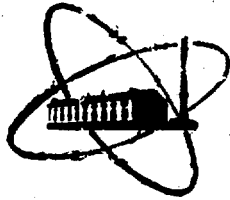


ФЭИ-1104



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

508106190

В. С. ФЕДОТОВСКИЙ

**Об инерционных и демпфирующих
свойствах двухфазной пузырьковой смеси,
содержащей поверхностно-активные
вещества**

Обнинск — 1980

ФЭИ - 1104

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В.С. Федотовский

ОБ ИНЕРЦИОННЫХ И ДЕМПИРУЮЩИХ СВОЙСТВАХ ДВУХФАЗНОЙ
ПУЗЫРЬКОВОЙ СМЕСИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫЕ
ВЕЩЕСТВА

Обнинск-1980

Аннотация

Рассмотрены колебания сферических пузырьков в жидкости в предположении, что наличие поверхностно-активных веществ обеспечивает граничное условие прилипания жидкости на их поверхности. Получены соотношения для инерционной и диссипативной сил сопротивления, учитывающие стесненность движения пузырьков в колеблющейся жидкости. На основании уравнения колебательного движения пузырьков получена формула для динамической плотности двухфазной смеси, учитывающая объемное газосодержание смеси, размеры пузырьков, вязкость жидкости и частоту колебаний. Рассмотрены колебания тела с полостью, содержащей двухфазную пузырьковую смесь и получено соотношение для коэффициента гидродинамического демпфирования, обусловленного диссипативными потерями в пограничных слоях на колеблющихся относительно жидкости пузырьках. Полученные результаты распространяются на случай колебаний трубопроводов с протекающим двухфазным пузырьковым потоком.

Г. Введение

При расчете собственных частот колебаний упругих конструкций содержащих жидкость или окруженных жидкостью, инерционность, обусловленная наличием жидкости, учитывается путем добавления некоторой массы жидкости к собственной массе конструкции. Например, при расчете изгибных колебаний конструкций типа трубопроводов или балок собственные частоты определяются по формуле

$$\omega_n = \left(\frac{\alpha_n}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{M+m}}, \quad (I.I)$$

где M — собственная масса трубопровода (балки) на единицу длины, m — масса жидкости в трубопроводе или присоединенная масса жидкости на единицу длины трубопровода или балки, l — длина,

α_n — коэффициент, зависящий от способа закрепления концов балки и номера n тона колебаний [1].

Большое практическое значение для расчета колебаний различных конструкций в жидкости имеет и другая важнейшая характеристика любой колебательной системы — демпфирование колебаний, обусловленное диссипативными потерями в жидкости, окружающей конструкцию. В ряде случаев гидродинамическое демпфирование может существенно превосходить конструкционное демпфирование, обусловленное потерями энергии в материале конструкции или в местах ее закрепления и играть определенную роль при расчете амплитуды колебаний под действием переменных нагрузок. Результаты исследования гидродинамического демпфирования колебаний некоторых типов конструктивных элементов приведены в работах [2 — 4], однако, в целом, вопросы гидродинамического демпфирования колебаний конструкций, погруженных в жидкость, исследованы недостаточно.

Особый интерес представляют исследования колебаний различных конструктивных элементов, содержащих двухфазную смесь. В настоящее время исследования вибраций таких упругих элементов как трубопроводы с двухфазным потоком или стержневых элементов, обтекаемых двухфазным потоком, находятся в начальной стадии.

Как и в случае с однофазной жидкостью, наиболее важными характеристиками необходимыми для расчета собственных частот и амплитуд вибраций являются динамические свойства двухфазных смесей.

Следует отметить, что замена двухфазной смеси, имеющей истинную плотность $\rho_{см} = \rho_m (1 - \alpha) + \rho_r \alpha$, где α — объемное га-

зосодержания смеси, на некоторую однородную жидкость с такой же плотностью в случае колебаний приводит к завышению инерционного воздействия смеси на колеблющиеся конструктивные элементы [5].

Таким образом, при расчете динамического воздействия двухфазной пузырьковой смеси на конструктивный элемент целесообразно использовать не истинную плотность двухфазной смеси, а некоторую эффективную плотность, называемую ниже динамической плотностью.

В работе [6] показано, что отличие динамической плотности двухфазной смеси от истинной плотности обусловлено подвижностью пузырьков, т.е. их поступательными движениями относительно окружающей жидкости. Этими относительными колебаниями обусловлена и демпфирующая способность пузырьковой смеси [7].

Модель динамической плотности и демпфирования колебаний рассматривалась в работах [6, 7] на основе потенциальной теории обтекания сферических пузырьков, образующих двухфазную смесь. Такая модель соответствует условию скольжения жидкости на поверхности колеблющихся пузырьков и применима, по-видимому, к весьма чистым жидкостям.

Обычно же жидкость содержит поверхностно-активные вещества (ПАВ), которые могут существенно изменить граничное условие на поверхности движущихся пузырьков. В настоящей работе предполагается, что присутствующие в жидкости поверхностно-активные вещества обеспечивают неподвижность границы пузырька, что позволяет рассматривать их как твердые безмассовые сферы. В отличие от работы [8], где рассмотрены динамические свойства смеси жидкости и твердых частиц с весьма малой объемной концентрацией в настоящей работе не исключается случай двухфазной пузырьковой смеси с достаточно большим объемным газосодержанием.

2. Гидродинамические силы, действующие на колеблющиеся пузырьки.

При колебаниях сферической частицы в вязкой жидкости с амплитудой существенно меньшего радиуса частицы a , сила сопротивления выражается формулой [9]

$$F = \frac{2}{3} \pi \rho a^2 \left(1 + \frac{9}{2} \frac{\delta}{a} \right) \frac{dW}{dt} + 6\pi \mu a \left(1 + \frac{a}{\delta} \right) W, \quad (2.1)$$

где $W(t)$ — мгновенная скорость колеблющейся частицы,

$\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ - характерная толщина колеблющегося пограничного слоя на поверхности колеблющейся частицы, ω - круговая частота колебаний.

Первый член формулы (2.1) соответствует инерционной силе, а выражение перед ускорением dw/dt - присоединенной массе жидкости. В отличие от идеальной жидкости, где присоединенная масса выражается формулой $m = (2/3)\rho\alpha^3$, присоединенная масса вязкой жидкости, как видно из (2.1), увеличивается с ростом вязкости жидкости или с уменьшением частоты колебаний.

Второй член формулы (2.1) соответствует диссипативной силе сопротивления, переходящей в стационарном случае в формулу Стокса. При относительно большой частоте колебаний частицы в мало вязкой жидкости предельное выражение для диссипативной силы сопротивления принимает вид

$$R = \frac{6\pi\mu\alpha^2}{\delta} w. \quad (2.2)$$

Приведенное соотношение (2.1) справедливо для одиночной сферической частицы, колеблющейся в безграничном объеме жидкости. При колебаниях группы частиц гидродинамическая сила существенно зависит от степени стесненности, определяемой объемной концентрацией, или, в случае двухфазной пузырьковой смеси, - истинным объемным газосодержанием α .

В работе [6] на основе модели эквивалентных сферических ячеек были получены соотношения для инерционной и диссипативной составляющих гидродинамической силы. Следует отметить, что в модели ячеек учитывается граничное условие непроницаемости только на рассматриваемом пузырьке, но не учитывается влияние граничного условия на соседних пузырьках, изменяющего течение жидкости в окрестности рассматриваемого пузырька. Тем не менее, можно ожидать, что такая модель в целом довольно полно учитывает стесненный характер течения жидкости в окрестности пузырьков и дает достаточно точный результат. На это указывают также результаты, полученные в работе [3] для колебаний правильных пучков цилиндрических стержней. Примененные модели эквивалентных кольцевых ячеек для расчета присоединенной массы в этом случае дали удовлетворительные результаты для достаточно тесных пучков стержней.

Соотношение для присоединенной массы, полученное в [6], имеет вид (для одного пузырька в смеси)

$$m = \frac{2}{3} \pi \rho a^3 \frac{2\alpha + 1}{1 - \alpha}. \quad (2.3)$$

Близкий к этому результат получен в работе [II] на основе учета парного взаимодействия сферических пузырьков в смеси. Формула (2.3) получена в потенциальном приближении. Учесть влияние вязкости и частоты колебаний частицы на присоединенную массу можно следующим образом. Следуя работе [2] эффективный радиус пузырька следует увеличить на толщину потери энергии в колеблющемся пограничном слое, равную $\delta/2$ и учесть массу жидкости в этом слое $4\pi\rho a^2 \delta/2$. Пренебрегая членами порядка $(\delta/a)^2$, получим

$$m = \frac{2}{3} \pi \rho a^3 \left[1 + \frac{9}{2} \frac{\delta}{a} \frac{1}{(2\alpha + 1)} \right] \cdot \frac{2\alpha + 1}{1 - \alpha}. \quad (2.4)$$

В случае $\alpha = 0$, т.е. при колебаниях одиночного пузырька, выражение (2.4) соответствует первому члену формулы (2.1).

Рассмотрим теперь влияние стесненности на диссипативную составляющую силы сопротивления. Снова следуя работе [6], воспользуемся моделью эквивалентных сферических ячеек.

Легко указать, что основная доля диссипативных потерь при колебаниях твердых сферических частиц имеет место в колеблющихся пограничных слоях, возникающих на их поверхностях. В случае колебаний цилиндрического стержня, окруженного концентрической оболочкой, это показано, например, в работе [2].

При относительно высоких частотах колебаний пузырьков в маловязкой жидкости толщина колеблющегося пограничного слоя $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ будет достаточно малой по сравнению с радиусом пузырька. Принимая в этом случае пограничный слой плоским, определим скорость диссипации в окрестности пузырька, движущегося с мгновенной скоростью $w(t)$.

Мгновенную скорость диссипации в пограничном слое δ на единице поверхности пузырька запишем в виде

$$\dot{E}(t) = - \frac{\rho u_{\theta}^2(r=a+\delta, t)}{\delta}, \quad (2.5)$$

где $u_{\theta}(r=a+\delta, t)$ - тангенциальная составляющая скорости жидкости на внешней границе пограничного слоя. При принятом условии $\delta \ll a$ в качестве u_{θ} может быть использовано соотношение для тангенциальной составляющей скорости идеальной жидкости на поверхности сферы.

При движении пузырька в сферической ячейке с эквивалентным радиусом $\delta = a\alpha^{-1/2}$, распределение тангенциальной составляющей скорости относительно твердой поверхности пузырька имеет вид [6]

$$u_{\theta}(a, \theta, t) = \frac{3}{2} \frac{w(t)}{(1-\alpha)} \sin \theta, \quad (2.6)$$

где θ — угол между направлением движения и рассматриваемой точкой поверхности пузырька.

Подставив (2.6) в (2.5) и проинтегрировав по поверхности пузырька, получим

$$\dot{E}(t) = -\frac{6\pi\mu a^2}{\delta(1-\alpha)^2} w^2(t). \quad (2.7)$$

Диссипативная составляющая силы сопротивления будет, таким образом, равна

$$R = -\frac{1}{2} \frac{\partial \dot{E}}{\partial w} = \frac{6\pi\mu a^2}{\delta(1-\alpha)^2} w. \quad (2.8)$$

При $\alpha = 0$ из формулы (2.8) следует формула (2.2) для одиночной сферы, колеблющейся в безграничном объеме жидкости.

Таким образом, при относительно больших частотах колебаний твердых сферических частиц ($\delta \ll a$), гидродинамическая сила, действующая на одну частицу выражается соотношением, аналогичным (2.1)

$$F = \frac{2}{3} \pi \rho a^3 \frac{2\alpha+1}{1-\alpha} \frac{dw}{dt} + \frac{6\pi\mu a^2}{\delta(1-\alpha)^2} w. \quad (2.9)$$

При схематизации пузырьков сферическими частицами с подвижными границами диссипативная составляющая силы сопротивления имеет вид [6]

$$R = 12\pi\mu a \frac{1+\alpha}{(1-\alpha)^2} w \quad (2.10)$$

и при $\delta \ll a$ дает значительно меньший вклад, чем (2.8).

3. Динамическая плотность и демпфирующее действие двухфазной пузырьковой смеси с ПАВ.

На основании уравнения относительного движения пузырька в колеблющейся со скоростью $u(t) = u_0 \sin \omega t$ жидкости

$$\frac{dw}{dt} + Bw = A \frac{du}{dt} \quad (3.1)$$

в работе [6] получена формула для динамической плотности двухфазной пузырьковой смеси

$$\rho_{\text{дин}} = \rho \left[1 - \frac{\alpha(A+1)\omega^2 + B^2}{\omega^2 + B^2} \right], \quad (3.2)$$

где

$$A = \frac{2(1-\alpha)}{2\alpha+1} \quad \text{и} \quad B = \frac{18\gamma(1+\alpha)}{a^2(1-\alpha)(2\alpha+1)}.$$

В предельном случае $\omega^2 \gg B^2$ из формулы (3.2) следует

$$\rho_{\text{дин}} = \rho \frac{1-\alpha}{2\alpha+1} \quad (3.3)$$

Выражение для параметров A и B , входящих в (3.2) получены при использовании в качестве присоединенной массы соотношения (2.3) а диссипативной силы сопротивления - (2.10).

Если же газовые пузырьки находятся в жидкости содержащей ПАВ схематизировать в виде твердых безмассовых сферических частиц и в качестве диссипативной составляющей силы сопротивления использовать формулу (2.8), то соотношение для параметра B принимает вид (для отличия от приведенной выше формулы используем индекс *)

$$B_* = \frac{9\gamma}{a\delta(1-\alpha)(2\alpha+1)}. \quad (3.4)$$

Рассмотрим демпфирующее действие пузырьков на колебания системы содержащей двухфазную смесь.

Если система совершает колебания со скоростью $u(t) = u_0 \sin \omega t$, то из уравнения движения (3.1) следует, что относительная скорость пузырьков будет равна

$$w(t) = u_0 \frac{A \omega}{\sqrt{\omega^2 + B_n^2}} \sin(\omega t + \gamma), \quad (3.5)$$

где γ - сдвиг по фазе между относительной скоростью пузырьков и скоростью колебательной системы. Подставив (3.5) в (2.7), получим скорость диссипации энергии на одном пузырьке

$$\dot{E}_1 = -\frac{6\pi \mu a^2}{\delta(1-\alpha)^2} \frac{A^2 \omega^2}{(\omega^2 + B_n^2)} u_0^2 \sin^2(\omega t + \gamma) \quad (3.6)$$

Для определения коэффициента демпфирования колебаний системы, связанного с диссипативными потерями в двухфазной смеси, достаточно знать среднюю за период колебания скорость диссипации

$$\bar{\dot{E}}_1 = -\frac{12\pi \mu a^2}{\delta(1+2\alpha)^2} \frac{\omega^2}{(\omega^2 + B_n^2)} u_0^2. \quad (3.7)$$

Учитывая, что в полости колеблющейся коморочки, имеющей объем V содержится $n = 3V\alpha/4\pi a^3$ пузырьков и, следовательно, полная скорость диссипации энергии в смеси $\dot{E} = n \bar{\dot{E}}_1$, найдем коэффициент демпфирования колебаний

$$\xi = -\frac{2\bar{\dot{E}}}{u_0^2} = \frac{18\pi V}{a\delta} \frac{\alpha}{(2\alpha+1)^2} \frac{\omega^2}{(\omega^2 + B_n^2)} \quad (3.8)$$

Аналогичный расчет коэффициента демпфирования в случае двухфазной смеси, образованной чистой жидкостью, дает следующее соотношение [7]

$$\xi = \frac{36\pi V}{a^2} \frac{(1+\alpha)\alpha}{(2\alpha+1)^2} \frac{\omega^2}{(\omega^2 + B_n^2)}. \quad (3.9)$$

Из сравнения (3.8) и (3.9) видно, что при принятых предположениях демпфирующее действие двухфазной смеси содержащей ПАВ существенно выше, чем в смеси, образованной "чистой" жидкостью.

На практике колебательные системы с двухфазной смесью чаще всего представляют упругие конструктивные элементы энергетического или технологического оборудования, обтекаемые двухфазным потоком или, в случае трубчатых элементов, - с двухфазным потоком внут-

ри труб. Исключения составляют резервуары, частично заполненные жидкостью, в которых под действием вибрационных нагрузок может происходить захват газа жидкостью и образовываться более или менее однородная двухфазная смесь [10].

В случае течения двухфазной смеси в колеблющихся трубопроводах или при внешнем обтекании конструктивных элементов можно предположить, что ни скоростные свойства потока, ни гравитационное скольжение фаз в вертикальных каналах не сказываются на динамических свойствах смеси. Из этого следует, что расчет собственных частот колебаний труб с двухфазным потоком, или стержней, обтекаемых двухфазным потоком можно проводить по формуле (1.1), где в качестве M должна использоваться либо динамическая масса двухфазной смеси на единицу длины трубопровода

$$m = \pi R_{\text{вн}}^2 \rho_{\text{см}}, \quad (3.10)$$

где $R_{\text{вн}}$ - внутренний радиус трубопровода, либо присоединенная масса смеси

$$m = \frac{\rho_{\text{см}}}{\rho} m_0, \quad (3.11)$$

где m_0 - присоединенная масса однофазной жидкости для данного стержневого конструктивного элемента.

Аналогичные предположения можно сделать относительно демпфирующего действия двухфазного потока на колеблющиеся конструктивные элементы.

При колебаниях трубопровода с двухфазным пузырьковым потоком формула для коэффициента гидродинамического демпфирования принимает вид (для смеси с ПАВ)

$$\xi = \frac{36 \mu R_{\text{вн}}^2}{\alpha \delta} \frac{\alpha}{(2\alpha + 1)} \frac{\omega^2}{(\omega^2 + B_0^2)}. \quad (3.12)$$

Для "чистой" жидкости формула аналогичная (3.12) получается из (3.9) при замене V на $\pi R_{\text{вн}}^2$.

В случае внешнего обтекания стержневых элементов двухфазным потоком вопрос о гидродинамическом демпфировании колебаний, по-видимому, значительно сложнее.

Поскольку гидродинамическое демпфирование в этом случае имеет место и в однофазном потоке, то пузырьки с одной стороны дают вклад в демпфирование как и неподвижной смеси, а с другой стороны, изменяя гидравлические характеристики потока из-за присутствия второй фазы, косвенно влияют на гидродинамическое демпфирование.

Выводы и замечания.

1. При расчете собственных колебаний конструкций, содержащих двухфазную смесь инерционность смеси должна учитываться не по истинной плотности, а по эффективной динамической плотности.
В случае колебаний конструкций, окруженных двухфазной смесью присоединенная масса также должна рассчитываться по динамической плотности смеси.
2. Отличие динамической плотности двухфазной пузырьковой смеси от истинной плотности обусловлено динамической подвижностью пузырьков. Полученные формулы легко могут быть обобщены на случай двухфазных смесей с частицами, имеющими собственную массу.
3. Двухфазная смесь оказывает сильное демпфирующее действие на колебания конструкций, что обусловлено диссипативными потерями при относительных движениях пузырьков. Схематизация пузырьков в виде сферических частиц с абсолютно подвижной или жесткой поверхностью дает лишь крайние значения возможной демпфирующей способности двухфазной смеси. Возможно, что колебательные движения пузырьков в жидкости, содержащей ПАВ отличаются от стационарного движения, где схематизация их в виде твердых частиц обоснована экспериментально. В случае колебания пузырьков распределение концентрации ПАВ на поверхности пузырьков возможно имеет динамический характер. В результате этого на поверхности пузырька может реализоваться граничное условие неполного проскальзывания.
4. В рассмотренной модели предполагается, что пузырьки несжимаемы. При увеличении частоты колебаний смеси могут возникнуть объемные резонансные колебания пузырьков, существенно влияющие на их поступательные колебания. В общем случае движение пузырьков переменного радиуса должно описываться двумя связанными уравнениями движения; при этом можно ожидать возникновения резонансов и в некоторых средних характеристиках движения двухфазной пузырьковой смеси (виброперемещение, виброперемешивание).

Литература

1. Паллонас В.А., Паллонен А.И. Свободные колебания стержней в жидкости. Вильнюс "МОКСААС", 1978, 122с.
2. Смирновский В.Ф., Федотовский В.С., Кухтин А.Б. О колебаниях цилиндра в вязкой жидкости. - Прикладная механика, 1980, том XVI, №1, с.62-67.
3. Синяевский В.Ф., Федотовский В.С., Кухтин А.Б. Инерционные характеристики и гидродинамическое демпфирование колебаний труб и трубных пучков в жидкости. - Прикладная механика, 1980, т.16, №4, с.136-141.
4. Федотовский В.С. О гидродинамической инерционности и демпфировании колебаний стержневых элементов и оболочек в ограниченных объемах, заполненных жидкостью. - Препринт ФЭИ-962, 1979, Обнинск, 20с.
5. Андреев П.А., Фокин Б.С., Гольдберг Е.Н. Вибрация трубчатого элемента под воздействием продольного двухфазного потока. - Энергомашиностроение, 1976, №2, с. 20-22.
6. Федотовский В.С. Динамические свойства системы тело-газожидкостная суспензия. - Прикладная механика, 1980, т.16, №3, с. 103-108.
7. Федотовский В.С. Динамическая плотность газожидкостной суспензии и гидродинамическое демпфирование колебаний системы тело-газожидкостная суспензия. - Препринт ФЭИ-838, Обнинск, 1978, 16с.
8. Гранат Н.Л. Установившиеся колебания сосудов с двухфазной смесью. - Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, №5, с. 61-64.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М., ГИИТЛ, 1954, 795с.

- Ю. Ганиев Р.Ф., Лапчинский В.Ф. Проблемы механики в космической технологии, М., "Машиностроение", 1978, 119с.
- II. Van Wijngaarden L. Hydrodynamic interaction between gas bubbles in liquid. -J. Fluid Mech., 1976, 77 №1, p. 27-44.



Подписано в печать 23.09.80 г. Т - 15295 формат 60x90 I/16

Офсетная печать Усл.п.л. 0.9 Уч.-изд. 0,6 Тираж 81 экз.

Заказ № 986 Цена 6 коп. Индекс 3624 ФЭИ-1104

Отпечатано в ФЭИ, г.Обнинск

6 коп.

Индекс 3624

