mécanisme dominant est l'éjection quasi-libre d'un nucléon comme en témoignent, par exemple,

² dans la suite, nous ne ferons pas apparaître la dépendance en énergie des divers opérateurs pour alléger l'écriture des formules.

les spectres inclusifs (p, p') dans la région du GeV. Le potentiel optique à haute énergie est ainsi déterminé par la matrice de diffusion libre projectile-nucléon t_1 , i.e. :

$$U_{\text{opt}} = \sum_{i=1}^A \langle 0 | t_1 | 0 \rangle \quad (2.11)$$

Cette description de la diffusion élastique ((2.10) et (2.11)) peut alors être complétée par le formalisme DWIA [3] pour décrire les voies inélastiques. Elle conduit à une description cohérente à la fois de la diffusion élastique et inélastique.

Aux énergies plus basses, des déviations importantes au mécanisme d'éjection quasi-libre d'un nucléon sont observées expérimentalement. Nous illustrons ces déviations dans le cas de la diffusion pion-noyau autour de la résonance (3-3) dans les figures 1, 2 et 3 qui sont particulièrement claires. La première figure montre la section efficace différentielle de la réaction $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \pi^+ + p + {}^{11}\text{B}^*$ pour des pions incidents d'énergie cinétique égale à 112 MeV [4] comparée à la section efficace différentielle (renormalisée) $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$ ainsi que la distribution en énergie, $d\sigma/dE$, des protons éjectés. On remarque la suppression, vers l'avant, de la section efficace différentielle qui met en évidence l'influence du principe de Pauli. Pour des pions d'énergie cinétique égale à 60 MeV et la même réaction, la situation est totalement différente (figure 2). La section efficace différentielle vers l'avant est rehaussée par rapport à la section efficace (renormalisée) de la diffusion élastique $\pi^+ p$ et donc en désaccord complet avec le calcul PWIA qui reproduisait, pour $T_{\pi} = 112$ MeV, les résultats expérimentaux. L'explication de ces différences est fournie en regardant la distribution en énergie du proton éjecté. Celle-ci fait apparaître un pic prononcé pour des énergies de proton de l'ordre de 7 à 8 MeV. Le pion incident excite le noyau cible et on observe la formation d'un état (résonance géante ?) vers 23 MeV qui se désintègre par émission d'un proton. La figure 3 montre un spectre inclusif ${}^{16}\text{O} (\pi^+, \pi'^+)$ pour des pions incidents de 240 MeV d'énergie cinétique et pour un angle de 60° [5]. On observe un pic quasi-élastique bien marqué centré autour de $T_{\pi} = 170$ MeV (énergie du pion émis) suivi d'une longue queue quasiment constante pour les grandes pertes d'énergie (40 MeV $< T_{\pi} <$ 120 MeV). Cette queue ne peut être expliquée que par des réactions d'éjection de 2 nucléons comme le montrent la comparaison avec le spectre inclusif (e, e') mesuré pour le même moment de transfert [6] ainsi que la comparaison avec le spectre obtenu dans la réaction de double échange de

charge $^{16}\text{O}(\pi^+, \pi^-)$ [7]. Une description microscopique réaliste impose que l'on tienne compte donc de ces déviations au mécanisme d'éjection quasi-libre d'un nucléon.

Nous nous proposons d'inclure ces déviations dans un formalisme qui nous permette de décrire à la fois les diffusions élastique et inélastique. Il est clair qu'alors, dans la construction du potentiel optique (2.8), on doit choisir les états intermédiaires (Q_0 dans l'équation (2.7)) en fonction des caractéristiques des spectres inélastiques observés expérimentalement. En d'autres termes, nous imposerons que la section efficace de réaction, $\sigma_X^{(1)}$, calculée par l'intermédiaire du théorème optique qui ne fait intervenir que le calcul explicite de la diffusion élastique :

$$\sigma_X^{(1)} = \frac{(2\pi)^4}{v} \left\{ -\frac{1}{\pi} \langle \vec{p} | \text{Im } \mathcal{T}_0 | \vec{p} \rangle - \int d\vec{p}' \delta(E - \frac{p'^2}{2m}) | \langle \vec{p}' | \mathcal{T}_0 | \vec{p} \rangle |^2 \right\} \quad (2.12)$$

soit identiques à la quantité, $\sigma_X^{(2)}$, obtenue en sommant explicitement toutes les voies inélastiques retenues (c'est-à-dire observées expérimentalement)

$$\sigma_X^{(2)} = \frac{(2\pi)^4}{v} \sum_{n \neq 0} \int \delta(E - \epsilon_n - \frac{p'^2}{2m}) | \langle n | \vec{p}' | \mathcal{T}_0 | \vec{p} \rangle |^2 d\vec{p}' \quad (2.13)$$

$$= \sigma_X^{(1)}$$

Le spectre des états intermédiaires, Q_0 , dans le calcul du potentiel optique doit naturellement être identique au spectre des états finaux dans le calcul de $\sigma_X^{(2)}$.

Le programme que nous nous proposons ne peut bien sûr être traité d'une manière générale en raison de sa complexité. On ne peut espérer le résoudre que pour une situation donnée (type de projectile, domaine d'énergie, ... bien définis). Nous nous intéressons, dans cet exposé, au domaine des énergies intermédiaires (i.e., proton-noyau autour du GeV, pion-noyau ou K-noyau entre quelques MeV et quelques centaines de MeV, ...) où l'approximation de simple diffusion pour le potentiel optique (2.11) fournit une première approximation raisonnable.

La condition de cohérence, $\sigma_X^{(1)} = \sigma_X^{(2)}$, que nous nous imposons doit être étudiée en considérant non pas le potentiel optique mais plutôt l'opérateur potentiel optique (2.7). Cette condition se traduit formellement par l'unitarité de l'opérateur de transition \mathcal{T}_0 (2.4)

$$\mathcal{C}^+ - \mathcal{C}^- = 2i\pi \mathcal{C}^+ \delta(E-H_0) \mathcal{C}^- = 2i\pi \mathcal{C}^- \delta(E-H_0) \mathcal{C}^+ . \quad (2.14)$$

Il est facile de voir que cette relation d'unitarité induit une relation similaire (et équivalente) pour l'opérateur potentiel optique U (2.7) :

$$U^+ - U = U^+ Q_0 (G_0^+ - G_0) Q_0 U = U Q_0 (G_0^+ - G_0) Q_0 U^+ . \quad (2.15)$$

Cependant, en pratique, nous ne pouvons évaluer l'opérateur U que de manière approchée. La relation non linéaire (2.15) n'a alors guère de raisons d'être en général satisfaite. Nous imposerons donc que l'opérateur potentiel optique approché satisfasse cette condition d'unitarité (2.15), au moins dans un sous-espace de l'espace de Hilbert (déterminé en fonction des résultats expérimentaux). Remarquons que si l'équation (2.15) est satisfaite, la section efficace de réaction, σ_r ($\sigma_r = \sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}$), peut se calculer en considérant la valeur moyenne de la discontinuité de l'opérateur potentiel optique

$$\sigma_r = -i \frac{(2\pi)^3}{v} \langle 0 | \Psi_P^{(+)} | U^+ - U | \Psi_P^{(+)} \rangle \quad (2.16)$$

où v est la vitesse du projectile et $\Psi_P^{(+)}$ représente la fonction d'onde distordue du projectile^P

$$U | \Psi_P^+ \rangle = \mathcal{C} | \tilde{\Psi}_P^+ \rangle \quad (2.17)$$

Avant d'aborder l'étude des corrections à l'approximation de simple diffusion, nous allons définir précisément l'opérateur potentiel optique au premier ordre.

3. Potentiel optique au premier ordre

Retournons à l'équation de définition (2.7) de l'opérateur potentiel optique. La décomposition

$$U = \sum_{i=1}^A U_i \quad (3.1)$$

nous permet d'obtenir le développement de diffusion multiple associé

$$U_i = \tau_i + \tau_i Q_0 G_0 \sum_{j \neq i} U_j \quad (3.2)$$

Nous avons bien sûr remplacé, dans l'esprit de la théorie de la diffusion multiple [1], l'interaction v_1 par l'opérateur de transition projectile-nucléon dans le milieu, τ_1 ,

$$\tau_1 = v_1 + v_1 G_0 Q_0 \tau_1 \quad (3.3)$$

Cet opérateur τ_1 est un opérateur à A corps (du point de vue structure nucléaire) puisqu'il est défini à l'aide de l'opérateur de Green libre (2.5) du système projectile cible. L'approximation de diffusion simple s'obtient (comme son nom l'indique) en négligeant les termes de diffusion multiple dans l'équation (3.2)

$$U^{(1)} = \sum_{i=1}^A \tau_i \quad (3.4)$$

Naturellement, cette approximation ne satisfait pas la condition d'unitarité, ou de cohérence, (2.15), bien que τ_i soit un opérateur unitaire. Les termes de la forme $\tau_i^\dagger Q_0 (G_0^\dagger - G_0) \tau_j$ qui apparaissent dans les membres de droite de l'équation (2.15) n'ont, a priori, aucune raison de s'annuler. Ceci est dû au fait que l'opérateur τ_i est effectivement un opérateur à A corps. L'unitarité de la théorie ne peut être rétablie qu'en introduisant des hypothèses supplémentaires. Nous supposons donc que le noyau cible est décrit par un modèle des couches strict (modèle à particules indépendantes). La fonction de Green, $G_0 = g^{SM}$, est alors diagonale et l'opérateur τ_i est un opérateur à 1 corps (i.e., il n'a d'éléments de matrice non nuls qu'entre états nucléaires qui se distinguent au plus par l'excitation du nucléon i).

Dans le cadre de cette hypothèse, l'approximation de simple diffusion est d'ailleurs parfaitement naturelle. Dans le sous-espace des excitations un trou-une particule (1t-1p), auquel nous associons l'opérateur de projection $P_1 = \sum_i P_i$, la fonction de Green est diagonale

$$P_1 g^{SM} P_1 = \sum_i P_i g_i P_i \quad (3.5)$$

L'opérateur potentiel optique, dans le sous-espace défini par le fondamental (P_0) et l'ensemble des excitations 1t-1p (P_1) \bar{U} est donné par

$$\bar{U} = \bar{V} + \bar{V} P_1 g P_1 \bar{U} \quad (3.6)$$

avec

$$\hat{V} = \sum_i (P_0 + P_i) v_i (P_0 + P_i) = \sum_i (P_0 + P_i) v_i \quad (3.7)$$

car nous devons, pour des raisons de cohérence, négliger les rediffusions sur un trou, c'est-à-dire les termes de la forme $P_i v_i P_i$ qui implicitement contiennent des excitations $2t-2p$. Nous aboutissons alors à l'approximation de diffusion simple puisque \hat{U} s'écrit

$$\hat{U} = \sum_i (P_0 + P_i) t_i \quad (3.8)$$

où t_i est un opérateur à 1 corps

$$t_i = v_i + v_i P_i g_i P_i t_i \quad (3.9)$$

et \hat{U} est unitaire par construction.

C'est à ce formalisme ($U \equiv \hat{U}$ et $\tau_1 \equiv t_1$) que nous associons le nom de théorie au premier ordre. Remarquons que, dans cette description, nous tenons compte, dans le cadre du modèle des couches strict, des corrections de liaison dues au nucléon diffuseur. La section efficace de réaction s'écrit

$$\sigma_r = \frac{(2\pi)^4}{v} \sum_{n \neq 0} \int d\vec{p}' \delta(E - \epsilon_n - \frac{p'^2}{2m}) |\langle \vec{p}' n | \sum_i t_i | 0 \Psi_p^{(+)} \rangle|^2 \quad (3.10)$$

où la somme porte sur toutes les excitations $1t-1p$. Cette dernière relation fait uniquement intervenir la distorsion du projectile dans l'état initial ce qui se comprend puisque la section efficace de réaction est une quantité inclusive et donc, que l'état final du système n'est pas observé. La section efficace "à moitié distordue" (3.10) ne peut (et ne doit) pas être comparée à la section efficace totale (DWIA) pour le processus d'éjection d'un nucléon

$$\sigma_{1t-1p}^{DW} = \frac{(2\pi)^4}{v} \sum_{n \neq 0} \int d\vec{p}' \delta(E - \epsilon_n - \frac{p'^2}{2m}) |\langle \Psi_{p'}^{(+)} n | \sum_i t_i | 0 \Psi_p^{(+)} \rangle|^2 \quad (3.11)$$

qui, elle, fait intervenir la distorsion du projectile tant dans l'état initial que dans l'état final. Le résultat (3.10) ne doit pas être considéré comme un échec de la théorie au premier ordre. Le contenu réactif d'une telle théorie n'est pas réaliste [10] car nous avons seulement

considéré la possibilité d'excitations it-ip tandis que la distorsion du projectile dans l'état final qui apparaît dans l'équation (3.11) résulte nécessairement du couplage aux excitations d'ordre supérieur ($2t-2p, \dots$). Il ne faut pas non plus conclure que la valeur de la section efficace de réaction (3.10) n'est pas réaliste, comme nous le verrons plus loin. Insistons une fois de plus, en conclusion de ce paragraphe, sur le fait qu'on ne doit pas comparer, comme cela a parfois été fait, la valeur de la section efficace de réaction (3.10) à la valeur expérimentale de la section efficace d'éjection d'un nucléon.

4. Théories d'ordre supérieur

Deux catégories de corrections doivent être envisagées pour remédier aux faiblesses de la théorie au premier ordre. La première catégorie est définie par les interactions du nucléon éjecté tandis que la deuxième catégorie est reliée à la cascade du projectile dans la cible (correctifs de diffusion multiple). Avant d'étudier en détail ces corrections de diffusion multiple disons quelques mots des corrections liées au nucléon diffuseur. Les effets du principe de Pauli (restriction de l'espace de phase) sont aisément inclus, du moins formellement, en redéfinissant l'opérateur de transition élémentaire dans le milieu (3.9). Cet opérateur, t_1^P , reste un opérateur à un corps,

$$t_1^P = v_1 + v_1 Q_P g^{SM} t_1^P \quad (4.1)$$

où Q_P est l'opérateur qui projette sur tous les états intermédiaires permis (états à 1 particule) sauf les états occupés dans le fondamental de la cible

$$Q_P = 1 - \sum_{|\varphi_j\rangle \in |0\rangle} |\varphi_j\rangle \langle \varphi_j| \quad (4.2)$$

L'opérateur potentiel optique est alors la superposition des opérateurs t_1^P

$$U = \sum_{i=1}^A t_1^P \quad (4.3)$$

La contribution des effets dus à l'interaction résiduelle, c'est-à-dire aux déviations par rapport au potentiel du modèle des couches, est importante à basse et moyenne énergie comme en témoignent, par exemple, l'excitation des résonances géantes ou le rapport "anormal" des sections efficaces

$\pi^{\pm} + {}^{12}\text{C} + {}^{11}\text{C}$ (stable par émission de proton ou de neutron) + π [9] qui ne semble pouvoir être expliqué qu'en invoquant des processus d'échange de charge pour le nucléon éjecté. Nous ne discuterons pas dans cet exposé le traitement de ces corrections. Nous affirmons seulement qu'il est possible de les inclure formellement et reportons le lecteur intéressé à un article (...futur) [2].

Nous allons maintenant nous attacher à l'étude des corrections de diffusion multiples liées à la cascade du projectile dans la cible. Ce problème a déjà été étudié, dans un cadre restreint, dans la littérature [11-16]. Avant toutes choses, revenons au développement de diffusion multiple de l'opérateur potentiel optique ((3.1) et (3.2)) que nous réécrivons explicitement :

$$U = \sum_i \tau_i + \sum_{i \neq j} \tau_i G_0 Q_0 \tau_j + \sum_{i \neq j \neq k} \tau_i G_0 Q_0 \tau_j G_0 Q_0 \tau_k + \dots \quad (4.4)$$

Si l'amplitude de diffusion élémentaire est grande (interaction pion-nucléon par exemple) aucun des termes de ce développement n'est petit. On ne dispose d'ailleurs, pour des projectiles interagissant fortement avec la cible, d'aucun paramètre petit qui permette a priori un développement rapidement convergent. Dans le cas de la diffusion élastique, le second terme est nul et la première correction est donnée par le terme de 3ème ordre. Pour la diffusion pion-noyau au voisinage de la résonance, le calcul de ce terme, dans le cadre de l'approximation statique, indique qu'il est beaucoup plus grand que le terme de premier ordre [12]. Un calcul plus réaliste, c'est-à-dire non statique, indique que pour $T_{\pi} = 160$ MeV, ce terme reste de l'ordre de 70 % du terme de premier ordre [13]. Devant cette situation, la seule alternative est d'essayer de resommer, au moins un sous-ensemble infini de termes de la série de diffusion multiple (4.4). De fait, cette contrainte est imposée par la non linéarité de la condition d'unitarité (2.15) pour l'opérateur potentiel optique.

Nous nous imposerons donc d'inclure toutes les excitations $2t-2p$ en supposant cependant qu'il n'y a pas de corrélations $2t-2p$ dans le fondamental (nous ne considérons pas non plus les effets dus au principe de Pauli). L'espace modèle, \mathcal{E} , dans lequel nous allons travailler contient donc maintenant le fondamental P_0 , l'ensemble des excitations $1t-1p$ (P_1) et $2t-2p$ (P_2)

$$\mathcal{E}_2 = P_0 \oplus P_1 \oplus P_2$$

alors que dans la théorie au premier ordre, l'espace modèle \mathcal{E}_1 ne contient que le fondamental et les excitations $1t-1p$

$$\mathcal{E}_1 = P_0 \oplus P_1$$

Nous négligeons les rediffusions du projectile sur un trou en présence d'excitations $2t-2p$, c'est-à-dire les contributions de la forme $P_{1j} v_k P_{ij}$ avec $k \neq i$ et j , qui implicitement font apparaître des excitations $3t-3p$ mais nous retenons bien sûr les contributions de la forme $P_i v_j P_i$, $j \neq i$, négligées dans la théorie au premier ordre. Dans l'espace modèle \mathcal{E}_2 l'interaction \tilde{V} s'écrit alors

$$\tilde{V} = \sum_{i,j} P_{ij} (v_i + v_j) P_{ij} + P_2 V P_1 + P_1 V P_2 + (P_1 + P_0) V (P_0 + P_1) \quad (4.5)$$

Le problème posé est alors défini, en imposant la condition d'unitarité (2.15), par le système d'équations :

$$\tilde{\mathcal{C}} = U + U P_0 G_0 \tilde{\mathcal{C}} \quad (4.6)$$

$$U = W + U P_1 G_0 P_1 W \quad (4.7)$$

$$W = \tilde{V} P_2 G_0 P_2 W \quad (4.8)$$

La construction explicite de l'opérateur U fait maintenant apparaître des amplitudes de diffusion élémentaire à 3 corps, caractérisant la diffusion du projectile par 2 nucléons liés dans la cible. Ces amplitudes T_{ij} se décomposent en deux sous amplitudes

$$T_{ij} = T_i^j + T_j^i \quad (4.9)$$

où l'indice du bas indique que le projectile interagit d'abord avec le nucléon spécifié par cet indice. La sous-amplitude T_i^j s'exprime par les relations

$$T_i^j = (1 + T_{ij} G_0 Q_0) v_i \quad (4.10a)$$

$$T_i^j = (1 + T_j^i G_0 Q_0) T_i \quad (4.10b)$$

où le projecteur Q_0 limite les états intermédiaires aux excitations $1t-1p$ et $2t-2p$:

$$Q_0 = P_1 \oplus P_2$$

La première étape consiste à construire l'opérateur potentiel optique dans l'espace des excitations $it-1p$, $P_1 U P_1$. Ceci permet de construire ensuite l'opérateur $P_1 U \hat{P}_0$, ou $P_0 U P_1$, c'est-à-dire le potentiel de transition du fondamental vers l'espace des excitations $it-1p$, qui, à son tour, permet de calculer l'opérateur potentiel optique dans le fondamental $P_0 U P_0$. L'opérateur $P_1 U P_1$ se décompose en une partie à un corps et une partie à deux corps $U^{(2)}\omega$,

$$P_1 U P_1 = \sum_i P_i \tau_i P_i + U^{(2)}\omega \quad (4.11)$$

$$\text{avec } U^{(2)} = \sum_{i,k} P_i U_{ik} \quad (4.12)$$

où ω est un opérateur de Møller (opérateur de distorsion dans le sous-espace P_1 des excitations $it-1p$:

$$\omega = \sum_{i=1}^A P_i \omega_i P_i \quad (4.13a)$$

$$\omega_i = (1 + Q_0 G_0 \tau_i)^{-1} = (1 - Q_0 G_0 v_i)^{-1} \quad (4.13b)$$

Les termes de paire, $P_i U_{ik}$, qui définissent la partie à deux corps, satisfont des équations intégrales élaborées qui font intervenir les amplitudes à 3 corps ((4.9), (4.10)). Nous ne donnons pas le détail des calculs qui conduisent à l'expression de l'opérateur potentiel optique dans le fondamental [2]

$$P_0 U P_0 = \sum_{i=1}^A P_0 \tau_i P_0 + \sum_{i,k} P_0 \tau_k^i P_i G_0 \tau_i P_0 \\ + \sum_{i,j,k,\ell} P_0 \tau_k^i P_i G_0 U_{ij} G_0 P_\ell \tau_\ell P_0 \quad (4.14)$$

$k \neq j$

Cette expression où apparaissent les termes de paire $P_i U_{ij}$ (4.12) appelle quelques remarques. Le premier terme, qui constitue la seule contribution à 1 corps, est identique au potentiel optique au premier ordre. Le deuxième terme fait explicitement intervenir une seule paire de nucléons de la cible. Les termes suivants impliquent tous la présence d'au moins trois nucléons avec la restriction que le projectile se propage toujours en présence d'une paire particule-trou. Pour éclairer le lecteur, nous illustrons cette expression dans deux cas limites.

Dans le cas d'une cible composé de deux nucléons, l'expression (4.14) se réduit à

$$P_0 U P_0 = P_0 (\tau_1 + \tau_2) P_0 + P_0 T_2^1 G_0 \tau_1 P_0 + P_0 T_1^2 G_0 \tau_2 P_0$$

où le second membre est, par définition (éqs. (4.9) et (4.10)) l'amplitude de diffusion à 3 corps T_{12} dans le sous-espace des excitations 1t-1p et 2t-2p. L'amplitude de diffusion projectile cible (4.6) est donc l'amplitude de Faddeev à 3 corps.

La deuxième limite est obtenue pour la diffusion à haute énergie c'est-à-dire de la diffusion sans retour ("never come back" approximation [17]) dans le cadre du modèle des centres diffuseurs fixes (F.S.A.). Nous obtenons alors simplement

$$P_0 U P_0 = \sum_i P_0 \tau_i^{FSA} P_0,$$

c'est-à-dire le même résultat que pour la théorie au premier ordre. Il faut bien remarquer cependant que, en dépit de cette égalité pour l'opérateur potentiel optique dans le fondamental, le contenu réactif des deux théories est complètement différent (l'opérateur $P_2 U P_0$ n'est par exemple pas nul dans la théorie au deuxième ordre).

La solution (4.14) que nous avons obtenue n'est cependant pas satisfaisante. En effet, le développement (4.14) situé au même niveau les processus de réarrangement dans une voie 1p-1t donnée et les processus à plusieurs étapes. Une théorie d'ordre supérieur telle que celle que nous avons construite doit permettre une description réaliste des excitations 1t-1p. Nous devons donc séparer les processus à plusieurs étapes des effets de distorsion dans les voies 1t-1p. Cette séparation s'obtient en développant l'opérateur $U^{(2)}$ (4.12) en une succession de termes qui font apparaître respectivement 1, 2, ..., n, ... transitions inélastiques

$$U^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} U_n^{(2)} \quad (4.15)$$

Nous nous contenterons ici de présenter les résultats finaux [2]. Les premiers termes du développement s'écrivent explicitement

$$U_0^{(2)} = \sum_{i,k} P_i T_k^i P_i \Omega_k^i \quad (4.16)$$

$$U_1^{(2)} = \sum_{i,k} P_i \Omega_k^i P_i T_i^k P_k \Omega_k^i \quad (4.17)$$

$$U_2^{(2)} = \sum_{i,k,m} P_i \Omega_k^i P_i T_i^k G_{i,m}^k P_k T_k^m P_m \Omega_k^i \quad (4.18)$$

où les opérateurs, Ω_k^i , Ω_k^i sont des opérateurs de distorsion qui généralisent les opérateurs de Møller dans le cas de la diffusion à 3 corps. Par exemple, on a

$$\Omega_k^i = P_i \left\{ 1 + \sum_{j \neq k} T_j^i P_j G_o + \sum_{\ell} T_\ell^i P_\ell G_o \sum_{j \neq \ell, k} P_i T_j^i P_j G_o + \dots \right\} P_i \quad (4.19)$$

où l'indice k indique que la première interaction, en présence de la paire particule-trou i, ne peut avoir lieu avec le nucléon k. L'opérateur Ω_k^i est similaire si ce n'est que la dernière interaction, au lieu de la première, ne peut avoir lieu avec le nucléon k. On définit aussi un opérateur de distorsion où la première interaction ne peut avoir lieu avec le nucléon k et la dernière avec le nucléon ℓ , soit $\Omega_{\ell,k}^i$ et un opérateur Ω^i qui ne fait apparaître aucune restriction. La particularité de ces opérateurs est d'exclure la possibilité d'avoir deux diffusions successives sur une même paire de nucléons (cette particularité illustre d'ailleurs toutes les difficultés de la construction qui sont pour l'essentiel reliées au problème de double comptage). L'équation (4.18) montre que le propagateur entre deux interactions fait apparaître la distorsion du projectile par l'intermédiaire de la modification de la fonction de Green $G_{i,m}^k = P_k G_o (\Omega_{i,m}^k - \delta_{i,m}) P_k$, il en est de même pour tous les termes d'ordre supérieurs. Les structures assez compliquées qui apparaissent dans ces expressions sont nécessaires pour éviter les problèmes de double comptage. A partir du développement (4.15) on obtient facilement l'expression de l'opérateur potentiel optique pour la transition du fondamental vers la paire particule-trou i :

$$P_i U P_o = P_i \left\{ \Omega^i T_i + \sum_k \Omega_k^i T_i^k \Omega_k^i G_o T_k \right. \\ \left. + \sum_{k,m} \Omega_k^i T_i^k G_{i,m}^k T_k^m \Omega_k^i G_o T_m + \dots \right\} P_o \quad (4.20)$$

Le premier terme, qui correspond au résultat de l'approximation DWIA pour les excitations $1t-1p$, distorsion dans l'état final par l'intermédiaire de Ω_1 , apparaît comme le premier terme d'un développement inélastique dont les termes successifs font apparaître un nombre croissant de transitions inélastiques.

Le développement inélastique de l'opérateur potentiel optique dans le fondamental s'obtient alors en introduisant de nouvelles sous amplitudes S_1^j similaires aux sous amplitudes T_1^j (4.10) si ce n'est que la dernière interaction du projectile a nécessairement lieu avec le nucléon 1.

$$S_1^j = \tau_1 (1 + Q_0 G_0 S_1^j)$$

$$T_{1j} = S_1^j + S_j^i$$

A ces opérateurs de transition S_1^j , sont associés des opérateurs de distorsion Ω_1^j définis par analogie avec (4.19). De même doit-on introduire les amplitudes de transition ${}_k T_1^i$ telle que la première interaction a lieu avec le nucléon k et la dernière avec le nucléon 1

$${}_k T_1^i = \tau_k (1 - Q_0 G_0 \tau_1 Q_0 G_0 \tau_k)^{-1} \tau_1$$

Le potentiel optique $P_0 U P_0$ s'exprime alors sous la forme

$$P_0 U P_0 = P_0 \sum_1 \left[\tau_1 + \sum_k i T_k \frac{1}{k} G_0 \tau_1 + \sum_k \tau_1 G_0 \Omega_k^i \frac{1}{k} T_1^k \frac{1}{k} G_0 \tau_k \right. \\ \left. + \sum_{k,m} \tau_1 G_0 \Omega_k^i \frac{1}{k} T_1^k G_{i,m}^k T_{k,k}^m \frac{1}{k} G_0 \tau_m + \dots \right] P_0 \quad (4.21)$$

Les trois premiers termes de ce développement inélastique contiennent les contributions à 1 et 2 corps à l'opérateur potentiel optique. Remarquons que les trois premiers termes du développement (4.21) décrivent exactement la diffusion du projectile par une paire de nucléons ce qui permet de retrouver, en résolvant (4.6), l'amplitude de Faddeev à 3 corps. Tous les termes d'ordre supérieur font apparaître au moins trois nucléons. Entre deux transitions le projectile, dont la fonction d'onde est distordue en raison

du couplage aux voies d'excitations 2t-2p, se propage en présence d'une paire trou-particule.

L'unitarité de cette théorie résulte directement de sa construction. Examinons donc le contenu dynamique de à l'aide du développement inélastique de l'opérateur potentiel optique ((4.11), (4.15), (4.20) et (4.21)). La section efficace correspondant à l'éjection d'un nucléon s'obtient en sommant explicitement toutes les sections efficaces exclusives correspondantes

$$\sigma_{1t-1p} = \frac{(2\pi)^4}{v} \sum_i \int d\vec{p}' \delta(E-E_i - \frac{p'^2}{2m}) |\mathcal{C}_{i0}^+|^2 \quad (4.22)$$

$$\text{avec } \mathcal{C}_{i0}^+ = \langle \varphi_i^{-1} \vec{p}' | \mathcal{C} | 0 p^+ \rangle = \langle \varphi_i^{-1} \vec{p}' | U | 0 \Psi_i^{(+)} \rangle \quad (4.23)$$

Nous voyons que cette expression fait apparaître les distorsions tant dans l'état initial que dans l'état final (4.20) comme nous nous y attendons. En plus de la distorsion dans les processus à une étape, notons que la théorie donne, au même niveau, la contribution des processus à plusieurs étapes aux excitations 1t-1p. La contribution des excitations 2t-2p à la section efficace de réaction est donnée par

$$\sigma_{2t-2p} = \frac{(2\pi)^4}{v} \sum_{i < k} \int d\vec{p}' \delta(E-E_i-E_k - \frac{p'^2}{2m}) |\mathcal{C}_{ik,0}^+|^2 \quad (4.24)$$

avec

$$\mathcal{C}_{ik,0}^+ = \langle \varphi_i^{-1} \varphi_k^{-1} \vec{p}' | \mathcal{C} | 0 p^+ \rangle = \langle \varphi_i^{-1} \varphi_k^{-1} \vec{p}' | U | 0 \Psi_p^{(+)} \rangle \quad (4.25)$$

Elle fait apparaître l'opérateur de transition, $\mathcal{C}_{ik} U P_0$, qui relie le fondamental à un état 2t-2p dont l'expression bien sûr, ne fait apparaître aucune distorsion dans les voies 2t-2p. De même que la section efficace de réaction dans la théorie au premier ordre, la section efficace d'excitation 2t-2p dans la théorie au second ordre est "à moitié distordue". L'absence de distorsion dans l'état final, c'est-à-dire dans les voies 2t-2p est la conséquence directe de la troncature de l'espace de Hilbert à ce niveau d'excitation. Notons de plus que dans la mesure où nous n'avons pas inclus les corrélations nucléon-nucléon, les excitations 2t-2p trouvent leur origine dans des processus à deux étapes. La section efficace de réaction est donnée par la relation

$$\sigma_r = \sigma_{1t-1p} + \sigma_{2t-2p} \quad (4.26)$$

Il n'est malheureusement pas possible de prédire, même qualitativement, indépendamment du modèle, le changement de la valeur de la section efficace de réaction quand on la calcule dans la théorie au premier ordre (3.10) ou dans la théorie au deuxième ordre (4.26). On peut penser que la réduction, due à la distorsion dans l'état final, dans les voies $1t-1p$ est partiellement compensée par la contribution des excitations $2t-2p$. Dans le cas de la limite des hautes énergies on peut en effet montrer que ces sections efficaces sont rigoureusement identiques [2,18]. Bien évidemment alors que nous avons vu que, dans cette limite, le potentiel optique est identique dans le fondamental pour les théories du premier et deuxième ordre, les opérateurs de transitions sont différents ; i.e., pour la théorie au premier ordre nous avons

$$P_i U^{(1)} P_o = P_i T_i^{FSA} P_o$$

alors que dans le cadre de la théorie au deuxième ordre la distorsion dans l'état final, c'est-à-dire dans les voies $1t-1p$, apparaît :

$$P_i U^{(2)} P_o = P_i \Omega_i^{i,FSA} P_o$$

Cette différence traduit bien le fait que le contenu dynamique des théories au premier ordre et au second ordre est différent.

5. Conclusions

Après avoir défini précisément la théorie du potentiel optique au premier ordre, nous avons développé un formalisme qui permet d'évaluer les termes d'ordre supérieur pour l'opérateur potentiel optique. Ce formalisme, qui est nécessaire si l'on veut décrire les résultats expérimentaux de manière réaliste, repose sur la relation d'unitarité (2.15) de l'opérateur potentiel optique. Cette relation, que nous imposons dans le cas du calcul approché de l'opérateur potentiel optique, permet une description cohérente de la diffusion élastique et de la diffusion inélastique. Ayant brièvement évoqué les modifications liées aux effets du principe de Pauli et à l'interaction résiduelle, nous avons étudié la cascade du projectile dans la cible. La nécessité de resommer un sous ensemble infini de la série

de diffusion multiple et celle d'introduire les opérateurs de transitions "élémentaires" décrivant la diffusion du projectile par une paire de nucléons liés rendent la construction de cet opérateur délicate. Nous obtenons finalement un développement "inélastique" de cet opérateur qui permet de séparer les effets de distorsion dans les voies $1p-1t$ et $2p-2t$. Alors que dans la théorie au premier ordre où n'interviennent que les excitations $1t-1p$, la section efficace de réaction ne contient que la distorsion du projectile dans l'état initial, la théorie au deuxième ordre fournit une évaluation réaliste de la section efficace d'éjection d'un nucléon : la distorsion du projectile apparaît tant dans l'état initial que dans l'état final. Toutefois, aucune distorsion ne pouvant apparaître dans les voies $2p-2t$, la section efficace d'éjection d'une paire de nucléons ne fait apparaître que la distorsion du projectile dans l'état initial. L'extension de ce formalisme aux excitations d'ordre supérieur est sans doute possible bien que techniquement très difficile.

Les opérateurs potentiel optique décrivant tant les transitions inélastiques que la diffusion élastique s'expriment par des développements en série où les termes successifs font apparaître un nombre croissant de transitions inélastiques. Entre deux transitions la fonction d'onde du projectile qui se propage en présence d'une paire particule-trou est distordue en raison du couplage aux excitations $2t-2p$. L'évaluation de ces opérateurs semble, en pratique, impossible et il est souhaitable de pouvoir trouver des approximations qui permettent de satisfaire, au moins de manière approchée, la relation d'unitarité (2.15). Ainsi la troncature du développement (4.21) est certainement raisonnable si la section efficace de réaction est dominée par les excitations $2t-2p$, c'est-à-dire si l'éjection d'un nucléon en présence d'une paire particule-trou est plus favorisée que les processus de réarrangement à l'intérieur du sous espace des excitations $1t-1p$ (la contribution due à la présence de processus à 2 étapes sans distorsion dans la voie $1t-1p$ est alors faible devant la contribution des excitations $2t-2p$). On peut penser que cette approximation est raisonnable dans une réaction où l'interaction élémentaire projectile nucléon est caractérisée par une forte absorption, ce qui est le cas des réactions proton ou méson noyau aux énergies intermédiaires.

Notons que la démarche adoptée dans cette construction est sensiblement différente de celle habituellement utilisée. Nous n'analysons pas le contenu réactif d'une théorie [10,15] mais nous imposons ce contenu et construisons les opérateurs potentiels optiques correspondants. Notre approche est aussi différente de celle, dont les

motivations sont différentes, qui consiste à évaluer de manière auto-cohérente le potentiel optique [11,12,14]. Cette dernière approche, où n'apparaissent pas explicitement les amplitudes de diffusion du projectile par une paire de nucléons liés dans la cible, tient compte d'un ensemble particulier d'excitations $n\pi-n\rho$ et se contente de décrire la diffusion élastique. Elle ne permet pas de construire simultanément des opérateurs de transition et donc de calculer les sections efficaces inélastiques si ce n'est par l'intermédiaire de l'approximation des ondes distordues.

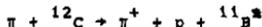
Références

- [1] K.M. Watson, Phys. Rev. 89 (1953) 575.
A.K. Kerman, H. Mc Manus et R.M. Thaler, Ann. of Phys. (N.Y.) 8 (1959) 551.
M.L. Goldberger et K.M. Watson, Collision Theory, John Wiley & Sons, eds., NY (1964).
- [2] F. Cannata, J.P. Dedonder et F. Lenz, en préparation.
- [3] N. Austern, Direct nuclear reactions theories, J. Wiley & Sons (NY) 1970.
- [4] Yu. R. Gismatullin et al., Sov. Journ. of Nucl. Phys. 11 (1970) 159, 19 (1974) 22 et 21 (1975) 488.
- [5] C.H.Q. Ingram, dans "Meson-Nuclear Physics 1979, E.V. Hughesford, III, éd., AIP Conference proceedings 54, (NY) 1979, p. 455.
- [6] J. Mougey et al., Phys. Rev. Lett. 41 (1975) 1645.
- [7] R.E. Mischke et al., Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1197.
- [8] M. Thies, pré tirage SIN 79-007 (non publié).
- [9] L.H. Batist et al., Nucl. Phys. A254 (1975) 480.
B.J. Dropecky et al., Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 821.
- [10] Nous reportons aussi le lecteur aux discussions contenues dans l'article suivant
P.C. Tandy, E.F. Redish et D. Bollé, Phys. Rev. C16 (1977) 1924.
- [11] R.M. Frank, J.L. Gammel et K.M. Watson, Phys. Rev. 101 (1956) 891.
- [12] B.D. Keister, Nucl. Phys. A235 (1974) 520 et A271 (1976) 342.
M.B. Johnson et E.A. Bethe, Nucl. Phys. A305 (1978) 418.
M.B. Johnson et B.D. Keister, Nucl. Phys. A305 (1978) 461.
- [13] M.K. Banerjee et S.J. Wallace, Phys. Rev. C21 (1980) 1996.

- [14] C. Schmit, en préparation.
- [15] D.S. Koltun et D.M. Schneider, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 211.
D.M. Schneider, PhD, Août 1979, Rochester (NY).
- [16] L.C. Liu et C.M. Shakin, Phys. Rev. C20 (1979) 2339.
- [17] L.L. Foldy et J.D. Walecka, Ann. of Phys. 54 (1969) 447.
- [18] R.J. Glauber et G. Matthiae, Nucl. Phys. B21 (1970) 135.
Voir aussi L. Bertocchi et D. Treleani, Journ. of Phys. 63 (1977) 147.

Légende des Figures

Fig.1 Distribution angulaire du pion émis (au-dessus) et distribution en énergie du nucléon éjecté (au-dessous) dans la réaction [4]



pour des π^+ incidents d'énergie cinétique $T_\pi = 112$ MeV. La courbe en pointillé représente la section efficace différentielle élastique π^+p dans le laboratoire. La courbe en trait plein (normalisée arbitrairement) correspond à un calcul PWIA pour un gaz de Fermi (F. Lenz dans "Aspects of the pion nucleus interaction", Proceedings of the Topical Meeting on Intermediate Energy Physics, Zuoz 1976, p. 382).

Fig.2 Même légende mais $T_\pi = 60$ MeV.

Fig.3 Section efficace différentielle ${}^{16}\text{O}(\pi^+, \pi'^+)$ pour $\theta = 60^\circ$ et $T_\pi = 240$ MeV [5]. Les points représentent la section efficace de double échange de charge ${}^{16}\text{O}(\pi^+, \pi'^-)$ à 50° [7] multipliée par un facteur 15. La courbe continue représente les résultats expérimentaux pour la diffusion quasi-élastique d'électrons à 60° et 360 MeV [6]. La courbe en pointillé est un calcul de simple diffusion [8].

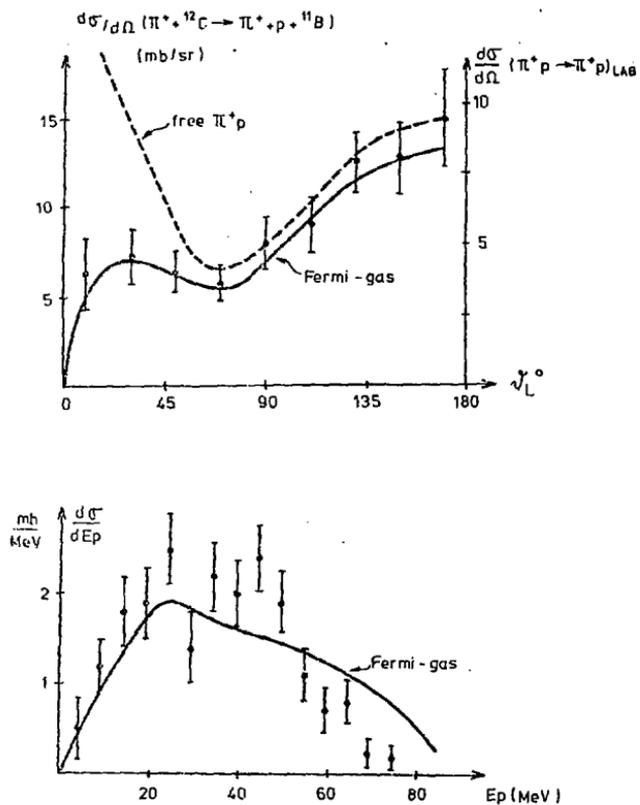


Fig. 1

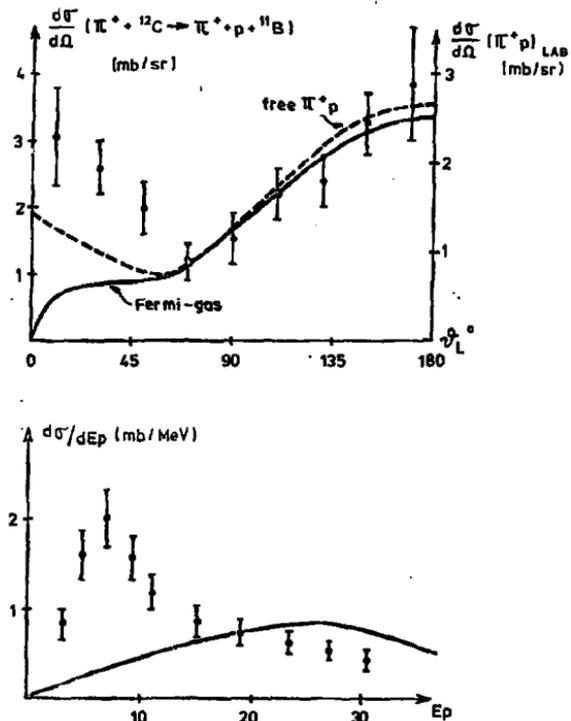
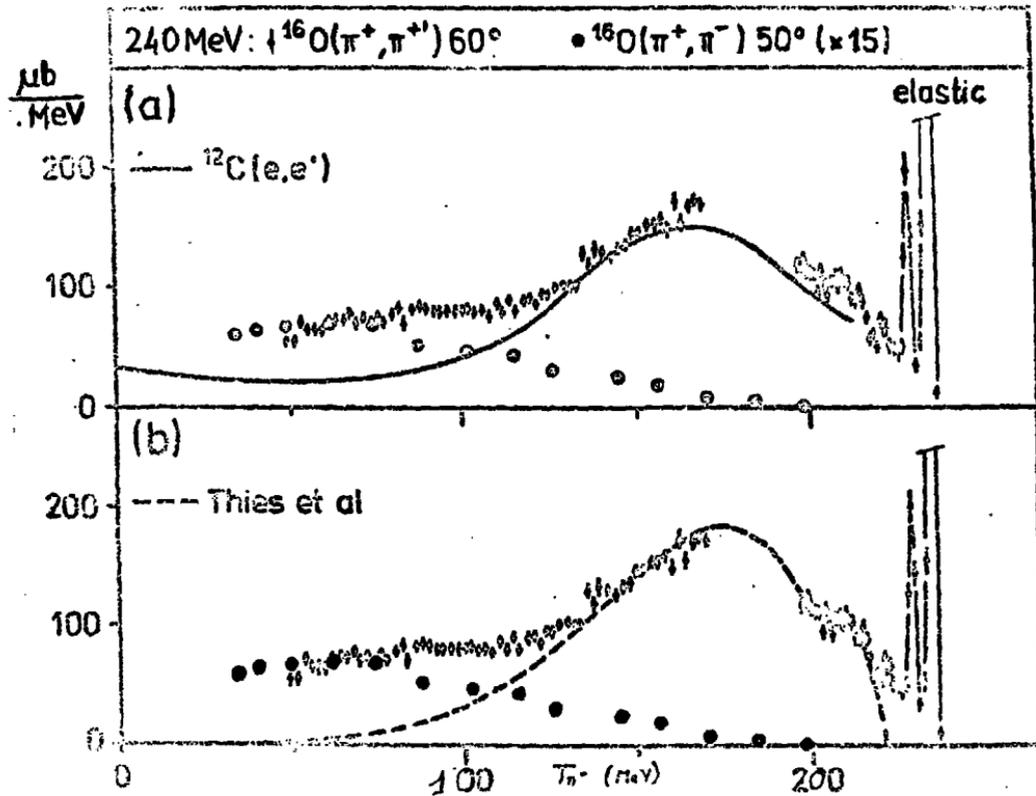


Fig. 2



HYPERONS Λ ET Σ DANS LES NOYAUX

A. Bouyssy

1. Introduction
2. Réactions avec échange d'étrangeté
 - 2.1 Transitions sans recul et transitions quasi-libres
 - 2.2 Données expérimentales
3. Interaction Λ -noyau
 - 3.1 Modèle nucléaire
 - 3.2 Distributions angulaires
 - 3.3 Interaction résiduelle $\Lambda_{T=0}^N$
 - 3.4 Exemple de l'hypernoyau $\Lambda_{T=0}^N$
 - 3.5 Distorsion dans la réaction $(K^-\pi^-)$
4. Comparaison Λ -noyau et N-noyau
 - 4.1 Terme central
 - 4.2 Terme spin-orbite
 - 4.3 Terme spin-spin
5. Formation d'hypernoyaux Λ
 - 5.1 Spectres d'intensité
 - 5.2 Etats fondamentaux
 - 5.3 Section efficace de production
6. Formation d'hypernoyaux Σ
7. Conclusion.

1. Introduction

La particule Λ liée dans un noyau s'avère être une excellente sonde des propriétés hypernucléaires. Ses caractéristiques principales, masse, spin, charge, la font ressembler à un neutron. En outre, l'interaction Λ -nucléon n'est que légèrement plus faible que l'interaction nucléon-nucléon puisque le système Λ -proton n'est pas lié, alors que le deuteron est lié, mais que le système Λ -n-p (hypertriton) est lié. On peut donc s'attendre à ce que la particule Λ se comporte dans un milieu nucléaire comme un gros neutron, à ceci près, et c'est important, qu'elle porte une étrangeté différente de zéro ($S = -1$) ce qui la distingue des autres constituants de l'hypernoyau. N'obéissant pas au principe de Pauli vis à vis des autres baryons de l'hypernoyau, on peut donc considérer la particule Λ comme une sonde douce du noyau.

La particule Λ est le baryon étrange le plus léger. L'étrangeté étant conservée dans les interactions fortes et puisque la masse de la particule Λ ($m_\Lambda = 1115$ MeV) est plus petite que celle du système $K N$, elle est stable par rapport aux désintégrations fortes, à la fois comme particule libre ou dans un milieu nucléaire. La particule Λ se désintègre par interaction faible en nucléon et pion ($\Lambda \rightarrow N\pi$) avec une durée de vie de $2.6 \cdot 10^{-10}$ s. Dans la matière nucléaire, il y a en outre un processus de désintégration possible $\Lambda N \rightarrow 2N$ qui sert à déterminer la durée de vie de la particule Λ estimée dans les noyaux lourds à 10^{-10} s. Cette durée de vie est suffisamment longue pour permettre d'étudier les propriétés des hypernoyaux.

Les hyperons plus lourds, Σ , Ξ , Ω , ne sont pas stables par rapport aux interactions fortes dans la matière nucléaire.

$$\begin{aligned} \Sigma + N & \rightarrow \Lambda + N \\ \Xi + N & \rightarrow 2\Lambda \\ \Omega + 2N & \rightarrow 3\Lambda \end{aligned}$$

On peut donc s'attendre à ce que les hypernoyaux formés avec un hyperon autre que la particule Λ soient plus difficilement détectables que les hypernoyaux Λ . Par contre, des hypernoyaux, pour l'instant hypothétiques, formés avec le baryon charmé le plus léger Λ_c ($m_{\Lambda_c} = 2260$ MeV) ou des hypernoyaux formés avec le baryon le plus léger correspondant à d'autres saveurs, pourraient former des systèmes liés.

Depuis la première observation d'hypernoyaux Λ il y a près de 30 ans [1] l'intérêt porté à la physique hypernucléaire est basé sur le fait que les propriétés de la particule Λ dans la matière nucléaire peuvent être déterminées

par l'étude de l'interaction Λ -noyau. Cela nécessite bien évidemment une systématique assez grande. En fait, pendant une vingtaine d'années, les seules sources d'information sur les hypernoyaux provenaient des mesures des énergies de liaison, et dans certains cas des spins, des états fondamentaux des hypernoyaux légers, en utilisant des techniques d'émission nucléaire [2]. L'hypernoyau est identifié par sa désintégration caractéristique et les traces visibles permettent de mesurer l'énergie de liaison. Par suite, seuls les hypernoyaux légers (depuis l'hypertriton ${}^{\Lambda}_3\text{H}$ jusqu'à l'hyperazote ${}^{\Lambda}_7\text{N}$) peuvent être observés [3].

C'est en fait avec la mise en service de faisceaux intenses de kaons de basse énergie qu'une nouvelle voie expérimentale a été ouverte et que des états hypernucléaires excités ont été mis en évidence [4]. Les réactions à deux corps avec échange d'étrangeté sont depuis 1973 la manière moderne de produire des hypernoyaux. Avec une cinématique appropriée on peut produire des hypernoyaux de manière très contrôlée puisque le moment de transfert peut être rendu très faible par rapport au moment de Fermi [5]. Dans ce cas des états hypernucléaires peuvent être atteints, dans lequel un neutron du noyau cible peut être remplacé par une particule Λ , laissant le reste du noyau inchangé.

Dans la section 2, nous allons discuter les réactions avec échange d'étrangeté qui s'avèrent être l'outil idéal pour faire de la spectroscopie hypernucléaire, et donner une interprétation qualitative des données expérimentales actuelles. La section 3 est réservée à l'étude de l'interaction Λ -noyau et à la discussion du modèle utilisé pour analyser les résultats. Le but principal de la section 4 est de faire une comparaison des résultats obtenus pour l'interaction Λ -noyau avec ceux, connus, de l'interaction nucléon-noyau. Nous insisterons en particulier sur ce que l'on peut attendre du comportement d'une quasi-particule dans un milieu nucléaire. Dans la section 5, nous discuterons quelques grandeurs caractéristiques, énergie de liaison des états fondamentaux, section efficace de production. La section 6 enfin est consacrée à quelques résultats récents relatifs à l'observation d'hypernoyaux Σ .

Notre but n'est pas de faire une revue exhaustive des réactions (K, π) mais plutôt d'insister sur quelques points qui nous paraissent particulièrement intéressants. Soit parce qu'ils semblent bien acquis, soit plutôt par la somme de questions qu'ils posent et qui peuvent aider à une meilleure compréhension de l'interaction effective dans les noyaux.

2. Reactions avec échange d'étrangeté

2.1. Transitions sans recul et transitions quasi-libres

Dans les réactions avec échange d'étrangeté



si le moment incident est de l'ordre de 700 MeV/c et si le π^- est détecté à 0° , le moment transféré est faible, de l'ordre de 40 MeV/c, comparé au moment de Fermi des nucléons (~ 270 MeV/c). Les énergies des π^- et des K^- et la cinématique à 0° semblent favoriser un processus à une étape. En effet, d'une part le libre parcours moyen des π^- et des K^- dans la matière nucléaire est de 1 à 2 fms et d'autre part toute interaction supplémentaire dégraderait l'énergie des π^- et les diffuserait dans des angles $\neq 0^\circ$. En choisissant de ne sélectionner que des événements $K-\pi$ pratiquement collinéaires on réduit au maximum les effets de rediffusion possible. On peut donc s'attendre à ce que des transitions à une particule, avec comme processus de base



soient produites de façon préférentielle, le reste du noyau agissant en spectateur.

L'amplitude de transition de la réaction (2.1) peut être factorisée en produit de l'amplitude de transition de la réaction (2.2) et d'un facteur de forme dépendant des nombres quantiques décrivant les états initial et final. Ce facteur de forme, qui peut être interprété comme la racine carrée du nombre effectif de neutrons participant à la réaction, peut être écrit dans le cas d'une transition d'un état i vers un état f , sous la forme

$$\int \psi_f^*(\vec{r}) \exp[i\vec{q} \cdot \vec{r}] \psi_i(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.3)$$

L'état du neutron de la cible est représenté par les nombres quantiques $i \equiv n, l, j$, l'état de la particule Λ de l'hypernoyau par les nombres quantiques $f \equiv n', l', j'$. On a négligé dans l'écriture simplifiée du facteur de forme les effets possibles de distorsion des fonctions d'onde du K^- et du π^- .

Pour un moment de transfert faible et pour un rayon nucléaire de l'ordre de 3-4 fms, le terme exponentiel est de l'ordre de l'unité et par suite l'intégrale de recouvrement est maximum si $i \equiv f$. En conséquence, seules les transitions pour lesquelles la particule Λ remplace le neutron dans la même orbite ($n_i + A_i$) sans que la fonction d'onde change sont fortement peuplées. Ces transitions quasi-élastiques où la paire particule (Λ)-trou (neutron) est couplée à un moment angulaire $\Delta l = 0$ sont appelées transitions sans recul

Par analogie avec l'émission de gamma sans recul par des atomes liés dans un cristal (effet Mössbauer) [6].

Dans le spectre représentant l'intensité des événements hypernucléaires en fonction de l'énergie de liaison de la particule Λ , on s'attend donc à voir un pic (sans recul) pour chaque réaction avec échange d'étrangeté sur chaque état de neutron du noyau cible. Dans le modèle des couches, ces pics correspondront aux orbites $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$... $1d_{5/2}$... pour les noyaux de la couche p et de la couche s-d. Ce résultat très simple devrait être observé dans les réactions (K^-, π^-) si le moment incident est égal à 530 MeV/c et si le π^- est détecté à 0° (le moment de transfert est nul dans ce cas : fig.1). Ce serait une signature non ambiguë des transitions à une particule.

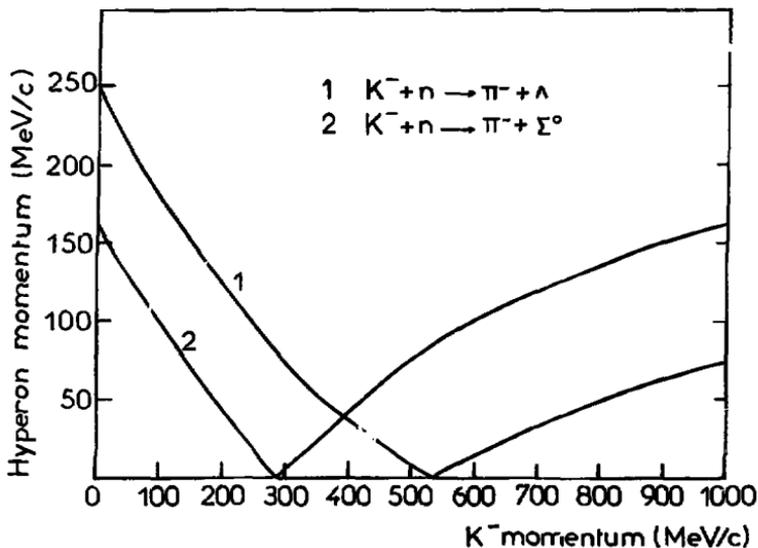


Fig. 1 Moment de transfert (en MeV/c) dans le cas de réactions (K^-, π^-) en fonction du moment incident (en MeV/c).

Cependant si l'énergie nécessaire pour transformer un neutron en particule Λ dans la même orbite dépend peu de l'orbite elle-même, toutes ces transitions à une particule contribueraient de façon cohérente pour former une résonance analogue d'étrangeté (SAR). Son observation expérimentale possible a été proposée par Lipkin et Feshbach-Kerman [5] et peut être considérée comme le point de départ de l'intérêt porté aux réactions (K, π).

Pour les noyaux légers au moins, cette cohérence semble en fait difficile à réaliser puisque, comme l'ont montré Hüfner et al. [7] l'espacement des niveaux à une particule pour la particule Λ est plus faible que dans le cas du neutron.

En pratique, l'expérience idéale ($q_{\Lambda} = 0$) est difficile à envisager actuellement par suite de la trop faible intensité de K^- de moment incident égal à 530 MeV/c [4]. Puisque le moment de transfert est différent de zéro pour des moments incidents de l'ordre de 700-800 MeV/c (qui sont les conditions initiales des faisceaux de K^- utilisés au CERN ou à Brookhaven) l'idée simple de l'existence de plusieurs pics sans recul (ou d'un seul dans le cas de la SAR) dans la distribution de l'intensité, doit être corrigée et ce pour plusieurs raisons.

i) Il peut exister des transitions avec des configurations particule (Λ) trou (neutron) ($n_i + \Lambda_i, i \in n', l', j' \neq i$) pour lesquelles le moment angulaire transféré est différent de zéro. Dans ce cas, la particule Λ peut sauter dans une des orbites voisines de celle occupée par le neutron sur lequel a eu lieu la réaction avec échange d'étrangeté, même si ces orbites sont déjà remplies par d'autres neutrons (pas de principe de Pauli). En outre, il peut aussi exister des transitions où la particule Λ va dans le continu ($n_i + \Lambda_K$).

Ces transitions inélastiques (y compris les transitions $n_i + \Lambda_i$ mais avec $\Delta l \neq 0$) sont appelées transitions quasi-libres [8] par analogie avec les réactions ($p, 2p$), ou ($e, e'p$). On s'attend à ce que leur intensité soit faible, puisque q_{Λ} est faible, mais leur nombre peut être suffisamment élevé pour apporter une contribution non négligeable à l'intensité totale. Cette contribution augmente bien évidemment avec le nombre de masse du noyau cible puisqu'il y a de plus en plus de transitions ouvertes possibles (figure 2).

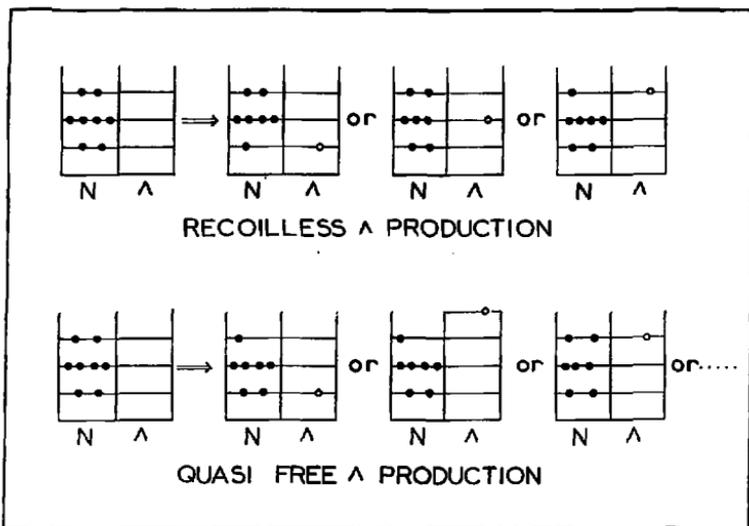


Fig. 2 Transitions sans recul et transitions quasi-libres possibles (adapté de la réf. 4).

En outre, l'énergie d'excitation de la majeure partie de ces transitions inélastiques est supérieure à l'énergie d'excitation des transitions sans recul. Par exemple l'énergie d'excitation de la configuration $(1p_{3/2}(\Lambda) - 1s_{1/2}^{(N)})_r$ est supérieure de $\Delta\epsilon = (\epsilon(1p_{3/2}) - \epsilon(1s_{1/2}))_{\Lambda}$ à celle de la configuration $(1p_{3/2}(\Lambda) - 1p_{3/2}^{(N)})_0+$, les ϵ représentant les énergies à une particule pour la particule Λ .

ii) Le moment de transfert dans la réaction (2.1) est différent et en général supérieur au moment de transfert de la réaction libre (2.2). Puisqu'il dépend de B_{Λ} , énergie de liaison de la particule Λ , il varie entre 30 MeV/c et 70 MeV/c quand B_{Λ} varie entre 20 MeV et -40 MeV. La contribution des transitions quasi-libres est d'autant plus augmentée que le moment de transfert est élevé. Ce résultat est mis en évidence de façon très caractéristique dans les expériences de mesures de distributions angulaires, pour des angles $\theta(K, \pi)$ allant de 0° à 20° .

iii) Il a été montré, en utilisant le formalisme de la réponse linéaire, que la largeur de désintégration des états

ΛN^{-1} est faible et n'excède pas 1 MeV [9], sauf pour les noyaux très légers. En conséquence la largeur des états ΛN^{-1} est donnée principalement par la largeur d'étalement, résultat du couplage des états à une particule-un trou à des états plus compliqués de l'hypernoyau. Si on suppose que la largeur d'étalement est donnée principalement par la largeur des états trous de neutron, on peut s'attendre à ce que les pics sans recul correspondant à des configurations construites sur des états de neutrons appartenant aux couches les plus extérieures du noyau cible aient des largeurs plus faibles que ceux correspondant aux états profonds. Par exemple, dans le cas du ^{12}C la largeur de l'orbite $1p_{3/2}$ est d'environ 2 MeV comparée à 11 MeV pour celle de l'orbite $1s_{1/2}$. Ce phénomène doit se retrouver dans la distribution d'intensité de l'hypernoyau $^{\Lambda}\text{C}$.

En conséquence, il sera difficile de séparer dans le spectre la contribution des transitions sans recul provenant des couches profondes de celle des transitions quasi-libres. D'une part, leur largeur est importante et d'autre part ces deux types de transition ont des énergies d'excitation voisines. On peut cependant noter que dans les conditions actuelles des expériences, c'est seulement dans le cas de noyaux très légers ($^{\Lambda}\text{Li}$, $^{\Lambda}\text{Li}$ par exemple) que l'on aura quelque chance de pouvoir détecter expérimentalement les transitions sans recul sur les couches profondes, $1s_{1/2}$ dans ce cas.

vi) Le nombre effectif de neutrons participant à la réaction est proportionnel au nombre de neutrons dans l'orbite correspondante $(2j_N + 1)$. On verra en fait plus loin comment il peut s'écrire de façon générale. On peut en déduire que la couche avec le nombre d'occupation en neutron le plus grand doit donner la contribution la plus importante à l'intensité. C'est en général la couche la plus extérieure dans le noyau cible ($1p_{3/2}$ dans le cas des noyaux de la couche p, $1d_{5/2}$ pour ceux de la couche s-d).

Des remarques que nous venons d'exposer, on peut s'attendre aux résultats suivants :

- la contribution du processus quasi-libre augmente avec le nombre de masse du noyau cible et avec le moment de transfert.

- la forme du spectre est dominée par un pic étroit correspondant aux couches extérieures du noyau cible et une large bosse à plus grande énergie d'excitation. Cette situation se détériore quand on va des hypernoyaux de la couche p à ceux de la couche s-d puisque la contribution relative, transitions quasi-libres/ transitions sans recul, augmente.

Ceci est représenté de façon schématique dans le cas d'un noyau léger ($^{\Lambda}\text{C}$ par exemple) sur la fig.3.

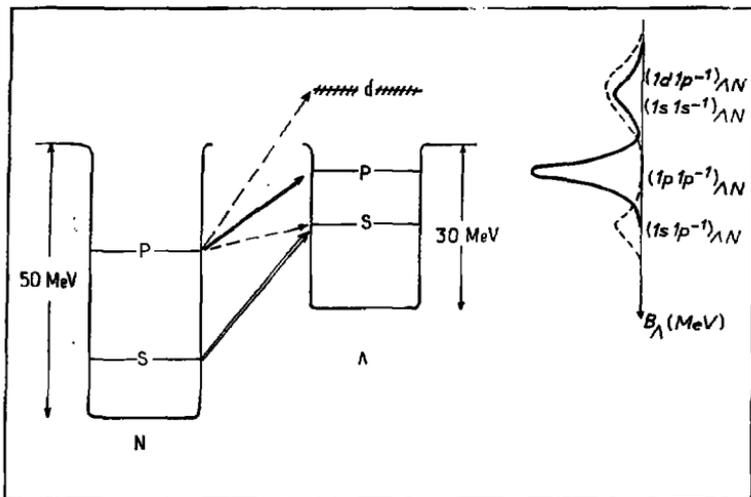


Fig. 3 Transitions sans recul et transitions quasi-libres dans le cas d'un noyau léger, représentées de façon schématique. (adapté de la réf.[4]).

2.2 Données expérimentales

Cette étude très qualitative doit être comparée aux résultats expérimentaux qui existent depuis 1973. Après les premières réactions avec échange d'étrangeté et productions d'hypernoyaux légers avec des faisceaux de K^- stoppés par la cible [10] la technique expérimentale s'est affinée et on sait maintenant produire des hypernoyaux de façon très sûre à partir de faisceaux de K^- en vol [4]. Cependant, pour des raisons évidentes, il n'existe encore que peu de faisceaux de kaons de basse énergie suffisamment intenses. Actuellement, seuls le CERN, BNL (et très prochainement KEK au Japon) ont des faisceaux correspondant aux conditions minimales requises pour l'identification d'hypernoyaux. Les seuls résultats à notre disposition sont répertoriés dans la table 1.

Groupe [Ref]	Moment. incident (MeV/c)	Angle (K^-, π^-)	Résolution (MeV)	Noyaux
Heidelberg (1973) [10]	0	0°	2-4	^{12}C
Torino [11a - c] (1973-1975)	390	0° - 15°	2-4	^{12}C - ^{16}O - ^{27}Al
Heidelberg [12a - b] (1974-1976)	900	0°	2-3	^9Be - ^{12}C - ^{16}O ^{32}S - ^{40}Ca
Heidelberg- Saclay- Strasbourg [12c - e] (1978-1980)	640-720 790	0° - 5°	1.-1.5	^6Li - ^7Li - ^9Be ^{12}C - ^{16}O - ^{27}Al ^{32}S - ^{40}Ca - ^{51}V ^{89}Y - ^{209}Bi
Brookhaven [13] (1979-1980)	800	0° - 19°	2.5-4.5	^{12}C

Table 1 : Caractéristiques des expériences (K^-, π^-)

Excepté quelques remarques futures sur les distributions angulaires, nous avons choisi d'étudier en détail les résultats expérimentaux de production d'hypernoyaux dans la cinématique à 0° obtenus au CERN par le groupe de Povh et al. (Heidelberg-Saclay-Strasbourg collaboration). Ceci d'une part pour des raisons historiques et d'autre part parce que la gamme de noyaux cibles choisis est suffisamment étendue pour pouvoir espérer faire une étude systématique valable permettant une comparaison des interactions Λ noyau et nucléon-noyau. La méthode expérimentale est très complexe. Elle est décrite en détail dans la réf.[4] et ne sera pas reproduite ici.

Nous allons dans la section (3) utiliser un calcul modèle basé sur deux ingrédients principaux, le modèle en couches et l'approximation d'impulsion, pour tenter d'expliquer les résultats expérimentaux. En fait, pour les raisons exposées précédemment, nous allons étudier plus particulièrement les hypernoyaux de la couche p et de la couche s-d.

3. Interaction Λ -noyau

3.1 Modèle nucléaire

Si on suppose que les états à une particule pour la particule Λ sont donnés par un potentiel moyen de modèle en couches avec une partie centrale et une partie spin-orbite l'interprétation des spectres expérimentaux donnée précédemment, en termes de transitions sans recul et de transitions quasi-libres, va être cruciale pour aider à la détermination des paramètres des puits de potentiel du système Λ -noyau. La valeur de la profondeur des puits est donnée principalement par la position absolue de l'énergie des pics sans recul. Il est donc clair que v_{Λ}^C est uniquement à partir des spectres des noyaux légers (${}^2\Lambda\text{C}$ et ${}^4\Lambda\text{O}$ plus spécialement) qu'une valeur précise pourra être donnée puisque dans ce cas la position des pics élastiques, correspondant aux transitions neutron-particule Λ à partir des neutrons appartenant aux couches extérieures des noyaux cibles, peut être déterminée pratiquement sans ambiguïté.

On suppose un potentiel moyen de modèle en couches, indépendant de l'énergie et choisi de la forme [14]

$$V_{\Lambda\text{-noyau}}(\vec{r}) = -v_{\Lambda}^C f(r) + v_{\Lambda}^{\text{LS}} (\mathbf{n}/m_{\text{nc}})^2 \vec{L} \cdot \vec{S} (1/r) \cdot df(r)/dr \quad (3.1)$$

$$\text{avec } f(r) = [1 + \exp((r-R)/a)]^{-1} \text{ et } R = r_0 (A-1)^{1/3} \quad (3.2)$$

Si on fixe le rayon r_0 et la diffusivité a comme dans le cas du nucléon ($r_0 = 1.1 \text{ fm}$, $a = 0.60 \text{ fm}$) il existe différentes combinaisons des paramètres v_{Λ}^C et v_{Λ}^{LS} capables de donner la même énergie à une particule pour la particule Λ dans l'orbite la plus extérieure de ${}^2\Lambda\text{C}$ ou ${}^4\Lambda\text{O}$.

Par exemple, si on veut avoir $\epsilon_{\Lambda}(1p_{3/2}) = -3 \text{ MeV}$ pour ${}^{16}\text{O}$ on peut utiliser

$$\begin{array}{ll} v_{\Lambda}^C = 32 \text{ MeV} & \text{et} & v_{\Lambda}^{\text{LS}} = 0 \text{ MeV} \\ \text{ou } v_{\Lambda}^C = 28 \text{ MeV} & \text{et} & v_{\Lambda}^{\text{LS}} = 20 \text{ MeV} \end{array} \quad (3.3)$$

Ainsi, pour des valeurs du terme central que l'on peut qualifier de raisonnables (on verra par la suite qu'une profondeur de l'ordre de 30 MeV est effectivement le bon ordre de grandeur) on peut trouver des valeurs complètement différentes du terme spin-orbite. Il est donc nécessaire de trouver une détermination indépendante pour v_{Λ}^C et v_{Λ}^{LS} .

Une voie possible est de déterminer d'abord le terme central en le reliant à l'état fondamental hyper nucléaire. Historiquement, la mesure des énergies de liaison des états fondamentaux a été la première source

d'information sur les caractéristiques des hypernoyaux. On suppose une configuration simple dans le modèle en couches à couplage jj , la particule Λ étant dans l'état le plus bas et le neutron dans l'orbite la plus extérieure. Dans le cas du ${}^{\Lambda}\text{C}$ l'état fondamental correspond ainsi à la configuration $(1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1})$. Une fois connue l'énergie de séparation du neutron que l'on peut tirer des expériences (p,d) par exemple, il est facile d'en déduire la profondeur du terme central de l'interaction Λ -noyau.

Cependant, si les énergies de liaison des états fondamentaux sont connues de façon très précise [fig.4] depuis l'hypertritron jusqu'à l'hyperazote 15 à partir des techniques d'émulsion nucléaire [2,3], cela n'est pas encore le cas avec les réactions (K, π) .

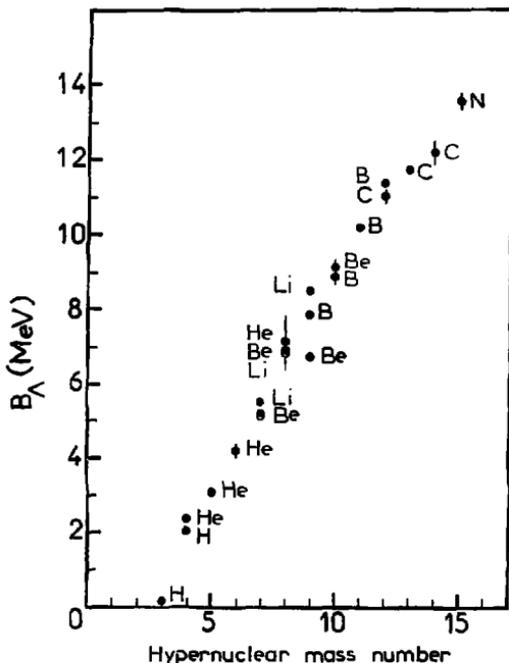


Fig.4 Energie de liaison des hypernoyaux légers en fonction du nombre de masse.

La raison en est très simple. Les états fondamentaux correspondent à des transitions quasi-libres pour lesquelles la section efficace de production est faible si le moment de transfert est peu élevé. En outre, l'identification du spin n'est pas encore faite, même si l'on a de bonnes raisons de penser que leur observation dans une cinématique à 0° est une signature possible d'un état $J = 1$ dans le cas de ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$ ou ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$ (correspondant à des configurations principales $(1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1})$ et $(1s_{1/2} 1p_{1/2}^{-1})$ respectivement). Ceci semble confirmé par l'analyse récente des distributions angulaires [15,16].

Une autre manière de déterminer v_{Λ}^{C} et v_{Λ}^{LS} est de déterminer d'abord le terme spin-orbite en choisissant des noyaux cibles voisins qui diffèrent, dans l'image du modèle en couches, d'une seule orbite. C'est une des raisons pour lesquelles les noyaux ${}^{12}\text{C}$ et ${}^{16}\text{O}$ d'une part, ${}^{32}\text{S}$ et ${}^{40}\text{Ca}$ d'autre part ont été choisis. Dans le premier cas, la différence porte sur l'orbite $1p_{1/2}$ et dans le second sur l'orbite $1d_{3/2}$. Il est donc instructif de comparer les spectres expérimentaux et de regarder plus précisément la position relative des énergies de liaison des pics sans recul.

Parmi les deux choix possibles, terme central ou terme spin-orbite d'abord, nous avons choisi le second pour les raisons suivantes

- les erreurs expérimentales possibles dues à l'énergie de résolution sont moins importantes.
- le splitting spin-orbite hypernucléaire (s'il en existe un) peut être déterminé sans connaître le terme central.
- la nature de l'interaction effective n'est pas encore bien connue.

Par suite, les éléments de matrice particule (Λ) - trou (neutron) sont assez mal déterminés. On peut cependant espérer que la différence de deux éléments de matrice de deux configurations voisines (par exemple $(1p_{3/2} 1p_{3/2}^{-1})_0^+$ et $(1p_{1/2} 1p_{1/2}^{-1})_0^+$) n'est pas trop affectée par la nature de l'interaction effective.

Il a été suggéré par Schiffer et Lipkin, par analogie avec les résonances isobariques analogues, que l'échelle d'énergie à choisir pour la comparaison des différents hypernoyaux est le Q de la réaction. Par suite, les résultats expérimentaux habituellement tracés en fonction de B_{Λ} , énergie de liaison de la particule Λ , sont plus judicieusement donnés en fonction de l'énergie de transformation du noyau en hypernoyau, $M_{\text{HY}} - M_{\Lambda}$, où M_{HY} est la masse de l'hyperfragment et M_{Λ} celle du noyau cible. La relation avec B_{Λ} et les énergies des π et des K est donnée par

$$M_{\text{HY}} - M_{\Lambda} = (M_{\Lambda} - M_N) + (B_N - B_{\Lambda}) = E_K - E_{\pi} - E_R \quad (3.4)$$

Dans cette équation B_N représente l'énergie de liaison du neutron, E_K et E_π sont les énergies des mésons et E_R l'énergie de recul (en pratique très faible).

Comme exemple, nous donnons dans la fig. (5) les spectres expérimentaux de $^{12}_\Lambda\text{C}$ et $^{16}_\Lambda\text{O}$ obtenus par le groupe Heidelberg- Saclay- Strasbourg [12]

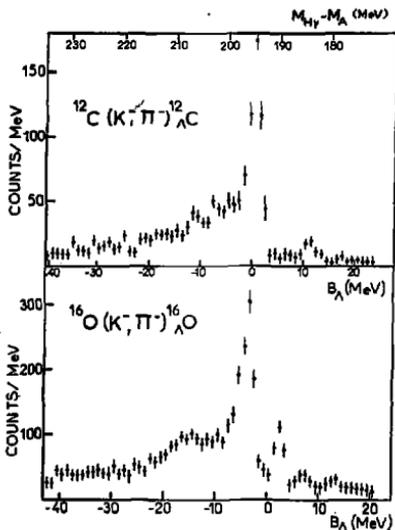


Fig. 5 Distribution de l'intensité en fonction de l'énergie de liaison B_Λ (en MeV) et de l'énergie de transformation $M_{BY} - M_\Lambda^A$ (en MeV)

On peut espérer que l'énergie de transformation est la même d'un noyau à son voisin pour des nucléons appartenant à la même orbite. En d'autres termes $\Delta B = B_N - B_\Lambda$, l'énergie de liaison nécessaire pour remplacer un neutron par une particule Λ dans la même orbite est la même pour deux hypernoyaux voisins. En effet, cette énergie ΔB est reliée à la différence des puits de potentiel "sentis" par le neutron et la particule Λ , et on peut espérer que de petites variations des énergies de liaison du neutron dans des noyaux voisins sont accompagnées des mêmes variations sur B_Λ .

Les pics expérimentaux apparaissant clairement dans la fig (5) à $M_{HY-M_A} = 194$ MeV doivent donc correspondre à la même configuration.

De la discussion du chapitre précédent, le pic étroit visible dans $^{12}_A C$ et $^{16}_A O$ est supposé être un pic correspondant à ces transitions sans recul et à la configuration $(1p_{3/2} 1p_{3/2}^{-1}) 0^+$. Ceci est fortement confirmé par la présence d'un second pic d'intensité plus faible dans le cas de $^{16}_A O$ à $M_{HY-M_A} = 188$ MeV, pic qui est absent dans $^{12}_A C$. Puisque dans l'hypercarbone l'orbite $1p_{1/2}$ n'est pas encore remplie en neutrons, le pic apparaissant à $B_1 = 2.5$ MeV dans $^{16}_A O$ peut être relié à la configuration $^{16}_A (1p_{1/2} 1p_{1/2}^{-1}) 0^+$.

Dans le spectre de l'hyperoxygène on peut remarquer deux autres pics (ou épaulements), avec les largeurs plus grandes contre un seul dans le cas de $^{12}_A C$. Leur intensité augmente dans le cas de réactions avec une cinématique $\phi = 5^\circ$ [12]. On peut les considérer comme des pics quasi-libres correspondant aux configurations $(1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1}) 1^-$. Il est à noter que leur énergie d'espacement $\Delta B_1^- = (7.5-13.5) = -6$ MeV est la même que celle des deux pics étroits sans recul $\Delta B_0^+ = (-3.5 - 2.5) = -6$ MeV.

Cette interprétation, importante pour la détermination du terme spin-orbite hypernucléaire, semble renforcée par l'étude de la dépendance en moment de transfert de la section efficace de production.

3.2 Distributions angulaires

En fait, on va se limiter à l'étude de la distribution angulaire aux petits angles, c'est-à-dire de 0° vers 5° , conditions expérimentales des données du CERN. Il y a deux raisons principales à cela.

Nous restreignant aux petits angles, nous allons supposer qu'en première approximation, l'amplitude de transition est indépendante de spin. Ce qui revient à dire que dans le cas de noyaux cibles à couches doublement fermées, seuls les états de parité naturelle pourront être excités ($0^+, 1^-, 2^+, \dots$). Cette hypothèse est en accord avec l'étude récente de Dover et al [16] des données de Brookhaven sur $^{12}_A C$ de 0° à 19° . Tenant compte des termes avec retournement de spin dans l'amplitude de transition du processus élémentaire $K^- N + \Lambda \pi$, Dover et al prédisent que les états de parité non naturelle ($1^+, 2^-, 3^+$) sont très faiblement excités.

La deuxième raison de la limitation de l'étude de la distribution angulaire aux petits angles est reliée à

l'hypothèse du processus à une étape. Ainsi que cela a déjà été noté cette hypothèse repose principalement sur l'idée qu'il n'y a pas rediffusion possible des mésons incident et sortant. Cependant, l'observation de π^+ à des angles supérieurs à, ou de l'ordre de, 10° , entraîne qu'il existe une probabilité non nulle que les pions soient rediffusés par des nucléons du noyau avant d'être observés. Une estimation de cet effet dans la cinématique à 0° , en utilisant le formalisme de la théorie de Glauber, conduit à une contribution de l'ordre de 10% de celle du processus direct [18], contribution qui augmente avec l'angle $\Theta(K^-, \pi^-)$. Une autre possibilité de correction vient des processus à deux étapes du type.

$$\bar{K}^- p + \pi^- \chi^+ \quad \text{et} \quad \Sigma^+ n \rightarrow \Lambda p \quad (3.5)$$

$$\bar{K}^- n + \pi^- \Sigma^0 \quad \text{et} \quad \Sigma^0 n \rightarrow \Lambda n \quad (3.6)$$

dont la contribution a été étudiée dans la réf. [19]. Néanmoins ces processus, rediffusion ou excitation d'états à 2 particules - 2 trous sont attendus à des énergies d'excitation suffisamment élevées pour ne pas avoir d'incidence sur la section efficace de production au voisinage des pics sans recul étroits.

En conclusion, on peut donc pour les petits angles se limiter au processus à une étape et il est alors tout indiqué d'utiliser l'approximation d'impulsion. Dans ce cas, la section efficace de production est donnée par

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{0^\circ} = N_{\text{eff}} \cdot \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{K^- n + \Lambda \pi} \quad (3.7)$$

où la section efficace vers l'avant du processus libre $K^- n + \Lambda \pi$ est de l'ordre de 3.5 mb/sr dans les conditions expérimentales actuelles. Dans le cas d'une transition d'un état i vers un état f , le nombre effectif de neutrons est donné par [8]

$$N_{\text{eff}}^{i \rightarrow f} = \left| \int \chi_{\pi^-}^{(+)*}(\vec{r}) \langle f | \sum_j U_{-}(j) \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) | i \rangle \chi_K^{(+)}(\vec{r}) d\vec{r} \right|^2 \quad (3.8)$$

U_{-} est l'opérateur U-spin transformant un neutron en particule Λ . Si l'on néglige la distorsion des fonctions d'onde du π^- et du K^- , le N_{eff} se réduit simplement à [19]

$$N_{\text{eff}}^{i \rightarrow f} = (2j_N + 1)(2j_\Lambda + 1)(2J + 1) \left(\begin{matrix} j_N & j_\Lambda & J \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{matrix} \right)^2 \left| \int_0^\infty R_N(r) R_\Lambda(r) j_J(qr) r^2 dr \right|^2 \quad (3.9)$$

où $j_J(qr)$ est la fonction de Bessel sphérique d'ordre J . En supposant des fonctions d'ondes d'oscillateur harmonique pour le neutron (de paramètre $b_N = (M/m\omega)^{1/2}$) et pour la particule Λ (paramètre b_Λ) il est facile de calculer le nombre

effectif de neutrons pour les transitions $J = 0^+$ qui nous intéressent

$$N_{\text{eff}}^{(1p_{3/2} 1p_{3/2})^{-1} 0^+} = 4 \cdot \lambda^{10} / (b_{\Lambda}^5 b_N^5) \exp(-q^2 \lambda^2 / 2) (1 - q^2 \lambda^2 / 6) \quad (3.10)$$

$$N_{\text{eff}}^{(1p_{1/2} 1p_{1/2})^{-1} 0^+} = N_{\text{eff}}^{(1p_{3/2} 1p_{3/2})^{-1} 0^+} / 2 \quad (3.11)$$

$$\text{où } \lambda^2 = 2 b_{\Lambda}^2 / (b_N^2 + b_{\Lambda}^2) \quad (3.12)$$

La section efficace de production d'état $J=0^+$ est très bien représentée, pour un moment de transfert suffisamment faible, par une expression de la forme

$$A \exp[-q^2 R^2] \quad (3.13)$$

$$\text{avec } R^2 = 2/3 \langle r_N^2 \rangle \langle r_{\Lambda}^2 \rangle / (\langle r_N^2 \rangle + \langle r_{\Lambda}^2 \rangle) \quad (3.14)$$

dans le cas de ${}_{\Lambda}^6\text{O}$, en fonction des rayons carrés moyens de neutron et de la particule Λ . Un résultat remarquable, en anticipant sur des calculs ultérieurs, est que l'introduction de la distorsion pour le π^- et le K^- et l'utilisation de fonctions d'onde de Saxon-Woods pour le neutron et la particule Λ ne changent en rien ce comportement en q^2 de la section efficace. La forme de la distribution angulaire est la même à 2-3% près, seule bien sûr la constante A est changée (diminution d'un facteur 2 environ). La comparaison avec les distributions angulaires (entre 0 et 5°) expérimentales des pics apparaissant à $B_{\Lambda} = 2.5$ MeV et $B_{\Lambda} = -3.5$ MeV dans ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$ confirme l'assignation des spins 0^+ et les configurations $(1p_{3/2} 1p_{3/2})^{-1}$ et $(1p_{1/2} 1p_{1/2})^{-1}$ [15] (voir fig.6)

Cependant, en fait rien ne permet de décider quel pic correspond à la configuration $(1p_{3/2} 1p_{3/2})^{-1}$ et quel pic correspond à la configuration $(1p_{1/2} 1p_{1/2})^{-1}$

Une étude similaire de la distribution angulaire de l'état fondamental du ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$ confirme que c'est un état 1^- correspondant à la configuration $(1s_{1/2} 1p_{3/2})^{-1}$ [16]. Le N_{eff} dans ce cas est donné dans le cadre de l'oscillateur harmonique par

$$N_{\text{eff}}^{(1s_{1/2} 1p_{3/2})^{-1} 1^-} = 4 \lambda^8 b_{\Lambda}^2 / (6 b_N^5 b_{\Lambda}^5) \cdot \lambda^2 q^2 \cdot \exp(-\lambda^2 q^2 / 2) \quad (3.15)$$

ce qui donne une section efficace de la forme

$$B q^2 \exp[-q^2 R^2] \quad (3.16)$$

$$\text{avec } R^2 = (3/5) R^2$$

La distribution angulaire expérimentale confirme cette dépendance en q^2 [13]. On peut noter que dans le cas de la configuration $(1p_{3/2} 1p_{3/2})^{-1}$ le moment angulaire total peut être $J = 2^+$ en plus de $J = 0^+$ dans le cas de la

cinématique à 0° . Le nombre effectif de neutrons dans ce cas est donné par

$$N_{\text{eff}}^{(1P_{3/2}1P_{3/2}^{-1})_2^+} = \lambda^5 / (9b_M^5 \Lambda), \lambda^2 q^2 \exp(-\lambda^2 q^2 / 2) \quad (3.17)$$

Comparé à la valeur correspondante dans le cas d'un spin 0^+ , il est clair que la contribution d'un spin 2^+ est très faible tant que le moment de transfert est peu élevé. Dans le cas de la cinématique à 0° la mise en évidence de la composante 2^+ est impossible à vérifier d'un point de vue expérimental. Cependant pour des angles de l'ordre de 10° ou plus on ne peut plus négliger cette composante. Ceci est montré de façon simple dans la figure (7).

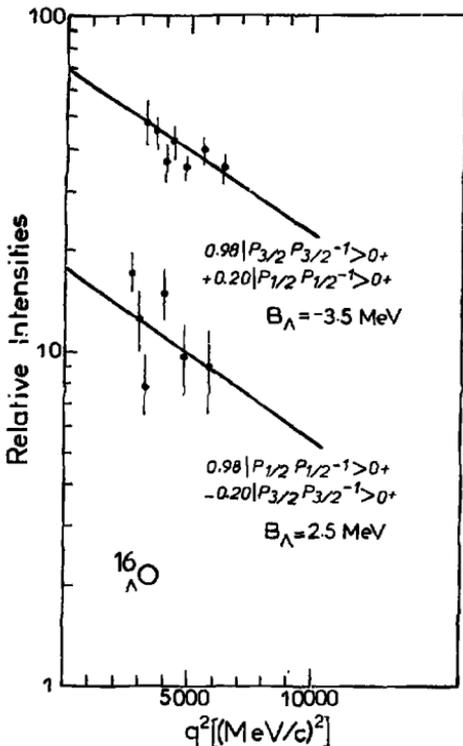


Fig.6 Distribution angulaire des pics de $^{16}_{\Lambda}O$ en fonction du moment de transfert (entre 0° et 5°). Les points expérimentaux sont ceux de la référence [12]. (adapté de la réf. [15]).

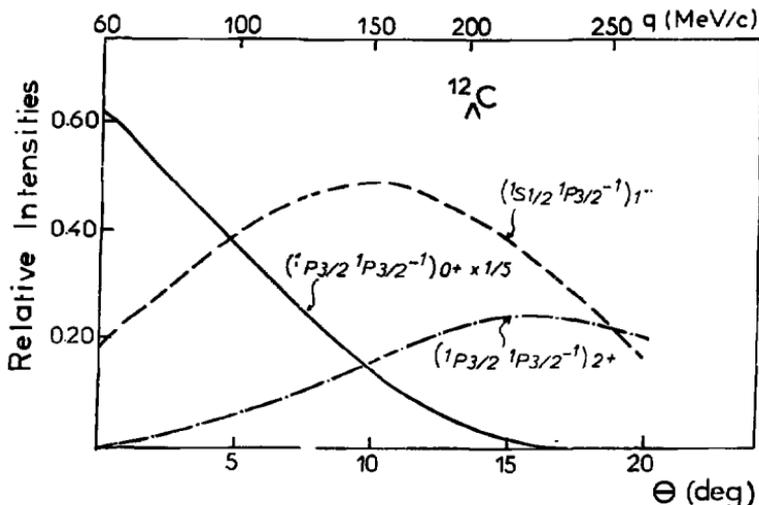


Fig. 7 Contributions des différents états $J = 0^+, 1^-, 2^+$ dans le cas de transitions basées sur l'orbite $1p_{3/2}$ du ^{12}C , en fonction de l'angle (K^{π})

Ce résultat est confirmé par le récent calcul de Dover et al. [16] qui démontrent la nécessité d'introduire des termes 2^+ pour reproduire la distribution angulaire du ^{12}C pour des angles de 15° .

Cette analyse de la distribution angulaire aux petits angles, dans le cas des hypernoyaux de la couche p , en utilisant un modèle simple, est une preuve que les pics étroits observés expérimentalement dans la cinématique à 0° sont des pics sans recul correspondant à des neutrons situés sur les orbites les plus extérieures.

Les mêmes arguments développés précédemment peuvent être utilisés dans le cas des noyaux de la couche d . Le pic le plus fort peut être identifié à la configuration $(1d_{5/2} 1d_{5/2-1})_{0^+}$. Par contre, l'identification du pic qui correspondrait à la transition $(1d_{3/2} 1d_{3/2-1})_{0^+}$ dans le ^{40}Ca est difficile par suite de la présence d'une configuration $(2s_{1/2} 2s_{1/2-1})_{0^+}$ même si son intensité est plus faible, puisque le nombre de neutrons dans l'orbite $2s_{1/2}$

est la moitié de celui de l'orbite $1d_{3/2}$. Cependant, l'épaule qui apparaît à $E_{\Lambda} = 1.5$ MeV dans le spectre du $^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$ et qui est manquant dans le spectre du $^{40}_{\Lambda}\text{S}$ pourrait correspondre à l'orbite $1d_{3/2}$, résultat qui semble confirmé par les données fragmentaires de distribution angulaire entre 0° et 5° [12]. Dans ce cas, une énergie d'espace égale à $\Delta B_{0+} = (-3.5 - 1.5) = -5$ MeV peut être déduite pour les transitions sans recul sur les orbites $1d_{5/2}$ et $1d_{3/2}$.

3.3 Interaction résiduelle Λ -N

L'analyse des spectres expérimentaux dans la cinématique à 0° pour les hypernoyaux des couches p et s-d et les distributions angulaires inclinent à penser qu'en première approximation le spin-orbite pour la particule Λ est très faible.

En effet, la différence des énergies à une particule des états trous $1p_{3/2}$ et $1p_{1/2}$ dans ^{150}O est de 6 MeV, comparé à $\Delta B_{0+} = 6$ MeV obtenu entre les configurations $(1p_{3/2} 1p_{3/2})$ et $(1p_{1/2} 1p_{1/2})$ dans ^{16}O . De même la différence des énergies à une particule des états trous $1d_{5/2}$ et $1d_{3/2}$ dans ^{39}Ca est de 5 MeV, comparé à $\Delta B_{0+} = 5$ MeV obtenu entre les configurations $(1d_{5/2} 1d_{5/2})$ et $(1d_{3/2} 1d_{3/2})$ dans $^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$.

Une valeur approchée du splitting spin-orbite po. des nucléons appartenant à une orbite l est donnée par la relation [20]

$$\Delta_{\text{C}}^{\text{LS}} = 1.4 v_{\text{N}}^{\text{LS}} (l + 1/2) \Lambda^{-2/3} \quad (3.18)$$

Les valeurs expérimentales des noyaux légers sont bien reproduites avec $v_{\text{N}}^{\text{LS}} = 17-18$ MeV. Si on suppose une relation similaire dans le cas de la particule Λ , le décalage en énergie des transitions sans recul conduit à $v_{\Lambda}^{\text{LS}} = 0$. Un terme spin-orbite pour la particule Λ , $v_{\Lambda}^{\text{LS}} = v_{\text{N}}^{\text{LS}}$, impliquerait l'observation d'un seul pic dans les spectres de $^{16}_{\Lambda}\text{O}$, ce qui semble en contradiction avec les données. En outre, un terme spin-orbite, $v_{\Lambda}^{\text{LS}} = 2 v_{\text{N}}^{\text{LS}}$, impliquerait que la position relative des deux pics Λ construits sur les orbites $1p_{1/2}$ et $1p_{3/2}$ serait exactement l'inverse de ce que nous avons supposé précédemment. A priori ceci ne peut être complètement exclu puisque il a déjà été noté que l'étude de la distribution angulaire ne permet pas de distinguer quel pic est principalement $(1p_{3/2} 1p_{3/2})_{0+}$ et quel pic est principalement $(1p_{1/2} 1p_{1/2})_{0+}$.

En réalité, il est évident qu'il existe un mélange de configurations et que l'hypothèse de configurations pures $(j_{\Lambda} j_{\text{N}}^{-1})$ faite jusqu'à présent doit être en partie abandonnée. En effet, dans le cas de configurations

pures, le rapport des sections efficaces de production dans le cas des pics quasi-élastiques de ${}^{\Lambda}_0$ serait égal à 2 alors qu'expérimentalement il est de l'ordre de 3. En outre, on ne doit pas négliger la contribution même faible de transitions quasi-libres ($n_1 + \Lambda_1$ avec changement de moment angulaire).

Si on veut une description quantitative du spectre hypernucléaire, on doit tenir compte des remarques précédentes. Pour lever la dégénérescence des différents multiplets, il est nécessaire d'introduire une interaction résiduelle Λ -N. En l'absence pour l'instant d'arguments microscopiques très solides conduisant à tel ou tel choix d'interaction, on peut par exemple utiliser une interaction résiduelle très simple comme cela a été fait dans la réf. [21].

$$V_{\Lambda N}(\vec{r}, \vec{r}') = -V_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}') (1 + \alpha \vec{\sigma}_\Lambda \cdot \vec{\sigma}_N) \quad (3.19)$$

La force de cette interaction est reliée à la profondeur du puits du potentiel central par la consistance interne du modèle en couches, puisque la convolution de l'interaction résiduelle et de la densité nucléaire doit reproduire le potentiel moyen, au moins sa partie centrale

$$V_0 = V_{\Lambda}^C \int f(r) d\vec{r} / A \quad (3.20)$$

La dépendance en spin caractérisée par α peut être laissée comme paramètre libre. Avec une telle interaction, il est aisé de déterminer le spectre 1 particule- 1 trou de l'hypernoyau et d'essayer d'en déduire la composante spin-orbite. On peut cependant critiquer un tel choix, du à la trop grande simplicité de l'interaction. Gal en particulier [22] note qu'aucun terme d'échange d'espace n'est introduit dans une telle interaction et qu'à sa place l'introduction d'une dépendance en spin du type de l'éq. (3.19) n'a pas plus de signification que d'autres termes dépendant du spin dans l'interaction Λ -N.

Pour tenter de répondre à cette critique apparemment justifiée par l'étude des hypernoyaux légers [23] tournons nous vers l'étude détaillée de ${}^{\Lambda}_0$ dans le cadre d'un modèle simple à 2 niveaux.

3.4 Exemple de l'hypernoyau ${}^{16}_{\Lambda}0$ [24]

Si ce n'est pas nécessaire, il est utile de partir d'une symétrie SU(3) restreinte qui dégénère seulement les orbites $1p$ du nucléon et de la particule Λ et ignore les autres orbites. En effet, il faudrait en principe tenir compte des configurations $(1s_{1/2} \ 1s_{1/2}^{-1})$. Cependant, puisque le puits de potentiel central de l'interaction Λ -noyau est environ les 3/5 de celui de l'interaction N-noyau, la

configuration précédente a une énergie d'excitation supérieure d'environ 15 MeV à celle des configurations ($1p\ 1p^{-1}$). Les éléments de matrice d'une interaction résiduelle Λ -N étant typiquement de l'ordre de 1-2 MeV [7] on peut réduire l'étude des états $J = 0^+$ aux seules configurations ($1p\ 1p^{-1}$).

Nous supposons une interaction résiduelle du type de celle utilisée par Dalitz et Gal [23]

$$V_{\Lambda N}(\vec{x}_\Lambda - \vec{x}_N) = V(|\vec{x}_\Lambda - \vec{x}_N|) (1 - \epsilon' + \epsilon' P_x) \quad (3.21)$$

où P_x est l'opérateur d'échange d'espace. La diagonalisation de la matrice d'énergie dans la base ($1p\ 1p^{-1}$) donne ΔE , l'énergie de séparation des états 0^+ , et N le rapport de l'intensité de production de l'état le plus haut et de l'intensité de production de l'état le plus bas (on suppose que le moment de transfert est nul dans la réaction, mais cela n'affecte pas la généralisation de l'étude).

$$\Delta E^2 = [\lambda(1-\epsilon') + \lambda'\epsilon' + \Delta\zeta]^2 + 8[\lambda(1-\epsilon') + \lambda'\epsilon']^2 \quad (3.22a)$$

$$2N = \{3\lambda(1-\epsilon') + 3\lambda'\epsilon' + \Delta E - \Delta\zeta\} / \{3\lambda(1-\epsilon') + 3\lambda'\epsilon' - \Delta E + \Delta\zeta\}^2 \quad (3.22b)$$

La différence des termes spin-orbitales pour le neutron et la particule Λ , caractérisée par $\Delta\zeta$ est donnée en très bonne approximation (en utilisant eq. (3.18)) par

$$\Delta\zeta = -\frac{1}{3}(\zeta^\Lambda - \zeta^N) \quad (3.23)$$

où ζ^N et ζ^Λ sont les profondeurs des potentiels spin-orbitales (analogues au terme de Thomas de l'eq. (3.1)), $\zeta^\Lambda = v_{1S}^\Lambda$, $\zeta^N = v_{1S}^N$. Dans le système d'eq. (3.22) $\lambda = -\frac{1}{5}F(2)$ et $\lambda' = -F(0)$ où les $F(x)$ sont les intégrales de Slater correspondant à l'interaction $V(|\vec{x}_\Lambda - \vec{x}_N|)$.

Il est à noter que bien que partant d'une interprétation physique totalement différente des pics, basée sur des états analogue et supersymétrique, Gal et Dalitz obtiennent le même système à résoudre, une fois que l'on a réalisé la correspondance suivante

$$\Delta\zeta \rightarrow \frac{3}{2}\delta\zeta \quad (3.24)$$

$$N \rightarrow 1/tg^2\theta$$

où $tg\theta$ et $\delta\zeta$ sont définis dans la réf. [23]

L'état analogue est défini par

$$\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \sqrt{2}(1p_{3/2}\ 1p_{3/2}^{-1}) + (1p_{1/2}\ 1p_{1/2}^{-1}) \} \quad (3.25)$$

tandis que l'état supersymétrique (ou antianalogue) est défini par

$$\Psi_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \{ (1p_{3/2} \ 1p_{3/2}^{-1}) - \sqrt{2} (1p_{1/2} \ 1p_{1/2}^{-1}) \} \quad (3.26)$$

Les deux états 0^+ sont représentés par une combinaison de Ψ_a et Ψ_s , l'état le plus haut étant $\cos\theta \Psi_a + \sin\theta \Psi_s$, l'état le plus bas la combinaison orthogonale.

Il est à noter que rien pour l'instant ne permet de distinguer si l'état le plus haut par exemple est principalement $(1p_{3/2} \ 1p_{3/2}^{-1})$ ou non ce qui explique l'identité entre l'argument de Dalitz-Gal et le nôtre.

Les fonctions d'onde à une particule sont en général engendrées par un potentiel de Saxon-Woods. On peut les approcher par celles de l'oscillateur harmonique mais dans le cas de la particule Λ l'énergie de liaison dans l'orbite $1p$ étant plus faible que celle du neutron, il est préférable de choisir $b_\Lambda \neq b_N$. Nous avons utilisé $b_\Lambda = 1.2b_N$.

Dans le cas $N-N$ les intégrales de Slater sont données en fonction des intégrales de Talmi

$$I_k = \int_0^\infty s^2 R_k^2(s) \cdot V(s) \cdot ds \quad (3.27)$$

ce qui, pour les noyaux de la couche p conduit à

$$\begin{aligned} F(2) &= \frac{25}{12} [I_0 + I_2 - 2I_1] \\ F(0) &= \frac{1}{12} [5(I_0 + I_2) + 2I_1] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Dans le cas $\Lambda-N$ puisque les puits harmoniques pour le neutron et la particule Λ sont différents les expressions sont plus compliquées. On peut cependant utiliser des expressions identiques à eq. (3.28) à condition de remplacer le paramètre de l'oscillateur des intégrales de Talmi par $[(b_N^2 + b_\Lambda^2)/2]^{1/2}$.

Reste à choisir un facteur de forme pour l'interaction résiduelle $V(\vec{r}_\Lambda - \vec{r}_N)$. On peut se restreindre à trois types d'interaction

i) une interaction delta

$$V^D(\vec{s}) = -v_0 \delta(\vec{s}) \quad (3.29)$$

ii) une interaction gaussienne de portée μ

$$V^G(\vec{s}) = -v_0 / (\pi^{3/2} \mu^2) \cdot \exp[-s^2/\mu^2] \quad (3.30)$$

iii) une interaction delta modifiée (de la forme de Skyrme)

$$V^{MDI}(\vec{s}) = G_0 \delta(\vec{s}) - G_1 (\vec{p}^2 \delta(\vec{s}) + \delta(\vec{s}) \vec{p}^2) / 3! \quad (3.31)$$

où les G_{λ} sont les moments d'ordre λ de l'interaction gaussienne, ρ étant le moment relatif des deux particules et $s = |\vec{r}_A - \vec{r}_N|$. En fait, il y a peu de raisons qu'une interaction du type MDI, utilisée par Moszkowski [25] dans des calculs Hartree-Fock soit aussi valable pour étudier le cas ΛN que le cas NN . Cependant, son choix ici provient du fait qu'elle représente un moyen terme entre les interactions gaussienne et delta. Dans les trois cas considérés la force V_0 a été choisie comme indiqué dans la section (3.2), ce qui conduit à $V_0 = 260 \text{ Mev fm}^3$. Reste le choix de la portée de l'interaction.

Dans l'étude de la diffusion élastique Λ -p Herndon et Tang [26] utilisent différentes interactions d'onde S caractérisées par un rayon de coeur dur et une portée intrinsèque. D'après l'analyse de Dalitz-Herndon-Tang une portée effective de 2 fm était supposée être la meilleure, tandis que l'étude des transitions hypernucléaires γ semble favoriser une portée intrinsèque plus faible (1.5 fm) [27,28]. Si on suppose que la portée intrinsèque ne varie pas d'une interaction à une autre, cela correspondrait à, soit $\mu = 1.39 \text{ fm}$ soit $\mu = 1.04 \text{ fm}$. Il est intéressant de constater que $\mu = 1.04 \text{ fm}$ correspond à l'échange de deux pions qui est supposé être la contribution majeure à l'interaction Λ -nucléon.

On peut cependant noter que la quantité importante qui dépend du choix de l'interaction résiduelle entrant dans le calcul de ΔE et N est

$$-F^{(2)} (1 + \epsilon' (R-1)) / 5 \text{ où } R = F^{(0)} / (F^{(2)} / 5) \quad (3.32)$$

les valeurs du rapport R pour différentes valeurs de la portée μ

$$\begin{array}{ll} \mu = 0 & R = 1 \\ \mu = 1.04 & R = 1.36 \\ \mu = 1.39 & R = 1.72 \end{array} \quad (3.33)$$

entraînent que les éléments de matrice ΛN^{-1} varient peu d'une interaction à une autre pour des valeurs raisonnables du paramètre d'échange ($0 \leq \epsilon' \leq 0.50$). En conséquence la solution de l'éq. (3.22) dépend assez peu de l'interaction choisie.

Ceci est illustré dans la fig.(8) où l'énergie de séparation ΔE et l'intensité N sont tracées en fonction de $\Delta \epsilon'$. Le cas d'une interaction gaussienne de portée $\mu = 1.04 \text{ fm}$ a été choisie comme exemple typique. La valeur du paramètre $\epsilon' = 0.25$ a été choisie car il a été montré qu'elle est nécessaire pour rendre compte des données de diffusion élastique Λp [27]. On peut noter cependant qu'elle n'est pas nécessairement correcte dans les noyaux puisqu'alors

nous avons affaire à une interaction effective et non plus à une interaction nue.

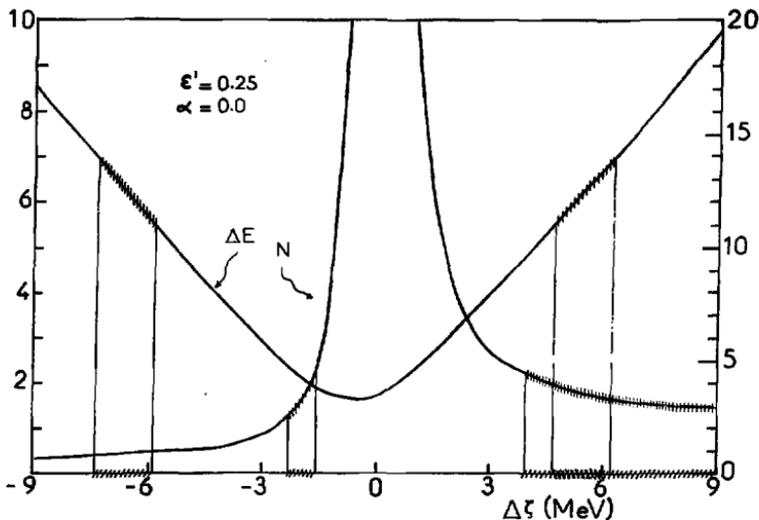


Fig.8 Décalage en énergie et intensité des pics observés dans ^{16}O tracés en fonction de la différence des spin-orbitales nucléaire et hypernucléaire.

Une fois connus ΔE et N expérimentalement on peut en déduire des valeurs de $\Delta\zeta$. A partir des données on obtient $\Delta E = 6 \pm 0.5$ MeV et $N = 3 \pm 0.5$ avec les erreurs expérimentales. On doit ajouter les erreurs dues au modèle théorique lui-même : restriction de la diagonalisation à une matrice 2×2 , omission de la contribution des états 2^{ν} . En conséquence, le calcul effectué doit être comparé à

$$5.5 \leq \Delta E \leq 7 \quad \text{et} \quad 2.5 \leq N \leq 4.5 \quad (3.34)$$

De la restriction sur ΔE on obtient

$$\Delta\zeta = 5.4 \pm 0.7 \text{ MeV} \quad \text{ou} \quad \Delta\zeta = -6.6 \pm 0.7 \text{ MeV} \quad (3.35)$$

De la restriction sur N on obtient

$$\Delta\zeta = 8.0 \pm 3.4 \text{ MeV} \quad \text{ou} \quad \Delta\zeta = -1.9 \pm 0.4 \text{ MeV} \quad (3.36)$$

Le seul recouvrement possible $\Delta\zeta = 5.4 \pm 0.7$ conduit pour

le potentiel spin-orbite de la particule Λ à

$$\zeta^{\Lambda} = (2 \pm 2) \text{ Mev} \quad (3.37)$$

ce qui confirme que le potentiel Λ spin-orbite est environ un ordre de grandeur plus petit que celui du nucléon. Ce résultat entraîne donc que le pic le plus haut est principalement ($1p_{3/2} \ 1p_{3/2}^{-1}$) et le pic le plus bas principalement ($1p_{1/2} \ 1p_{1/2}^{-1}$). Les coefficients de mélange sont donnés dans la Table 2 pour différentes valeurs des paramètres

	($1p_{3/2} \ 1p_{3/2}^{-1}$)	($1p_{1/2} \ 1p_{1/2}^{-1}$)
pic $B_{\Lambda} = -3.5$ Mev	0.990	0.139
pic $B_{\Lambda} = 2.5$ Mev	-0.139	0.990
$\epsilon' = 0.25$	$\Delta E = 6.07$ Mev et $N = 3.75$	
$\mu = 1.04$ fm		
pic $B_{\Lambda} = -3.5$ Mev	0.992	0.129
pic $B_{\Lambda} = 2.5$ Mev	-0.129	0.992
$\epsilon' = 0.50$	$\Delta E = 5.99$ Mev et $N = 3.57$	
$\mu = 1.39$ fm		

Table 2 : Coefficients de mélange des deux pics de Λ^0 dans le cas d'une interaction gaussienne, pour deux choix de portée et de paramètre d'échange possibles. Le décalage en énergie et le rapport d'intensité sont également donnés.

Ces résultats sont en violent désaccord avec celui de Gal [22] qui obtient $\zeta^{\Lambda} \approx 2\zeta^N$. Comme la différence provient principalement de la valeur des éléments de matrice de l'interaction résiduelle, il convient de regarder de très près celle-ci.

On n'a pas tenu compte dans cette étude de la possible dépendance en spin de l'interaction résiduelle. Une généralisation de l'interaction (3.21) consiste à utiliser

$$V_{\Lambda N}(\vec{r}_{\Lambda} \vec{r}_N) = V(\vec{r}_{\Lambda} \vec{r}_N) (1 - \epsilon' + \epsilon' P_X) (1 + \alpha \vec{\sigma}_{\Lambda} \cdot \vec{\sigma}_N) \quad (3.38)$$

et de chercher s'il est possible dans le cadre des facteurs de forme utilisés, de trouver un choix de paramètres ϵ' et α capables de donner une solution unique $\Delta\zeta < 0$. En fait, la

valeur de ϵ' a peu d'importance étant donné que nous avons déjà noté que le résultat est peu sensible à la portée de l'interaction. Auquel cas une interaction de contact, pour laquelle la valeur de ϵ' n'a aucune incidence sur le calcul des éléments de matrice, donnerait les mêmes résultats, ce que nous avons vérifié. La seule possibilité pour obtenir $\Delta\zeta < 0$ est de choisir une forte dépendance en spin avec α de l'ordre de $\alpha = 0.5, 0.6$. En exemple nous donnons fig. (9) le résultat obtenu avec $\epsilon' = 0.25$ pour une interaction gaussienne de portée $\mu = 1.04$ fm et $\alpha = 0.60$.

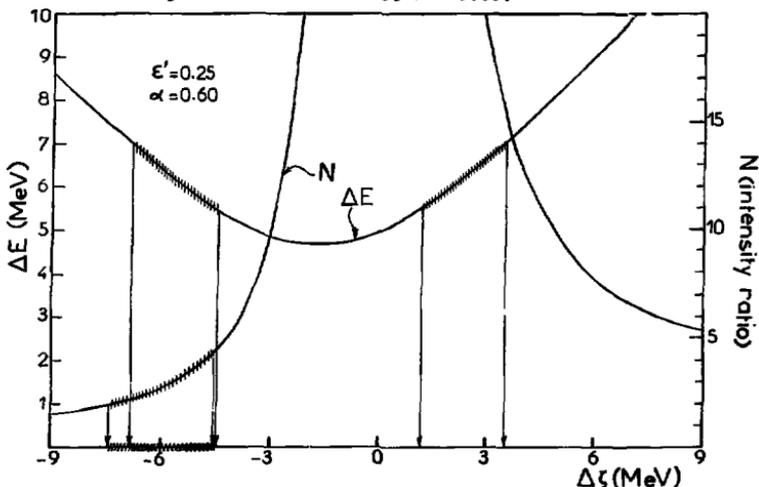


Fig. 9 Même légende que dans la fig 8. mais ici le terme spin-spin est grand, $\alpha = 0.60$.

La seule valeur possible pour $\Delta\zeta$ conduirait dans ce cas à

$$\zeta^{\Lambda} = 35 \pm 3 \text{ Mev} \quad (3.39)$$

résultat obtenu à la seule condition d'une forte dépendance en spin.

On peut en fait montrer que les deux sortes de solution (eq(3.7) et eq(3.39)) obtenues sont les seules possibles. Pour cela, on utilise l'interaction (3.38) avec un facteur de forme gaussien et on laisse comme paramètres libres la portée μ de l'interaction, le terme d'échange d'espace ϵ' et le terme de dépendance en spin α . La comparaison du calcul du décalage en énergie et du rapport des

intensités avec les valeurs expérimentales $\zeta^{\Lambda}(3.22)$ conduit à des résultats du type de ceux présentés dans la fig.(10).

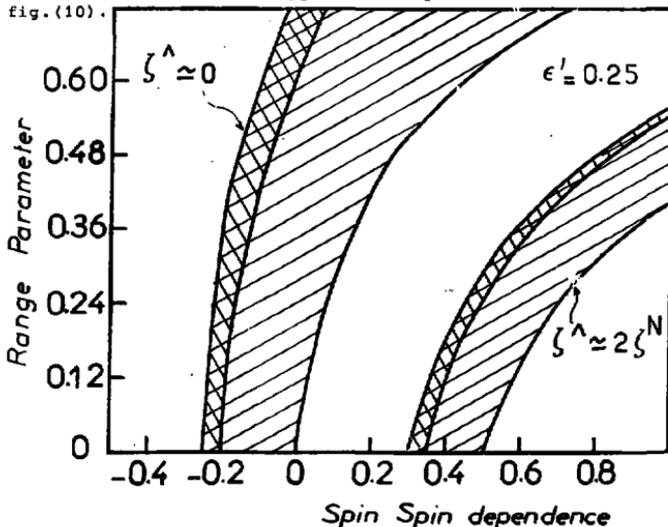


Fig.10 Conditions sur la portée et la dépendance en spin de interaction résiduelle Λ -nucléon.

Le paramètre X est un paramètre sans dimension relié à la portée par $X = \mu(b_N^2 + b_\Lambda^2)^{-1/2}$ ($X = 0.36$ correspond à une portée $\mu = 1.04$ fm). Un cas typique $\epsilon' = 0.25$ a été choisi. Les aires hachurées correspondent aux restrictions données par l'eq(3.34) mais si l'on impose des conditions encore plus restrictives $\Delta E = 6 \pm 0.5$ MeV et $N = 3 \pm 0.5$, on obtient les bandes doublement hachurées. On remarque que les seules solutions possibles sont :

i) soit une faible dépendance en spin à laquelle est associé un terme spin-orbite hypernucléaire $\zeta^{\Lambda}=0$ (c'est la solution eq(3.37))

ii) soit une forte dépendance en spin à laquelle est associé un terme spin-orbite hypernucléaire $\zeta^{\Lambda} = 2\zeta^N$ (c'est la solution eq(3.39))

Cependant, ce dernier résultat semble incompatible avec tous les résultats connus car dans ce cas :

i) le pic étroit le plus intense dans $^{16}_{\Lambda}O$ serait principalement $(1p_{1/2} 1p_{1/2}^{-1})_0^+$ et il est difficile d'imaginer qu'il puisse y avoir un retournement brutal de spin entre $^{12}_{\Lambda}C$ et $^{16}_{\Lambda}O$ puisque toutes les analyses théoriques s'accordent à assigner le pic étroit de $^{12}_{\Lambda}C$ à la configuration $(1p_{3/2} 1p_{3/2}^{-1})_0^+$ [14-16]

ii) l'état fondamental de $^{12}_{\Lambda}C$ serait un état $2^- (1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1})$. Or toutes les analyses expérimentales [12,13] ou théoriques [29] sont cohérentes avec l'observation d'un état 1^- . Il est facile de le vérifier simplement en utilisant l'oscillateur harmonique et une interaction telle que (3.19).

Considérons le doublet $(1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1})_{1^-, 2^-}$
L'élément de matrice particule-trou peut s'écrire

$$EM(1^-) = \frac{2}{3}(1+3\alpha) + \frac{1}{3}(1-\alpha) \quad \text{pour } J = 1 \quad (S = 0 \text{ et } 1)$$

$$EM(2^-) = 1 - \alpha \quad \text{pour } J = 2 \quad (S = 1) \quad (3.40)$$

avec le même coefficient de proportionnalité dans les deux cas. La différence des éléments de matrice est donc proportionnelle à

$$\frac{5}{3}\alpha - (-\alpha) = \frac{8}{3}\alpha$$

Or, la différence des énergies de liaison B_{Λ} entre les états 1^- et 2^- est donnée par :

$$B_{\Lambda}(1^-) - B_{\Lambda}(2^-) = -\epsilon_{\Lambda}(1s_{1/2}) + EM(2^-)$$

$$= -[\epsilon_{\Lambda}(1s_{1/2}) + EM(1^-)] \quad (3.41)$$

$$= -\frac{8}{3}\alpha$$

à un coefficient de proportionnalité (positif) près de l'ordre de 1 MeV.

L'état 1^- ne peut être l'état fondamental que si α est négatif.

iii) l'état fondamental de $^{16}_{\Lambda}O$ serait un état 0^- . Or il semble que les résultats expérimentaux soient en accord avec l'observation d'un état $J = \frac{1}{2}^-$ [11] obtenu à partir de la configuration $(1s_{1/2} 1p_{1/2}^{-1})$.

Ces résultats sont à rapprocher de l'observation faite par Walecka [30]. L'état fondamental d'un hypernoyau est obtenu en première approximation par couplage de la particule Λ dans l'état $1s_{1/2}$ à un nucléon dans une orbite $n l j$, pour former un doublet $J = j \pm \frac{1}{2}$ de parité $\pi = (-)^{l+j}$. Contrairement au cas nucléaire l'état fondamental des hypernoyaux est la composante de parité naturelle $\pi = (-)^{j}$.

En conclusion de cette étude, il semble que la solution conduisant à $\alpha > 0$, donc à un large spin-orbite pour la particule Λ , est à rejeter. Nous reviendrons sur ce point dans la discussion.

3.5 Distorsion dans la réaction (K^-, π^-)

Il reste maintenant à calculer de façon quantitative la section efficace de production, ou le nombre effectif de neutrons, pour toutes les transitions. Les fonctions d'onde distordues du π^- et du K^- qui entrent dans l'écriture de N_{eff} (eq.3.8) peuvent être calculées dans le cadre de l'approximation eikonale. Dans ce cas, la fonction radiale $j_0(qr)$ de l'éq.(3.9) doit être remplacée par une fonction de Bessel modifiée $j_0(qr)$ qui peut être écrite comme l'intégrale angulaire de la quantité :

$$\exp[i\vec{q} \cdot \vec{r}] \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \bar{\sigma}^{Kn} (1-i\alpha_K) \int_{-Z}^Z \rho(b, z') dz' - \frac{1}{2} \bar{\sigma}^{\pi n} (1-i\alpha_\pi) \int_Z^\infty \rho(b, z') dz'\right] \quad (3.42)$$

où $\rho(b, z) = \rho((b^2 + z^2)^{1/2})$ est la densité nucléaire normalisée au nombre de particules du noyau cible. Les quantités $\bar{\sigma}^{Kn}$ et $\bar{\sigma}^{\pi n}$ sont les sections efficaces totales K-nucléon et π -nucléon moyennées sur l'isospin, et $\alpha_K, (\alpha_\pi)$ est le rapport de la partie réelle à la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion vers l'avant. Ces valeurs peuvent être tirées de l'expérience [31,32]. Pour les énergies qui nous intéressent

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{Kn} &= 35 \text{ mb} & \alpha_K &\approx 0.8 \\ \bar{\sigma}^{\pi n} &= 25 \text{ mb} & \alpha_\pi &\approx 0.2 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Un calcul plus complet tenant compte des effets de distorsion consisterait à résoudre l'équation de Klein-Gordon à partir d'un potentiel optique local proportionnel à la densité nucléaire [33] ou à partir de la résolution d'un système d'équations couplées tenant compte du couplage K, π en traitant les particules E et Λ sur un pied d'égalité (34). En fait, la comparaison effectuée dans la ref[33] avec l'approximation eikonale montre que le choix de cette dernière semble suffisant pour l'instant, du moins en l'état actuel des connaissances de la diffusion élastique K-noyau.

Un des avantages de l'approximation eikonale est qu'en utilisant la relation de fermeture sur tous les états hypernucléaires finals on peut obtenir une relation simple pour N_{eff}

$$N_{\text{eff}} = \frac{N}{A} \int \exp[-\bar{\sigma} T(b)] T(b) d^2b \quad (3.44)$$

où $T(b)$ est la fonction épaisseur de Glauber, $T(b) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(b, z) dz$
 et $\bar{\sigma}$ est la valeur moyenne de $\bar{\sigma}_{nN}$ et $\bar{\sigma}_{\bar{K}N}$.

Cette valeur est une surestimation du N_{eff} défini par eq(3.5) et sommé sur tous les états à 1 particule-1 trou. En effet, elle suppose un moment de transfert constant quelle que soit l'énergie de liaison B_{Λ} , ce qui est loin d'être vrai.

En outre, elle prend certainement en compte des états à énergie d'excitation plus grande que ceux du processus à une étape. Elle a par contre le grand avantage de donner facilement un bon ordre de grandeur de la section efficace totale de production, sans pouvoir toutefois séparer la contribution des transitions sans recul de celle des transitions quasi-libres. Nous y reviendrons dans la discussion des résultats.

Le spectre hypernucléaire 1 particule-1 trou peut donc être calculé ainsi que la section efficace de production. Les résultats qui sont montrés ont été obtenus avec l'interaction eq(3.19). Pour comparer plus utilement à l'expérience, on peut déterminer l'intensité en tenant compte de la largeur des états ΔN_1 . La largeur d'étalement des trous de neutron est tirée d'un calcul utilisant la théorie de la matrice K et la largeur de désintégration a été estimée à partir de la règle de Teichmann-Wigner. En outre on peut tenir compte de la résolution expérimentale et utiliser des formes de Lorentz pour reproduire l'intensité. Puisque la section efficace de production obtenue est environ deux fois plus grande que la valeur expérimentale (voir section 5) nous avons renormalisé arbitrairement nos résultats d'un facteur 0.5. La comparaison avec les spectres expérimentaux de ^{12}C et ^{16}O conduit à la détermination suivante des paramètres [21] Λ

$$\begin{aligned} v_{\Lambda}^C &= 32 \pm 2 \text{ MeV} \\ v_{\Lambda}^{LS} &= 4 \pm 2 \text{ MeV} \\ \alpha_{\Lambda} &= -0.05 \pm 0.10 \end{aligned} \quad (3.45)$$

où les erreurs proviennent d'une part des indéterminations expérimentales et d'autre part des imprécisions du calcul modèle.

Ces nombres sont à comparer aux valeurs correspondantes connues dans le cas de l'interaction neutron-noyau [20]

$$\begin{aligned} v_N^C &= 53 \text{ MeV} \\ v_N^{LS} &= 17 - 18 \text{ MeV} \\ \alpha_N &= 0.15 \end{aligned} \quad (3.46)$$

4. Comparaison Λ -noyau et N-noyau

Il est instructif de comparer les résultats obtenus ici à ceux d'autres approches phénoménologiques ou microscopiques déjà utilisées ces derniers temps. En fait, il semble en même temps très utile de faire une comparaison plus systématique du système Λ -noyau et du système neutr.-noyau. Car cela peut permettre de mieux comprendre le concept de quasi-particule dans un milieu nucléaire.

4.1 Terme central

La profondeur du puits central calculée coïncide avec l'énergie de liaison dans la matière nucléaire extrapolée à partir des valeurs connues des énergies de liaison des états fondamentaux des noyaux légers [35]

$$D_{\Lambda} = (30 \pm 5) \text{ MeV} \quad (4.1)$$

En fait, l'énergie de liaison de la particule Λ dans l'état fondamental (orbite $1s_{1/2}$) est donnée par

$$B_{\Lambda}^{g.s.} = M_{\text{core}} + M_{\Lambda} - M_{\text{HY}} \quad (4.2)$$

avec des notations évidentes. Cette valeur, calculée à partir d'un puits de potentiel carré fini de profondeur D_{Λ} et de rayon $r_0 A^{1/3}$ est donnée, dans le cas où $A \gg 1$, par l'expression

$$B_{\Lambda}^{g.s.} = D_{\Lambda} - \frac{\hbar^2 \pi^2}{2M_{\Lambda} r_0^2} A^{-2/3} \left(1 - \frac{2}{s} + \frac{3}{s^2} + O\left(\frac{1}{s^3}\right)\right) \quad (4.3a)$$

$$\text{avec } s = \left(\frac{2M_{\Lambda} D_{\Lambda}}{\hbar^2}\right)^{1/3} r_0 A^{1/3}$$

On peut également noter qu'une valeur approchée de l'énergie de liaison d'un niveau avec nombres quantiques (n, l) s'écrit, dans le cas d'un potentiel carré avec une profondeur D_{Λ} relativement grande et un rayon $r_0 A^{1/3}$

$$B_{\Lambda}^{(n, l)} = D_{\Lambda} - \frac{\hbar^2 \alpha_{nl}^2}{2M_{\Lambda} r_0^2} A^{-2/3} \quad (4.3b)$$

où $\alpha_{(n, l)}$ est la racine $n^{\text{ième}}$ de la fonction de Bessel sphérique $j_l(\alpha) = 0$. Cette expression peut être utile pour obtenir un bon ordre de grandeur des énergies à une particule.

Dans la fig(11) sont données les valeurs de $B_{\Lambda}^{g.s.}$ pour les noyaux légers connus, tracées en fonction de $A^{-2/3}$. L'estimation obtenue dans la région de masse $60 \leq A \leq 100$ à partir de l'interaction de K avec des noyaux Ag Br en émulsion est également indiquée [36]

Ces valeurs sont bien représentées par une loi donnée par eq (4.3) et l'extrapolation à $A \rightarrow \infty$ conduit à la valeur donnée par eq(4.1)

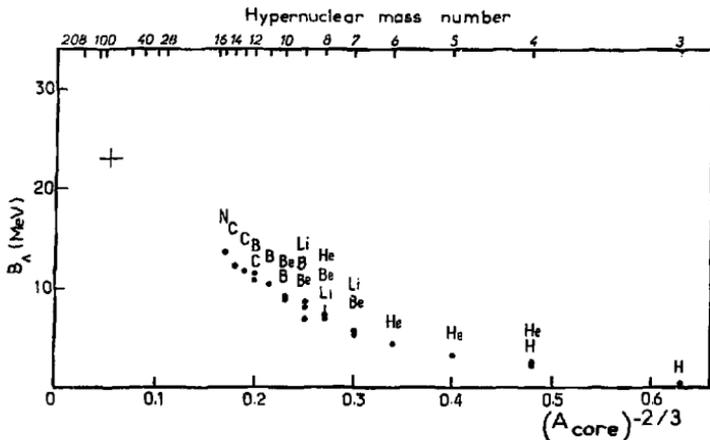


Fig. 11 Energie de liaison des hypernoyaux (en MeV) tracée en fonction de $A^{-2/3}$.

La valeur obtenue est également cohérente avec le récent calcul de Rozynek et Dabrowski [37] utilisant la méthode de Brueckner. Pour ce calcul, ces auteurs utilisent les récents modèles d'interaction baryon-baryon du groupe de Nimègue [38]. Dans ces modèles, l'interaction baryon-baryon est déterminée à partir de l'échange de nonets de bosons et les constantes de couplage sont tirées de SU(3). Les paramètres du potentiel sont déterminés à partir de l'analyse combinée des données nucléon-nucléon et nucléon-hyperon (Λ ou Σ).

L'énergie de liaison de la particule Λ dans la matière nucléaire calculée par Rozynek et Dabrowski est

$$\begin{aligned} B_{\Lambda}^{\text{NM}} &= 26.7 \text{ MeV} && \text{pour le modèle F} \\ B_{\Lambda}^{\text{NM}} &= 32.0 \text{ MeV} && \text{" " " " D} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ce résultat important semble montrer que ce l'on appelle la suppression Λ - Σ dans la matière nucléaire [39] (c'est à dire que la conversion forte $\Sigma \rightarrow \Lambda \Sigma$ est en partie atténuée dans la matière nucléaire à cause du principe

de Pauli) semble résoudre le vieux problème de la surliaison. Il est à noter toutefois que l'autre problème, depuis longtemps connu, de la surliaison de ${}^5\text{He}$ [40] (5 MeV au lieu de 3.12 MeV expérimentalement) ne semble pas encore résolu. Ce n'est en fait que lorsque une solution à ces deux problèmes à la fois sera trouvée que l'on pourra considérer que l'on sait calculer de façon non ambiguë l'énergie de liaison de la particule Λ dans la matière nucléaire.

On peut essayer de comprendre, au moins de façon qualitative, la différence des termes centraux des interactions Λ -noyau et N-noyau. On a déjà noté qu'elles sont comparables en intensité, alors que les interactions Λ -N et N-N sont très différentes. Ayant un isospin $I = 0$ la particule Λ ne peut pas échanger de bosons isovectoriels tels que le pion ou le rho, qui tous deux jouent un rôle prépondérant dans l'interaction N-N. Par suite, la contribution importante à l'énergie de liaison de la particule Λ dans un noyau ne peut provenir que des bosons isoscalaires. Il semble qu'en fait la même restriction s'étende au cas d'un nucléon dans un milieu nucléaire. Dans la matière nucléaire, et dans une large mesure dans les noyaux, les forces nucléaires sont saturées en spin et isospin. Dans le modèle relativiste de Walecka [41] l'interaction effective des nucléons dans la matière nucléaire est dominée par l'échange de deux bosons isoscalaires : l'attraction est donnée par l'échange d'un boson scalaire (de masse voisine de celle du boson hypothétique σ), tandis que la répulsion est donnée par l'échange d'un boson vecteur (de masse voisine de celle du méson ω).

Utilisant les potentiels d'Hartree v^S et v^V , correspondant à l'échange des bosons scalaire et vectoriel, dans l'équation de Dirac, Brockmann et Weise [42] obtiennent un potentiel équivalent à utiliser dans l'équation de Schrödinger, de la forme :

$$V_N = (v^S + v^V) \left(1 + \frac{v^S - v^V}{2M} \right) \quad (4.5)$$

Les potentiels scalaire et vectoriel se compensent presque complètement pour donner un potentiel attractif de l'ordre de 50 MeV dans le cas du nucléon.

Dans le cas de la particule Λ , Brockmann et Weise donnent des arguments pour montrer que le couplage Λ aux deux bosons donne une contribution d'environ un tiers de celle du nucléon [42b]. Le potentiel moyen pour la particule Λ qui en résulte est d'environ 30 MeV.

Une approche totalement différente a été utilisée par Firner [43] basée sur la chromodynamique quantique [44]. Utilisant un échange combiné quark-gluon entre

le baryon de valence et les nucléons du coeur, il remarque que le couplage de la particule Λ au noyau devrait être les $2/3$ de celui du nucléon, puisque la particule Λ contient un quark "up" un quark "down" et un quark "strange", ce dernier n'interagissant pas avec le noyau. Le potentiel moyen "sent" par la particule Λ devrait donc être les $2/3$ du potentiel moyen du nucléon.

On peut cependant n'attacher pas trop d'importance à ce résultat car la contribution au terme central provient de grandes distances qui peuvent ne pas bien être décrites par le modèle des quarks dans lequel les forces entre nucléons sont dues à l'interaction quark-quark [44].

4.2 Terme spin-orbite

L'importance de ce terme et de son résultat a déjà été discutée précédemment à la lumière des divergentes appréciations. Nous allons donc nous limiter ici à des approches microscopiques étudiées depuis peu par certains auteurs et donc le point le départ a été l'intérêt porté au résultat obtenu dans la réf [18].

Il est bien connu que dans les noyaux la force spin-orbite est responsable de l'apaisement de l'état $j = 1 + \frac{1}{2}$ relativement à l'état $j = 1 - \frac{1}{2}$. Par comparaison à la force spin-orbite dans les atomes où c'est le phénomène inverse qui se produit, on en conclut généralement que la force spin-orbite provient du potentiel répulsif à très courte portée correspondant à l'échange du méson vectoriel. Si on inclut dans l'équation de Dirac le potentiel correspondant on s'attend à un terme spin orbite de la forme 45

$$V^{LS} = \frac{1}{4M^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) (\vec{r}_{12} \cdot \vec{p}_{12}) \quad (4.6)$$

En fait, à partir de la force élémentaire spin-orbite, l'interaction effective nucléaire obtenue semble trop faible pour expliquer le splitting spin-orbite nucléaire et ce problème n'est pas encore résolu de façon théorique satisfaisante.

Une approche utilisée est celle de Brockmann et Weise citée précédemment. À partir de l'échange des mêmes bosons isoscalaires et suivant la même méthode que dans le cas du terme central, ils obtiennent pour le spin orbite nucléon-noyau

$$V_N^{LS} = -2 \frac{d}{dr} (v^S - v^V) / 2M(2M + v^S - v^V) \cdot \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r} \quad (4.7)$$

terme qui donne le signe et le bon ordre de grandeur du

splitting spin-orbite pour $^{16}_0$ et $^{40}_{Ca}$. Avec les mêmes arguments, en ce qui concerne le couplage de la particule Λ aux bosons, ils obtiennent une forte réduction pour le terme spin-orbite Λ -noyau qui conduit à un splitting de l'ordre de 1 MeV dans le cas de $^{16}_0$ entre les orbites $1p_{3/2}$ et $1p_{1/2}$. C'est à dire, en reprenant les notations de la section 2

$$v_{\Lambda}^{LS} = 3 \text{ MeV} \quad (4.8)$$

L'approche de Brockmann et Weise a été récemment critiquée par Noble [46] en particulier pour ce qui concerne la forte brisure de symétrie SU(3). Tenant compte du couplage tenseur de la particule Λ au champ nucléaire du méson vecteur ω et d'une faible brisure de symétrie, Noble obtient néanmoins un résultat comparable

$$v_{\Lambda}^{LS} = (2.4 \pm 0.6) \text{ MeV} \quad (4.9)$$

Dans son calcul les potentiels scalaire v^S et vectoriel v^V ont été ajustés de façon à reproduire une profondeur de 30 MeV pour le terme central Λ -noyau, ce qui conduit à un terme central nucléon-noyau de l'ordre de 56 MeV.

La même conclusion, quant à la petitesse de v_{Λ}^{LS} , est obtenue par Pirner, qui, par des considérations de symétrie, obtient

$$v_{\Lambda}^{LS} = 0 \quad (4.10)$$

Il est à remarquer, qu'à partir d'hypothèses a priori très différentes, tous ces auteurs concluent à une valeur du spin-orbite hypernucléaire n'excédant pas le 1/6 du spin-orbite nucléaire, résultat en accord avec l'analyse phénoménologique précédente.

Ces résultats sont en désaccord avec l'interaction résiduelle déterminée par Gal et al [47] obtenue en ajustant les énergies de liaison des états fondamentaux des hypernoyaux de la couche p. En fait, Gal et al. obtiennent une forte interaction spin-spin, une forte interaction spin-orbite en même temps qu'une forte composante tenseur et montrent la nécessité d'introduire une force à 3 corps. Cependant, Mujib et al [48] ont récemment montré qu'il n'est absolument pas nécessaire d'introduire une force tenseur et une force à 3 corps pour rendre compte des énergies de liaison expérimentales, à condition d'introduire de "bonnes" fonctions d'onde des hypernoyaux de la couche p. Il resterait à montrer que cela va de pair avec une faible dépendance en spin de l'interaction résiduelle Λ -N. En outre, l'influence du choix du rayon nucléaire sur le calcul des énergies de liaison rend un peu illusoire la détermination de l'interaction résiduelle basée sur la seule étude des états fondamentaux des hypernoyaux de la couche p.

4.3 Terme spin-spin

La seule information directe que l'on connaisse sur l'interaction Λ -N à basse énergie provient de deux expériences de chambre à bulles donnant les sections efficaces différentielle et totale pour Λ -proton en dessous de 300 MeV/c [49]. On peut en déduire que la longueur de diffusion totale (triplet et singulet) est négative ce qui est cohérent avec le fait qu'il n'existe pas d'état lié Λ -p, mais rien ne permet de séparer l'interaction dans l'état triplet de celle dans l'état singulet.

En fait, l'information la plus précise que l'on ait sur la partie spin-spin de l'interaction Λ -N provient de l'étude des hypernoyaux miroirs de masse 4, ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ et ${}^4_{\Lambda}\text{He}$. Tous les deux ont un état fondamental $J = 0^+$ et leur premier état excité est supposé être $J = 1^+$, ce qui conduirait à une interaction plus forte dans l'état singulet que dans l'état triplet.

Après une série d'expériences difficiles et d'interprétation parfois ambiguë [50,28] les transitions γ hypernucléaires mesurées entre l'état fondamental et l'état excité ont permis de déduire l'énergie d'excitation des premiers états excités. Ceci est représenté sur la fig. (12).

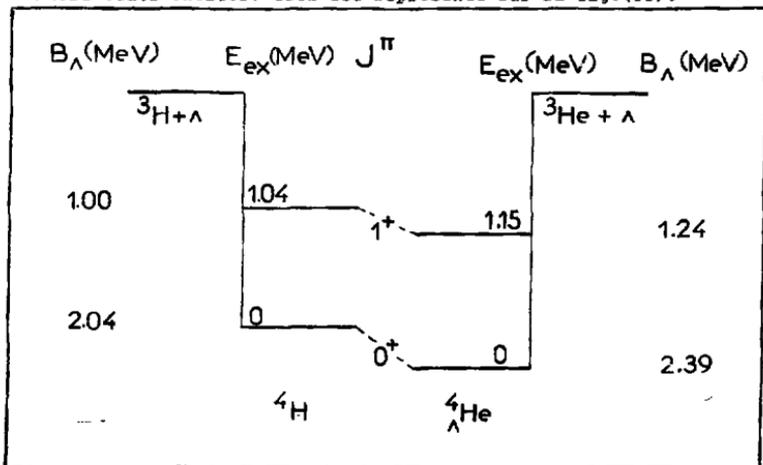


Fig.12 Transitions γ dans les noyaux miroirs ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ et ${}^4_{\Lambda}\text{He}$

Les énergies de liaison des états fondamentaux sont différentes, ce qui est interprété comme la preuve d'une brisure de symétrie de charge. En effet, les deux hypernoyaux miroirs devraient avoir la même énergie au terme coulombien près. Cette différence coulombienne est encore assez mal connue. Dalitz et al [27] l'avaient estimée à 250 KeV alors que récemment, Friar et Gibson ont trouvé seulement 20 KeV [51]. Néanmoins, une différence d'au moins 300 KeV existe et peut être attribuée à la brisure de symétrie de charge [52].

Remarquant que la particule Λ et la particule Σ^0 ne sont pas des états propres purs de l'isospin, Dalitz et Von Hippel [52] supposent que leur mélange mutuel est la cause d'une petite impureté d'isospin. Cela permet l'échange d'un π^0 dans l'interaction hyperon-nucléon qui contribue à l'interaction spin-spin à longue portée (voir fig.13b) [52].

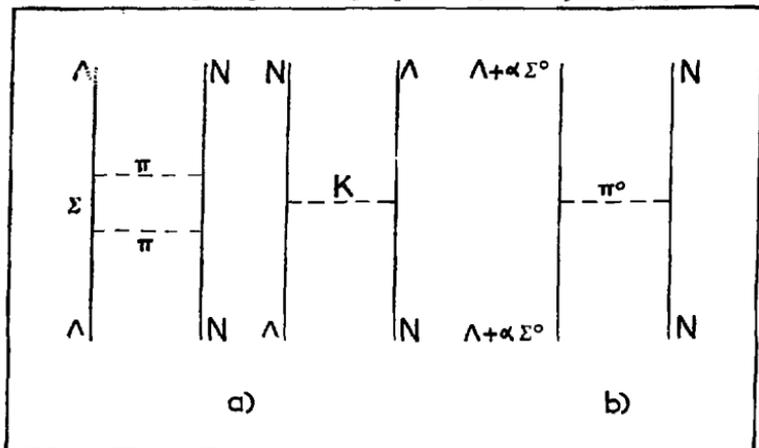


Fig.13 a) Contributions principales à l'interaction Λ -N
b) Echange du π^0 responsable de la brisure de symétrie de charge

En fait, la faible différence des énergies d'excitation des deux hypernoyaux miroirs conduit à une faible brisure de symétrie.

En première approximation, les configurations des spins des noyaux $A = 4$ sont très simples. Dans l'état fondamental, les 4 particules dans l'orbite $1s_{1/2}$

sont couplées à $J = 0^+$. L'état excité $J = 1^+$ est obtenu à partir de l'état fondamental par un retournement de spin de la particule Λ .

On peut utiliser une interaction similaire à celle déjà employée précédemment, en incluant un terme tenant compte de la brisure de symétrie

$$V_{\Lambda N}(\vec{r}_\Lambda - \vec{r}_N) = -V_0 \delta(\vec{r}_\Lambda - \vec{r}_N) (1 + \vec{\sigma}_\Lambda \cdot \vec{\sigma}_N) - \tau \frac{N}{3} V_0 \delta(\vec{r}_\Lambda - \vec{r}_N) (\beta + \gamma \vec{\sigma}_\Lambda \cdot \vec{\sigma}_N) \quad (4.11)$$

où $\tau \frac{N}{3}$ est la 3ème composante de l'opérateur d'isospin du nucléon. Utilisant les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique, il est facile de calculer les éléments de matrice particule-trou couplés à $J = 0^+$ ou 1^+ . Reliant β et γ à la différence d'énergie de liaison $\Delta B_\Lambda = (0.370 \pm 0.070)$ Mev (en tenant compte du terme coulombien égal à 20 KeV) et à la différence d'énergie d'excitation $\Delta E_\Lambda^* = (0.110 \pm 0.080)$ Mev on obtient

$$\begin{aligned} \beta &= (5 \pm 2) \cdot 10^{-2} \\ \gamma &= (5 \pm 3) \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (4.12)$$

La valeur de l'énergie d'excitation dans ${}^4_\Lambda\text{He}$ ($E_\gamma = 1.15 \pm 0.04$ Mev) conduit pour α à la valeur suivante

$$\alpha = -0.10 \pm 0.01 \quad (4.13)$$

ce qui conduit à une énergie de liaison pour l'état fondamental de ${}^4_\Lambda\text{He}$, $B_\Lambda({}^4_\Lambda\text{He}) = 2.60$ Mev, en assez bon accord avec la valeur expérimentale. Ce calcul n'a cependant qu'une valeur indicative car les états de ${}^4_\Lambda\text{He}$ et ${}^4_\Lambda\text{H}$ ont certainement des configurations plus compliquées que celles utilisées, ce qui impliquerait que le splitting $0^+ - 1^+$ ne dépend pas seulement du terme spin-spin de l'interaction résiduelle.

Une étude plus complète consisterait à utiliser une forme plus générale que celle employée par Herndon et Tang [26].

$$V_{\Lambda N} = -\frac{1}{2}(1 + P_{\Lambda N}^\sigma) U_t - \frac{1}{2}(1 - P_{\Lambda N}^\sigma) U_s - \tau \frac{N}{3} W(\vec{\sigma} + \vec{\sigma}_\Lambda \cdot \vec{\sigma}_N) \quad (4.14)$$

où $P_{\Lambda N}^\sigma$ est l'opérateur d'échange de spin, U_t , U_s , W sont les profondeurs des potentiels. Le facteur de forme commun à tous ces potentiels est un potentiel à coeur dur $\exp(-\lambda(r - r_{\Lambda N}))$ du type Herndon-Tang, λ et $r_{\Lambda N}$ étant reliés à la portée intrinsèque b par $b = 3.54079/\lambda + 2r_{\Lambda N}$.

Une étude basée sur le système de masse 4, l'énergie de liaison de l'hypertriton et les données de diffusion élastique Λ -p avec un potentiel du type (4.14) conduit à une dépendance en spin du même signe mais plus

forte que celle de eq(3.45) ($\alpha = -0.15$) et à une faible brisure de symétrie de charge [28]. Un très récent calcul détaillé de Deloff [53] conduit sensiblement aux mêmes résultats, encore que la dépendance en spin obtenue soit plus faible ($\alpha = -0.05$).

Ces résultats qui semblent montrer que l'interaction effective Λ -N est très faiblement dépendante en spin sont en accord avec l'analyse de Swart et al [38] pour l'interaction Λ -N. On ne doit cependant pas oublier que aussi bien pour les hypernoyaux de la couche s, ou ceux des couches p et s-d nous avons travaillé avec une interaction effective Λ N. Le lien avec l'interaction nue Λ N est loin d'être évident. Il serait très intéressant de comprendre de façon microscopique une interaction telle que celle donnée par eq.(3.19) ou par eq.(3.38) de façon à mieux comprendre le rôle de l'échange du méson K dont on pense qu'il contribue à la partie échange de l'interaction Λ N, de la même manière que l'échange de deux pions contribue à la partie directe (voir fig.13a).

Cette faible dépendance en spin de l'interaction Λ N peut se comprendre de façon qualitative. On sait que la forte dépendance en spin-isospin de l'interaction NN provient principalement de l'échange d'un pion. Cet échange étant interdit dans le cas de la particule Λ , il ne semble pas surprenant, que l'interaction d'une particule Λ avec le noyau ne mette en évidence qu'une faible composante de spin.

En conclusion de cette étude comparative Λ -noyau et N-noyau, il semble que l'on puisse résumer de façon très schématique le comportement de la particule Λ en disant qu'elle se comporte comme un gros neutron sans spin [4]

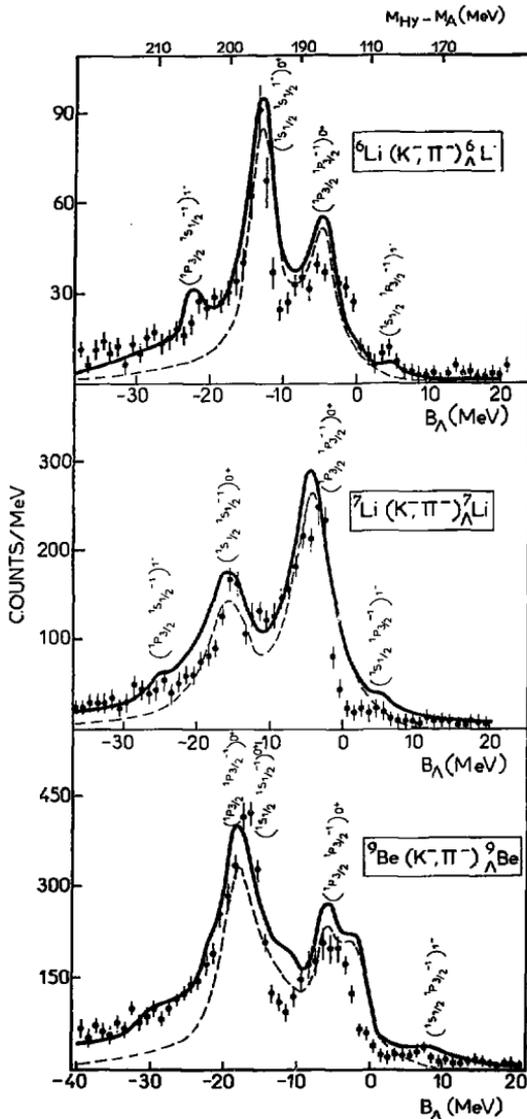


Fig. 14 Distribution de l'intensité pour les hypernoyaux légers

5. Formation d'hypernoyaux Λ .

Tous les résultats qui vont être présentés ont été calculés en utilisant le modèle décrit dans la section 3. Il faut noter que l'on n'a pas cherché à trouver le meilleur accord possible entre théorie et expérience, mais que avec les résultats obtenus en section 3 (eq 3.45), à partir des hypernoyaux de la couche π et σ , nous avons étendu le modèle aux hypernoyaux très légers (${}^6_{\Lambda}\text{Li}$, ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$, ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$) ainsi que moyens (${}^27_{\Lambda}\text{Al}$, ${}^{51}_{\Lambda}\text{V}$) et lourds (${}^{89}_{\Lambda}\text{Y}$, ${}^{208}_{\Lambda}\text{Bi}$).

5.1 Spectres d'intensité

En ce qui concerne les noyaux légers il est bien connu que le modèle à couplage Λ doit être remplacé par un modèle à couplage intermédiaire. L'état fondamental du noyau cible peut être décrit comme la superposition de produits de la fonction d'onde du noyau parent et de la fonction d'onde du neutron sur lequel a lieu la réaction avec échange d'étrangeté. Les coefficients de parentage fractionnel sont donnés par Cohen et Kurath [54]. De la même manière, le couplage de la particule Λ au cœur mettrait en jeu des coefficients de parentage hypernucléaire. Cependant, puisqu'il semble que les fonctions d'onde hypernucléaires soient fortement dominées par le couplage à un seul état du noyau cœur [29c] nous pouvons appliquer l'approximation d'un seul parent et réduire le développement correspondant à un seul terme.

Le nombre effectif de neutrons participant à la réaction est donné par une formule analogue à eq (3.8) multipliée par un coefficient d'isospin égal à

$$(2T + 1) \left(\begin{matrix} T_N & \frac{1}{2} & T \\ N_N & -\frac{1}{2} & -N_T \end{matrix} \right)^2 \quad (5.1)$$

où T est l'isospin du noyau cible et T_N celui de l'état du noyau cœur. Les calculs ne présentent pas de difficultés et conduisent aux résultats suivants

5.1.a Hypernoyaux ${}^6_{\Lambda}\text{Li}$, ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ et ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$

A partir des expériences (p,d) [55] la différence d'énergie de séparation entre les orbites $1p_{3/2}$ et $1s_{1/2}$ de trous de neutron dans ${}^7\text{Li}$ est 15.7 MeV. On s'attend à ce que les pics observés dans ${}^6_{\Lambda}\text{Li}$ à $B_{\Lambda} = -14$ MeV et $B_{\Lambda} = -4$ MeV correspondent aux deux transitions sans recul construites sur les orbites $1s_{1/2}$ et $1p_{3/2}$. Par suite, la différence de 10 MeV entre ces pics devrait conduire à une différence d'énergie de séparation pour les états à une particule Λ de 5.7 MeV entre les orbites $1s_{1/2}$ et $1p_{3/2}$. Cette valeur est en assez bon accord avec la valeur de 8 MeV trouvée

en utilisant le potentiel de modèle en couches eq(3.1). En outre, le rapport des intensités dans les deux pics expérimentaux est en bon accord avec le rapport 2 : 1 des nombres de neutrons dans les orbites s et p du ${}^6\text{Li}$. La forme du spectre d'intensité calculé reproduit assez bien le spectre expérimental. La faible intensité expérimentalement observée à $B_A = 4.5$ MeV semble correspondre à la transition quasi-libre ($1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1}$) et peut être l'état fondamental de ${}^6\text{Li}$. Puisque le système He + p a une masse inférieure de 600 keV, cet état devrait être instable par émission de proton. C'est vraisemblablement la raison pour laquelle il n'a pas été observé en émulsion nucléaire (voir fig.14).

La situation est un peu plus compliquée dans le cas du ${}^7\text{Li}$ puisque l'on sait, à partir des expériences (p,d), que l'intensité dans l'orbite $1p_{3/2}$ est distribuée sur plusieurs états du ${}^6\text{Li}$, en fait les cinq états de plus basse énergie. Les plus intenses sont l'état fondamental $J = 1^+$, $T = 0$ et l'état $J = 3^+$, $T = 0$ à une énergie d'excitation égale à 2.2 MeV. La différence d'énergie de séparation entre les trous de neutron dans les orbites $1s_{1/2}$ et $1p_{3/2}$ est d'environ 20 MeV. On s'attend à ce que les pics observés à $B_A = -15.5$ MeV et $B_A = -3.5$ MeV (voir figure) soient des pics sans recul correspondant aux configurations construites sur les orbites $1s_{1/2}$ et $1p_{3/2}$. Le potentiel moyen Λ -noyau donne effectivement une différence attendue de 8 MeV entre ces orbites. L'intensité observée à $B_A = 5$ MeV est vraisemblablement la signature d'une transition quasi libre ($1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1}$) Γ d'un état $J = 3/2^-$ vers un état $J = 1/2^+$.

L'interprétation du ${}^9\text{Be}$ est beaucoup plus compliquée et a donné lieu à de nombreuses hypothèses (12a,23) Il est bien connu que l'intensité de l'orbite $1p_{3/2}$ dans le ${}^9\text{Be}$ est distribuée sur plusieurs états du ${}^8\text{Be}$, les plus forts étant $J = 2^+$, $T = 0$ à une énergie d'excitation 3 MeV et $J = 2^+$, $T = 0,1$ à une énergie d'excitation de 17 MeV. Par suite, les deux pics dominant observés à $B_A = -17$ MeV et $B_A = -6$ MeV (voir fig.14) peuvent être associés à des configurations construites à partir de l'orbite $1p_{3/2}$. En outre, la différence d'énergie de séparation entre les états trous de neutrons dans les orbites $1s_{1/2}$ et $1p_{3/2}$ est de l'ordre de 23 MeV. On peut donc espérer que le pic apparaissant à $B_A = -17$ MeV soit une combinaison des configurations ($1s_{1/2} 1s_{1/2}^{-1}$) 0^+ et ($1p_{3/2} 1p_{3/2}^{-1}$) 0^+

Cette interprétation est en accord avec le calcul de modèle en couches qui reproduit assez bien les données et donne un mélange de 70% pour l'orbite $1p_{3/2}$ contre 30% à l'orbite $1s_{1/2}$. La faible intensité apparaissant à $B_A = 7.5$ MeV est vraisemblablement une transition quasi libre ($1s_{1/2} 1p_{3/2}^{-1}$) transformant un état $J = 3^-$ en état $J = 1/2^+$. L'énergie de liaison et le spin sont en accord avec les données du ${}^9\text{Be}$ obtenues en émulsion nucléaire.

5.1b Hypernoyaux ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$ et ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$

Il y a peu de choses à rajouter ici puisque ces noyaux ont été discutés de façon détaillée dans les sections précédentes. Les résultats présentés dans la figure (15) semblent mettre en évidence un manque d'intensité pour les valeurs positives de B_{Λ} , tendance qui se confirmera pour les noyaux plus lourds.

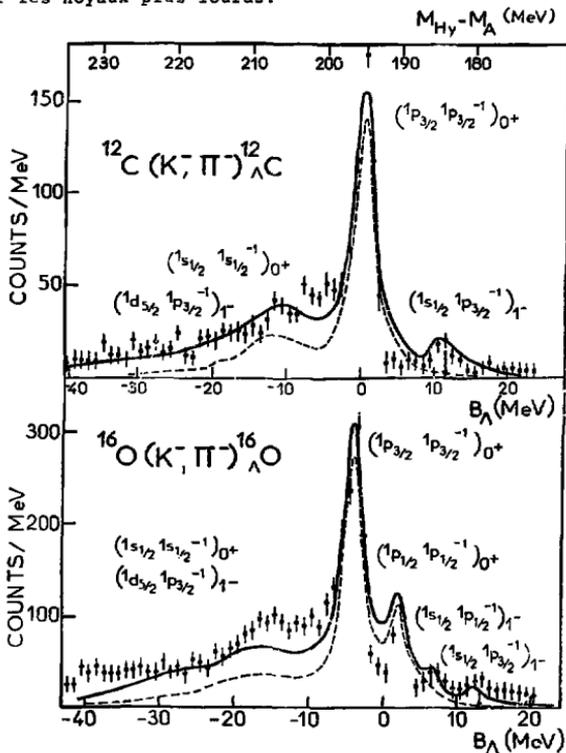


Fig. 15 Distributions de l'intensité pour ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$ et ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$

L'espacement moyen des niveaux à une particule pour la particule Λ est d'environ 11 MeV dans le cas de ces noyaux, en accord avec l'observation expérimentale.

5.1c Hypernoyaux de la couche s-d $^{27}_{\Lambda}\text{Al}$, $^{32}_{\Lambda}\text{S}$, $^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$, $^{51}_{\Lambda}\text{Va}$

Les résultats présentés dans la figure (16) sont comparés aux données déjà publiées dans le cas de $^{27}_{\Lambda}\text{Al}$ et $^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$ ou à paraître [56]. Pour ce qui concerne le décalage observé par rapport au spectre expérimental semble du à une trop grande profondeur du terme central V_C^* . Une valeur de l'ordre de 30 MeV donnerait un meilleur accord avec l'expérience. L'identification très claire de deux pics à $B_{\Lambda} = 0$ MeV et $B_{\Lambda} = 9$ MeV confirme qu'il s'agit de transitions provenant d'un neutron de l'orbite $1d_{5/2}$ transformé en une particule Λ appartenant soit à l'orbite $1p_{3/2}$ soit à l'orbite $1d_{5/2}$. Le très léger épaulement observé au voisinage de $B_{\Lambda} = 19$ MeV semble être la signature de l'état fondamental avec une transition $(1s_{1/2} 1d_{5/2}^{-1})_2^+$. Les tendances observées pour des valeurs négatives de B_{Λ} , et qui semblent se confirmer dans une cinématique à 5° pourraient être une mise en évidence des orbites $1p_{3/2}$ et $1f_{7/2}$ pour la particule Λ .

Pour ce qui concerne le $^{51}_{\Lambda}\text{V}$, il y a confirmation très claire d'une transition sans recul sur l'orbite $1f_{7/2}$ à $B_{\Lambda} = -7.5$ MeV et d'une transition quasi libre à $B_{\Lambda} = 2$ MeV toujours sur l'orbite $1f_{7/2}$. La différence d'énergie de séparation entre les orbites $1d_{5/2}$ et $1f_{7/2}$ de la particule Λ est d'environ 8 à 9 MeV, en accord avec le potentiel moyen du modèle en couches car il y a aussi contribution entre ces deux transitions d'une configuration $(1d_{5/2} 1d_{5/2}^{-1})_0^+$. La signature de l'état fondamental est impossible à observer avec un faible moment de transfert puisqu'elle correspondrait à une transition $(1s_{1/2} 1f_{7/2}^{-1})_3^-$. Pour les états dans le continu il est clair que dans le spectre théorique il manque une partie de l'intensité qui pourrait correspondre à une contribution de processus à deux étapes négligé dans notre calcul.

Les hypernoyaux $^{32}_{\Lambda}\text{S}$ et $^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$ n'appellent que peu de commentaires puisque il en a été déjà parlé. On peut toutefois noter la mise en évidence presque certaine de l'état fondamental du $^{32}_{\Lambda}\text{S}$ à $E_{\Lambda} = 17$ MeV ce qui semble indiquer que son spin est $J_{\Lambda} = 0^+$, correspondant à une configuration $(1s_{1/2} 2s_{1/2}^{-1})_0^+$. Ceci confirme l'idée de Lipkin [57] qui notait que même dans le cas d'une cinématique à 0° l'état fondamental d'un hypernoyau pourrait être facilement détecté par échange d'étrangeté dans le cas d'un noyau cible dont l'orbite la plus haute serait $s_{1/2}$.

* Il faut noter cependant qu'une erreur pour l'échelle B_{Λ} et pour le spectre théorique de $^{27}_{\Lambda}\text{Al}$ s'est glissée dans la figure 16 et qu'il faut en fait les décaler vers la droite de 3 MeV.

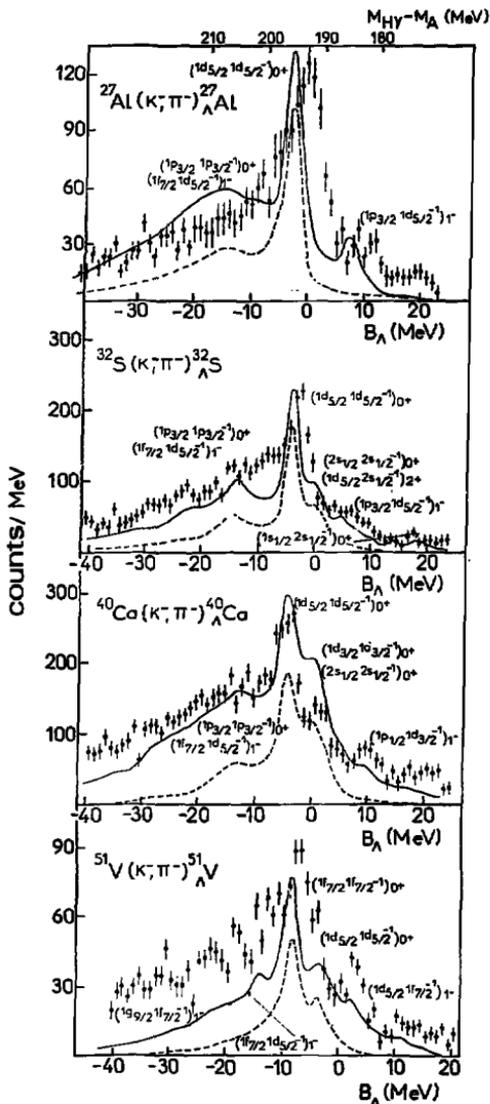


Fig.16 Distribution de l'intensité pour les noyaux moyens.

5.1d Hypernoyaux lourds $^{89}_{\Lambda}Y$ et $^{209}_{\Lambda}Bi$

Ce sont les deux premiers hypernoyaux lourds produits par réaction avec échange d'étrangeté. Leur production a un intérêt particulier en ce sens que le nombre de masse étant bien plus élevé que celui des noyaux discutés précédemment les renseignements que l'on pourra obtenir, par exemple sur la dépendance en nombre de masse de la section efficace de production, l'espacement moyen des niveaux et la profondeur du puits de potentiel central, dépendront en grande partie de ces hypernoyaux lourds. Il est pour l'instant hors de propos d'espérer une mise en évidence claire de configurations particulières puisqu'il a déjà été noté que le processus quasi libre va être ici le processus prépondérant pour les réactions (K^-, π^-). Tout au plus peut on remarquer que ce sont les seuls noyaux pour lesquels il y a une chance non négligeable que une résonance analogue d'étrangeté soit formée. Cependant, en l'état actuel des conditions expérimentales cette conclusion semble prématurée.

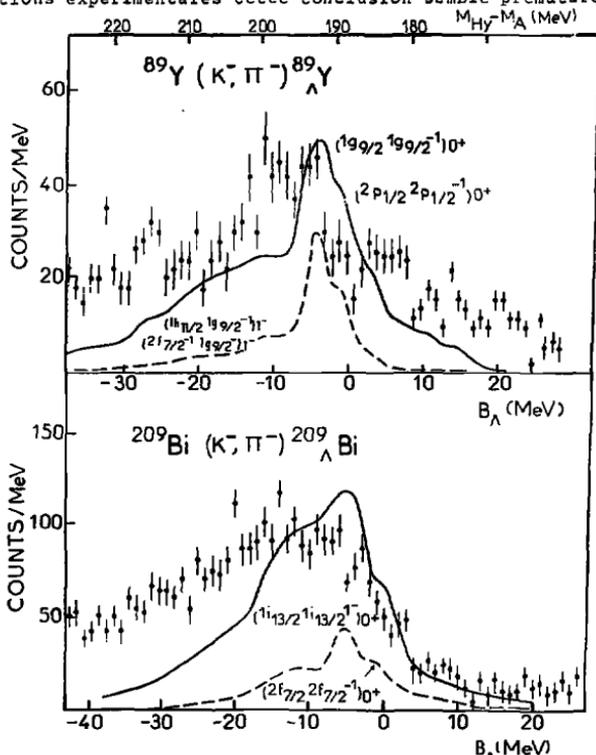


Fig.17 Distribution de l'intensité pour les hypernoyaux lourds

L'espacement moyen des orbites à une particule pour la particule Λ peut être reproduit par un potentiel d'oscillateur harmonique avec une fréquence $\omega_{\Lambda} = 27 A^{-1/3}$ MeV. Cette valeur à la même dépendance mais est plus faible que dans le cas nucléaire ($\omega_N = 41 A^{-1/3}$ MeV). Cela revient à dire que dans le cas où l'on approche les fonctions d'onde réalistes à une particule par des fonctions d'onde d'oscillateur harmonique, le paramètre b_{Λ} pour la particule Λ devra être choisi environ 20% plus grand que celui du nucléon. La queue de la fonction d'onde de la particule Λ s'étend plus loin que celle du neutron puisque son énergie de liaison est plus faible. (Voir section 3.4)

5.2 Etats fondamentaux

Les énergies de liaison calculées, dans le cas des noyaux légers, sont en assez bon accord avec les valeurs expérimentales. Dans les autres cas, les valeurs obtenues sont accord avec les valeurs déduites de l'extrapolation de la courbe représentée fig. (11). Ceci provient bien évidemment de la profondeur du puits de potentiel central qui est en accord avec la valeur empirique. Les résultats sont donnés dans la table (3).

La comparaison de ces résultats et l'analyse globale des spectres expérimentaux où il semble qu'il y ait un léger décalage entre spectre théorique et expérimental, peuvent être l'amorce d'une indication d'une masse effective pour la particule Λ différente de la masse nue. Peu d'efforts ont été consacrés jusqu'à ce jour à la masse effective ou à la dépendance en énergie du potentiel Λ -noyau, en grande partie à cause du manque de systématique valable sur une large gamme d'hypernoyaux. On peut cependant essayer d'utiliser le modèle simplifié de la section 3 pour tenter de donner une estimation de la non localité du potentiel Λ -noyau provenant de la présence du paramètre d'échange ϵ' (eq. (3.21)).

Dans le cas de l'interaction résiduelle gaussienne le terme d'échange peut être remplacé par un terme direct avec une interaction effective de portée nulle et une intensité dépendant de l'énergie. Cette approche est celle utilisée par Petrovich et al [58] dans le cas nucléon-nucléon. L'interaction Λ -noyau peut alors être écrite

$$U(\vec{x}_{\Lambda}) = (1-\epsilon') \int \rho(\vec{x}_N) V(\vec{x}_N - \vec{x}_{\Lambda}) d\vec{x}_N + \epsilon' t(k^2) \rho(\vec{x}_{\Lambda}) \quad (5.2)$$

où $t(k^2)$ est la transformée de Fourier de l'interaction résiduelle

$$t(k^2) = \int e^{i\vec{k} \cdot \vec{s}} V(\vec{s}) d\vec{s} \quad \text{avec } k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_L) \quad (5.3)$$

Noyau	${}^6\text{Li}$	${}^7\text{Li}$	${}^9\text{Be}$	${}^{12}\text{C}$	${}^{16}\text{O}$	${}^{27}\text{Al}$	${}^{32}\text{S}$	${}^{40}\text{Ca}$	${}^{51}\text{V}$	${}^{89}\text{Y}$	${}^{209}\text{Bi}$
$E^{gs}(\text{exp})$		5.6	6.7	10.8 ± 0.1	13 ± 2		17.5 ± 0.5				
$E^{gs}(\text{calc})$	5.0	6.1	7.7	11.2	13.3	17.7	18.8	20.4	21.5	24.0	27.5
Spin initial	1^+	$3/2^-$	$3/2^-$	0^+	0^+	$5/2^-$	0^+	0^+	$7/2^-$	$1/2^-$	$9/2^-$
$\Delta J^{\Pi}(\text{calc})$	1^-	1^-	1^-	1^-	1^-	1^-	0^+	2^+	3^-	5^-	6^+

Table 3. Energies de liaison expérimentales et calculées des états fondamentaux des hypernoyaux produits par réaction (K, π) . Le spin initial et le moment angulaire transféré sont également donnés.

E est l'énergie et U la partie locale du potentiel. La définition usuelle de la masse effective (dérivée par rapport à l'énergie du potentiel local équivalent) donne

$$\frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}^*(\vec{r})} = \frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}} + \varepsilon' \frac{\mu^2}{4} v_0 \rho(\vec{r}) [\exp -k^2 \mu^2/4] \quad (5.4)$$

Dans le cas de l'interaction MDI, la masse effective est encore plus simple à écrire. Le potentiel Λ -noyau entrant dans l'équation de Schrödinger est facile à déterminer [41]

$$-v_0 \left\{ \rho(\vec{r}) + (1 + \varepsilon') \frac{\mu^2}{4} \vec{\nabla}^2 \rho(\vec{r}) + \varepsilon' \frac{\mu^2}{4} \left(\frac{1}{2} \vec{\nabla}^2 \rho(\vec{r}) - \tau(\vec{r}) \right) \right\} \quad (5.5)$$

où $\tau(\vec{r})$ est la densité d'énergie cinétique définie par $\int |\vec{\nabla} \psi_0(\vec{r})|^2$. On ne doit pas oublier que dans ce cas, dans l'équation de Schrödinger, l'opérateur $-\frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}} \vec{\nabla}^2$ doit être remplacé par l'opérateur $-\vec{\nabla} \frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}^*(\vec{r})} \vec{\nabla}$ avec

$$\frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}^*(\vec{r})} = \frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}} + \varepsilon' \frac{\mu^2}{4} v_0 \rho(\vec{r}) \quad (5.6)$$

Dans les 2 cas eq. (5.4) ou eq. (5.6) la masse effective peut être estimée en utilisant par exemple la densité d'oscillateur harmonique. Dans le cas où le paramètre ε' est choisi tel que $\varepsilon' = 0.25 \pm 0.25$ et avec une interaction de portée μ correspondant à l'échange de 2 pions, on obtient pour $\alpha = 0$

$$\frac{m_{\Lambda}}{m} = 0.85 \pm 0.15 \quad (5.7)$$

L'écart avec la masse réelle est plus faible que dans le cas nucléaire, ce qui est attendu. La valeur obtenue est très comparable aux rares calculs effectués en utilisant la théorie de Brueckner [37.b]. Une détermination plus précise s'avère nécessaire mais ce résultat peut être considéré comme un point de départ à une étude détaillée. De même, un calcul des énergies à une particule avec une interaction non locale telle que celle donnée ci-dessus pourrait donner un meilleur accord pour les spectres d'intensité hypernucléaire.

5.3 Section efficace de production

La section efficace de production (où le nombre effectif de neutrons) dans le cadre d'un processus à une étape est une quantité délicate à déterminer expérimentalement car il faut tenir compte du bruit de fond possible arrivant à énergie d'excitation élevée. Les erreurs expérimentales sont donc assez grandes de l'ordre de 30% [4]. Il est par suite difficile de déterminer la dépendance en nombre de masse du noyau cible de la section efficace de

production d'hypernoyaux. Une estimation théorique peut donc être d'une grande utilité.

On a déjà noté dans les sections précédentes que le nombre effectif de neutrons calculé était environ deux fois plus élevé que la valeur observée. Le même résultat est obtenu dans l'analyse des données de Brookhaven faites par Dover et al [16], bien que la forme des distributions angulaires soit correcte. Différents effets susceptibles de réduire la valeur théorique sont discutés en détail dans la référence [16] mais aucune conclusion définitive ne peut en être déduite. En fait, ce désaccord est fréquent en physique nucléaire dans les calculs de DWIA et nous n'allons pour l'instant pas y attacher trop d'importance.

Dans la table (4) les résultats du calcul modèle sont comparés aux valeurs expérimentales connues. Etant donné que le moment incident du K^- n'est pas toujours le même quel que soit le noyau cible nous avons indiqué quand c'est nécessaire la valeur du N_{eff} total calculé pour un moment incident égal à 720 MeV/c (valeurs entre parenthèses) de façon à faire une étude systématique plus simple.

En ajustant les valeurs de N_{eff} total sur le résultat expérimental de ^{12}C , le moins ambigu puisque la contribution des transitions Λ quasi libres y est faible, on constate un remarquable accord avec l'expérience, le facteur de renormalisation étant égal à 0.6.

La séparation du nombre effectif de neutrons en une partie provenant des transitions sans recul et une partie provenant des transitions quasi libres est utile pour la compréhension de la dépendance en nombre de masse du N_{eff} . Une première constatation qui s'impose est que comme attendu la contribution des transitions quasi-libres, faible pour les hypernoyaux de la couche p, devient prépondérante dès les hypernoyaux de la couche s-d. Un autre résultat remarquable, à la lecture de la Table (4), est la valeur quasi constante du N_{eff} correspondant aux transitions sans recul et ce quel que soit le nombre de masse du noyau-cible. Ces deux observations peuvent s'expliquer en utilisant la manière très simple obtenue par Povh pour estimer la contribution relative des deux processus (sans recul et quasi libre) par analogie avec l'effet Mössbauer. La production de particule Λ sans recul correspond à l'émission de γ par des atomes liés dans un cristal alors que la production quasi-libre correspond à l'émission de γ accompagnée de l'excitation de phonons.

Noyau	${}^6\text{Li}$	${}^7\text{Li}$	${}^9\text{Be}$	${}^{12}\text{C}$	${}^{16}\text{O}$	${}^{27}\text{Al}$	${}^{32}\text{S}$	${}^{40}\text{Ca}$	${}^{51}\text{V}$	${}^{89}\text{Y}$	${}^{209}\text{Bi}$
P_K (MeV/c)	790	720	720	720	720	720	720	790	790	720	640
$N_{\text{eff}}(\text{exp})$				0.99	0.25			1.47 ± 0.44		1.91 ± 0.67	5.29 ± 1.59
N_{eff}	1.50 (1.52)	1.58	1.86	1.67	1.97	2.35	2.52	2.40 (2.65)	2.70 (3.05)	3.91	7.0 (5.50)
$N_{\text{eff}}^{\text{R}}$	1.16	1.14	1.28	1.08	1.21	1.10	1.17	1.04	1.15	1.08	1.01
$N_{\text{eff}}^{\text{QL}}$	0.34	0.44	0.58	0.59	0.76	1.25	1.35	1.36	1.55	2.83	6.00
$N_{\text{eff}}^{\text{SR(F)}}$	1.58	1.88	2.13	1.92	2.47	3.16	3.34	3.50	4.13	5.45	8.57
$N_{\text{eff}}^{\text{SR(U)}}$	1.57	1.83	2.04	1.71	2.19	2.50	2.55	2.47	2.66	3.15	4.11

Table 4 : Nombre effectif de neutrons expérimental et théorique. Dans ce dernier cas, la séparation est faite en une partie sans recul $N_{\text{eff}}^{\text{R}}$ et une partie quasi libre $N_{\text{eff}}^{\text{QL}}$. En outre, sont données les valeurs calculées en utilisant la règle de somme, soit avec une densité du type Fermi $N_{\text{eff}}^{\text{SR(F)}}$, soit avec une densité uniforme $N_{\text{eff}}^{\text{SR(U)}}$.

Si l'on néglige la distorsion dans les réactions (K^- , π^-) et utilise un potentiel d'oscillateur harmonique, la probabilité de production de Λ sans recul sur un état d'oscillateur i de nombre quantique n_i peut s'écrire

$$P^R(n_i) = \exp[-(2n_i+1)q^2/2M_\Lambda E_\Lambda] \quad (5.8)$$

La quantité E_Λ représente l'espacement moyen des niveaux de l'oscillateur harmonique et q est le moment de recul de la particule Λ . En utilisant par exemple l'approximation harmonique d'un potentiel de Saxon-Woods

$$-V_0/(1+\exp(\frac{r-R}{a})) = -V_0(1-\frac{r}{R})^2 = -V_0 + \frac{1}{2} M_\Lambda \omega^2 R^2 \quad (5.9)$$

l'espacement moyen est alors

$$E_\Lambda = \hbar \omega_\Lambda = \left(\frac{2\hbar^2 V_0}{M_\Lambda a^2} \right)^{1/2} \quad A^{-1/3} \quad (5.10)$$

Les intensités relatives sans recul et quasi-libre

($P^{QL}(n_i) = 1 - P^R(n_i)$) calculées avec une loi de la forme eq(5.8) l'espacement étant donné par (5.10), reproduisent assez bien les résultats donnés dans la Table 4.

La contribution totale des transitions sans recul, sommée sur tous les nombres quantiques n_i s'écrit

$$P^R = \exp\left\{-\sum_i (2n_i+1)q^2/2M_\Lambda E_\Lambda\right\} \quad (5.11)$$

Utilisant la même approximation d'oscillateur harmonique l'intensité des transitions sans recul s'écrit

$$P^R = \exp[-r_0^2 q^2/2] \quad (5.12)$$

indépendant du nombre de masse A du noyau cible, résultat en accord avec celui de la Table 4. Par contre, aucune loi simple pour les transitions quasi-libres ne peut être déduite. En conséquence, la dépendance en A du nombre effectif de neutrons ne semble pas simple.

La comparaison dans la fig.(18) du nombre effectif de neutrons expérimental et calculé (une fois renormalisé sur le ^{12}C) indique une loi de la forme $A^{0.40}$. Il pourrait sembler plus judicieux de chercher une dépendance en nombre de neutrons du noyau cible puisque la réaction d'échange d'étrangeté a lieu sur les neutrons du noyau, mais les incertitudes tant expérimentales que théoriques rendent cette alternative prématurée.

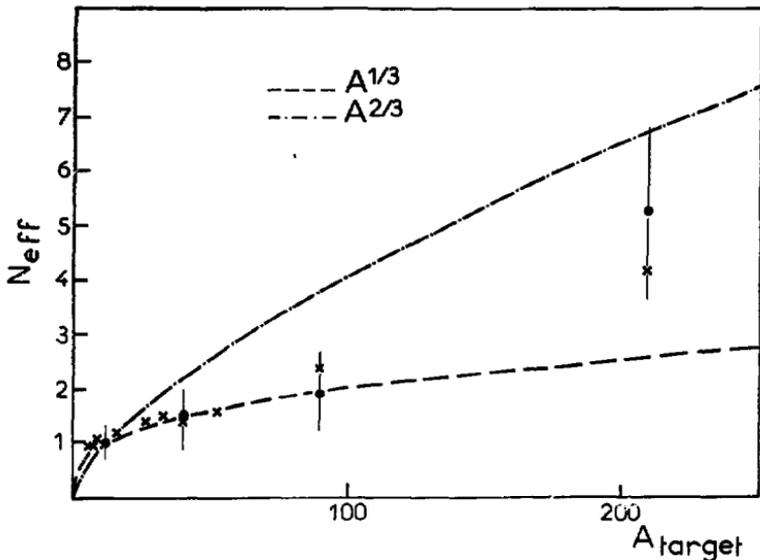


Fig.18 Nombre effectif de neutrons tracé en fonction du nombre de masse du noyau cible. Les points expérimentaux sont ceux de la réf. 4

Une possibilité pour étudier la dépendance du N_{eff} est de revenir à la règle de somme explicite en section (3)

$$N_{eff} = \frac{N}{A} \int \tau(b) \exp[-\bar{\sigma}T(b)] d^2b \quad (5.13)$$

Les valeurs numériques de N_{eff} dépendant très fortement du choix de la densité nucléaire[8]. Deux types de densité ont été utilisés conduisant aux résultats présentés Table 4.

Dans le premier cas, une densité de Fermi a été utilisée, dans le second cas une densité uniforme. Les paramètres sont choisis de façon à reproduire les rayons carrés moyens des noyaux cibles. Dans le cas d'une densité uniforme, $\rho = 3/(4\pi r_1^3 A)$ le calcul de N_{eff} est analytique et s'écrit[8]

$$N_{eff} = \frac{6N}{A} \left\{ 1 - (1+wA)^{1/3} + \frac{(wA)^{1/3}}{21} \right\} e^{-wA^{1/3}} / w^3 \quad (5.14)$$

avec $W = \frac{3\bar{G}}{2m_0}$, de l'ordre de 1.5 dans les conditions expérimentales actuelles.

On peut noter que dans le cas de la densité de Fermi, la plus réaliste, les valeurs calculées sont supérieures à celles discutées précédemment ce qui confirme que le calcul du nombre effectif de neutrons en utilisant la règle de somme surestime le résultat. La dépendance en A est cependant sensiblement la même, une fois appliqué un facteur de renormalisation global à 0.5. Par contre, la densité uniforme donne une loi en $A^{1/3}$, assez différente de ce qui est observé expérimentalement. Ceci confirme l'influence de la surface dans l'évaluation de la section efficace de production. C'est lié à la valeur assez élevée de la section efficace totale K^*N ou Π^*N . Il semble cependant hors de propos actuellement que de la comparaison théorie expérience on puisse déduire une loi de production non ambiguë

6. Formation d'hypernoyaux Σ

Il est assez naturel de se demander si une spectroscopie hypernucléaire similaire à celle des particules Λ est aussi possible avec d'autres hyperons, en particulier les particules Σ . On a déjà remarqué que l'hyperon Σ peut se désintégrer par interaction forte dans la matière nucléaire et on ne peut pas s'attendre à ce que des états hypernucléaires Σ vivent aussi longtemps que des particules Σ libres. Néanmoins, ces états peuvent être suffisamment étroits pour pouvoir être observés et c'est une des raisons de la recherche de tels états pour le groupe du CERN.

En fait, la manière la plus évidente de production d'hypernoyaux Σ serait de rechercher des productions du type sans recul. Auquel cas un moment incident de 400 MeV/c ou moins serait le plus indiqué (voir figure 1). Malheureusement, à un tel moment l'intensité des faisceaux de kaons actuels est beaucoup trop faible pour permettre une expérience significative. Un projet est cependant en cours au CERN. Dans ces conditions, la première tentative d'observation d'hypernoyaux Σ a été faite dans le programme d'hypernoyaux Λ avec un moment incident égal à 720 MeV/c.

Dans les réactions du type (K^-, π^-) trois types de réactions sont possibles



Les sections efficaces différentielles vers l'avant ($\cos \theta_{CM} > 0.90$) [59] sont données dans la fig. (19). Pour un moment incident de 720 MeV/c la production de particule Σ^0 n'est pas négligeable par rapport à la production de particule Λ . Par contre, la production de particule Σ^+ est un ordre de grandeur plus faible et dans ce cas peut être négligée.

Si les pions sont détectés à l'avant, le moment transfert de la réaction (6.1) est d'environ 130 MeV/c (comparé à 40 MeV/c pour la réaction (2.1)). En conséquence, même si les états hypernucléaires Σ sont suffisamment étroits, de nombreux états quasi libres vont apparaître, qui risquent de masquer la production sans recul. C'est en partie pour cette raison que des noyaux cibles légers ont été choisis, puisque l'on sait que dans le cas de noyaux légers, la production sans recul d'hypernoyaux Λ a la plus grande probabilité. En outre, le choix d'une cible de ${}^9\text{Be}$ s'avère judicieux puisque dans le cas de l'hypernoyaux ${}^9\text{Be}$, il existe deux forts pics étroits, bien séparés par une largeur de 11 Mev. L'espoir est que si la formation d'hypernoyaux Σ ressemble à

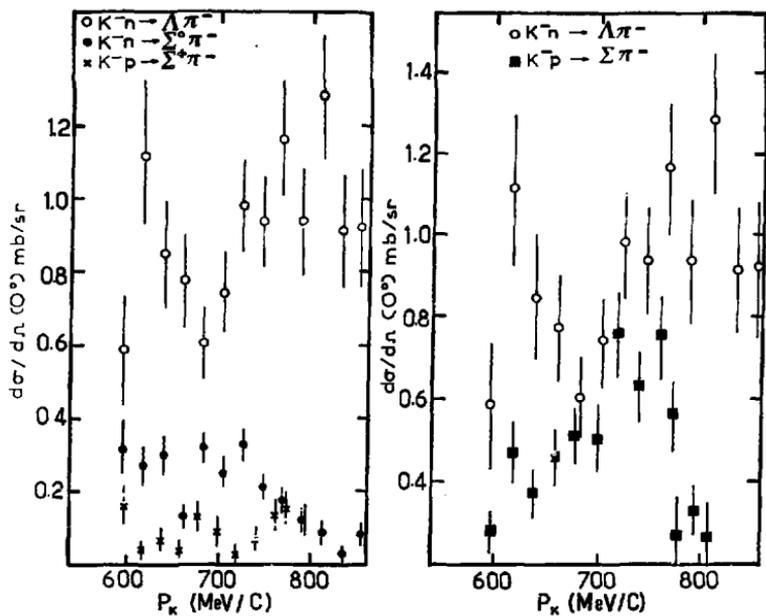


Fig. 19 Section efficace différentielle vers l'avant $KN \rightarrow YN$ en fonction du moment incident.

celle d'hypernoyaux Λ , leur signature sera assez facile à reconnaître.

Les résultats obtenus au CERN [60] sont donnés fig.20, d'une part en fonction de l'énergie de transformation $M_{HY} - M_{\Lambda}$ et d'autre part en fonction de l'énergie de liaison de la particule Λ .

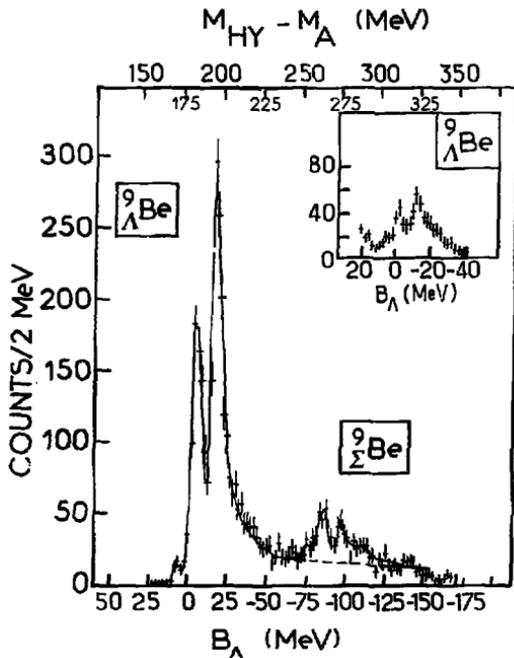


Fig.20 Production d'hypernoyaux Λ et Σ en fonction de l'énergie de liaison et de l'énergie de transformation, dans le cas du ${}^9\text{Be}$ (adapté de la ref. [60])

Il est intéressant de remarquer que décalée d'environ 80 MeV vers la droite, ce qui correspond à la différence de masse entre les particules Λ et Σ apparaît une structure similaire à celle du spectre de production de ${}^A_{\Sigma}\text{Be}$ et qu'il est naturel d'assigner à la production de ${}^A_{\Sigma}\text{Be}$ par la réaction ${}^A_Z(K^-, \bar{N})_Z^A$. La largeur des pics γ est d'environ 8 MeV et la section efficace de production est, environ le quart de la section efficace de production de ${}^A_{\Sigma}\text{Be}$, ce qui est compatible avec le rapport des sections efficaces libres. Les intensités relatives des 2 pics apparaissant dans ${}^A_{\Sigma}\text{Be}$ sont inversées par rapport à ce qui existe dans ${}^A_{\Lambda}\text{Be}$ et ceci peut être une conséquence de la production bien plus forte de transitions quasi-libres, ou plus vraisemblablement de règles de sélection en spin et isospin [61].

En fait, il est beaucoup plus instructif de comparer directement les spectres hypernucléaires Λ et Σ et pour cela il faut s'affranchir des différences de masse. A cet effet, une échelle d'énergie plus adaptée que l'échelle de transformation d'énergie a été utilisée (voir fig.21) consistant à prendre

$$\Delta B_{NY} = (M_{HY} - M_A) - (M_Y - M_N) = B_N - B_Y \quad (6.2)$$

où Y représente l'hyperon Σ ou Λ , les B représentant les énergies de liaison. Si l'interaction hyperon-noyau est la même pour les particules Λ ou Σ les états hypernucléaires correspondant doivent avoir le même ΔB_{NY} .

En fait, il y a un décalage de 3 MeV en énergie pour les états hypernucléaires Σ relativement aux états hypernucléaires Λ . C'est une indication que l'interaction Σ -noyau est différente de l'interaction Λ -noyau.

Rien ne permet pour l'instant de dire si cette différence provient du terme central ou du terme spin-orbite. Une estimation dans le modèle du gaz de Fermi [62] permet d'obtenir une profondeur égale à 21 MeV pour le terme central. En outre, une étude des niveaux des atomes Σ utilisant un potentiel optique linéaire dans la densité nucléaire donne une profondeur de 26 MeV pour la partie réelle [63]. Dans ces deux cas, le terme spin-orbite est supposé être nul. Par contre, un terme spin-orbite supérieur ou de l'ordre du terme spin-orbite nucléaire conduirait à un terme central Σ -noyau du même ordre que celui de Λ -noyau. C'est une des conclusions obtenues par Firner [43] qui outre les résultats déjà discutés conclut aux valeurs suivantes

$$V_{\Sigma}^{LS} = \frac{4}{3} V_N^{LS} \quad \text{et} \quad V_{\Sigma}^{VC} = V_{\Lambda}^{VC} = \frac{2}{3} V_N^{VC} \quad (6.3)$$

Les données sont pour l'instant trop rares et trop préliminaires pour permettre de confirmer ou non ces estimations. Il serait intéressant de pouvoir produire des hypernucleaux ${}_{\Sigma}^{16}\text{O}$ de façon à donner à un début de réponse concernant le terme spin-orbite. En effet, la récente étude détaillée de Gal et Dover sur la largeur des états hypernucleaires [61] montre que la présence possible de structures dans ${}_{\Sigma}^{16}\text{O}$ dépend très fortement de l'intensité du terme spin-orbite. On est donc ramené à la nécessité d'utiliser des faisceaux de kaons de plus faible moment incident de façon à avoir une chance appréciable de séparer les états sans recul du bruit de fond.

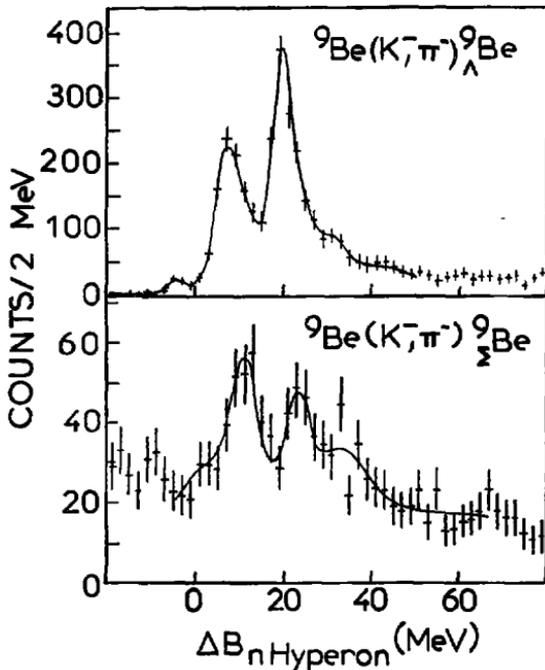


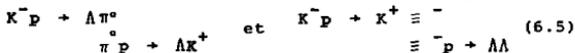
Fig. 21 Production d'hypernucleaux Λ et Σ en fonction de la différence des énergies de liaison nucléon et hyperon (adapté de la réf [60])

Une autre voie ouverte est l'étude de réactions du type $\Lambda^2(Z^-, \pi^+) \Sigma(Z-2)$ qui ont lieu sur des protons du noyau, par la réaction élémentaire



La section efficace élémentaire est du même ordre de grandeur que celle de $K^- n + \Lambda \bar{n}$ (voir fig.19). La production d'hypernoyaux Σ^- est une autre source d'informations pour l'interaction Σ -noyau, mais les premiers résultats expérimentaux obtenus au CERN [64] sont pour l'instant très difficiles à interpréter, même si l'observation d'un pic pourrait être la signature d'un état d'isospin $T = 2$ [61]. En outre, la présence de trois états de charge pour la particule Σ complique le problème de l'étude de l'interaction Σ -noyau, relativement à celle de l'interaction Λ -noyau. Le projet d'un faisceau de kaons de 450 MeV/c donne cependant l'espoir que les connaissances acquises depuis quelque temps avec les hypernoyaux Λ seront d'une grande utilité pour la compréhension des hypernoyaux Σ .

Il ne faut pas clore cette revue sur les hypernoyaux sans signaler que actuellement outre les hypernoyaux d'étrangeté $S = -1$ il existe aussi des hypernoyaux d'étrangeté $S = -2$. Seuls deux exemples d'hypernoyaux double Λ ($\Lambda\Lambda$) ont été observés par les techniques d'émulsion nucléaire (${}^6\text{He}$ et ${}^{10}\text{Be}$) [65]. Il serait intéressant de former des hypernoyaux $\Lambda\Lambda$ par des réactions du type (K^-, K^+)



Des faisceaux d'intensité plus fortes sont nécessaires et la section efficace totale de production vers l'avant est attendue de l'ordre de $4\mu\text{b}$, mais seulement de quelques nb pour la production d'un état particulier [66].

Cette étude pourrait donner une confirmation des prédictions du modèle des sacs sur l'existence d'un dibaryon étrange $B = 2$, $S = -2$, appelé H [67]. Ce serait en outre une manière d'étudier l'interaction Λ - Λ et de façon plus générale l'interaction baryon-baryon. Ce type d'expériences n'est cependant pas attendu avant quelques années.

7. Conclusion

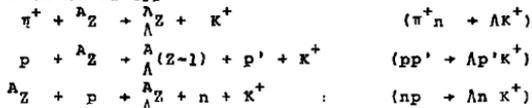
Si cette revue était suffisamment claire et bien structurée, elle se passerait de conclusion. Les points importants qui ont été soulignés au cours de cette étude devraient en principe ressortir, de même que les difficultés rencontrées. En fait, il semble plus utile de résumer en quelques lignes les quelques remarques déjà faites dans les sections précédentes

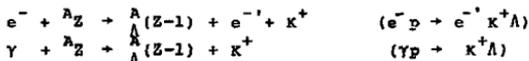
i) Les réactions avec échange d'étrangeté (K^-, π^-) sont depuis quelque temps et vraisemblablement pour quelques années encore l'outil le plus puissant pour faire de la spectroscopie hypernucléaire. Si les états hypernucléaires ainsi formés ont vraiment des configurations simples du type une particule Λ -un trou neutron alors leur étude déjà faite et celle à venir, en espérant une meilleure résolution expérimentale en énergie devraient apporter de plus amples informations sur le spin et la parité de ces états. Les distributions angulaires (K^-, π^-) l'étude des raies γ dans les noyaux et les expériences ($K^-, \pi^- \gamma$) [68,69] sont une voie dans cette direction.

ii) La principale différence jusqu'à maintenant observée entre l'interaction Λ -noyau et l'interaction N-noyau semble être la dépendance en spin. Le terme spin-orbite et le terme spin-spin sont, pour la particule Λ , en simplifiant à l'extrême, un ordre de grandeur plus faible que pour le neutron. Cela devrait permettre de déduire de façon relativement sûre l'interaction effective Λ -N à utiliser pour une particule Λ dans le noyau et par suite de déterminer le lien qui existe entre l'interaction nue et l'interaction effective pour une quasi particule.

iii) La production d'hypernoyaux Σ légers et le développement attendu de cette nouvelle voie dans un avenir proche doivent permettre de déterminer l'interaction Σ noyau par comparaison avec l'interaction Λ noyau et d'en déduire sa dépendance en isospin.

iv) Mais outre l'étude des réactions (K^-, π^-) des mesures de diffusion élastique de K^- et de π^- sont nécessaires pour déterminer indépendamment les paramètres des potentiels optiques correspondant. Des expériences sont en cours à Brookhaven. Une autre possibilité offerte pour la production d'hypernoyaux, due à la plus grande intensité actuellement en service des pions, protons, ions lourds, ... est l'étude de réactions du type





Ces réactions ont déjà été étudiées soit théoriquement soit expérimentalement [70] sans que pour l'instant rien de très concluant n'apparaisse. En fait, elles souffrent en général d'un défaut majeur : soit le moment de transfert est bien supérieur au moment de Fermi, soit la section efficace de production est très faible de l'ordre du nb ou moins. Auquel cas la signature d'états hypernucléaires est pour l'instant problématique. Cela reste du domaine de la génération à venir.

Remerciements

Cette revue n'aurait pu exister sans l'aide de nombreux collègues. Je tiens en particulier à remercier le groupe Heidelberg, Saclay, Strasbourg et plus spécialement R. Bertini, P. Birien, W. Brückner, H. Catz, K. Kilian, B. Mayer, et B. Povh pour la patience avec laquelle ils m'ont expliqué les résultats expérimentaux. Je tiens à remercier H.C. Chiang, A. Gal, J. Hüfner, Nguyen van Giai, H.A. Weidenmüller pour leurs conseils et les nombreuses discussions que nous avons pu avoir.

REFERENCES

- 1 M. Danysz et J. Pniewski, *Phil. Mag.* 44 (1953) 348
- 2 a) M. Juric, G. Bohm, J. Klabuhn, U. Krecker, F. Wysotzki, G. Coremans-Bertrand, J. Sacton, G. Wilquet, T. Cantwell, F. Esmael, A. Montwill, D.H. Davis, D. Kielczewska, T. Pniewski, T. Tymieniecka et J. Zakrewski, *Nucl.Phys. B* 52 (1973) 1
- b) T. Cantwell, D.H. Davis, D. Kielczewska, J. Zakrewski, M. Juric, U. Krecker, G. Coremans - Bertrand, J. Sacton, T. Tymieniecka, A Montwill et P. Moriarty, *Nucl. Phys.* A236(1974) 445
- c) S.A. Bunyatov, V.V. Lyukov, V.M. Sidorov et V.A. Yarba, *Sov. Jour. Nucl. Phys.* 28 (1978) 222
- 3 J. Pniewski et D. Zieminska, *Nukleonika* 23 (1978) 797 et références
- 4 B. Povh, *Reports on Progress in Physics* 39 (1976) 824
Ann. Rev. Sc. 28(1978) 1
 Eight Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure Vancouver (1979) *Nucl.Phys.* A335(1980) 233
- 5 a) M.I. Podgoretskii, *JETP* 44 (1963) 695
- b) H.J. Lipkin, *Phys. Rev. Lett.* 14(1965) 18
- c) H. Feshbach et A.K. Kerman, *Preludes in Theoretical Physics*, North Holland (1966)
- 6 B. Povh, *Zeit. Phys.* A279(1976) 159
- 7 J. Hüfner, S.Y Lee et H.A. Weidenmüller, *Phys. Lett.* 49B (1974) 409
- 8 R.E. Dalitz et A. Gal, *Phys. Lett.* 64B (1976) 154
- 9 a) N. Auerbach, Nguyen Van Giai et S.Y Lee, *Phys. Lett.* 68B (1977) 225
- b) N. Auerbach et Nguyen Van Giai, *Phys. Lett.* 90B(1980) 354
- 10 M.A. Faessler, G. Heinzelmann, K. Kilian, U. Lynen, H. Piekarz J. Piekarz, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter, B. Schürlein, H.W. Siebert, V. Soergel, A. Wagner et A.H. Walenta, *Phys. Lett.* 46B (1973) 468
- 11 a) G.C. Bonazzola, T. Bressani, E. Chiavassa, G. Dellacasa, A. Fainberg, M. Gallo, N. Mirfakhrai, A. Musso et G. Rinaudo, *Phys. Rev. Lett.* 34 (1975) 683

- b) G.C. Bonazzola, T. Bressani, R. Cester, E. Chiaavassa, G. Dellacasa, A. Fainberg, N. Mirfakhrai, A. Musso et G. Rinaudo, Phys. Lett. 53B (1974) 297
- c) G.C. Bonazzola, E. Chiaavassa, G. Dellacasa, M. Gallio, A. Musso, G. Rinaudo et T. Bressani, Nuovo Cimento 45A (1978) 300
- 12 d) W. Brückner, M.A. Faessler, K. Kilian, U. Lynen, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter, B. Schürlein, H. Schröder et A.H. Waelenta, Phys. Lett. 55B (1975) 107
- b) W. Brückner, B. Granz, D. Ingham, K. Kilian, U. Lynen, J. Niewisch, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter et H. Schröder, Phys. Lett. 62B (1976) 481
- c) W. Brückner, M.A. Faessler, T.J. Ketel, K. Kilian, J. Niewisch, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter, M. Uhrmacher, P. Birien, H. Catz, A. Chaumeaux, J.M. Durand, B. Mayer, J. Thirion, R. Bertini et O. Bing, Phys. Lett. 79B (1978) 157
- d) R. Bertini, O. Bing, P. Birien, W. Brückner, H. Catz, A. Chaumeaux, J.M. Durand, M.A. Faessler, T.J. Ketel, K. Kilian, B. Mayer, J. Niewisch, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter et M. Uhrmacher, Phys. Lett. 83B (1979) 306
- e) R. Bertini, O. Bing, P. Birien, H. Catz, A. Chaumeaux, J.M. Durand, B. Mayer, W. Brückner, M.A. Faessler, T.J. Ketel, K. Kilian, J. Niewisch, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter, M. Uhrmacher et A. Bouyssy, Eight Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure. Vancouver (1979) et à paraître.
- 13 R.E. Chrien, M. May, H. Palevsky, R. Sutter, P. Barnes, S. Dytman, D. Marlow, F. Takeuchi, M. Deutsch, R. Cester, S. Bart, E. Hungerford, T.M. Williams, L.S. Pinsky, B.W. Mayes et R.L. Stearns, Phys. Lett. 89B (1979) 31
- 14 A. Bouyssy, Nucl. Phys. A290 (1977) 324
- 15 H.C. Chiang et J. Hüfner, Phys. Lett. 84B (1979) 393
- 16 C.B. Dover, A. Gal, G.E. Walker et R.E. Dalitz, Phys. Lett. 89B (1979) 25
- 17 J.P. Schiffer et H.J. Lipkin, Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 708
- 18 A. Bouyssy et J. Hüfner, Phys. Lett. 64B (1976) 276
- 19 J. Hüfner, S.Y. Lee et H.A. Weidenmüller, Nucl. Phys. A234 (1974) 429
- 20 A. Bohr et B. Mottelson, Nucl. Structure, Vol. I, W.A. Benjamin Inc. (1969)

- 21 A. Bouyssy,, Phys. Lett. 84B(1979) 41
- 22 A. Gal, Nato Advanced Study Institute in Nuclear Theory, Banff (1978)
- 23 R.H. Dalitz et A. Gal, Phys. Rev. Lett. 36(1976) 362
- 24 A. Bouyssy, Phys. Lett. 91B(1980) 15
- 25 J.W. Ehlers et S.A. Moszkowski, Phys. Rev. C6(1972) 217
- 26 R.C. Herndon et Y.C. Tang, Phys. Rev. 159(1967) 853
ibid. 165(1968) 1093
- 27 R.H. Dalitz, R.C. Herndon et Y.C. Tang, Nucl. Phys. B47
(1972) 109
- 28 M. Bedjidian, E. Descroix, J.Y. Grossiord, A. Guichard,
M. Guskow, M. Jacquin, M.J. Kudla, H. Piekarz, J.R. Pizzi
et J. Pniewski, Phys. Lett. 83B(1979) 252
- 29 a) D. Zieminska et R.H. Dalitz, Nucl.Phys. A238(1975) 453
b) D. Kielczewska, D. Zieminska et R.H. Dalitz, Nucl. Phys.
A333 (1980) 367 et références
c) R.H. Dalitz et A. Gal, Ann. Phys. 116(1978) 167
- 30 J.D. Walecka, Ann. Phys. 63(1971) 219
- 31 Particle Data Group, Rev. Mod. Phys. 48(1976) 51
- 32 P. Jenni, P. Baillon, C. Bricman, M. Ferro-Luzzi, J.M. Perreau
R.D. Tripp, T. Ypsilantis, Y. Declais et J. Seguinot,
Nucl. Phys. B105(1976) 1
- 33 G.N. Epstein, F. Tabakin, G.M. Vincent, A. Gal et L.S. Kisslinger,
Phys. Rev. C17(1978) 1501
- 34 L.S. Kisslinger et Nguyen Van Giai, Phys. Lett. 72B(1977) 19
- 35 J.D. Walecka, Nuovo Cim. 16(1960) 362
- 36 J. Lemons, C. Mayeur, J. Sacton, P. Vilain, G. Wilquet, D. Stanley, P. Allen,
D.H. Davis, E.R. Fletcher, D.A. Carbutt, M.A. Shaikat, J.F. Allen,
M.A. Bull, A.P. Conway et P.V. March, Phys. Lett. 18(1965) 354
- 37 a) J. Rozynek et J. Dabrowski, Phys. Rev. C20(1979) 1612
b) J. Dabrowski, Nukleonika 23(1978) 875
- 38 M M. Nagels,, T.A. Rijken et J.J. de Swart, Phys. Rev.
D12(1975) 744, ibid. D15(1977) 2547; ibid. D20(1979) 1633
- 39 a) D.M. Rote et A.R. Bodmer, Nucl. Phys. A148(1970) 97
b) A.R. Bodmer et D.M. Rote, Nucl. Phys. A201(1973) 145
- 40 A. Gal, Adv. Nucl. Phys. 8(1975) 1.
- 41 J.D. Walecka, ANN. Phys. 83(1974) 491.

- 42 a) R. Brockmann et W. Weise, Phys. Rev. C16(1977) 1282
 b) R. Brockmann et W. Weise, Phys. Lett. 69B(1977) 167
 c) R. Brockmann, Phys. Rev. C18(1978) 1510 et thèse non publiée (1977)
- 43 H.J. Firner, Phys. Lett. 85B(1979) 190
- 44 a) C. De Tar, Phys. Rev. D17(1978) 323
 b) M.B. Kislinger, Phys. Lett. 79B(1978) 474
- 45 G.E. Brown et A.D. Jackson, The Nucleon-nucleon interaction, North Holland (1976)
- 46 J.V. Noble, Phys. Lett. 89B(1980) 325
- 47 a) A. Gal, J.M. Soper et R.H. Dalitz, Ann. Phys. 63(1971) 53
 ibid. 72(1972) 445
 ibid. 113(1978) 79
 b) T.Y. Lee, S.T. Hsieh et C.T. Chen-Tsai, Phys. Rev. C2(1970) 366
- 48 F. Mujib, M. Schoeb, Q.N. Usmani et M.E.R. Khan, J. Phys. G5(1979) 541
- 49 a) G. Alexander, U. Karshow, A. Shapira, G. Yekutieli, R. Engelmann, B. Filthuth et W. Lughofer, Phys. Rev. 173(1968) 1452
 b) B. Sechi-Zorn, B. Kehoe, J. Twitty et B. Burnsstein, Phys. Rev. 175(1968) 1735
- 50 a) A. Bamberger, M.A. Faessler, U. Lynen, H. Piekarczyk, J. Piekarczyk, J. Pniewski, B. Povh, H.G. Ritter et V. Soergel, Nucl. Phys. B60(1973) 1
 b) M. Bedjidian, A. Filipkowski, J.Y. Grossiord, A. Guichard, M. Gusakow, S. Majewski, H. Piekarczyk, J. Piekarczyk et J.R. Pizzi, Phys. Lett. 62B(1976) 62
- 51 J.L. Friar et B.F. Gibson, Phys. Rev. C18(1976) 908
- 52 a) R.H. Dalitz et F. von Hippel, Phys. Lett. 10(1964) 153
 b) R.H. Dalitz, Kaon nuclear interaction and hypernuclei, Zvenigorod (1977)
- 53 A. Deloff, Phys. Rev. C20(1979) 1528
- 54 S. Cohen et D. Kurath, Nucl. Phys. A101(1967) 1
- 55 B. Fagerström, J. Källne, O. Sundberg et G. Tibell, Physica Scripta 13(1976) 101
- 56 Heidelberg-Saclay-Strasbourg collaboration (1980) à paraître
- 57 H.J. Lipkin, Summer Study Meeting on Nuclear and Hypernuclear Physics and Kaon beams, Brookhaven (1973)
- 58 F. Petrovich, B. Mc Manus, V.A. Madsen et J. Atkinson, Phys. Rev. Lett. 22(1969) 895

- 59 a) R. Armenteros, P. Baillon, C. Bricman, P. Ferro-Luzzi, E. Pagiola, J.O. Petersen, D.E. Plane, N. Schmitz, E. Burkhardt, H. Filthuth, E. Kluge, H. Oberlack, R.R. Ross, R. Barloutaud, P. Granet, J. Meyer, J.P. Porte et J. Prevost, Nucl. Phys. B21(1970) 15
 b) V. Hepp, O. Braun, R.J. Grimm, H. Ströbele, C. Thöl, T.J. Thouw, D. Capps, F. Gandini, C. Kiesling, D.E. Plane et W. Wittek, Nucl. Phys. B115(1976) 82
- 60 R. Bertini, O. Bing, P. Birien, W. Brückner, H. Catz, A. Chaumeaux, J.M. Durand, M.A. Faessler, T.J. Ketel, K. Kilian, B. Mayer, J. Niewish, B. Pietrzyk, B. Povh, H.G. Ritter et M. Uhrmacher, Phys. Lett. 90B(1980) 375
- 61 a) A. Gal et C. Dover, Phys. Rev. Lett. 44(1980) 379
 b) A. Gal, Int. Conf. on Hypernuclear and Low energy kaon Physics, Jablonna (1979)
 c) L.S. Kisslinger, Phys. Rev. Lett. 44(1980) 968
- 62 R. Bertini, Second Int. Conf. on Meson Nuclear Physics, Houston (1979)
- 63 a) C.J. Batty, S.F. Biagi, M. Blecher, S.D. Hoath, R.A.J. Riddle, B.L. Roberts, J.D. Davies, G.J. Pyle, G.T.A. Squier et D.M. Asbury, Phys. Lett. 74B(1978) 27
 b) C.J. Batty, Phys. Lett. 87B(1979) 324
- 64 B. Mayer, Int. Conf. on Hypernuclear and Low energy Kaon Physics, Jablonna (1979)
- 65 a) M. Danysz, K. Garbowska, J. Pniewski, T. Pniewski, J. Zakrzewski, E.R. Fletcher, J. Lemonne, P. Renard, J. Sacton, W.T. Toner, D.O. Sullivan, T.P. Shah, A. Thompson, P. Allen, Sr. M. Heeran, A. Montwill, J.E. Allen, M.J. Beniston, D.H. Davis, D.A. Garbutt, V.A. Bull, R.C. Kumar et P.V. March, Nucl. Phys. 49(1963) 121
 b) D.J. Prowse, Phys. Rev. Lett. 17(1966) 782
- 66 C. Dover, Int. Conf. on Hypernuclear and Low energy Kaons Physics, Jablonna (1979)
- 67 R.L. Jaffe, Phys. Rev. Lett. 38(1977) 195
- 68 M. Bedjidian, E. Descroix, J.Y. Grossiord, J.R. Pizzi, A. Guichard, M. Gusakov, M. Jäcquin, M.J. Kudla, H. Piekarz, J. Piekarz et J. Pniewski, Eight Int. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Vancouver (1979)
- 69 J.C. Herrera, J.L. Kolata, H.W. Kramer, C.L. Wang, R. Allen D. Gockley, M.A. Hasan, A. Kanofsky et G. Lazo, Phys. Rev. Lett. 40(1978) 158
- 70 a) V.N. Fetisov, M.I. Kozlov et A.I. Lebedev, Phys. Lett. 38B(1972) 129
 b) S. Calzavara et L.H. Schick, Phys. Rev. C12(1975) 507
 c) K.J. Nield, T. Bowen, G.D. Cable, D.A. Delise, E.W. Jenkins, R.M. Kalbach, R.C. Noggle et A.E. Pifer, Phys. Rev. C13(1976) 1263
 d) G.A. Sokol, Kaon nuclear interaction and hypernuclei, Zvenigorod (1977)

LES COUCHES INTERNES DANS LES NOYAUX LOURDS.

S. GALES

- I Introduction
- II Les couches interne de grand moment orbital.
Les réactions ($^3\text{He},\alpha$)
- III Interprétation théorique et questions ouvertes
- IV Les perspectives d'avenir
- V Remerciements
- VI Bibliographie

Les couches internes dans les noyaux lourds.

1. Introduction

On sait depuis longtemps étudier la répartition des nucléons d'un noyau sur les orbitales les plus externes (couche de valence, située près de la mer de Fermi). En arrachant un neutron ou un proton des sous-couches externes d'un noyau A , on forme le noyau $A-1$ dans différents états discrets d'énergie.

La preuve directe de l'existence des couches "internes" ou "profondes" de protons a été obtenue, il y a une vingtaine d'années, en étudiant les chocs quasi libres (réactions p , $2p$) de protons de haute énergie (150-200 MeV) sur des noyaux légers [1]. Cette même méthode relayée récemment par l'utilisation des réactions (e , $e'p$) a été appliquée à l'identification des couches $1s$, $1p$, $2s$, $1d$ dans différents noyaux légers et moyens (^{16}O , ^{28}Si , ^{40}Ca , etc.) jusqu'à la masse $A = 60$ environ [2]. Très vite, les résolutions en énergie et la sélectivité très faible de ce genre d'approche ont limité son extension dans les noyaux lourds.

De plus, la réalité de l'existence des couches "internes" dans des noyaux lourds pouvait sérieusement être mise en doute. En effet, dans un noyau il y a une variation globalement linéaire de l'énergie de liaison totale avec le nombre de nucléons et une profondeur $V(r)$ de potentiel moyen indépendant de A , alors que le rayon varie comme $A^{1/3}$. Dans ces conditions, plus le noyau est lourd, plus les couches internes de nombres quantiques différents se resserrent en énergie (Fig.1).

Il s'agit là d'une question très importante touchant à la validité du modèle en couches, ou du moins à sa limite, lorsqu'on parle d'orbitales situées dans le puits de potentiel à des énergies de l'ordre de 10 à 30e de la profondeur du puits.

Le deuxième aspect fondamental de cette problématique est celui de la modification profonde de cette configuration particulièrement simple à "1 trou" due au mélange avec des configurations plus complexes de même spin et parité qui apparaissent à des énergies voisines ($2t-1p$, $3t-2p$, etc.). L'étalement en énergie de configuration simple due au mélange avec une densité très grande d'états compliqués adjacents (Fig.2) est là encore un exemple typique de "structure intermédiaire" au même titre que ceux déjà connus en physique nucléaire (résonances géantes, états analogues, etc.).

Ce n'est que récemment (1974) que le pick up profond d'un neutron (et de manière plus limitée de proton) au moyen de réactions de sélectivité différente en $t(^3\text{He}, \alpha)$, (p, d) , (d, t) ont permis d'établir la réalité de telles excitations. Ces expériences conduites dans de nombreux laboratoires (Orsay-Grenoble, Osaka, MSU, Groningen, Indiana) ont été largement stimulées par la production de particules d'énergie incident relative élevée (40 à 200 MeV), de bonne résolution en énergie et d'émission [3].

2. Les couches internes de grand moment orbital. Les réactions ($^3\text{He}, \alpha$).

Les spectres des noyaux résiduels d'une réaction de transfert d'un neutron perdent rapidement de leur simplicité au-delà de quelques MeV d'énergie d'excitation (voir Fig. 2).

On voit apparaître, selon la réaction, l'énergie incidente du projectile, les qualités de résolution de l'appareillage expérimental mis en oeuvre, une densité croissante de pics qui se poursuit par des structures plus ou moins larges superposées à un fond continu.

Quelles sont alors les informations physiques que l'expérimentateur cherche à extraire ? Il s'agit, en première approximation, de l'énergie moyenne \bar{E} (reliée à l'énergie de séparation du neutron dans l'orbite considérée), de la force spectroscopique S (reliée au degré de remplissage en neutrons de cette orbitale) enfin de la largeur Γ qui décrit l'extension en énergie de la distribution des fragments.

Les structures de différentes sous-couches internes sont attendues dans le même domaine d'énergie d'excitation. Il est donc essentiel de choisir une réaction sélective autant que possible d'une orbite particulière. Ces dernières années ont vu les réactions ($^3\text{He}, \alpha$), qui favorisent les structures associées au plus grand moment orbital l dans chaque noyau étudié, prendre une importance grandissante. On voit sur la figure 3 l'excitation sélective dans les noyaux $^{117,123}\text{Sn}$ du pic $1g_{9/2}$ à 5.3 MeV au moyen de la réaction ($^3\text{He}, \alpha$) à 205 MeV d'énergie incidente (synchro d'Orsay) [4]. Les figures 4a, 4b, 4c montrent le résultat obtenu dans la même réaction sur des noyaux voisins ($^{111}\text{Sn}, ^{115}\text{Sn}, ^{119}\text{Sn}$) pour le même domaine d'énergie d'excitation ($E_x \sim 3$ à 6 MeV) au moyen du faisceau du Tandem et du spectromètre split-pole [5]. Les structures larges ($\Gamma \sim 1$ MeV) fortement excitées à haute énergie incidente étaient composées d'un

nombre relativement restreint de pics. On dit que l'on a mis en évidence la "structure fine" de ce type d'excitation dans le noyau.

Notons enfin que la comparaison de différentes expériences de pick up sensibles à différentes composantes de moment angulaire ont un intérêt important dans l'interprétation des résultats. Les résultats de ces dernières années ont démontré la réalité physique de certaines couches internes de neutrons dans un certain nombre de noyaux allant du ^{12}C au ^{208}Pb .

Dans quelle mesure cette réalité correspond-elle à l'image théorique attendu ?

3. Interprétation théorique et questions ouvertes.

Deux grandes séries de questions importantes pour notre compréhension de la structure des noyaux sont d'ores et déjà ouvertes par les données actuelles.

3.1) Les structures de couche interne expérimentalement localisées (par rapport à un continu indifférencié) épuisent-elles toute la force spectroscopique des couches "théoriques", leur énergie moyenne est-elle reproduite par la théorie, au moins pour les noyaux à couche fermée pour lesquels on dispose de prédictions ?

On s'attend, en première approximation, à ce que la force spectroscopique concentrée dans la structure d'une couche interne soit égale au maximum à $(2j+1)$ où j est le moment angulaire total de la couche. Or le pourcentage R de la force mesurée expérimentalement par rapport à cette limite maximum est en général de l'ordre de 30% à 60% (couche $1f_{7/2}$, $1g_{9/2}$, $1h_{11/2}$ respectivement dans les noyaux de ^{89}Zr , ^{115}Sn et ^{207}Pb). Est-ce une indication des limites du modèle en couche ou un défaut d'analyse ?

Le modèle de réaction nucléaire utilisé pour extraire la force suppose celle-ci concentrée sur un niveau étroit. Approximation acceptable pour les états de valence à 1 trou, elle est beaucoup plus discutable pour des structures de 1 à 5 MeV de largeur en énergie. De surcroît l'énergie de séparation peut devenir grande par rapport à la profondeur du puits de potentiel (10 à 30%) et s'il y a fragmentation chaque composante n'emporte qu'une toute petite fraction de la force (quelque %). On est loin des conditions d'application idéales du modèle de réaction. Question ouverte !

L'intensité de ces structures est obtenue après soustraction d'un fond continu (voir Fig.4a). Le mécanisme de population de ce continu est loin d'être décrit dans la théorie actuelle des réactions nucléaires. Une partie de la force peut être mélangée à ce continu ou étalée vers les hautes énergies d'excitation. On ne peut exclure d'autre part que l'on atteigne la limite de validité du modèle en couches dans la mesure où une partie de cette force serait étalée sur des dizaines de MeV.

3.2.) Comment interpréter l'étalement et la fragmentation de ces excitations. Quelle dépendance avec la structure du noyau ?

Revenons à la couche interne $1g_{9/2}$ dans les isotopes de l'étain (Fig.4a,b,c). On observe très nettement une variation de largeur moyenne (ou étalement) et une évolution de la fragmentation. Celle-ci est très marquée pour $A = 111$ et 115 tandis que pour $A = 119$, on observe plutôt une large bosse modulée par une structure fine d'états étroits. Dans d'autres cas, on n'observe plus de sous-structures significatives.

Une première interprétation de l'étalement en énergie des couches internes peut se comprendre qualitativement en faisant appel directement à la notion de densité de niveaux. Plus celle-ci est élevée, plus l'étalement devrait être grand. Or cette densité augmente très rapidement avec l'énergie d'excitation et globalement avec le nombre de nucléons. C'est le jeu des interactions résiduelles entre nucléons qui mélange la configuration à 1 trou avec ceux plus compliqués adjacents (elles-mêmes liées à la densité de niveaux). Un modèle statistique simple explique la tendance des largeurs observées pour les isotopes de l'étain. Mais cette densité varie brusquement d'un noyau à l'autre pour le même nombre de nucléons si on a une stabilité accrue due à une fermeture de couche ou de sous-couche proton ou neutron. On comprend ainsi l'étalement plus grand de la structure $1g_{9/2}$ observée dans le $^{121}_{52}\text{Te}$ par rapport à celle d'un noyau à couche fermée de proton de même masse tel que $^{120}_{50}\text{Sn}$.

Récemment deux approches théoriques ont permis de faire un pas décisif dans l'interprétation de la fragmentation et de l'étalement des couches internes dans les noyaux lourds.

Le groupe de Dubna [7] a expliqué la variation de la fragmentation avec le nombre de masse dans les isotopes de l'étain en utilisant un modèle semi-microscopique de couplage quasiparticule-phonons. Leurs résultats sont

comparés aux mesures expérimentales de la Réf.5 dans la Fig.5. Un accord tout à fait raisonnable est obtenu pour la première fois en ce qui concerne des états nucléaires à haute énergie d'excitation dans le noyau. Les auteurs de ces calculs mettent en avant la nécessité de couplage des états de quasiparticules aux états collectifs de basse et haute énergie du noyau et l'importance de couplage aux phonons de multipolarité élevée ($\lambda \geq 3$).

Giai et Bernard [8] ont calculé la fragmentation des états dans le ^{207}Pb en utilisant le champ moyen Hartree-Fock pour générer les états à une particule et le couplage particule-vibration (calculs RPA pour les états collectifs). Leurs résultats sont comparés dans la Fig.6 à ceux déduits de 2 expériences récentes de pick-up de neutron pour les couches internes $h_{9/2}$ et $h_{11/2}$. Si l'on excepte le décalage en énergie entre les valeurs expérimentales et théoriques, ce type d'approche reproduit de manière générale une fragmentation proche de celle observée expérimentalement.

On pourrait douter a priori que les propriétés de structure nucléaire moins générales (distributions en énergie des configurations dans un noyau, énergie et force des modes de vibration, déformation statique) soient susceptibles de modifier fortement d'un noyau à l'autre le comportement des structures larges associées aux couches internes. L'exemple étudié en détail des "bosses" $1g_{9/2}$ des $^{113},^{115}\text{Sn}$ fragmentés en un nombre restreint de pics différents, montre que la réponse est positive au moins dans certains cas. Les modifications rapides de la largeur et de la position des structures $h_{11/2}$ des noyaux de samarium (pour les neutrons et protons) apportent un autre exemple positif (Fig.7) : l'effet de la déformation.

4. Les perspectives d'avenir.

Au-delà des études préliminaires engagées ces dernières années, l'étude systématique des structures de couches internes en vue de dégager les paramètres essentiels qui déterminent la localisation, l'étalement et la fragmentation de ces couches est encore à ses débuts.

Des développements expérimentaux nouveaux s'engagent :

- L'étude comparée de différentes réactions de pick-up de neutrons dans des domaines d'énergie d'excitation très larges (0-20 MeV) avec des résolutions en énergie adaptées au problème. Les accélérateurs de bonne émittance (mesure aux petits angles) et d'énergie élevée et variable (50-200 MeV) et les spectromètres de haute résolution à large plage d'analyse sont les éléments essentiels de la réussite

- L'utilisation des faisceaux de protons et deutons polarisés (réactions (\vec{p},d) ou (\vec{d},t)) permettront de mesurer le spin total de la couche ou sous-couche ainsi localisé, de tester le degré de mélange dans le domaine considéré des différentes orbitales et d'approfondir notre connaissance sur le mécanisme de réactions peuplant de telles structures. Une première expérimentale a permis de démontrer que le spin J de la structure large peuplé vers 5.5 MeV d'énergie dans la réaction $^{120}\text{Sn}(\vec{p},d)^{119}\text{Sn}$ (voir Fig.7) a 89 MeV d'énergie incidente [9] était bien $J = 9/2$. L'assymétrie mesurée dans cette réaction pour le pic correspondant au pick-up d'un neutron $1g_{9/2}$ est présentée dans la Fig.8 et est comparée aux résultats d'un calcul DWBA pour les hypothèses $J = 7/2$ et $9/2$. Le résultat obtenu est en bon accord avec l'hypothèse $J = 9/2$ ce qui a permis d'établir de façon inamalgue que de telles structures sont constituées de niveaux de même spin et parité $J = 9/2$.

- On cherche par ailleurs à mettre en évidence d'autres types de structure qui pourraient traduire l'importance de certaines configurations à 2 ou plusieurs trous de neutrons dans les couches internes. Une première indication a été fournie récemment par l'étude de la réaction (p,t) sur les isotopes des étains (Fig.9) où la structure observée à haute énergie d'excitation ($E_x \sim 8$ MeV) pourrait être due au pick-up "profond" de 2 neutrons des couches internes $1g, 2p, 1f$. Des études comparées des réactions (p,t) sur les cibles d'étain pair et (p,d) sur les Sn impairs conduisant au même noyau final (voir Fig.9) ont permis d'établir que ces structures étaient dues au pick-up d'un nucléon de valence et d'un nucléon "profond" [3,10]. Un modèle simple traitant l'interaction de pairing entre les 2 nucléons permet [10] d'expliquer ces excitations dans différentes chaînes d'isotopes (Sn,Cd,Te,Sm,etc...).

- L'accession aux modes de décroissance (particules, γ) par des mesures de multiplicité ou de corrélation angulaire devrait permettre, en principe, de distinguer les phénomènes qui procèdent du rapt d'un neutron ou proton sur une orbitale déterminée de ceux peuplant le fond continu sous-jacent ; ces modes de décroissance doivent être aussi caractéristiques du couplage du trou aux configurations collectives qui produisent le mélange (fragmentation et étalement).

En conclusion, l'étude des couches internes vise à étendre notre compréhension de la structure microscopique du noyau basée sur le modèle en couche, dans des régions d'énergie d'excitation jusque là inexplorées. Les résultats actuels et à venir ne manqueront pas de stimuler des progrès théoriques parallèles à la fois dans le mécanisme de réaction, la prédiction des largeurs de ces

structures. Les calculs actuels concluent à des valeurs trop petites de la largeur de structures

5. Remerciements

L'ensemble des travaux présentés dans cet article a été fait en collaboration avec de nombreux physiciens de diverses institutions et laboratoires. En particuliers, le groupe de Michigan State University comprenant G.M. Crawley, W. Benenson, J. Kasagi, D. Weber et B. Zwieglinski. Le groupe de l'IPN d'Orsay, E. Gerlic, H. Langevin-Joliot, J. van de Wiele, G. Duhamel, G. Berrier-Ronsin et M. Vergnes et enfin la collaboration Orsay-MSU et Indiana (D. Friesel et A. Bacher) par les expériences (p,d) à 88 MeV d'énergie incidente. Je voudrais aussi remercier G. Bertsch (MSU), O. Bohigas N.V. Giai et V. Bernard (IPN d'Orsay) pour les fructueuses discussions que nous avons eues sur l'interprétation théorique de nos résultats.

6. Bibliographie

- [1] G. Jacob and Th. A.J. Maris, Rev. Mod. Phys. 45 (1973) 6.
- [2] J. Mougey, Nucl. Phys. A355 (1980) 35.
- [3] G.M. Crawley, Proc. Int. Conf. on Structure of Medium theory Nuclei, Rhodes, 1979, ed. "Demokritos" Tandem accelerator group (The Institute of Physics, Bristol and London 1979) p.127 and references here in.
- [4] J. Van de Wiele, E. Gerlic, H. Langevin-Joliot and G. Duhamel, Nucl. Phys. A297 (1978) 67.
- [5] E. Gerlic, G. Berrier-Ronsin, G. Duhamel, S. Gales, E. Hourani, H. Langevin-Joliot, M. Vergnes and J. Van de Wiele, Phys. Rev. C21 (1980) 124.
- [6] S. Gales, G.M. Crawley, D. Weber and B. Zwiegliniski soumis à Phys. Rev. Lett.
- [7] V.G. Soloviev, Ch. Stoyanov and A.I. Vdovin, Nucl. Phys. A342 (1980) 261
- [8] N. Van Giai, Proc. of Int. Symp. on Highly excited in Nuclear Reactions, OSAKA, may 1980 (publication en cours)
- [9] G.M. Crawley, J. Kasagi, S. Gales, E. Gerlic, D. Friesel and A. Bacher soumis à Phys. Rev. Lett.
- [10] G.M. Crawley, S. Gales, D. Weber, B. Zwiegliniski, W. Benenson, D. Friesel, A. Spicer and A. Bacher, Phys. Rev. C22(1980) 316. et G.M. Crawley, W. Benenson, G. Bertsch, S. Gales, D. Weber and B. Zwiegliniski (publication en cours à Phys. Rev. C.).

Légende des Figures.

- Fig.1 Représentation schématique du puit de potentiel pour les noyaux de ^{28}Si et ^{208}Pb . Les bandes hachurées symbolisent les couches dans ces noyaux.
- Fig.2 a) Représentation schématique des niveaux à une particule dans les couches de Valence et les couches internes du noyau. b,c) Densité des niveaux plus complexe (2 trous-1 part) ou (3 trous- 2 part). La figure du bas représente le spectre observé si l'on tient compte des interactions résiduelles.
- Fig.3 Spectres d'énergie observés dans l'étude des réactions $^{118,124}\text{Sn}(^3\text{He},\alpha)^{117,123}\text{Sn}$ à 205 MeV d'énergie incident. On note vers 5.5 MeV d'énergie d'excitation la forte population d'un pic large correspondant à la couche interne de neutron $1g_{9/2}$ (Orsay Synchro cyclotron 1974)
- Fig.4 Evolution de la fragmentation et de l'étalement de la structure observée vers 5.0 Mev dans les isotopes de l'étain en fonction du nombre de masse. On met en évidence la structure finie associé à ce mode d'excitation. La résolution en énergie est de l'ordre de 35 Kev (Orsay Tandem MP 1977).
- Fig.5 Comparaison entre la distribution de force à un trou $(1g_{9/2})^{-1}$ calculée (trait plein) et expérimentale (trait pointillé) par 2 isotopes de l'étain $A=115$ et $A=119$. Les centroïdes d'énergie (E), forces spectroscopiques totales (N) et largeur d'étalements (Γ) sont comparés dans les tableaux joints aux figures.
- Fig.6 Comparaison entre la distribution de la force à un trou $(3h_{9/2})$ et $(1h_{11/2})$ dans le ^{207}Pb calculée par Gial et Bernard (note T) et les distributions expérimentales notées (A) et (B) - Notez le décalage de l'échelle horizontale E_x (MeV) entre les résultats théoriques et expérimentaux.
- Fig.7 Evolution en fonction du nombre de masse de la structure large (notée A ou B dans la figure) pour les isotopes du Sm. Spectres obtenus lors de l'étude des réactions $^{144,146,152}\text{Sm}(^3\text{He},\alpha)$ à 70 MeV (MSU 1978).
- Fig.8 Spectre d'énergie mesuré dans la réaction $^{120}\text{Sn}(^3\text{p},d)^{119}\text{Sn}$ à 89 MeV d'énergie incidente (INDIANA 1979-1980) avec faisceau de protons polarisés. Noté l'asymétrie observée dans l'intensité du pic A suivant que la direction du spin est "haut" ou "bas".-
- Fig.9 Asymétrie mesurée lors de l'étude de la réaction $^{120}\text{Sn}(^3\text{p},d)^{119}\text{Sn}$ pour le pic noté A dans la Fig.8 (pts expérimentaux). Le résultat est comparé à ceux d'un calcul DWBA pour les hypothèses $J = 9/2$ et $J = 7/2$.- Cette expérience a

permis de mesurer de manière inambigue le spin $J = 9/2$ de la structure large A observé dans le spectre de la fig.8.

Fig.10 Spectre d'énergie obtenu dans les réactions de pick-up de 2 nucléons $^{117,119}\text{Sn}(p,t)$ à 42 MeV (bas de la figure). On observe vers 8.5 MeV d'énergie d'excitation une structure large fortement excitée. La partie haute de la figure montre les spectres d'énergie obtenus dans l'étude des réactions $^{117,119}\text{Sn}(p,d)$ conduisant aux mêmes noyaux finaux.

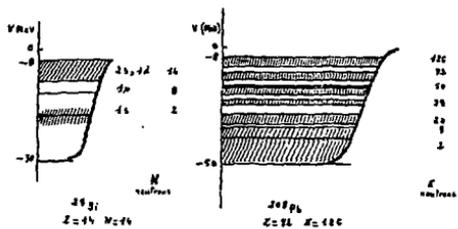


Fig 1

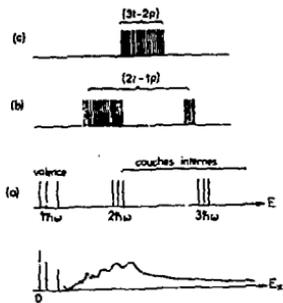
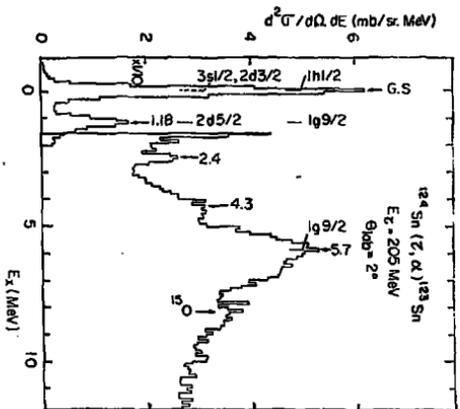
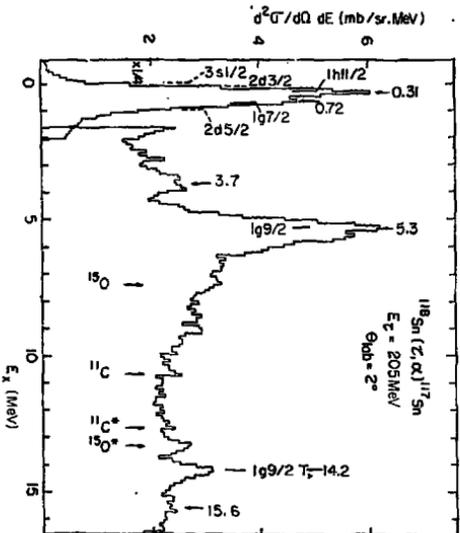


Fig 2

Fig. 3



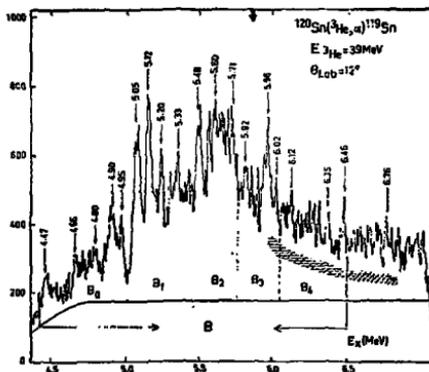
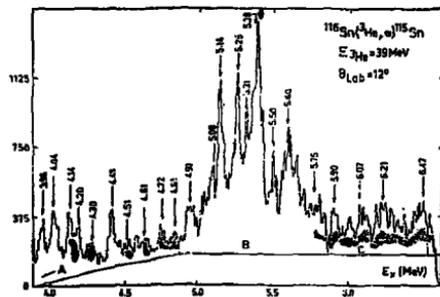
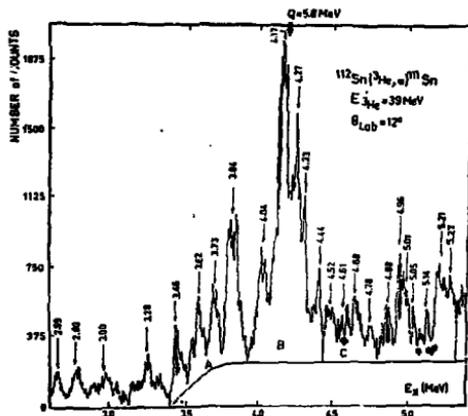


Fig 4

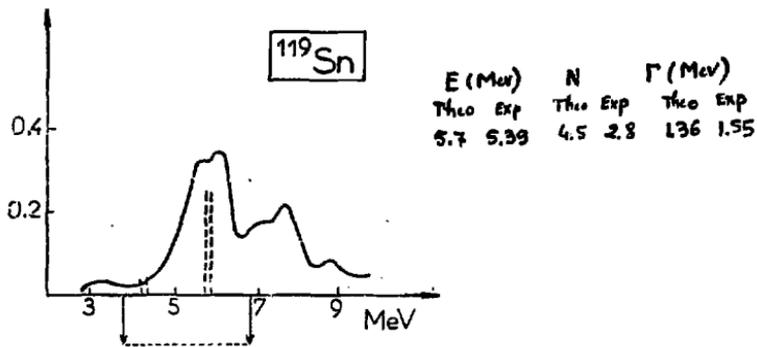
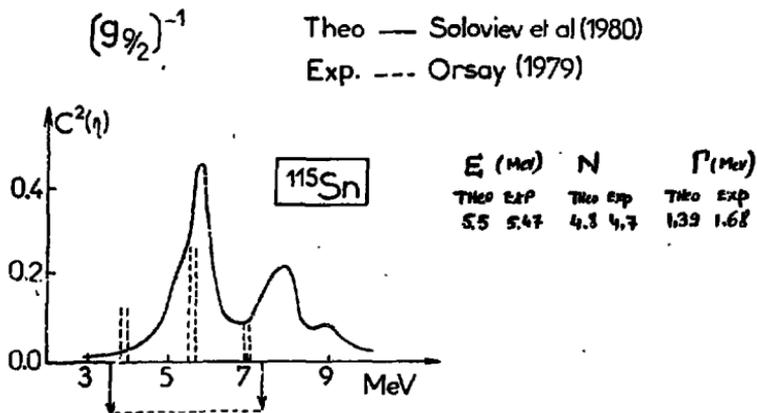


Fig 5

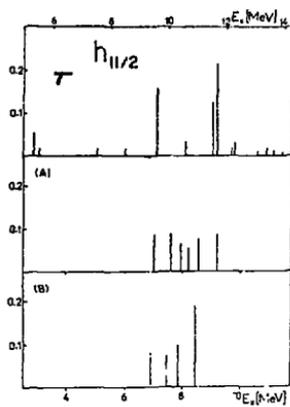
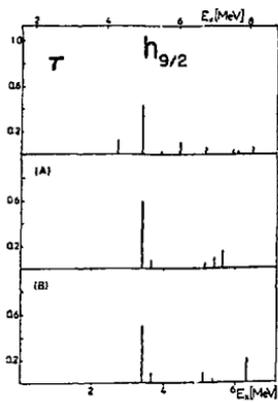
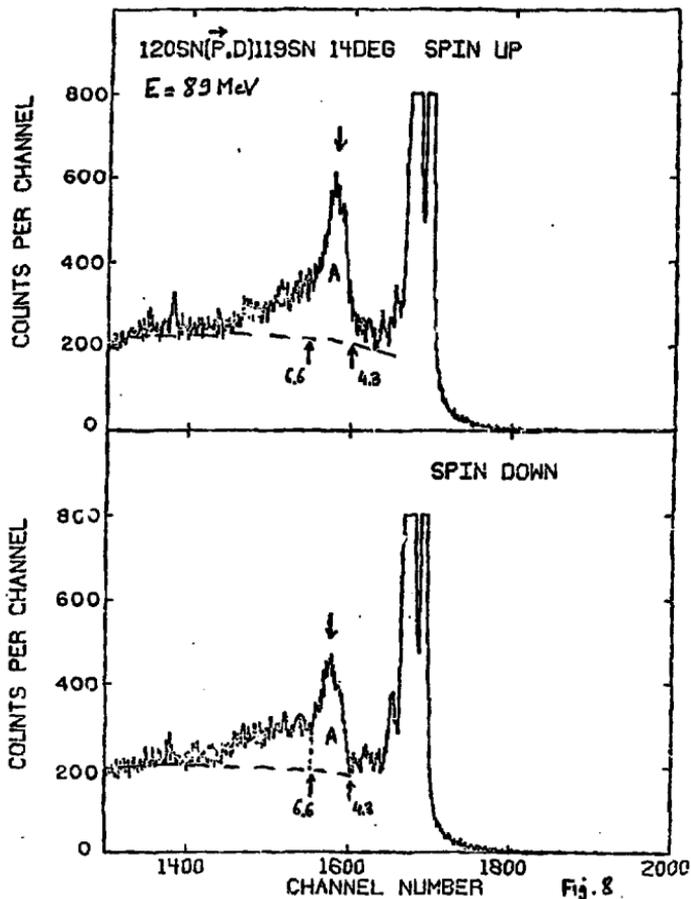
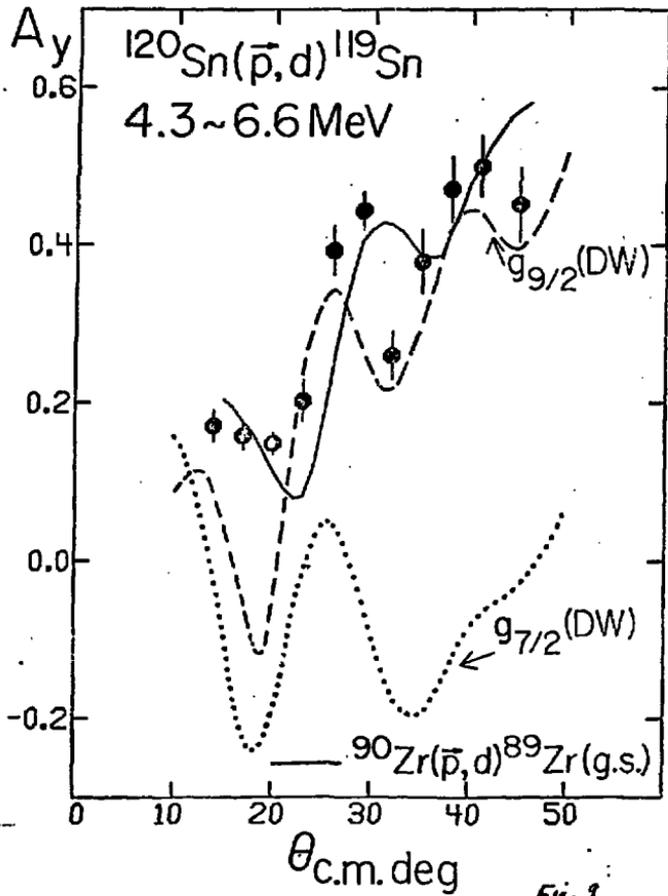


Fig 6





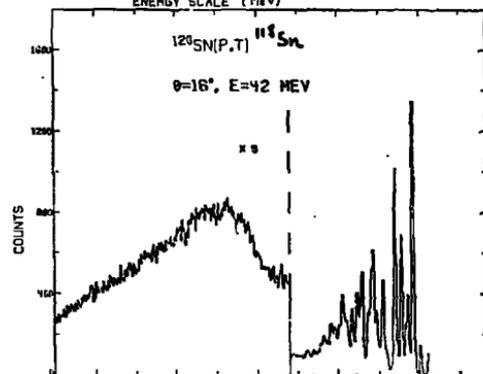
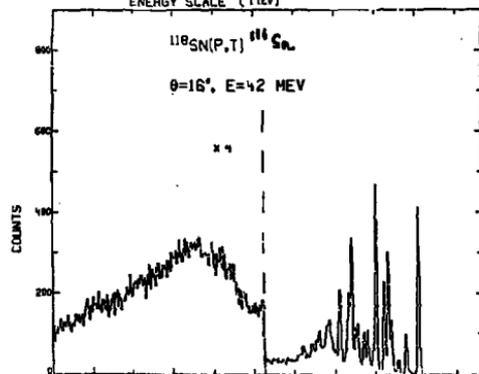
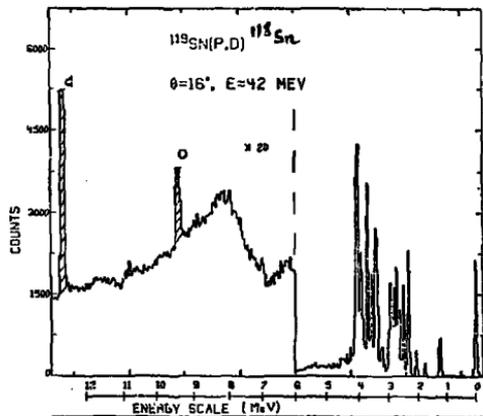
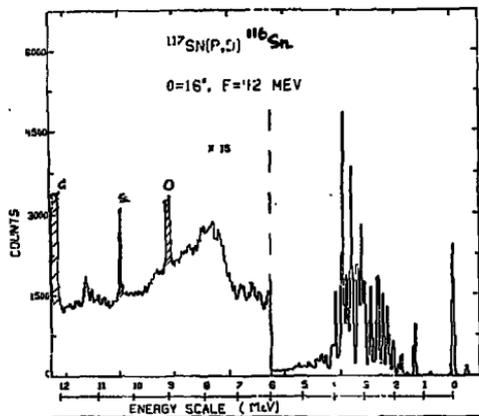


Fig 10