

2
SUB 1084 83

ФЗИ-1086



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

*А. И. ЗИНИН, В. Е. КОЛЕСОВ, А. И. ВОРОПАЕВ,
В. С. КАГРАМАНЯН, А. А. ПРОШКИН*

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
БЫСТРОГО РЕАКТОРА**

(Часть 1. Нейтронно-физические характеристики)

Обнинск — 1990

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

**А.И.Зинин, В.Е.Колесов, А.И.Воропаев,
В.С.Каграманян, А.А.Прошкин**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЫСТРОГО
РЕАКТОРА**

(Часть I. Нейтронно-физические характеристики)

Аннотация

Формулируются физические принципы, положенные в основу алгоритмов пакета прикладных программ комплексного расчета активной зоны быстрого реактора. Изложен эффективный алгоритм расчета основных нейтронно-физических характеристик реактора, работающего в стационарном режиме циклических перегрузок. Записаны формулы для расчета топливной составляющей удельных приведенных затрат, времени удвоения, коэффициента воспроизводства. Обсуждаются основные допущения, принятые для расчета указанных величин.

I. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая математическая модель активной зоны быстрого реактора положена в основу создаваемого пакета прикладных программ. Этот пакет ориентирован на решение двух задач. Во-первых, это задача автоматизации серийных вариантных инженерных расчетов, проводимых на этапе предэскизного и эскизного проектирования АЭС. Во-вторых, оптимизация отдельных узлов установки, а в последующем возможно и всей станции.

Проектирование каждой установки является сложной и многогранной проблемой. Для решения возникающих физических, материаловедческих, теплогидравлических, экономических и других вопросов сегодня привлекается обширный арсенал расчетных моделей. Новые факты и закономерности, получаемые в эксперименте и в процессе эксплуатации работающих установок, вынуждают детализировать описание изучаемых явлений и используемые "узкими" специалистами модели часто очень сложны и трудоемки.

Рассмотренные ниже алгоритмы базируются на относительно простых моделях. Эти модели сложились в процессе многолетней практики проектирования в среде специалистов, работающих в непосредственном контакте с конструктором. Сразу оговоримся, что первый этап создания пакета программы касается в основном построения и реализации математической модели активной зоны. Нет также сомнений в том, что предлагаемая модель нуждается в конструктивной критике.

Реализация рассматриваемого пакета программ при наличии: подробной документации принятых алгоритмов, наглядности и гибкости представления входной и выходной информации, простоте подготовки расчетных вариантов, возможности работы с терминального устройства в диалоговом режиме позволит наиболее эффективно искать взаимосвязи всевозможных параметров, оценивать изменение основных экономических и технических показателей при отклонении от оптимальных условий в силу всякого рода технических ограничений.

Более высокий уровень проектного расчета — комплексная оптимизация отдельных узлов или всей установки. Математически задача оптимизации формулируется в виде задачи нелинейного программирования

[1,2] .

Найти \max (или \min) $f_0(\bar{u})$ при ограничениях

$$f_c(\bar{u}) \leq 0, \quad \underline{\alpha} \leq \bar{u} \leq \bar{\beta}, \quad c \in \bar{1}, \bar{c}$$

Здесь вектор \bar{u} , называемый вектором управления, включает исходные величины расчета, которые можно изменять в допустимых пределах, добиваясь "наилучшего" значения $f_0(\bar{u})$ (целевая функция или критерий оптимизации).

$f_c(\bar{u})$ - физические величины, на которые накладываются естественные или технологические ограничения.

Математическую процедуру получения величин f_0, f_c при заданном векторе управления \bar{u} назовем математической моделью установки.

На практике модель установки удобно бывает разбить на частные оптимизационные подзадачи. В физическом расчете такой подзадачей может быть, например, выравнивание поля энерговыделения изменением отношения обогащений подпиточного топлива в разных зонах реактора, при соблюдении условия $K_{эф} = 1$. В теплогидравлическом и прочностном расчете целевой функцией может быть требование максимальной температуры теплоносителя на выходе из реактора, путем подбора расхода теплоносителя через зоны дросселирования. При этом считаются известными: температура на входе, характеристика насосов первого контура, потери давления на местное сопротивление в нем. Выбранные расходы должны также обеспечивать выполнение ряда ограничений на температуру и прочность элементов конструкции активной зоны.

Разумный выбор таких подзадач и включение их в полную модель установки позволяет исключить многие из ограничений "внешней" оптимизационной задачи и понизить размерность вектора управления. Видимо, только этим путем можно создать программу, оптимизирующую сложную установку на ЭВМ в приемлемое время. Добавим, что для решения частных подзадач могут быть использованы более эффективные методы, чем при решении общей задачи нелинейного программирования.

С учетом сказанного можно уточнить определение математической модели. При формулировке модели для каждой частной подзадачи необходимо:

- а) точно определить, какие величины изменяются в процессе расчета, а какие нет;
- б) точно определить выходной набор функционалов;
- в) задать процедуру расчета выходного набора функционалов.

Рассмотрение указанных вопросов при расчете нейтронно-физических, теплогидравлических, прочностных и экономических характеристик активной зоны быстрого реактора составляет основное содержание данной работы.

II. РАСЧЕТ НЕЙТРОННОГО И ИЗОТОПНОГО ПОЛЯ В РЕАКТОРЕ, РАБОТАЮЩЕМ В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ ПЕРЕГРУЗОК

I. Основные физические допущения

Технико-экономические показатели АЭС обычно оцениваются для стационарного режима работы реактора. Этот режим достигается через 2-3 года после начала работы реактора на мощности (срок эксплуатации АЭС составляет ~30 лет) и характеризуется повторяемостью (конечно, приближительной) всех параметров реактора через перегрузочный интервал (0,5-1 год). Поэтому при проектировании одной из основных задач является расчет (и оптимизация) изменения поля тепловыделения и изотопного состава реактора в течение перегрузочного интервала в стационарном состоянии. Именно эти параметры и определяют основные конструктивные решения узлов установки.

Простейший путь расчета указанных величин состоит в прямом численном моделировании процесса выхода в стационарное состояние. Основной недостаток такого подхода заключается прежде всего в его трудоемкости. Остается также открытым вопрос корректности описания переходного процесса. Последнее обстоятельство связано со сложностью и неоднозначностью реализации его на практике.

Представляется необходимым построение более простого, но математически строгого, алгоритма расчета характеристик реактора в стационарном состоянии, без рассмотрения вопроса о вхождении в этот режим. Одна из таких возможностей рассмотрена ниже.

Примем следующие допущения:

- 1) нейтронный поток в реакторе описывается в многогрупповом диффузионном приближении в $R-Z$ геометрии,
- 2) реактор работает на постоянной заданной тепловой мощности W .
- 3) задан диаметр реактора $2R$ и его высота H .
- 4) заданы размеры кольцевых зон перегрузок толщиной: $\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_n$.

Каждая из зон перегрузок разбита на подзоны по высоте толщиной:

$$\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_m.$$

Таким образом, реактор оказывается разбитым на $n \times m$ геометрических зон.

5) Реактор работает строго циклически. Циклическость обеспечивается идентичными перегрузками, производимыми через время τ .

6) Для поддержания критичности используются удлиняющие или поглощающие компенсаторы. Предполагается, что их состав за время τ не меняется и в перегрузках они не участвуют. В момент времени непосредственно после перегрузки топливные компенсаторы полностью введены в геометрические зоны, а поглощающие - выведены. В процессе работы реактора все компенсаторы движутся синхронно, т.е. доля объема пакетов-компенсаторов в каждой зоне в любой момент времени одинакова.

7) Каждая из геометрических зон может содержать несколько сортов пакетов (например, пакеты с $^{235}\text{UO}_2$ - $^{238}\text{UO}_2$, UC-TRC топливом и пакеты с B_4C для компенсации реактивности). Пакеты всех типов, в том числе пакеты, простоявшие в данной зоне любое количество циклов-длительностью τ , равномерно распределены по зоне.

8) Процедура перегрузок может включать операции двух типов:

а) равномерно-частичная перегрузка кратности K . В каждый момент времени в зоне имеется K групп пакетов, простоявших k моменту перегрузки время: $\tau, 2\tau, \dots, k\tau$. При перегрузке пакеты, простоявшие наибольшее время $k\tau$, заменяются на свежие пакеты.

б) Перегрузка с перестановкой пакетов (каскад перегрузок). Пакеты последней зоны каскада выгружаются из реактора. На их месте ставятся пакеты из предпоследней зоны каскада и т.д. В первую зону каскада загружаются свежие пакеты. Возможен случай перегрузки заданной части пакетов. В этом случае во всех зонах каскада перегружаются пакеты, простоявшие наибольшее количество циклов.

9) В каждой зоне скорость выгорания не зависит от пространственных переменных.

10) Блокированные многогрупповые микроскопические сечения в каждой геометрической зоне в среднестационарном состоянии не зависят от времени.

Введем обозначения.

$\vec{P}_L^c(t)$ - вектор (размерности S) однородных ядерных концентраций без учета компенсаторов. Здесь L - номер геометрической зоны, S - количество изотопов в реакторе. В силу предположения (7) вектор концентраций не зависит от пространственных переменных в данной зоне;

$P_{L,j}^c(t)$ - концентрация j -ого изотопа в L -ой зоне в момент времени t без учета компенсаторов;

\vec{P}_L^n - вектор ядерных концентраций подпиточного топлива;

$\vec{P}_{L,j}^n$ - однородная ядерная концентрация (без учета компенсаторов) j -го изотопа в L -ой зоне, при условии, что вся зона загружена свежими пакетами;

$\vec{P}_L^{выгр}$ - вектор ядерных концентраций изотопов, выгружаемых из реактора. В случае перестановки пакетов, для всех зон каскада перегрузок, кроме первой и последней, под $\vec{P}_L^{выгр}$ понимаются концентрации в пакетах, которые перегружаются в другие зоны каскада.

$\vec{P}_L^{комп.}$ - однородные ядерные концентрации материалов, используемых для компенсации реактивности.

V - для объема пакетов-компенсаторов, находящихся в реакторе в момент времени t .

§ 2. Основные уравнения

Суммарная концентрация нуклидов в L -ой зоне в момент времени t определяется формулой

$$\vec{P}_c^H = \vec{P}_c^C(\epsilon) + \beta(\epsilon) \vec{P}_c^{\text{Комп}} \quad (1)$$

Из предположения (6) имеем условие на $\beta(\epsilon)$:

$$\beta(0) \equiv \beta_0 = \begin{cases} 1 & \text{- если компенсаторы поглощающие,} \\ 0 & \text{- если компенсаторы топливные.} \end{cases} \quad (2)$$

Макроскопические сечения в каждой зоне определяются соотношениями.

$$\begin{aligned} \Sigma_{ye}^j(\epsilon) &= (\vec{P}^H(\epsilon), \vec{G}_{ye}) = \sum_{l=1}^5 P_c^H \cdot G_{ye}^{j,l} \\ \nu_f \Sigma_f^j(\epsilon) &= (\vec{P}^H(\epsilon), \vec{\nu}_f \Sigma_f) = \sum_{l=1}^5 P_c^H (\nu_f G_f)^{j,l} \\ D^j(\epsilon) &= [3(\vec{P}^H(\epsilon), \vec{G}_{Lz})]^{-1} = [3 \sum_{l=1}^5 P_c^H G_{Lz}^{j,l}]^{-1} \\ \Sigma^{K \rightarrow j}(\epsilon) &= (\vec{P}^H, \vec{G}^{K \rightarrow j}) = \sum_{l=1}^5 P_c^H G^{K \rightarrow j,l} \end{aligned} \quad (3)$$

где j, K - индекс энергетических групп; $G_{ye}, \nu_f G_f, G_{Lz}, G^{K \rightarrow j}$ - заблокированные микроскопические сечения увода, размножения, транспортное, упругих и неупругих переходов, соответственно.

Групповые потоки нейтронов $\varphi^j(z, z, \epsilon)$ определяются из уравнения.

$$-\frac{1}{z} \frac{d}{dz} z D^j(\epsilon) \frac{d\varphi^j}{dz} - \frac{d}{dz} D^j(\epsilon) \frac{d\varphi^j}{dz} + \Sigma_{ye}^j \varphi^j = \sum_{l=1}^{j-1} \Sigma^{l \rightarrow j} \varphi^l + \chi^j / k_{\text{эф}} \cdot \sum_{l=1}^j (\nu_f \Sigma_f)^l \varphi^l \quad (4)$$

Здесь $j \in \overline{1, J}$ - индекс группы, χ^j - доля спектра нейтронов деления.

К уравнению (4) присоединяются граничные условия.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi^j(0, z, \epsilon)}{\partial z} = 0, \quad 2D^j(R, z, \epsilon) \frac{\partial \varphi^j(R, z, \epsilon)}{\partial z} + \gamma_R^j \varphi^j(R, z, \epsilon) = 0 \\ 2D^j(z, 0, \epsilon) \frac{\partial \varphi^j(z, 0, \epsilon)}{\partial z} - \gamma_0^j \varphi^j(z, 0, \epsilon) = 0 \\ 2D^j(z, H, \epsilon) \frac{\partial \varphi^j(z, H, \epsilon)}{\partial z} + \gamma_H^j \varphi^j(z, H, \epsilon) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

где $\gamma_R^i, \gamma_0^i, \gamma_H^i$ - заданные скаляры, а также условия непрерывности потоков φ^j и токов $-D^j \frac{d\varphi^j}{dz}$ на границах раздела сред. Из постановки задачи следует, что $\beta(\epsilon)$ должна быть выбрана так, чтобы

$$K_{эф}(\epsilon) = 1. \quad (6)$$

Известно, что существует единственное с точностью до постоянного множителя положительное решение уравнения (4), удовлетворяющее всем перечисленным условиям на границах раздела сред. Найти этот постоянный множитель позволяет нормировка на мощность.

Определим макроскопическое сечение энерговыделения в каждой геометрической зоне:

$$\Sigma_E^{j,c} = (\bar{\rho}_c^j(\epsilon), \bar{\sigma}_f^j + c_{\epsilon} \sigma_c^j) \quad (7)$$

где $\bar{\sigma}_f^j$ - сечение деления, σ_c - сечение радиационного захвата, c_{ϵ} - постоянный для всех зон реактора коэффициент.

Полная тепловая мощность реактора выражается интегралом

$$W(\epsilon) = c_w \lambda(\epsilon) \int \sum_{j=1}^J \Sigma_E^j(\epsilon) \varphi^j(z, z, \epsilon) z dz dz \quad (8)$$

где c_w - константа для перевода числа делений и захватов в единицу энергии, $\lambda(\epsilon)$ - нормировочный коэффициент, связывающий величину $\varphi^j(z, z, \epsilon)$ с потоком нейтронов.

Учитывая предположение (2), имеем:

$$\lambda(\epsilon) = \frac{W}{c_w \int \sum_{j=1}^J \Sigma_E^j(\epsilon) \varphi^j(z, z, \epsilon) z dz dz} \quad (9)$$

Уравнение изменения изотопного состава, обусловленного выгоранием, с учетом предположений (6,9) можно записать в виде:

$$\frac{d\bar{\rho}_c^i(\epsilon)}{d\epsilon} = -\lambda(\epsilon) A_i^B(\epsilon) \bar{\rho}_c^i(\epsilon), \quad (10)$$

где A_i^B - матрица, составленная из величин, пропорциональных средним по зоне сечением реакций, дающих значимый вклад в изменение изотопного состава.

Из предположений (5,8) получается следующая уравнения перегрузок, дополняющие систему (10).

$$\bar{P}_i^c(0) = \bar{P}_i^c(\tau) + d_{L_i} (\bar{P}_i^n - \bar{P}_i^{выгр}) \quad (11)$$

L_i - индекс зоны с равномерно-частичной перегрузкой или начальной зоны каскада, d_{L_i} - доля пакетов, заменяемых в одной перегрузке. Для остальных зон имеет место уравнение:

$$\bar{P}_i^c(0) = \bar{P}_i^c(\tau) + d_{L_i} (\bar{P}_{L_i}^{выгр} - \bar{P}_i^{выгр}) \quad (12)$$

где L_i - индекс зоны, из которой перегружаются пакеты в зону с индексом L_i .

Уравнения (I-12) представляют собой основную систему уравнений, описывающих стационарный режим работы реактора. Можно показать, что из этих уравнений однозначно определяется нейтронный поток $\lambda(t) = \lambda(r, z, t)$, функция регулирования $\beta(t)$, и однородные ядерные концентрации $\bar{P}_i^c(t)$, если заданы: геометрия реактора, микросечение, концентрации подмечного вещества \bar{P}_i^n , мощность W , длина цикла τ , список реакций, влияющих на изменение изотопного состава, величины d_{L_i} и d_{L_i} , описывающие процедуру перегрузок.

Для того, чтобы обеспечить условие (6), выразим в явном виде связь между $\beta(t)$ и $K_{эф}$. Для этого запишем уравнение баланса нейтронов, которое можно получить после интегрирования уравнения (4) по объему всех геометрических зон и суммирования по энергетическим группам

$$K_{эф}(t) = \frac{\sum_{L=1}^L \sum_{i=1}^S L_{L,i}^{e,i}(t) P_{e,i}^u(t)}{\lambda(t) + \sum_{L=1}^L \sum_{i=1}^S L_{L,i}^{e,i}(t) P_{e,i}^u(t)} \quad (13)$$

Здесь L - индекс геометрической зоны, i - индекс изотопа, $\lambda(t)$ - утечка из реактора. Величины $L_{L,i}^{e,i}$ и $L_{L,i}^{n,i}$ для каждой зоны и каждого изотопа определены соотношениями:

$$L_{L,i}^{e,i} = \int_{V_L} \sum_{j=1}^J \nu_j^i \sigma_j^i \varphi^i(r, z, t) z dr dz$$

$$L_{L,i}^{n,i} = \int_{V_L} \sum_{j=1}^J (\sigma_{j,e}^i - \sum_{m=1}^{j-1} \sigma_{m,j}^i) \varphi^i(r, z, t) z dr dz \quad (14)$$

Из уравнений (I) и (I3) после простых преобразований имеем:

$$\beta(t) = \frac{K_{эф}(t) \left[Y(t) + \sum_{c=1}^L \sum_{i=1}^S L_n^{e,i}(t) \rho_{e,i}^c(t) \right] - \sum_{c=1}^L \sum_{i=1}^S L_{ef}^{e,i}(t) \rho_{e,i}^c(t)}{\sum_{c=1}^L \sum_{i=1}^S L_{ef}^{e,i}(t) \rho_{e,i}^{КОМП}(t) - K_{эф}(t) \sum_{c=1}^L \sum_{i=1}^S L_n^{e,i}(t) \rho_{e,i}^{КОМП}(t)} \quad (I5)$$

§3. Формулировка частной оптимизационной задачи

На математическую модель активной зоны реактора могут быть сразу наложены некоторые требования, имеющие ясный физический смысл. Одно из таких требований сводится к наилучшему выравниванию поля энерговыделения, путем соответствующего подбора обогащенный подпиточного топлива в разных зонах реактора. Обычно качество выравнивания поля энерговыделения характеризуют объемным коэффициентом неравномерности, который есть отношение максимального тепловыделения к среднему. Однако, этот функционал имеет не очень хорошие аналитические свойства, поэтому в качестве критерия неравномерности удобно взять величину, обратную квадрату косинуса угла между энерговыделением $E(z, z, t)$ и единицей в пространстве $L_2(\tilde{V} \times [0, \tau])$:

$$K_2 = \frac{|\tilde{V}| \tau \int_0^\tau \int_{\tilde{V}} E^2(z, z, t) z dz d\tilde{z}}{\left[\int_0^\tau \int_{\tilde{V}} E(z, z, t) z dz d\tilde{z} \right]^2} \quad (I6)$$

Здесь \tilde{V} - заданный объем (активная зона, часть ее или весь реактор)

$$E(z, z, t) = c_w \lambda(t) \sum_{j=1}^J \sum_E^j(t) \varphi^j(z, z, t) \quad (I7)$$

Из вида выражения (I6) ясно, что чем меньше коэффициент K_2 , тем меньше отклонение энерговыделения от константы.

Разделим весь набор изотопов, входящих в реактор на изотопы горячего (π), сырьевые (σ) и прочие (ρ). Соответственно векторы ядерных концентраций подпиточного топлива в отдельных зонах представим как сумму трех векторов, имеющих только часть ненулевых компонент:

$$\vec{p}_j^\pi = \vec{p}_c^{\pi\sigma} + \vec{p}_c^{\pi\rho} + \vec{p}_c^{\pi\pi}. \quad (18)$$

Обогащением X будем называть отношение суммы концентраций изотопов горячего к сумме концентраций горячего и сырьевых изотопов. Тогда связь между вектором концентраций подпиточного топлива и его обогащением в l -ой зоне выразится формулой

$$\vec{p}_c^\pi = X_l \vec{p}_c^{\pi\pi} + (1-X_l) \vec{p}_c^{\pi\sigma} + \vec{p}_c^{\pi\rho}. \quad (19)$$

Задача выравнивания энерговыделения обогащением подпиточного топлива теперь может быть сформулирована как задача отыскания такого набора обогащений X_l , чтобы функционал K_2 принимал минимальное значение при одновременном выполнении условий (I-15) и ограничений на X_l вида

$$0 \leq X_l \leq 1. \quad (20)$$

§ 4. Алгоритм решения частной оптимизационной задачи

Основное приближение заключается в предположении, что средние по геометрическим зонам скорости реакций, входящие в матрицу выгорания, допустимо аппроксимировать линейным выражением.

$$A_c^B(t) \approx A_c^B(0) \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) + A_c^B(\tau) \cdot \frac{t}{\tau}. \quad (21)$$

Тогда из выражения (10) имеем:

$$\vec{P}_i^c(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(\tau) \left[A_i^B(0) \left(1 - \frac{\tau}{t}\right) + A_i^B(\tau) \frac{\tau}{t} \right] d\tau\right] \vec{P}_i^c(0) \quad (22)$$

В частности

$$\vec{P}_i^c(\tau) = \exp\left[-c_1 A_i^B(0) - c_2 A_i^B(\tau)\right] \vec{P}_i^c(0) \quad (23)$$

где

$$c_1 = \int_0^{\tau} \lambda(\tau) \left(1 - \frac{\tau}{t}\right) d\tau \quad c_2 = \int_0^{\tau} \lambda(\tau) \frac{\tau}{t} d\tau \quad (24)$$

Уравнения (23) наряду с уравнениями перегрузок (II), (12) образуют полную систему линейных алгебраических уравнений относительно $\vec{P}_i^c(0)$ и $\vec{P}_i^c(\tau)$.

Действительно, матрица $M_i = \exp\left[-c_1 A_i^B(0) - c_2 A_i^B(\tau)\right]$ является матрицей преобразования изотопного состава в зоне за цикл. Кассета, простоявшая в зоне I цикла, будет иметь концентрации $M_i \vec{P}_i^n$. Таким образом, полагая $m_i = 1/d_i$, условия (II) можно переписать в форме:

$$\vec{P}_i^c(0) = \vec{P}_i^c(\tau) + d_i (I - M_i^{m_i}) \vec{P}_i^n$$

для зон равномерно-частичных перегрузок и начальных зон каскадов с учетом (23) имеем:

$$\vec{P}_i^c(0) = d_i (I - M_i)^{-1} (I - M_i^{m_i}) \vec{P}_i^n \quad (25)$$

$$\vec{P}_i^{всп} = M_i^{m_i} \vec{P}_i^n \quad (26)$$

Используя (12), получим для промежуточных зон каскада

$$P_i^c(0) = d_i (I - M_i)^{-1} (I - M_i^{m_i}) \vec{P}_i^{всп} \quad (27)$$

Пусть теперь известны некоторые приближения для величин $\bar{p}_c^c(0)$, $\bar{p}_c^c(\tau)$, $\beta(0)$, $\beta(\tau)$. Решая систему уравнений (4) для $t=0$ и τ , получим:

$$K_{эф}(0), K_{эф}(\tau), \varphi^i(z, z, 0), \varphi^i(z, z, \tau)$$

Используя выражение (9), вычисляем: $\lambda(0)$, $\lambda(\tau)$

Далее, предполагая:

$$\lambda(t) = \lambda(0)\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) + \lambda(\tau) \cdot \frac{t}{\tau}$$

находим коэффициенты c_1 , c_2 и матрицы

$$\exp[-c_1 A_c^B(0) - c_2 A_c^B(\tau)]$$

Из выражений (25,26), (12) находим новые значения для $\bar{p}_c^c(0)$ и $\bar{p}_c^c(\tau)$, а из формулы (15) новые значения $\beta(0)$ и $\beta(\tau)$. Итерационный процесс замкнулся.

На каждом шаге этого итерационного процесса можно изменять обогащения подпиточного топлива, так чтобы они соответствовали решению сформулированной в §3 частной оптимизационной задачи в предположении

$$\varphi^i(z, z, t) = \varphi^i(z, z, 0)\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) + \varphi^i(z, z, t) \cdot \frac{t}{\tau} \quad (28)$$

Для этого нужно решить задачу нелинейного программирования вида:

$$\text{Найти } \min K_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (29)$$

при $0 \leq x_i \leq 1$ и

$\beta(0) = \beta_0$, где x_i - обогащения подпиточного топлива, а $\beta(t)$ выражается формулой (15). Эта задача сводится к задаче квадратичного программирования с одним линейным ограничением в форме равенства.

Выход из итерационного процесса можно осуществить, если новые значения $\bar{p}_c^c(0)$ и $\bar{p}_c^c(\tau)$ отличаются от старых не более, чем на заданную величину.

Вопрос сходимости изложенного итерационного процесса и метод решения задачи квадратичного программирования в данной работе не рассматривается. Отметим, что вывод коэффициента неравномерности на минимум производится приближенно, даже если итерационный процесс полностью сошелся.

III. ТОПЛИВНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ УДЕЛЬНЫХ ПРИБЕДЕННЫХ ЗАТРАТ

Рассмотренный в предыдущем разделе алгоритм позволяет определить все физические величины, необходимые как для последующего теплогидравлического и прочностного расчета (энерговыделение в зависимости от времени в пакетах с разной глубиной выгорания; поток нейтронов с энергией более 100 кэВ, определяющий радиационное распухание конструкционных материалов), так и величины, которые могут служить целевой функцией или ограничениями для внешней оптимизационной задачи (массовый баланс изотопов, глубина выгорания, время удвоения, составляющая топливных затрат и т.д.).

Говоря о критериях оптимизации, особо следует отметить роль экономического критерия, который всегда играл и будет играть решающую роль в энергетическом производстве. Хотя, сегодня цена на ядерное горючее оказывает относительно слабое влияние на развитие ядерной энергетики, в перспективе можно ожидать увеличения доли затрат на горючее, которая сейчас составляет 10-20% от полной стоимости энергии, в связи с истощением богатых урановых месторождений. Доля топливной составляющей затрат будет также, по-видимому, увеличиваться с усовершенствованием технологии изготовления основного оборудования АЭС.

В то же время, уменьшения затрат на топливо, которые во многом определяются достигнутой глубиной выгорания и избыточным воспроизводством горючего, является очень сложной задачей, требующей разработки и освоения новых конструкционных материалов и видов топлива.

Запишем сначала основные формулы для расчета массового баланса изотопов.

Количество загружаемых в реактор изотопов

Пусть P_k - вес одного ядра k -ого изотопа (г/ядро), тогда загрузка k -ого изотопа (кг) составит:

$$Z_k = \frac{1}{602,3} \sum_{e \in Y_3} d_e P_{e,k} V_e P_k, \quad (1)$$

где Y_3 - множество индексов зон с равномерно-частичной перегрузкой или начальных зон каскадов; d_e - доля пакетов, заменяемых за одну перегрузку; объем e -ой зоны в см^3 - V_e .

Количество изотопов, выгружаемых из реактора

$$B_k = \frac{1}{602,3} \sum_{e \in Y_B} d_e P_{e,k}^{A_{\text{вып}}(Z)} V_e P_k \quad ; \quad (2)$$

здесь Y_B - множество индексов зон с равномерно-частичной перегрузкой или конечных зон каскадов.

Массовый баланс загружаемых и выгружаемых изотопов является основой для дальнейших оценок. Рассмотренный ниже алгоритм отражает простейшую схему экономического расчета, в которой отсутствуют множество деталей, важных при анализе конкретной установки. В основе алгоритма лежит известная методика расчета удельных затрат, приведенных к середине кампании реактора. Это затраты будем выражать в $\frac{\text{коп.}}{\text{кВт.час}}$.

Записанные соотношения можно использовать как для реактора, работающего на обогащенном уране (режим конвертора), так и для реактора, работающего в бродерном или смешанном режимах.

§1. Основные допущения

1. Рассматривается многозонный реактор, работающий в стационарном состоянии в режиме равномерно-частичных перегрузок или перегрузок с перестановками.

2. Приняты определения:

а) топливо-количество (кг) тяжелых ядер (все изотопы транактиноидов выше нептуния плюс все образовавшиеся в процессе работы реактора продукты деления).

б) горючее - загружаемые или выгружаемые из реактора изотопы ^{238}Pu , ^{241}Pu , ^{235}U и ^{238}U в обогащенном уране, ^{235}U , входящим в состав естественного или отвалного урана, здесь пренебрегаем. Такое определение эквивалентно допущению, что системная стоимость ^{238}Pu и ^{241}Pu принята равной нулю, а стоимость ^{235}Pu и ^{241}Pu - одинакова.

3. Вне реактора топливо проходит две операции:

- а) химпереработка (задержка, транспортировка, переработка);
- б) изготовление (фабрикация, транспортировка, хранение на станции перед загрузкой в реактор).

Суммарное время нахождения топлива вне реактора назовем временем внешнего топливного цикла: $t_{\text{вн}} = t_{\text{хим}} + t_{\text{изг}}$. Величины $t_{\text{хим}}$ и $t_{\text{изг}}$ различны для пакетов активной зоны, бокового экрана, зон внутреннего воспроизводства (ЗВВ). Торцевые экраны перерабатываются одновременно с соответствующими пакетами активной зоны.

4. Каждая операция вне реактора с экономической точки зрения характеризуется стоимостью в расчете на 1 кг топлива. Эта стоимость различна для пакетов активной зоны, бокового экрана и ЗВВ. Стоимость изготовления зависит от диаметра твэлов.

5. Стоимость ^{238}Pu и ^{241}Pu одинакова.

6. Распад ^{241}Pu не учитывается.

7. Потери топлива во всех операциях внешнего топливного цикла отсутствуют.

8. Стоимость природного или отвалного урана, который выгорает в реакторе, принимается равной нулю.

Введем обозначения

- W , кВт - тепловая мощность реактора;
- η - коэффициент полезного действия АЭС (нетто);
- φ - коэффициент использования мощности (КИМ=0,6-0,8);
- E - нормативный коэффициент приведения разновременных затрат;
- e
 $t_{\text{хим}}$, год - задержка топлива на операции химпереработки;
- e - индекс радиальной зоны перегрузки для зон с равномерной частичной перегрузкой или начальных зон каскада перегрузок;

- $C_{изг}^e, \frac{руб}{кг}$ - задержка топлива на операции изготовления;
- $C_{хим}^e, \frac{руб}{кг}$ - стоимость химпереработки;
- $\tilde{C}_{изг}^e, \frac{руб}{кг}$ - стоимость изготовления топлива с диаметром твэлов $d_0 = 0,7$ см;
- $C_{изг}^e, \frac{руб}{кг}$ - стоимость изготовления топлива с диаметром твэлов d ;
- $C_{изг}^e = \tilde{C}_{изг}^e \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^{1,5}$ - зависимость стоимости изготовления от диаметра твэлов;
- $T_e, \text{год}$ - кампания топлива (время нахождения топлива в реакторе)
- $C_{Pu}^e, \frac{руб}{кг}$ - стоимость ^{239}Pu , равная стоимости ^{241}Pu ;
- $C_{загрU}^e, \frac{руб}{кг}$ - стоимость обогащенного урана в загружаемом топливе;
- $C_{выгрU}^e, \frac{руб}{кг}$ - стоимость обогащенного урана в выгружаемом топливе. Для расчета стоимости обогащенного урана нам потребуются следующие величины;
- $X_N, \frac{кг\ ^{235}\text{U}}{кг\ \text{U}}$ - содержание ^{235}U в природном уране (0,00714);
- $X_S, \frac{кг\ ^{235}\text{U}}{кг\ \text{U}}$ - содержание ^{235}U в отвале (0,002±0,004);
- $X_{загр}$ - содержание ^{235}U в подкритичном обогащенном уране;
- e - индекс радиальной зоны перегрузки ($X_e > 0,00714$);
- $C_{ур}^e, \frac{руб}{кг\ \text{U}}$ - стоимость природного урана, используемого в обогащительном производстве;
- $C_{сеп}^e, \frac{руб}{кг\ \text{сеп}}$ - стоимость единицы работы разделения;
- $X_{выгр}^e, \frac{кг\ ^{235}\text{U}}{кг\ \text{U}}$ - содержание ^{235}U в выгружаемом обогащенном уране;

§2. Основные формулы для расчета

Расчет стоимости обогащенного урана в загружаемом топливе производится по формуле

$$C_{\text{загр}}^e U = \frac{x_{\text{загр}}^e - x_U}{x_N - x_U} \cdot C_{\text{опр}} + \left[(2x_{\text{загр}}^e - 1) \cdot e_{r2} \frac{x_{\text{загр}}^e}{1 - x_{\text{загр}}^e} + \frac{x_{\text{загр}}^e - x_U}{x_N - x_U} (2x_U - 1) \cdot e_{r2} \frac{x_U}{1 - x_U} - \left(\frac{x_{\text{загр}}^e - x_U}{x_N - x_U} \right) \times \right. \\ \left. \times (2x_N - 1) \cdot e_{r2} \frac{x_N}{1 - x_N} \right] \cdot C_{\text{ерр}} \quad (3)$$

Аналогичным образом производится расчет стоимости обогащенного урана, выгруженного из реактора $C_{\text{выгр}}^e U$.

Формулу для расчета топливной составляющей удельных приведенных затрат удобно записать в виде:

$$Z = Z_{\text{гд}}^{\circ} + Z_U^{\circ} + Z_{\text{изг}} + Z_{\text{хим}} - Z_{\text{гд}}' - Z_U' \quad (4)$$

$Z_{\text{гд}}^{\circ}, Z_U^{\circ}$ - удельные затраты на покупку плутония и обогащенного урана;

$Z_{\text{хим}}, Z_{\text{изг}}$ - удельные затраты на химпереработку и изготовление;

$Z_{\text{гд}}', Z_U'$ - удельный доход от продажи плутония и обогащенного урана.

Формулы для расчета соответствующих составляющих имеют вид

$$Z_{\text{гд}}^{\circ} = R \sum_{e=1}^L M_{\text{загр}}^e C_{\text{гд}}^e \left(1 + \frac{1}{2\varphi} E T_e\right) \cdot e^{E t_{\text{изг}}^e} \quad (5)$$

$$Z_U^{\circ} = R \sum_{e=1}^L M_{\text{загр}U}^e C_{\text{загр}U}^e \left(1 + \frac{1}{2\varphi} E T_e\right) e^{E t_{\text{изг}}^e}$$

$$Z_{\text{гд}}' = R \sum_{e=1}^L M_{\text{выгр}}^e C_{\text{гд}}^e \left(1 - \frac{1}{2\varphi} E T_e\right) e^{-E t_{\text{хим}}^e}$$

$$Z_U' = R \sum_{e=1}^L M_{\text{выгр}U}^e \cdot C_{\text{выгр}U}^e \left(1 - \frac{1}{2\varphi} E T_e\right) e^{-E t_{\text{хим}}^e}$$

$$Z_{\text{хим}} = R \sum_{e=1}^L M_{\text{топ}}^e C_{\text{хим}}^e \left(1 - \frac{1}{2\varphi} E T_e\right) e^{-E E_{\text{хим}}^e}$$

$$Z_{\text{изп}} = R \sum_{e=1}^{L\varphi} M_{\text{топ}}^e C_{\text{изп}}^e \left(1 + \frac{1}{2\varphi} E T_e\right) e^{E E_{\text{изп}}^e}$$

$R = \frac{1000}{\eta W 8760}$ - коэффициент, обеспечивающий размерность всех составляющих, $\frac{\text{КОП}}{\text{КВТ.ЧАС}}$

$M_{\text{загр}}^e, \frac{\text{КЗ}}{200}$ - количество изотопов ^{235}Pu и ^{239}Pu , загружаемого в соответствующие зоны;

$M_{\text{загр}}^e \text{U}, \frac{\text{КЗ}}{200}$ - количество загружаемого обогащенного урана (^{235}U и ^{238}U);

$M_{\text{выгр}}^e \text{U}, \frac{\text{КЗ}}{200}$ - количество выгружаемого обогащенного урана;

$M_{\text{топ}}^e, \frac{\text{КЗ}}{200}$ - количество выгружаемого топлива;

Величины M рассчитываются исходя из массового баланса одной перегрузки и длительности кампании топлива в e -ой зоне для зон с равномерно-частичной перегрузкой или времени нахождения пакета в каскаде перегрузок;

$$M_i^e = \frac{M^e \varphi \text{ (за одну перегрузку, год)}}{T_e \text{ (год)}}$$

IV. Натуральные показатели эффективности воспроизводства ядерного горючего

§ I. Время удвоения

Для сравнения различных вариантов быстрых реакторов часто используют такой показатель, как темп роста мощности системы однотипных быстрых реакторов, развивавшихся только за счет производимого в системе плутония, ω_B или системное время удвоения $T_2 = \frac{\ln 2}{\omega_B}$. Для многозонного реактора-размножителя в режиме стационарных перегрузок ω_B оценивается из решения следующего характеристического уравнения [3]:

$$G = \frac{1}{W} \sum_{e=1}^L \frac{1}{1 - e^{-\omega \lambda_e T_e / \varphi}} \left[M_{\text{выгр}}^e (1 - \epsilon) e^{-\omega \lambda_e \left(\frac{T_e}{\varphi} + t_{\text{хит}} \right)} - M_{\text{загр}}^e e^{\omega \lambda_e t_{\text{загр}}} \right] = 0 \quad (1)$$

Здесь ϵ - доля горячего, теряемого в процессе переработки;

$M_{\text{выгр}}^e, M_{\text{загр}}^e$ - количества плутония в эквиваленте ^{239}Pu , выгружаемого и загружаемого в зону e за один год работы реактора в режиме стационарных перегрузок при $\varphi = 1$.

$$M^e = M_0^e + \gamma_{40} M_{40}^e + \gamma_{41} M_{41}^e + \gamma_{42} M_{42}^e, \quad (2)$$

где γ_{α} - системная ценность α -го изотопа плутония с точки зрения процесса воспроизводства горячего в реакторе.

Использование коэффициентов γ_{α} позволяет оценить системное время удвоения (или $\omega_{\text{с}}$), используя лишь массовый баланс изотопов для одиночного реактора, работающего в стационарном режиме и подпитываемого плутонием, изотопный состав которого, вообще говоря, может не соответствовать равновесному изотопному составу плутония в системе быстрых реакторов, развивающейся в режиме самообеспечения плутонием.

§ 2. Обобщенный критерий воспроизводства горячего в реакторе-размножителе

В случае, если рассматривается развитие системы быстрых реакторов с темпом $\omega \neq \omega_{\text{с}}$ (что реальнее всего), то в качестве критерия эффективности воспроизводства горячего в реакторе-размножителе можно использовать критерий следующего вида:

$$G(\omega) = \frac{1}{W} \sum_{e=1}^L \frac{1}{1 - e^{-\omega \lambda_e T_e / \varphi}} \left[M_{\text{выгр}}^e (1 - \epsilon) e^{-\omega \lambda_e \left(\frac{T_e}{\varphi} + t_{\text{хит}} \right)} - M_{\text{загр}}^e e^{\omega \lambda_e t_{\text{загр}}} \right], \quad (3)$$

который в случае, если $\omega > \omega_{\text{с}}$ будет меньше нуля и характеризует годовую потребность в горячем для самой системы быстрых реакторов со стороны (например, в плутонии из тепловых реакторов или ^{235}U) в расчете на единицу тепловой мощности. Если $\omega < \omega_{\text{с}}$ ($G(\omega) > 0$) показывает, сколько горячего в год система быстрых реакторов, развиваясь с темпом ω ,

может выдавать на сторону, например, тепловым реактором.

M_{238U} и M_{239Pu} - здесь также должны быть выражены в эквиваленте ^{239}Po :

$$M = M_9^e + \gamma_{40}(\omega) M_{40}^e + \gamma_{41}(\omega) M_{41}^e + \gamma_{42}(\omega) M_{42}^e + \gamma_5(\omega) M_5^e, \quad (4)$$

где $\gamma_c(\omega)$ - системные ценности c -го изотопа с точки зрения эффективности его в развивающейся с темпом ω системе быстрых реакторов.

Величины $\gamma_c(\omega)$, также как β_c , определяются для данного класса быстрых реакторов предварительно из системного анализа развивающейся ядерной энергетики, и здесь в расчетах задаются.

§ 3. Коэффициент воспроизводства

Часто для анализа процесса воспроизводства удобно знать значение коэффициента воспроизводства (КВ). Среди различных определений КВ выделим два наиболее широко применяемых:

$$KB_e = \frac{C_e^8 + C_e^{40}}{(C+F)_p^8 + (C+F)_p^{40} + (C+F)_p^5}; \quad KB = \sum_{e=1}^L KB_e. \quad (5)$$

C , F - интегралы по объему скоростей захватов и делений; индекс e относится к отдельным зонам, p - весь реактор, индексы 8, 40, 9, 41, 5 относятся к изотопам ^{238}U , ^{240}Po , ^{239}Po , ^{241}Po , ^{235}U .

Второе определение - избыточный коэффициент воспроизводства эквивалентного плутония:

$$IKB_e = \frac{\sum_{k \neq e} W_k (C_{k+}^e - C_k^e - F_k^e)}{\sum_{e=1}^L \sum_{k=1}^K F_k^e}; \quad IKB = \sum_{e=1}^L IKB_e, \quad (6)$$

где W_k - нормированные весовые коэффициенты ценности изотопов.

Если принять $w_9 = w_{40} = w_5 = 1$, а $w_8 = w_{41} = 0$, то $IKB = KB - 1$.

Если же использовать коэффициенты реактивности в одногрупповом приближении

$$W_k = \frac{(\sqrt{\beta_4 - \bar{\beta}_c - \bar{\beta}_1})_k - (\sqrt{\beta_4 - \bar{\beta}_c - \bar{\beta}_1})_e}{(\sqrt{\beta_4 - \bar{\beta}_c - \bar{\beta}_1})_9 - (\sqrt{\beta_4 - \bar{\beta}_c - \bar{\beta}_1})_k} \quad (7)$$

где $\overline{\nu}_f$, $\overline{\sigma}_c$, $\overline{\sigma}_f$ - одногрупповые сечения размножения, захвата и деления, усредненные по активной зоне,

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Хромов В.В., Кузьмин А.М., Орлов В.В. Метод последовательной линеаризации в задачах оптимизации реакторов на быстрых нейтронах. М., Атомиздат, 1978.
2. Пошпирин Д.С. Методы математического моделирования и оптимизации атомных энергетических установок. - В сб.: Методы математического моделирования и оптимизации параметров технологической схемы и оборудования атомных электростанций. Иркутск, Сибирский энергетический институт, 1976, с. 4.
3. Каграманли В.С., Лыткин В.Б., Троянов М.Ф. Характеристики воспроизводства быстрых реакторов-размножителей и их определение. - Атомная энергия, т. 46, в. 4, 1978, стр. 232.



Подписано в печать 28.07.80 г. Т—15203. Формат 60х90 1/16
Офсетная печать Усл. п.-л.— 1,5 Уч. — над. л. 1. Тираж 101 экз.
Заказ № 947 Цена 10 коп. Издано 3624 43М-1086.

Отпечатано в ФЭИ, г. Омский.

10 коп.

Индекс 3624