ПРОБЛЕМЫ

inis-su-144

15

Министерство высшего и среднего
специального образования УССР

Харьковский государственный университет
им. А. М. Горького

ПРОБЛЕМЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

ВЫПУСК 15

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1974 г.

Харьков
Издательство при Харьковском
государственном университете
издательского объединения „Вища школа"
1981

22.38
П 78

УДК 539.12

Проблемы ядерной физики и космических лучей. Вып. 15. — Респ. межвед. науч.-техн. сборник. — Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981. — 97 с.

В сборнике представлены теоретические исследования по физике элементарных частиц, в частности по e^+e^--аннигиляции, нейтральным слабым токам, распадам τ-лептона. Опубликованы материалы по статистической физике, теории гравитации.

Для специалистов, работающих в области ядерной физики, физики высоких энергий и космических лучей, радиационной физики и в смежных областях.

Списки лит. в конце статей.

Редакционная коллегия: И. И. Залюбовский (отв. ред.), В. М. Пыж (зам. отв. ред.), Ю. Г. Машкаров (отв. секр.), Н. Г. Афанасьев, С. Н. Вернов, Д. В. Волков, Е. В. Инопин, В. Т. Кириллов-Угрюмов, В. И. Стрижак, Г. Б. Христиансен.

Адрес редакционной коллегии: 310108, Харьков-108, проспект Курчатова, 31, госуниверситет, кафедра экспериментальной ядерной физики, тел. 44-68-81.

Редакция естественнонаучной литературы

П $\frac{20408-081}{М226(04)-81}$ 458—81 1704070000

© Издательское объединение «Вища школа», 1981

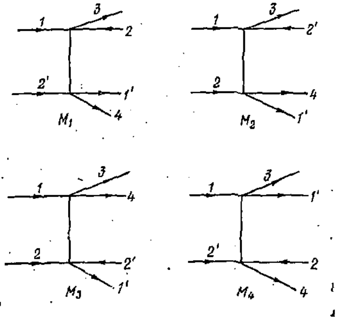
УДК 539.12

А. П. КОРЖ

ПРОЦЕСС $\mu^+e\to\mu^+\mu^-\nu\nu$ С УЧЕТОМ НЕЙТРАЛЬНЫХ СЛАБЫХ ТОКОВ

Исследование процессов, обусловленных слабым взаимодействием, на встречных e^+e^--пучках при энергии лептонов $E\sim\sim100$ ГэВ важно для выяснения поведения амплитуд процессов вблизи унитарного предела. Особый интерес представляют процессы, обусловленные высшими приближениями по константе слабого взаимодействия.

Ранее [1—6] было рассмотрено высокоэнергетическое поведение (при энергии 10^2—10^3 Гэв в с. ц. и.) сечений ряда сла-



бых процессов, матричные элементы которых в стандартной схеме с заряженными токами определяются вторым порядком теории возмущений по константе слабого взаимодействия.

Экспериментальное наблюдение нейтральных слабых токов стимулировало появление большого числа [7, 8] различных схем объединенного описания слабого и электромагнитного взаимодействия элементарных частиц. Чтобы учесть эффект слабых нейтральных токов в высших порядках теории по константе слабого взаимодействия, число диаграмм, описывающих каждый конкретный процесс, необходимо существенно увеличить по сравнению со случаем только заряженных токов. Наименьшее число диаграмм имеет место для случая образования мюонных пар встречных μe^--пучках

$$\mu^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu. \qquad (1)$$

Процесс (1) обусловлен вторым порядком по G и описывается диаграммами рисунка (при учете только заряженных токов записывают всего две диаграммы).

Из соображений размерности легко убедиться, что при больших энергиях (пренебрегая массами лептонов) полные сечения процессов $l_1 l_2 \to l_3 l_4 \nu\bar{\nu}$ ($l = \mu^\pm e^\pm$) в локальном пределе должны возрастать с энергией $\sigma = \lambda G^4 s^3$, где s — квадрат полной энергии; λ — численный коэффициент, значение которого зависит от конкретной реакции. В схеме с заряженными токами параметр λ мал, $\lambda \simeq 10^{-5}$ [1, 2], поэтому даже при $E \sim 10^2 \sim 10^3$ ГэВ сечение четырехчастичных процессов ($l_1 l_2 \to l_3 l_4 \nu\bar{\nu}$) существенно меньше сечения двухчастичных процессов, например $e^+e^- \to \nu\bar{\nu}$.

Матричный элемент, соответствующий диаграммам рисунка, имеет вид

$$M = M_1 + M_2 - M_3 - M_4, \qquad (2)$$

где

$$M_1 = \frac{1}{2} G^2 \bar{u}(p_1) R_\alpha u(p_3) \bar{u}(p_2) O_\beta \frac{\hat{x}_1}{x_1^2} R_\alpha u(p_2) \bar{u}(p_4) O_\beta u(p_2');$$

$$M_2 = \frac{1}{2} G^2 \bar{u}(p_1) R_\alpha u(p_3) \bar{u}(p_4) O_\beta \frac{\hat{x}_2}{x_2^2} O_\alpha u(p_2') \bar{u}(p_1') O_\beta u(p_2);$$

$$M_3 = \frac{1}{2} G^2 \bar{u}(p_1) R_\alpha u(p_3) \bar{u}(p_4) R_\alpha \frac{\hat{x}_3}{x_3^2} O_\beta u(p_2') \bar{u}(p_1') O_\beta u(p_2);$$

$$M_4 = \frac{1}{2} G^2 \bar{u}(p_2) R_\alpha u(p_3) \bar{u}(p_1') O_\alpha \frac{\hat{x}_4}{x_4^2} O_\beta u(p_3) \bar{u}(p_4) O_\beta u(p_2');$$

$O_\alpha = \gamma_\alpha (1 + \gamma_5)$; $R_\beta = \gamma_\beta (c_V + \gamma_5 c_A)$; $c_A = \frac{1}{2}$, $c_V = \frac{1}{2} + 2x$;

$x_1 = p_1 + p_2 - p_3$; $x_2 = p_1 - p_3 - p_2'$; $x_3 = p_2 - p_1' - p_2'$; $x_4 = p_2' - p_2' - p_4$;

$x = \sin^2\theta_W \simeq 0{,}35$ (θ_W — угол Вайнберга); p_1, p_2 — 4-импульсы начального мюона и электрона; p_3, p_4, p_1', p_2' — 4-импульсы конечных мюонов, нейтрино и антинейтрино, соответственно.

После суммирования по поляризациям конечных и усреднения по поляризациям начальных частиц получим (массы всех частиц равны нулю):

$$|M|^2=|M_1|^2+|M_2|^2+|M_3|^2+|M_4|^2+M_{12}-M_{13}-M_{14}+ \\ +M_{34}-M_{23}-M_{24}, \tag{3}$$

где $M_{ik}=2\mathrm{Re}(M_i M_k^*)$.

Явный вид выражения (3) приведен в приложении А.

Выражение для полного сечения имеет вид

$$\sigma=\frac{1}{8s(2\pi)^8}\int\delta^{(4)}(p_1+p_2-p_3-p_4-p_1'-p_2')|M|^2;\ \frac{d^3p_3}{E_3}\ \frac{d^3p_4}{E_4}\times \\ \frac{d^3p_1'}{E_1'}\ \frac{d^3p_2'}{E_2'}. \tag{4}$$

Проинтегрировав его по импульсам конечных частиц, запишем уравнение для полного сечения (детали интегрирования вынесены в приложение Б):

$$\sigma=\sigma_0(\lambda_{11}+\lambda_{22}+\lambda_{33}+\lambda_{44}+\lambda_{12}-\lambda_{13}-\lambda_{14}+\lambda_{34}-\lambda_{23}-\lambda_{24});$$

$$\sigma_0=\frac{E^6G^4}{4C\pi^5};\ E^2=\frac{1}{4}s=\frac{1}{4}(p_1+p_2)^2;\ \lambda_{11}=\frac{1}{2^7}(A+B)\times$$

$$\times(7A-3B);\ \lambda_{22}=\frac{1}{2^6}(3A+B);\quad \lambda_{33}=\frac{1}{3\cdot 2^6}(A+B)(B+7A);$$

$$\lambda_{44}=\frac{1}{3\cdot 2^4}(B+7A);$$

$$\lambda_{12}=\frac{(c_V+c_A)}{2^8 15}\left[A\left(\frac{43}{4}\pi^2+\frac{247}{15}\ln 2+\frac{6179}{60}\right)+B\left(-\frac{45}{4}\pi^2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{397}{20}+\frac{223}{15}\ln 2\right)\right];\quad \lambda_{13}=\frac{(A+B)}{2^7}\left[A\left(\frac{29}{3}\ln 2-\frac{\pi^2}{12}-\frac{1}{6}\right)+\right.$$

$$\left.+B\left(\frac{7}{3}\ln 2-\frac{15}{8}\pi^2+\frac{1}{6}\right)\right];\quad \lambda_{23}=\frac{(c_V+c_A)}{3^2 2^7}\times$$

$$\times\left[A\left(13\pi^2-\frac{26843}{150}\right)+B\left(-9\pi^2+\frac{36457}{150}\right)\right];\ \lambda_{14}=\frac{(c_V+c_A)}{2^8 9}\times$$

$$\times[A(198-222\ln 2)+B(69+218\ln 2)];\ \lambda_{34}=\frac{(c_V+c_A)}{3^3 2^4}\times$$

$$\times\left[A\left(4+\frac{6613}{60}\ln 2-\frac{53\pi^2}{5}\right)+B\left(4+\frac{52\pi^2}{5}-\frac{2593}{60}\ln 2\right)\right];$$

$$\lambda_{34}=\frac{1}{3\cdot 2^5}\left[A\left(-\frac{11\pi^2}{12}-\frac{657}{20}\ln 2-\frac{811}{50}\right)+B\left(-\frac{13}{12}\pi^2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{657}{20}\ln 2+\frac{1849}{50}\right)\right].$$

Подставляя сюда значение $x=\sin^2\theta_W\simeq 0{,}35$, в модели Вайнберга получаем $\sigma=\sigma_0\,1{,}1$, тогда как в модели с заряженными токами [5] $\sigma=\sigma_0\,0{,}5$. Таким образом, сечение процесса $\mu+e^-\to\mu^+\mu^-\nu\nu^-$, которое вычислено в рамках слабого четырехфермионного взаимодействия, обусловленного нейтральными токами, имеет тот же порядок, что и сечение, вычисленное с учетом только заряженных токов.

Приложение А.

$$|M_1|^2=\frac{2^9G^4}{\varkappa_1^4}(A+B)(p_4p_1')[(A-B)(p_1p_2)<\varkappa_1p_2'\varkappa_1p_3>+$$

$$+(A+B)(p_2p_3)<\varkappa_1p_2'\varkappa_1p_1>];$$

$$|M_2|^2=\frac{2^{11}G^4}{\varkappa_2^4}(p_4p_1')[(A-B)(p_1p_2')<\varkappa_2p_2\varkappa_2p_3>+(A+B)(p_2'p_3)\times$$

$$\times<\varkappa_2p_2\varkappa_2p_1>];$$

$$|M_3|^2=-\frac{2^9G^4}{\varkappa_3^4}(A+B)(p_2p_2')[(A-B)<\varkappa_3p_1\varkappa_3p_1'>(p_3p_4)+(A+$$

$$+B)(p_1p_4)<\varkappa_3p_3\varkappa_3p_1'>];\ |M_4|^2=\frac{2^{11}G^4}{\varkappa_4^4}(p_2p_2')[(A-B)<\varkappa_4p_4\varkappa_4p_1>\times$$

$$\times(p_3p_1')+(A+B)(p_1p_1')<\varkappa_4p_4\varkappa_4p_3>];\qquad M_{12}=-\frac{2^7G^4}{\varkappa_1^2\varkappa_2^2}\times$$

$$\times(c_V+c_A)\{(A-B)[<p_3\varkappa_1p_2'p_1>(p_2\varkappa_2)-(p_2p_3)<\varkappa_2\varkappa_1p_2'p_1>+$$

$$+<\varkappa_1p_3p_2'p_1>(p_2\varkappa_1)+(p_1p_2)<\varkappa_2p_3\varkappa_1p_2'>-(p_2p_2')<\varkappa_1\varkappa_2p_3p_1>]+$$

$$+(A+B)[(p_2\varkappa_2)<p_1\varkappa_1p_2'p_3>-(p_2p_2)<\varkappa_2\varkappa_1p_2'p_3>+(\varkappa_1p_2)\times$$

$$\times<\varkappa_2p_1p_2'p_3>+(\varkappa_1p_2)<\varkappa_2p_2p_2'p_3>+(p_2p_3)<\varkappa_2p_1\varkappa_1p_2'>-$$

$$-(p_2p_2')<\varkappa_2p_1\varkappa_1p_3>]\};\ M_{13}=-\frac{2^8G^4}{\varkappa_1^2\varkappa_3^2}(p_1'p_2')(A+B)\{(A-B)\times$$

$$\times[(\varkappa_1p_4)<p_1p_2\varkappa_3p_3>-(\varkappa_1p_1)<p_4p_2\varkappa_3p_3>-(\varkappa_1\varkappa_3)<p_4p_1p_2p_3>+$$

$$+(\varkappa_1 p_2)<p_4 p_1 \varkappa_3 p_3>+(\varkappa_1 p_3)<p_4 p_2 \varkappa_3 p_1>]+(A+B)[<p_4 p_3 p_2 p_1>\times$$
$$\times(\varkappa_1\varkappa_3)-(\varkappa_1 p_1)<p_4 p_3 p_2 \varkappa_3>+(\varkappa_1 p_2)<p_4 p_3 \varkappa_3 p_1>-(\varkappa_1 p_3)\times$$
$$\times<p_4 p_2 \varkappa_3 p_1>+(\varkappa_1 p_4)<p_3 p_2 \varkappa_3 p_1>]\}; \quad M_{14}=-\frac{2^9 G^4}{\varkappa_1^2\varkappa_4^2}\times$$
$$\times(c_V+c_A)(p_4 p_2')\{(A-B)[(p_2\varkappa_4)<p_3\varkappa_1 p_1' p_1>-(p_2 p_3)<\varkappa_4\varkappa_1 p_1' p_1>+$$
$$+(p_2\varkappa_1)<p_1\varkappa_4 p_3 p_1'>+(p_2 p_1)<\varkappa_4 p_3\varkappa_1 p_1'>-(p_2 p_1')<\varkappa_4 p_3\varkappa_1 p_1>]+$$
$$+(A+B)[(p_2 p_4)<\varkappa_1 p_1'\varkappa_4 p_1>-(p_1 p_2)<\varkappa_4\varkappa_1 p_1' p_3>+(p_2\varkappa_1)\times$$
$$\times<\varkappa_4 p_1 p_1' p_3>+(p_2 p_3)<\varkappa_4 p_1 p_2'\varkappa_1>-(p_2 p_1')<\varkappa_4 p_1\varkappa_1 p_3>]\};$$
$$M_{24}=-\frac{2^{10}G^4}{\varkappa_2^2\varkappa_4^2}(p_4 p_2)\{(A-B)[(\varkappa_2 p_1')<p_3 p_2'\varkappa_4 p_1>-(\varkappa_2 p_3)\times$$
$$<p_1' p_2'\varkappa_4 p_1>-(\varkappa_2\varkappa_4)<p_1' p_3 p_2' p_1>+$$
$$+(\varkappa_2 p_1)<p_1' p_2'\varkappa_4 p_3>+(\varkappa_2 p_2')<p_1' p_3\varkappa_4 p_1>]+(A+B)[(\varkappa_2 p_1')\times$$
$$\times<p_1 p_2'\varkappa_4 p_3>-(\varkappa_2 p_1)<p_2' p_3\varkappa_4 p_2>-(\varkappa_2\varkappa_4)<p_1' p_1 p_2' p_3>+$$
$$+(p_3\varkappa_2)<p_1' p_1 p_2'\varkappa_4>+(\varkappa_2 p_2')<p_1' p_1\varkappa_4 p_3>]\}; \quad M_{23}=-\frac{2^9 G^4}{\varkappa_2^2\varkappa_3^2}\times$$
$$\times(c_V+c_A)(p_2 p_1')\{(A-B)[<p_3 p_2' p_1\varkappa_3>(\varkappa_2 p_4)-(\varkappa_2\varkappa_3)<p_4 p_3 p_2' p_1>-$$
$$-(\varkappa_2 p_3)<p_4 p_2'\varkappa_3 p_1>+(\varkappa_2 p_2')<p_4 p_3\varkappa_3 p_1>+(\varkappa_2 p_1)<p_4 p_3 p_2'\varkappa_3>]+$$
$$+(A+B)[<p_1 p_2'\varkappa_3 p_3>(\varkappa_2 p_4)-(\varkappa_1 p_1)<p_4 p_2'\varkappa_3 p_3>-(\varkappa_2\varkappa_3)\times$$
$$\times<p_4 p_1 p_2' p_3>+(\varkappa_2 p_3)<p_4 p_1 p_2'\varkappa_3>+(\varkappa_2 p_2')<p_4 p_1\varkappa_3 p_3>]\}$$
$$M_{34}=-\frac{2^9 G^4}{\varkappa_3^2\varkappa_4^2}(c_V+c_A)(p_2 p_2')\{(A-B)[<p_1\varkappa_3 p_1' p_3>(\varkappa_1 p_4)-$$
$$-(p_1 p_4)<\varkappa_4\varkappa_3 p_1' p_3>+(p_3 p_4)<\varkappa_4 p_3 p_1' p_3>-(p_4 p_1')\varkappa_4 p_1\varkappa_3 p_3>+$$
$$+(p_4 p_3)<\varkappa_4 p_1\varkappa_3 p_1'>]+(A+B)[(p_4 p_3)<\varkappa_4\varkappa_3 p_1' p_1>-(p_4 p_1)\times$$
$$\times<\varkappa_4 p_3 p_1'\varkappa_3>+(p_4 p_1')<\varkappa_4 p_3\varkappa_3 p_1>+(p_4\varkappa_2)<p_3\varkappa_3 p_1' p_1>+$$
$$+(p_4 p_3)<\varkappa_4\varkappa_3 p_1' p_1>]\}; \quad A=c_V^2+c_A^2; \quad B=2c_V c_A; \quad <abcd>=$$
$$=a\cdot b\ c\ d+a\cdot d\ c\cdot b-a\cdot c\ b\cdot d.$$

Приложение Б

Вклад в полное сечение исследуемого процесса членов типа $|M_1|^2$ вычисляется следующим образом. После интегрирования по p_4 и p_1' получим (для второго слагаемого в $|M_1|^2$:

$$I_1=\frac{\pi}{6}\int(Q^2 g_{\alpha\beta}+2Q_\alpha Q_\beta)\frac{g_{\alpha\beta}}{\varkappa_1^4}[2(\varkappa_1 p_2')^2-\varkappa_1^2(p_1 p_2')](p_3 p_2)\times$$

$$\times \frac{d^3p_3}{E_3}\frac{d^3p_2'}{E_2'} = \pi\int\frac{(\varkappa_1-p_2')}{\varkappa_1^4}(p_3 a_1)\,[2(\varkappa_1 p_2')(\varkappa_1 p_1)-\varkappa_1^2(p_1 p_2')]\times$$

$$\times\frac{d^3p_3}{E_3}\frac{d^3p_2'}{E_2'};\quad Q=p_1'+p_4.$$

Интегрирование по импульсу p_2' выполняем в системе, где $\varkappa_1=0$:

$$\int(\varkappa_1-p_2')^2\,p_{2a}\frac{d^3p_2'}{E_2'}=\frac{\pi}{24}\varkappa_1^4\varkappa_{1a}.$$

Поэтому для I_1 возникает выражение:

$$I_1=\frac{\pi^2}{24}\int(p_2p_3)(\varkappa_1p_1)\varkappa_1^2\frac{d^3p_3}{E_3}.$$

Так как

$$\int\varkappa_1^2p_{3a}\varkappa_{1\beta}\frac{d^3p_3}{E_3}=\frac{\pi q^4}{240}(q^2g_{a\beta}+6q_aq_\beta),$$

получим окончательно

$$I_1=\frac{4\pi^3}{45}E^8.$$

Рассмотрим теперь слагаемые в $|M|^2$, которые описывают интерференцию матричных элементов, отвечающих различным диаграммам, например M_{24} (слагаемое, пропорциональное $(A-B)$):

$$\widetilde{I}_2=\int\frac{(p_1p_2)}{\varkappa_2^2\varkappa_4^2}\,[(\varkappa_2p_1')<p_3p_2'\varkappa_4p_1>-(\varkappa_2p_3)<p_1'p_2'\varkappa_4p_1>+$$

$$+(p_2'\varkappa_2)<p_2'p_3\varkappa_4p_1>-(\varkappa_2\varkappa_4)<p_1'p_3p_2'p_1>+$$

$$+(\varkappa_2p_1)<p_1'p_3p_2'\varkappa_4>]\;d^3p_3/E_3\;\;d^3p_4/E_4\;\;d^3p_1'/E\times$$

$\times d^3p_2'/E_2'$; Интегрируем сначала по p_3 и p_2': $I_2=\frac{4\pi}{3}\int\frac{(p_1p_2}{\varkappa_4^2\varkappa_2^2}\times$

$$\times\{4(p_1p_1')(Qp_1')(Qp_1)+Q^2[4(Qp_1)Q(p_1')+2(Qp_1')(p_1p_1')-$$

$$-2(Qp_1)(p_1p_1')-4(p_1p_1')-Q^2(p_1p_1')]\}\frac{d^3p_1'}{E_1'}\frac{d^3p_4}{E_4}.$$

Для интегрирования по p_1 перейдем в систему, где $\varkappa_4=0$. Выберем следующие переменные:

$x=p'_{10}$, $y=p_{10}$, $z=\varkappa_{40}$, $t=\cos(p_1, p'_1)$, тогда $I_2=\frac{4\pi}{3}\int\frac{(p_4p_2)}{\varkappa_4^2}\times$

$\times\frac{(A+Bt+Ct^2)}{(M+Nt)}xyz^2dxdt\frac{d^3p_4}{E_4}$, где $A=3z^2+6xy-6xz-2yz$;

$B=z^2-2xz+2yz-4xy$; $C=N=-2xy$; $M=z^2-2z(x+y)+$

$+2xy$. Интегрируя по x и $t\left(0<x\leqslant\frac{1}{2}z,\ |t|<1\right)$, получаем

$$I_2=\frac{8\pi^2}{3}\int(p_4p_2)\left[\frac{1}{2}yz^3+y^2z^2+(2zy^3-y^2z^2)\ln\left|\frac{2y}{z-2y}\right|\right]\frac{d^3p_4}{E_4}.$$

Преобразуем это выражение к ковариантному виду при помощи замен $z^2\to\varkappa_4^2$, $y^2\to\frac{(p_1\varkappa_4)^2}{\varkappa_4^2}$, $zy\to(p_1\varkappa_4)$. В результате получим $I_2=\frac{8\pi^2}{3}\int(p_4p_2)\frac{d^3p_4}{E_4}\left\{\frac{1}{2}(p_1\varkappa_4)\varkappa_4^2+(p_1\varkappa_4)^2-\frac{1}{4}\frac{(p_1\varkappa_4)^3}{\varkappa_4^2}+\right.$

$\left.+\left[2\frac{(p_1\varkappa_4)^3}{\varkappa_4^2}-(p_1\varkappa_4)^2\right]\ln\left|\frac{2(p_1\varkappa_4)}{\varkappa_4^2-2(p_1\varkappa_4)}\right|\right\}$. *Интегрирование по* импульсу p_4 удобно проводить в системе ц. н. начальных частиц: $\frac{d^3p_4}{E_4}=\frac{\pi}{s}dtd\varkappa_4^2$; $0\leqslant\varkappa_4^2<s$; $(\varkappa_4^2-s)\leqslant t\leqslant0$; $t=(p_2-p_4)^2$.

Интегралы другого типа встречаются при вычислении вкладов в полное сечение от M_{1_1}. Сначала интегрируем по p_4 и p_2: $(p_4p'_2)\to\frac{1}{2}(\varkappa_1-p'_1)^2$, затем по p'_1. При этом возникают следующие интегралы: $I_\alpha=\int(\varkappa_1-p'_1)^2\varkappa_4^{-2}p'_{1\alpha}\frac{d^3p'_1}{E'_1}=$

$=A\varkappa_1^2\varkappa_{1\alpha}$; $I_{\alpha\beta}=\int(\varkappa_1-p'_1)^2\varkappa_4^{-2}p'_{1\alpha}p'_{1\beta}\frac{d_3p'_1}{E'_1}=C\varkappa_1^2\varkappa_{1\alpha}\varkappa_{1\beta}+D\varkappa_1^4g_{\alpha\beta}$,

где $\varkappa_4=p_2+p'_1-\varkappa_1$. Величины A, C и D удобнее вычислять в системе, где $\varkappa_1=0$. Переходя к переменным $z=\varkappa_{10}$, $y=p_{30}$, $x=p'_{10}$, $t=\cos(\widehat{p_3, p'_1})$ и интегрируя по x и t в пределах $0<x<\frac{1}{2}z$; $|t|\leqslant1$, находим $I_\alpha=\frac{\pi}{3}\left(zy+\frac{1}{2}z^2+2y^2\ln\times\right.$

$$\times\left|\frac{2y}{z+2y}\right|\Big)\varkappa_{1\alpha};\quad I_{\alpha\beta}=\frac{\pi}{24z^2}\left[\frac{1}{2}z^4+2z^2y^2+\frac{13}{6}yz^3+\Big(2yz^3+4zy^3+\right.$$

$$\left.+\frac{16}{3}z^2y^2\Big)\ln\left|\frac{2y}{z+2y}\right|\right](4\varkappa_{1\alpha}\varkappa_{1\beta}-\varkappa_1^2g_{\alpha\beta}).$$ Приведя найденное выражение к ковариантному виду при помощи замен

$$zy\to(\varkappa_1p_3),\ z^2\to\varkappa_1^2,\ y^2=(\varkappa_1p_3)^2\varkappa_1^{-2},\ \text{получим}\ I_\alpha=\frac{\pi}{3}\left[(\varkappa_1p_3)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\varkappa_1^2+2\frac{(\varkappa_1p_3)}{\varkappa_1^2}\ln\left|\frac{2(\varkappa_1p_3)}{\varkappa_1^2+2(\varkappa_1p_3)}\right|\right]\varkappa_{1\alpha};$$

$$I_{\alpha\beta}=\frac{\pi}{24}\varkappa_1^{-2}\left\{\frac{1}{2}\varkappa_1^4+2(\varkappa_1p_3)^2+\frac{13}{6}\varkappa_1^2(\varkappa_1p_3)+[2(\varkappa_1p_3)\varkappa_1^2+4(\varkappa_1p_3)^3\times\right.$$

$$\left.\times\varkappa_1^{-2}+16(\varkappa_1p_3)^2]\ln\left|\frac{2(\varkappa_1p_3)}{\varkappa_1^2+2(\varkappa_1p_3)}\right|\right\}(4\varkappa_{1\alpha}\varkappa_{1\beta}-\varkappa_1^2g_{\alpha\beta}).$$

Интегрирование по импульсу p_3 производится в системе центра инерции начальных частиц:
$d^3p_3/E_3=\pi/s\,dt\,d\varkappa_1^2,\ 0\leqslant\varkappa_1^2\leqslant s,\ (\varkappa_1^2-s)\leqslant t\leqslant0,\ t=(p_3-p_3)^2.$

Список литературы: 1. *Иоффе Б. Л., Окунь Л. Б., Рудик А. П.* Слабое взаимодействие на встречных электронных пучках. — *Журн. эксперим. и теор. физики*, 1964, 47, вып. 5, с. 1905—1920. 2. *Богомольный Е. Б., Николаев Н. Н., Новиков В. А.* Сечение неупругих слабых процессов на встречных пучках.— Ядерная физика, 1973, 17, с. 813—821. 3. *Долгов А. Д.* О дифференциальных сечениях процессов $e^+e^-\to\mu^+\mu^-\nu\bar\nu, e^+e^-\to\mu^+\mu^-\nu\bar\nu$. — Ядерная физика, 1965, 1, с. 89—91. 4. *Рекало А. П.* Процессы $l^+l^-\to\nu\bar\nu\gamma$ в общей схеме нейтринолептонных взаимодействий. — Препринт ИТФ-72-82Р, Киев, 1972, с. 32. 5. *Долгов А. Д., Захаров В. И., Окунь Л. Б.* Слабые взаимодействия на встречных лептонных пучках в области 10^2—10^3, Гэв. — Ядерная физика, 1972, 14, с. 1014—1023. 6. *Долгов А. Д., Захаров В. И., Окунь Л. Б.* О членах порядка $(Gs)^3$ в амплитудах лептонных процессов. — Ядерная физика, 1972, 14, с. 1247—1258. 7. *Abers E. S., Lee B. W.* Gauge theories. — Phys Reports, 1973, 9с, p. 95. 8. *Вайнштейн А. И., Хриплович Н. Б.* Перенормируемые модели электромагнитных и слабых взаимодействий. — Усп. физ. наук, 1974, 112, вып. 4, с. 50—55.

Поступила в редколлегию 05.06.80.

УДК 539.12

В. П. БАРАННИК, Ю. В. КУЛИШ

ПРОЯВЛЕНИЯ АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ В РАСПАДЕ $\tau\to\nu\rho\pi$

1. Открытие тяжелого лептона τ, наряду с открытием нового квантового числа-шарма и нейтральных токов, является выдающимся достижением физики элементарных частиц последнего

десятилетия [1]. Открытие тяжелого лептона было следствием значительного теоретического интереса к новым лептонам, обусловленного, в частности, возможностью построения перенормируемых моделей с участием таких лептонов. В свою очередь, на многочисленных экспериментальных данных о проявлении τ-лептона в e^+e^--аннигиляции основаны теоретические работы, в которых рассматриваются конкретные процессы с участием нового лептона в рамках различных моделей. При этом была выяснена важность адронных распадов нового лептона.

Участие адронов в распаде τ-лептона объясняется его большой массой (усредненное по экспериментальным данным значение $m_\tau = 1{,}807$ ГэВ [1]). Это обстоятельство создает уникальную возможность изучения в наиболее чистом виде *слабых адронных токов, а также различных резонансов в адронных системах, проявляющихся в каскадных распадах, например* [2]:

$$\tau \to \nu_\tau A_1 \to \nu_\tau \rho\pi \to \nu_\tau 3\pi.$$

Изучение распада тяжелого лептона с образованием $\rho\pi$-системы открывает новые возможности исследования свойств A_1-мезона. Действительно, A_1-мезон обычно образуется в адронных столкновениях, когда существенны эффекты взаимодействия в конечном состоянии, искажающие спектры $\rho\pi$-системы. Именно этим объясняется относительная противоречивость экспериментальных данных об A_1-резонансе [3].

Более того, изучение распада $\tau \to \nu\rho\pi$ дает информацию о следующем аксиально-векторном мезоне A_1', принадлежащем *к тому же семейству, что и A_1-мезон. К существованию семейств адронов приводит, по-видимому, сложность их структуры. В настоящее время хорошо изучены семейства векторных мезонов: ρ и ρ' (1600); ψ (3100), ψ' (3685), ψ'' (3770) и ψ''' (4415) [1]; Υ (9430), Υ' (9990) и Υ'' (10350) [4]. Исследуя свойства таких семейств адронов, можно получить информацию, необходимую для построения составных моделей.*

2. Информацию об известном аксиально-векторном мезоне A_1 можно получить из спектральных правил сумм Вайнберга [5]:

$$\int dm^2 \frac{1}{m^2} (\rho^V(m^2) - \rho^A(m^2)) = f_\pi^2; \quad \int dm^2 (\rho^V(m^2) - \rho^A(m^2)) = 0, \tag{1}$$

причем $\rho^A(p^2)\left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{p_2}\right) = (2\pi)^3 \sum_n \delta(p - p_n) <0|a_\mu(0)|n>$

$$<n|a_\nu(0)|0>; \quad <0|v_\mu^\alpha|V^\beta> = \delta^{\alpha\beta} g_V \varepsilon_\mu^V; \quad <0|a_\mu^\alpha|A^\beta> = \delta^{\alpha\beta} g_A \varepsilon_\mu^A;$$

$$<0|a_\mu^\alpha|\pi^\beta(q)> = i f_\pi \delta^{\alpha\beta} q_\mu \varphi_\pi.$$

Если $\rho^V(m^2)$ учесть вклад только ρ-мезона, а в $\rho^A(m^2)$

только вклад A_1-мезона и воспользоваться соотношением Кавабаяши—Судзуки—Риазуддина—Фаязуддина (КСРФ) [5] $g_\rho^2 = 2m_\rho^2 f_\pi^2$, то из (1) следует

$$g_\rho^2 = g_A^2;\quad m_{A1} = \sqrt{2}\, m_\rho. \tag{3}$$

Соотношения КСРФ и $m_{A_1} = \sqrt{2} m_\rho$ довольно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Из формул видно, что дополнительный учет ρ'-мезона в соотношениях (1) при прежних соотношениях приводит к $g_{\rho'} = 0$. Чтобы получить ненулевой результат для константы $g_{\rho'}$ и сохранить справедливость $m_{A_1} = \sqrt{2} m_\rho$ предположим, что существует еще один аксиальный мезон A_1'. Тогда из формул (1) в дополнение к (3) имеем $g_{\rho'}^2 = g_{A_1'}^2$; $m_{\rho'} = m_{A_1'}$ (4).

Заметим, что из правил сумм Вайнберга нельзя ничего узнать о структуре A_1'-мезона. Он может представлять собой как радиальное возбуждение в $Q\bar{Q}$-системе, так и одно из состояний в $Q^2\bar{Q}^2$-системе (Q-кварк, $\bar{Q}$-антикварк). В модели кварковых мешков предсказываются такие состояния с квантовыми числами A_1-мезона и массами 1600 и 1650 МэВ. Таким значениям масс не противоречит второе из соотношений (4).

3. Амплитуда распада $\tau \to \nu\rho\pi$ при отсутствии токов второго рода определяется матричным элементом аксиального тока и может быть представлена в следующем виде:

$$\langle \pi^\alpha(q), \rho^\beta(k) | a_\mu^\gamma(0) | 0 \rangle = \varepsilon_\nu^V [K_1(t)\, g_{\mu\nu} + K_2(t)\, q_\nu (k+q)_\mu +$$

$$+ K_3(t)\, q_\nu (k-q)_\mu],\quad t = (k+q)^2. \tag{5}$$

Здесь формфакторы K_2 и K_3 определены с помощью дисперсионных соотношений без вычитаний, а K_1 — с вычитанием. Константа вычитания найдена при $t = m_\rho^2$ ($q_\mu = 0$) с помощью алгебры токов и частичного сохранения аксиального тока. В итоге формфакторы распада $\tau \to \nu\rho\pi$ имеют вид

$$K_1(t) = g_\rho/f_\pi + g_A G_s \frac{m_\rho^2 - t}{m_{A_1}^2 - m_\rho^2} D_A + g_A' G_s' \frac{m_\rho^2 - t}{m_{A_1'}^2 - m_\rho^2} D_A';$$

$$K_2(t) = \frac{g_A}{m_{A_1}^2}\left[G_\rho - \frac{G_d}{2} m_\rho^2\right] D_A + \frac{g_A'}{m_{A_1'}^2}\left[G_s' - \frac{G_d'}{2} m_\rho^2\right] D_A' + \frac{1}{2} f_\pi \times$$

$$\times \frac{g_{\rho\pi\pi}}{m_\pi^2 - t};\quad K_3(t) = \frac{1}{2} g_A G_d D_A + \frac{1}{2} g_A' G_d' D_A';$$

$$\langle \rho^\alpha(k)\, \pi^\beta(q) | A_1(p) \rangle = i\,[G_s(\varepsilon^A \varepsilon^V) + G_d(\varepsilon^A k)(\varepsilon^V p)]\, \varepsilon^{\alpha\beta\gamma};$$

$$< \rho^{\beta}(k)\pi^{\beta}(q)|A_1'(p) > = i[G_s'(\varepsilon^{A'}\varepsilon^{V}) + G_z'(\varepsilon^{A'}k)(\varepsilon^{V}p)]\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}; \quad D_A =$$
$$= 1/(m^2_{A_1} - t - im_{A_1}\Gamma_{A_1}); \; D_A' = 1/(m^2_{A_1'} - t - im_{A_1'}\Gamma_{A_1'});$$

$$< \pi^{\alpha}(q_1),\ \pi^{\gamma}(q_2)|\rho^{\beta}(k) > = (\varepsilon^{V}(q_1 - q_2))\, g_{\rho\pi\pi}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma},$$

где $m_{A_1}(m_{A_1'})$ и $\Gamma_{A_1}(\Gamma_{A_1'})$ — масса и ширина $A_1(A_1')$ — мезона; g_A' — константа в $<0|a_\mu^\alpha|A_1'>$.

4. Будем исходить из стандартных значений массы и ширины ρ-мезона — 776 и 155 МэВ соответственно [1], используя экспериментально определенные значения констант распадов ρ- и π-мезонов: $g_\rho = (0{,}113 \pm 0{,}007)$ ГэВ², $f_\pi = (94 \pm 1)$ МэВ, $g_{\rho\pi\pi} = 6{,}05 \pm 0{,}06$ [6]. При этом полагаем $g_A = g_\rho$, $m_{A_1} = \sqrt{2}m_\rho$. Современные экспериментальные данные допускают значительный разброс в значениях ширины A_1-мезона — 150—500 МэВ [1, с. 109—111]. Вероятность распада $\tau \to \nu\rho\pi$ определяли в двух опытах [7, 8]: для отношения B интегральной ширины изучаемого распада к полной ширине τ-лептона получено $B = 0{,}060 \pm \pm 0{,}045$ [7], $B = 0{,}050 \pm 0{,}015$ (при 30% систематических ошибках) [8].

Результаты теоретических расчетов будем сравнивать с данными, найденными из отношения

$$R = \frac{B(\tau^{\pm} \to \nu\rho^0\pi^{\pm})}{B(\tau \to e\nu\bar{\nu})} = \frac{\Gamma(\tau^{\pm} \to \nu\rho^0\pi^{\pm})}{\Gamma(\tau \to e\nu\bar{\nu})}. \tag{7}$$

С помощью величины $B(\tau \to e\nu\bar{\nu}) = 17{,}1 \pm 1{,}0\%$ [9] получим две области значений отношения R для данных из [7], [8] соответственно $R = 0{,}35 \pm 0{,}26$ (8а), $R = 0{,}29 \pm 0{,}13$ (8б).

При вычислении теоретического значения R мы прибегаем к стандартной формуле

$$\Gamma(\tau \to e\nu\bar{\nu}) = \frac{G^2 m_\tau^5}{192\pi^3}.$$

5. Для определения констант G_s и G_d рассмотрим распад $A_1 \to \rho\pi$. Используя выражение для амплитуды распада $A_1 \to \rho\pi$ из (6), можно получить формулу для интегральной ширины

$$\Gamma(A_1^0 \to \rho^+\pi^-) = \Gamma(A_1^+ \to \rho^0\pi^+) = \frac{m^2_{A_1} - m^2_\rho}{24 m^3_{A_1}} G_s^2 \left(2 + \frac{(m^2_{A_1} + m^2_\rho)^2}{4 m^2_{A_1} m^2_\rho} + \right.$$
$$\left. + \frac{G_d}{G_s} \frac{(m^2_{A_1} + m^2_\rho)(m^2_{A_1} - m^2_\rho)^2}{4 m^2_{A_1} m^2_\rho} + \left(\frac{G_d}{G_s}\right)^2 \frac{(m^2_{A_1} - m^2_\rho)^4}{16 m^2_{A_1} m^2_\rho} \right). \tag{9}$$

Выражение (9) связано с экспериментально определяемой полной шириной A_1-мезона следующим образом:

$$\Gamma(A_1^+ \to \rho^0\pi^+) = 1/2\,\Gamma(A_1 \to \rho\pi) \equiv 1/2\,\Gamma_{A_1}. \tag{10}$$

Фиксируем отношение G_s/G_d условием равенства спиральных амплитуд $A_1 \to \rho\pi$-распада:

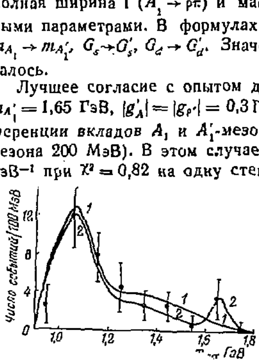
$$Q_s/G_d = -1/2\,(m_{A_1} + m_\rho)^2. \qquad (11)$$

Как видно, формул (9)—(11) достаточно для вычисления констант G_s и G_d при известной экспериментально наблюдаемой полной ширине A_1-мезона.

Например, при ширине $\Gamma(A_1 \to \rho\pi) = 200$ МэВ и массе $m_{A_1} = 1{,}097$ ГэВ получаем $G_s = 1{,}325$ ГэВ, $G_d = -0{,}755$ ГэВ$^{-1}$.

6. Константы G'_s и G'_d распада $A'_1 \to \rho\pi$ определяли аналогично константам распада $A_1 \to \rho\pi$, за исключением того, что полная ширина $\Gamma(A'_1 \to \rho\pi)$ и масса m'_{A_1} являлись подгоночными параметрами. В формулах (9)—(11) заменяли $A_1 \to A'_1$, $m_{A_1} \to m_{A'_1}$, $G_s \to G'_s$, $G_d \to G'_d$. Значение константы g'_A варьировалось.

Лучшее согласие с опытом достигнуто при $\Gamma_{A'_1} = 100$ МэВ, $m_{A'_1} = 1{,}65$ ГэВ, $|g'_A| = |g_{\rho'}| = 0{,}3$ ГэВ^2 и деструктивной интерференции вкладов A_1 и A'_1-мезонов (при полной ширине A_1-мезона 200 МэВ). В этом случае $G'_s = 0{,}921$ ГэВ, $G'_d = -0{,}313$ ГэВ$^{-1}$ при $\chi^2 = 0{,}82$ на одну степень свободы и $R \simeq 9\%$.



Сравнивая распределение по инвариантной массе $\rho\pi$-системы без учета A'_1-мезона (рисунок, кривая 1) и с учетом его (кривая 2), видим, что в последнем случае существенно улучшается описание экспериментальных данных [7—9] при больших значениях массы $\rho\pi$-системы.

Судя по форме спектра, допустимыми являются также и несколько большие значения ширины $\Gamma_{A'_1}$-мезона. Так, при $\Gamma_{A'_1} = 125$ МэВ (и том же значении массы $m_{A'_1} = 1{,}65$) хорошее согласие с опытом достигается при $|g'_A| = 0{,}335$ ГэВ^2 ($G'_s = 1{,}029$ ГэВ, $G'_d = -0{,}350$ ГэВ$^{-1}$). В этом случае $\chi^2 = 0{,}91$ на одну степень свободы. Видно, что с увеличением $\Gamma_{A'_1}$ происходит некоторое увеличение $|g'_A|$: для $\Gamma_{A'_1} = 0{,}150$ МэВ получаем $|g'_A| = -0{,}360$ ГэВ^2 ($G'_s = 1{,}120$ ГэВ, $G'_d = -0{,}397$ ГэВ$^{-1}$) при $\chi^2 = 1{,}02$ на одну степень свободы.

7. Заметное изменение значения массы A'_1-мезона ухудшает согласие $d\Gamma(\tau \to \nu\rho\pi)/dm_{\rho\pi}$ с экспериментально наблюдаемой формой спектра. Так, при $\Gamma_{A'_1} = 125$ МэВ уменьше-

ние массы мезона до 1600 МэВ влечет за собой ухудшение χ^2 до 1,03 на степень свободы ($|g'_A| = 0{,}235$ ГэВ^2). Увеличение этого же параметра до 1670 МэВ приводит к $\chi^2 = 0{,}97$ на степень свободы ($|g'_A| = 0{,}39$ ГэВ^2). Аналогичная картина наблюдается при других значениях ширины A'_1-мезона (для $\Gamma_{A'_1} = 150$ МэВ имеем $\chi^2 = 1{,}21$ на степень свободы ($|g'_A| = 0{,}260$) при $m_{A'_1} = 1600$ МэВ и $\chi^2 = 1{,}05$ на степень свободы ($|g'_A| = 0{,}400$) при $m_{A'_1} = 1670$ МэВ).

Следует отметить, что степень согласия формы спектра массы $\rho\pi$- системы в распаде $\tau \to \nu\rho\pi$ с экспериментальными данными [7—9] значительно изменяется при варьировании ширины A_1-мезона в пределах, допускаемых опытом [1]. Например, при уменьшении ширины A_1-мезона до 175 МэВ ($m_{A'_1} = 1650$ МэВ, $\Gamma_{A'_1} = 125$ МэВ) получаем $\chi^2 = 0{,}95$ на степень свободы при $|g'_A| = 0{,}33$. Дальнейшее уменьшение ширины до $\Gamma_{A'_1} = 150$ МэВ приводит к росту χ^2 до 1 на степень свободы.

8. Таким образом, изучено совместное проявление двух аксиально векторных мезонов в распаде $\tau \to \nu\rho\pi$. Показано, что подключение второго аксиально векторного мезона с массой 1650 МэВ значительно улучшает согласие с экспериментальными данными для спектра масс $\rho\pi$-системы. Лучшее согласие достигается при $\Gamma_{A'_1} = 100$ МэВ и $|g'_A| = 0{,}3$ ГэВ^2 со значением $\chi^2 = 0{,}82$ на степень свободы. Заметим, что для улучшения описания данных эксперимента о спектре масс $\rho\pi$-системы в распаде $\tau \to \nu\rho\pi$ в работе [10] вводилось нерезонансное взаимодействие аксиального тока с тремя пионами. Лучшему описанию в статье [10] соответствует $\chi^2 = 1{,}85$ на степень свободы. Видно, что описание $\tau \to \nu\rho\pi$-распада в модели с A_1 и A'_1-мезонами предпочтительнее модели [10].

Список литературы: 1. *Review* of particle properties/C. Bricman, C. Dionisi, R. J. Hemingway e. a, — Phys. Lett., 1978, 75B, p. 1—250. 2. *Flugge G.* The new heavy lepton τ. — Preprint DESY, 78/42. Hamburg, 1978. — 26 p. 3. *Haber H., Kane G.* The search for the A_1-mesons. — Nucl. Phys, 1977, 129B, p. 429—442. 4. *Bertlmann R., Martin A.* Reevaluation of the γ'' leptonic width. — Preprint TH, 2797 — CERN. Geneva, 1980. — 2 p. 5. *Сакураи Дж.* Токи и мезоны. — М.: Атомиздат, 1972. — 168 с. 6. *Geffen D. A., Wilson W. J.* Search for the A_1 in $\tau \to \nu\rho\pi$. — Phys. Rew., 1978, D18, p. 2488—2494. 7. *Observation* of $\mu 3\pi$-events in e^+e^--annihilation/J. A. Jaros, G. S. Abrams, M. S. Alam e. a. — Phys. Rev. Lett., 1978, 40, p. 1120—1123. 8. *Evidence* for the $\tau \to \nu\rho\pi$ decay mode./G. Alexander, *L. Criegg, H. C. Dehne* e. a. — Preprint DESY, 77/78. Hamburg, 1977. — 16 p. 9. *Flugge G.* Heavy leptons. Preprint DESY, 79/37. Hamburg, 1979. — 18 p. 10. *Goldberg H., Aaron R.* Current—algebra calculation of the decay $\tau \to 3\pi\nu$. — Phys. Rev. Lett., 1979, 42, p. 339—342.

Поступила в редколлегию 2.04.80.

УДК 539.12

Г. И. ГАХ, М. П. РЕКАЛО

P-НЕЧЕТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ИНКЛЮЗИВНОМ ОБРАЗОВАНИИ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ НА ВСТРЕЧНЫХ e^+e^--ПУЧКАХ

1. Введение. Для реакций на встречных электрон-позитронных пучках установлены два механизма рождения векторных мезонов ρ, ω, φ, K и A_1. Один механизм отвечает непосредственному (однофотонному) образованию V-мезонов (рис. 1, *а*), когда векторный мезон рождается в электромагнитной вершине, другой (рис. 1, *б*) — образованию V-мезонов в распадах тяжелого лептона или шармовых частиц, рожденных на встречных e^+e^--пучках. Поскольку эти распады определяются слабым взаимодействием, то пространственная четность в последнем случае может не сохраняться, причем эффекты нарушения P-инвариантности должны быть велики. Отметим, что эффекты несохранения пространственной четности уже наблюдались в адронных распадах D-мезонов [1].

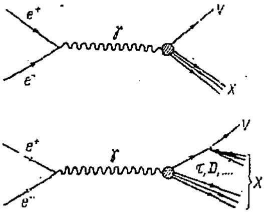


Рис. 1.

Измеренное на опыте сечение процесса $e^+e^- \to \rho^0 + X$ (X — недетектируемая совокупность частиц, куда могут входить адроны, электроны, мюоны и нейтрино, т. е. продукты распада тяжелого лептона и шармовых частиц) обнаруживает рост при $\sqrt{s} \approx$ ≈ 4 ГэВ [2], т. е. на пороге рождения τ-лептонов и шарма. Такое поведение сечения указывает на важность вклада второго (распадного) механизма в инклюзивное рождение ρ^0-мезонов. В этой связи заметим, что для τ-лептонов доля распадов с образованием V-мезонов составляет заметную величину: $B(\tau \to \rho\nu) =$ $= (24 \pm 9)\,\%$ [3]; $B(\tau \to \rho\pi\nu) = (10{,}4 \pm 2{,}4)\,\%$ [4]. Заслуживают внимания также такие распады, как $\tau \to \nu + \pi + \omega$, $\tau \to \nu + \pi + \varphi$, свойства которых существенно определяются сохранением векторного слабого тока адронов [5]. Эти распады могут быть использованы для таких токов второго рода [6]. Векторные мезоны образуются и в полулептонных распадах шармовых мезонов $D \to K^* e\vartheta$, $F \to e\nu\varphi$ [7, 8], в адронных распадах, $D \to K\rho$, $D \to$ $\to K^*\pi$, $F \to \varphi\pi$ и т. д. [8, 9].

2. Структурные функции и дифференциальное сечение. Матричный элемент процесса $e^+e^- \to V+X$ для однофотонного механизма (рис. 1, в) может быть записан в виде

$$M = \frac{e^2}{q^2} j_\mu J_\mu;\ j_\mu = \bar{v}(k_2)\gamma_\mu u(k_1);\ J_\mu = V_\mu + A_\mu;\ q = k_1 + k_2, \quad (1)$$

где $k_1(k_2)$ — 4-импульс электрона (позитрона). Ток J_μ, содержащий векторную (V_μ) и аксиальную (A_μ) части, сохраняется, $q_\mu J_\mu = 0$.

Дифференциальное сечение инклюзивного образования V-мезонов

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{s^3} L_{\mu\nu}(W_{\mu\nu} + \tilde{W}_{\mu\nu})\frac{dp}{\omega};\ L_{\mu\nu} = l_\mu^* l_\nu;\ s = q^2, \quad (2)$$

где $\omega(p)$ — энергия (3-импульс) векторного мезона в с. ц. и. e^+e^--пучков. Тензоры $W_{\mu\nu}$ и $\tilde{W}_{\mu\nu}$ определяются формулами

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_X [<n, p;\ p_X|V_\mu(0)|0>^* <n, p, p_X|V_\nu(0)|0> +$$

$$+ <n, p;\ p_X|A_\mu(0)|0>^* <n, p;\ p_X|A_\nu(0)|0>]\delta(q - p - p_X); \quad (3)$$

$$\tilde{W}_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_X [<n, p;\ p_X|A_\mu(0)|0>^* <n, p;\ p_X/V_\nu(0)(0)> +$$

$$+ <n, p;\ p_X|V_\mu(0)/0>^* <n, p;\ p_X|A_\nu(0)|0>]\delta(q - p - p_X),$$

где p (p_X)-4-импульс $V(X)$; n — поляризационный индекс V-мезона. Суммирование в (3) выполняется по всем возможным состояниям X.

Общая структура тензоров $W_{\mu\nu}$ и $\tilde{W}_{\mu\nu}$, характеризующих образование в $\gamma^* \to V + X$ V-мезонов с векторной и тензорной поляризациями, может быть представлена (с учетом сохранения тока J_μ и эрмитовости тензоров $W_{\mu\nu}$ и $\tilde{W}_{\mu\nu}$) так:

$$W_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} W_1 + \frac{1}{M^2}\bar{p}_\mu \bar{p}_\nu W_2 + \frac{i}{M} e_{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho s_\sigma W_3 + \frac{i}{M^3}(\bar{p}_\mu e_{\nu\alpha\beta\gamma} -$$

$$- \bar{p}_\nu e_{\mu\alpha\beta\gamma}) s_\alpha q_\beta p_\gamma W_4 + \frac{1}{M^3}(\bar{p}_\mu e_{\nu\alpha\beta\gamma} + \bar{p}_\nu e_{\mu\alpha\beta\gamma}) s_\alpha q_\beta p_\gamma W_5 + D_{\alpha\beta} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{M^2} q_\alpha q_\beta \left(\bar{g}_{\mu\nu} W_6 + \frac{1}{M^2}\bar{p}_\mu \bar{p}_\nu W_7\right) + \bar{g}_{\mu\alpha}\bar{g}_{\nu\beta} W_8 + \frac{1}{M^2} q_\alpha (\bar{p}_\mu \bar{g}_{\nu\beta} + \right.$$

$$\left. + \bar{p}_\nu \bar{g}_{\mu\beta}) W_9 + \frac{i}{M^2} q_\alpha (\bar{p}_\mu \bar{g}_{\nu\beta} - \bar{p}_\nu \bar{g}_{\mu\beta}) W_{10} \right\};$$

$$\widetilde{W}_{\mu\nu}=\frac{i}{M^2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q_\rho p_\sigma V_1+\frac{1}{M}q\cdot s\bar{g}_{\mu\nu}V_2+\frac{1}{M^3}q\cdot s\,\bar{p}_\mu\bar{p}_\nu V_3+$$

$$+\frac{1}{M}(\bar{p}_\mu\bar{s}_\nu+\bar{p}_\nu\bar{s}_\mu)V_4+\frac{i}{M}(\bar{p}_\nu\bar{s}_\mu-\bar{p}_\nu\bar{s}_\mu)V_5+\frac{i}{M^4}D_{\alpha\beta}q_\alpha q_\beta\,\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\times$$

$$\times q_\rho p_\sigma V_6+\frac{i}{M^2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q_\beta q_\alpha D_{\rho\alpha}V_7+\frac{1}{M^3}(\bar{p}_\mu\varepsilon_{\nu\alpha\rho\sigma}q_\rho p_\sigma+\bar{p}_\nu\varepsilon_{\mu\alpha\rho\sigma}q_\rho p_\sigma)\times$$

$$\times q_\beta D_{\alpha\beta}V_8+\frac{1}{M^2}\Big[\Big(D_{\mu\alpha}-\frac{1}{q^2}D_{\alpha\beta}q_\beta q_\mu\Big)\varepsilon_{\nu\alpha\rho\sigma}+\Big(D_{\nu\alpha}-\frac{1}{q^2}D_{\alpha\beta}q_\beta q_\nu\Big)\times$$

$$\times\varepsilon_{\mu\alpha\rho\sigma}\Big]q_\rho p_\sigma V_9;\quad \bar{g}_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}-\frac{1}{q^2}q_\mu q_\nu,\quad \bar{p}_\mu=p_\mu-\frac{p\cdot q}{q^2}q_\mu,\qquad (4)$$

$$\bar{s}_\mu=s_\mu-\frac{s\cdot q}{q^2}q_\mu,$$

где M — масса V — мезона; s_μ — 4-вектор спина V-мезона ($s\times p=0$, $s^2=-1$); $D_{\alpha\beta}$ — тензор квадрупольной поляризации ($D_{\alpha\beta}=D_{\beta\alpha}$, $D_{\alpha\alpha}=0$, $D_{\alpha\beta}p_\beta=0$). Вещественные безразмерные функции W_i ($i=1\div10$) и V_i ($i=1\div9$) зависят от двух инвариантных переменных: q^2 и $\nu=q\cdot p$.

Структурные функции W_5, W_{10}, V_5, V_8 и V_9 отличны от нуля только при нарушении *T*-инвариантности в переходах $\gamma^*\to V+X$. Можно указать две причины такого нарушения: взаимодействие адронов в конечном состоянии (большой эффект) и нарушение *CP*-инвариантности в слабых распадах тяжелых лептонов [10] и шармовых частиц (малый эффект). Первая причина действует на этапе рождения этих частиц и на этапе их распада. Поскольку τ-лептон является точечной бесструктурной частицей, характеризуемой единичным электрическим зарядом, то для однофотонного механизма реакции $e^+e^-\to\tau^+\tau^-$ *T*-нечетные эффекты отсутствуют. Каждая из реакций $e^+e^-\to D^+D^-$ и $e^+e^-\to\bar{D}D^*$ определяется только одним формфактором, поэтому в них не могут возникать *T*-нечетные эффекты, которые должны иметь место для реакции $e^+e^-\to\bar{D}^*D^*$; однофотонный механизм ее характеризуется тремя комплексными электромагнитными формфакторами, разность фаз которых в общем случае отлична от нуля. Процесс $e^+e^-\to D\bar{D}\pi$ характеризуется не формфакторами, а амплитудами, зависящими от трех инвариантных переменных, но в силу сохранения пространственной четности в переходе $\gamma^*\to D+\bar{D}+\pi$ независимой является только одна амплитуда, и поэтому здесь не могут появиться *CP*-нечетные эффекты. В распадах $\tau\to\nu+\rho$, $\tau\to\nu+A_1$, $D\to e\nu K^*$, $F\to e\nu\varphi$ (с одним адроном в конечном состоянии) *T*-нечетные эффекты отсутствуют (с точностью до электромагнитных поправок, разумеется). Но в распадах $\tau\to\nu\rho\pi$, $\tau\to\nu\pi A_1$, $D\to K\pi\varphi$ и т. д. T-нечетные эффекты должны возникать.

Как следует из (1), ток J_μ для $\gamma^*\to V+X$ определяется произведением электромагнитного тока $j_\mu^{(em)}$ процессов образования тяжелого лептона ($e^+e^-\to\tau^+\tau^-$) или системы шармовых частиц и амплитуды слабого распада $\tau\to V+X_1$, или «шармовая частица»$\to V+X_2$ (X_1 и X_2 — совокупности недетектируемых частиц в соответствующих распадах). Поскольку в электромагнитном взаимодействии сохраняется пространственная четность, то схематически можно написать: $V_\mu=j_\mu^{(em)}\cdot A^{(+)}$; $A_\mu=j_l^{(em)}A^{(-)}$, где $A^{(+)}(A^{(-)})$ — P-четная (P-нечетная) часть амплитуды соответствующего распада. Это позволяет получить специфические предсказания для случая образования τ-лептонов с последующим их распадом на векторные мезоны. Как известно, адронные распады составляют более 60% всех распадов τ-лептона. Без кабиббовского подавления происходят распады с образованием пионов, $\tau\to\nu_\tau+m\pi$, $m\geqslant1$. Из-за определенной G-четности любой пионной системы слабый ток адронов в распаде $\tau\to\nu_\tau+n\pi$ с образованием четного числа пионов должен быть векторным, а с образованием нечетного числа пионов — аксиальным. Это справедливо при условии, что отсутствуют токи второго рода [6]. Нетрудно убедиться теперь, что те вклады в тензор $\tilde{W}_{\mu\nu}$, которые обусловлены рождением с последующим распадом τ-лептонов, должны быть пропорциональны произведению констант av слабого заряженного тока $\tau\to\nu_\tau$, $\bar{u}_\tau\gamma^\lambda(v+a\gamma_5)u_\nu$. Так что для чистого V- или A-варианта тока перехода тензор $\tilde{W}_{\mu\nu}$ должен обращаться в нуль. Отметим, что измерение параметра Мишеля, определяющего энергетический спектр электронов в распаде $\tau\to\nu_\tau+e^++\bar{\nu}_e$, привело к результату $\rho=0{,}72+0{,}15$ [10]; для $(V-A)$-варианта $\rho=0{,}75$, $(V+A)-\rho=0$ и $\rho=0{,}375$, если работают порознь V- или A-вариант. Этот результат показывает, что образование V-мезонов посредством рождения ν-лептонов должно характеризоваться заметными P-нечетными эффектами.

В реакциях инклюзивного образования нейтральных V-мезонов, обладающих определенным значением C-четности ($V^0=\rho^0,\omega,\varphi,\psi$), P-нечетные эффекты для однофотонного механизма должны отсутствовать, если в слабом взаимодействии с участием тяжелых лептонов и шармовых частиц имеет место CP-инвариантность. Действительно, тензор $W_{\mu\nu}$ ($\tilde{W}_{\mu\nu}$), определяющий переход $\gamma^*\to V^0+X$, пропорционален мнимой части P-четной (P-нечетной) части амплитуды комптоновского рассеяния вперед виртуальных γ-квантов на V-мезонах, $\gamma^*+V^0\to\gamma^*+V^0$. Но в таком рассеянии C-четность всегда сохраняется (даже если учесть эффекты слабого взаимодействия). А следовательно, в силу CP-инвариантности в процессах $\gamma^* + V^0 \to \gamma^* + V^0$ должна сохраняться и P-четность. Поэтому P-нечетная часть $\widetilde{W}_{\mu\nu}$ должна обращаться в нуль независимо от того, в каком распаде образуется нейтральный V^0-мезон; в распадах *тяжелого лептона и* шармовых частиц P-нечетные эффекты в реакциях $e^+e^- \to V^0 + X$ могут возникать только за счет нейтральных слабых токов (интерференция амплитуды однофотонного механизма с *амплитудой механизма, отвечающего обмену* Z^0-бозоном). Зато в реакциях инклюзивного образования заряженных $\rho^{\pm}$-мезонов, K^*- и D^*-мезонов P-нечетные эффекты могут быть обусловлены как нейтральными слабыми токами, так и нарушением P-инвариантности в распадах тяжелого лептона *и шармовых частиц*.

Дифференциальное сечение процесса $e^+e^- \to V + X$ в терминах структурных функций $W_i(q^2, \nu)$ и $V_i(q^2, \nu)$ в с. ц. и. реакции имеет вид (в приближении $m_e = 0$):

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega\, d\Omega} = 2\alpha^2 \frac{|p|}{s^2} [(1 + \xi_1^{\parallel}\xi_2^{\parallel}) A(q^2, \nu, \theta) + (\xi_1^{\parallel} + \xi_2^{\parallel}) B(q^2, \nu, \theta) +$$

$$+ \xi_1^{\perp}\xi_2^{\perp} \sin(\varphi_1 + \varphi_2) C(q^2, \nu, \theta) + \xi_1^{\perp}\xi_2^{\perp} \cos(\varphi_1 + \varphi_2) D(q^2, \nu, \theta)], \quad (5)$$

где $$A(q^2, \nu, \theta) = -2\left(W_1 + \frac{W}{M} s_0 V_2\right) + \sin^2\theta \frac{p^2}{M^2}\left(W_2 + \frac{W}{M} s_0 V_3\right) -$$

$$- 2\sin\theta \frac{|p|}{M}\left(\frac{W|p|}{M^2} \cos\theta\, s_y W_6 - s_x V_4\right) + \frac{W^2}{M^2} D_{00}\left(-2 W_6 +\right.$$

$$\left.+ \sin^2\theta \frac{p^2}{M^2} W_7\right) + (D_{xx} + D_{yy}) W_8 + \frac{W}{\omega}\frac{p^2}{M^2}\left[\left(\frac{\omega^2}{p^2} - \cos^2\theta\right) D_{00} +\right.$$

$$\left. + \cos^2\theta D_{yy} + D_{xx}\right] W_9 - \sin 2\theta \frac{W|p|}{M^2}\left[\frac{W|p|}{M^2} D_{0y} V_8 +\right.$$

$$\left. + (1 + \operatorname{tg}^2\theta)\left(\frac{\omega}{|p|} D_{0y} - \sin\theta D_{xy}\right) V_9\right];$$

$$B(q^2, \nu, \theta) = 2\frac{W}{M}\left[s_z W_3 - \frac{1}{2}\sin 2\theta \frac{p^2}{M^2}(s_x - \operatorname{tg}\theta s_z) W_4 -\right.$$

$$\left. - \sin\theta \frac{|p|}{M} D_{0y} W_{10}\right] - 2\frac{W|p|}{W^2}\left\{\cos\theta V_1 + \sin\theta \frac{M}{W} s_y V_5 +\right.$$

$$+ \frac{W_3}{M^2} D_{00} \cos\theta V_6 - \frac{1}{2}\frac{W}{\omega}(1 + \operatorname{tg}^2\theta)^{1/2}\left[\left(\frac{\omega^2}{p^2} + \cos^2\theta\right) D_{00} -\right.$$

$$\left.\left. - \cos^2\theta D_{yy} - D_{xx}\right] V_7\right\}. \quad C(q^2, \nu, \theta) = -2\sin\theta \frac{|p|}{M}\left[s_y V_4 +\right.$$

$$+\frac{W}{M} D_{0y} W_8+\frac{W|p|}{M^2} \cos\theta\,(s_x-\operatorname{tg}\theta\, s_z)\, W_6\Big]-2D_{xy}W_8-$$

$$-\cos\theta\,\frac{W|p|}{M^2}\left[\left(1+\operatorname{tg}^2\theta\right)D_{xx}-3D_{yy}-\frac{M^2}{p^2}\left(1+\frac{\omega^2}{M^2}\operatorname{tg}^2\theta\right)D_{00}\right]\times$$

$$\times V_0-\cos\theta\,\frac{W^2|p|^3}{\omega M^4}\left[\left(1+\operatorname{tg}^2\theta\right)D_{xx}+D_{yy}+\frac{M^2}{p^2}\left(1-\frac{\omega^2}{M^2}\operatorname{tg}^2\theta\right)\times\right.$$

$$\left.\times D_{00}\right] V_8;\quad D(q^2,\nu,\theta)=-\sin^2\theta\,\frac{p^2}{M^2}\Big(W_2-2\operatorname{ctg}\theta\,\frac{W}{M}s_yW_5+$$

$$+\frac{W^2}{M^2} D_{00} W_7+\frac{W}{M}s_0V_3\Big)-\Big(D_{xx}-D_{yy}\Big)W_6-2\sin\theta\,\frac{|p|}{M}s_xV_4+$$

$$+\frac{Wp^2}{\omega M^2}\left[\left(\frac{\omega^2}{p^2}-\cos^2\theta\right)D_{00}+\cos^2\theta D_{yy}+D_{xx}\right]W_9+\sin 2\theta\,\frac{W^2p^2}{M^4}\times$$

$$\times D_{0y}V_8+2\frac{W|p|}{M^2}\left(1+\operatorname{tg}^2\theta\right)^{1/2}\left[\left(1+\cos^2\theta\right)D_{xy}-\sin\theta\,\frac{\omega}{|p|}D_{0y}\right]V_9.$$

$$W=\sqrt{s},$$

где ξ_1 и ξ_2 — единичные векторы поляризации электрона и позитрона в системе покоя каждой из частиц; φ_1 и φ_2 —азимутальные углы векторов $\xi_1^{\perp}$ и $\xi_2^{\perp}$ (рис. 2, ось z направлена вдоль *импульса налетающего электрона, а плоскость xz совпадает* с плоскостью реакции $e^+e^-\to V+X$); θ —угол между импульса-

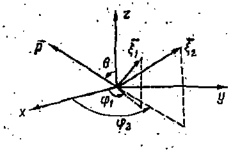


Рис. 2

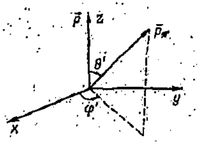


Рис. 3

ми электрона и V-мезона; s (s_0) — пространственная (временная) компонента 4-вектора спина, которые следующим образом связаны с единичным вектором ξ поляризации V-мезона в системе его покоя: $s_0=\frac{1}{M}p\xi,\ s=\xi+\frac{p}{M}\frac{p\xi}{(\omega+M)}$, $d\Omega$ — элемент телесного угла детектируемого V в с. ц. и. реакции. Все компоненты тензора квадрупольной поляризации приведены в с. ц. и. реакции $e^+e^-\to V+X$.

Таким образом, процесс инклюзивного образования поляризованного V-мезона на векторных пучках e^+ и e^- с учетом эффектов нарушения P-инвариантности описывается в общем случае 19 вещественными структурными функциями, причем 10(9) структурных функций отвечают P-четным (P-нечетным) эффектам. Сечения столкновения неполяризованных или поперечно-поляризованных пучков определяются только симметричной частью тензоров $W_{\mu\nu}$ и $\widetilde{W}_{\mu\nu}$, т. е. 12 структурными функциями: 7 P-четных и 5 P-нечетных.

Поскольку структурные функции не зависят от θ, в (5) можно выполнить интегрирование по $d\Omega$, а также вычислить среднее значение величины $\cos\theta$. Чтобы выполнить необходимые интегрирования, следует выразить компоненты тензора $D_{\mu\nu}$ в с. ц. и. реакции $e^+e^-\to V+X$ через компоненты стандартного тензора $Q_{ij}(i,j=1,\ 2,\ 3)$, который описывает квадрупольную поляризацию V-мезона в системе его покоя [11]. Для этого воспользуемся соотношением

$$D_{\mu\nu}=e_\mu^{(i)}e_\nu^{(j)}Q_{ij},\quad i,\ j=1,2,3. \tag{6}$$

Базисные векторы $e_\mu^{(\alpha)}$, обладающие свойствами полноты и ортонормированности $\sum_i e_\mu^{(i)}e_\nu^{(i)}=\delta_{\mu\nu}$, $e_\mu^{(\alpha)}e_\mu^{(\beta)}=g_{\alpha\beta}(\alpha,\ \beta=0,$ 1, 2, 3), удобно связать с теми 4-импульсами, которые характеризуют процесс инклюзивного образования векторного мезона в реакции $e^+e^-\to V+X$:

$$e_\mu^{(1)}=N_1\left(k_{1\mu}-\frac{M^2qk_1-\nu p\cdot k_1}{M^2q^2-\nu^2}q_\mu+\frac{\nu qk_1-q^2p\cdot k_1}{M^2q^2-\nu^2}p_\mu\right);$$

$$e_\mu^{(0)}=\frac{1}{M}p_\mu,\quad e_\mu^{(3)}=N_2\left(q_\mu-\frac{\nu}{M^2}p_\mu\right);\quad e_\mu^{(2)}=\varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}e_\alpha^{(0)}e_\beta^{(1)}e_\gamma^{(3)};$$

$$N_2^2=M^2(\nu^2-M^2q^2)^{-1};\quad N_1^2=\left[\frac{1}{M^2}(pk_1)^2-m_e^2+M^2(M^2q^2-\right.$$
$$\left.-\nu^2)^{-1}\left(qk_1-\frac{\nu}{M^2}pk_1\right)^2\right]^{-1}. \tag{7}$$

Легко убедиться, что в системе покоя векторного мезона базисные векторы $e_\mu^{(i)}$ имеют только пространственные компоненты. Если в этой системе ось z направить вдоль импульса виртуального фотона, а плоскость xz совместить с плоскостью реакции, то

$$e_\mu^{(3)}=(0,\ \boldsymbol{n}_1);\quad e_\mu^{(2)}=\left(0,\frac{\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2|}\right);\quad e_\mu^{(1)}=\left(0,\ \frac{(\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2\times\boldsymbol{n}_1)}{|(\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2)\times\boldsymbol{n}_1|}\right);$$

$$\boldsymbol{n}_1=\frac{\boldsymbol{q}^*}{|\boldsymbol{q}^*|},\quad \boldsymbol{n}_2=\frac{\boldsymbol{k}^*}{|\boldsymbol{k}^*|}, \tag{8}$$

где $q^*(k^*)$ — 3-импульс виртуального фотона (электрона) в системе покоя векторного мезона.

В с. ц. и. реакции $e^+e^- \to V+X$ базисные векторы (в выбранной системе координат)

$$e_\mu^{(1)} = (0, -\cos\theta, 0, \sin\theta); \quad e_\mu^{(2)} = (0, 0, 1, 0); \tag{9}$$
$$e_\mu^{(3)} = -\frac{1}{M}(|p|, \ \omega\sin\theta, 0, \omega\cos\theta).$$

Используя эти формулы, для энергетического распределения векторных мезонов, образующихся в реакции $e^+e^- \to V+X$, запишем

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = 8\pi\alpha^2 \frac{|p|}{s^2}[(1+\xi_1''\xi_2'')A(q^2,\nu) + (\xi_1''+\xi_2'')B(q^2,\nu)];$$

$$A(q^2,\nu) = -2\left(W_1 - \frac{1}{3}\frac{p}{M^2}W_2\right) + \frac{1}{3}(Q_{11}+3Q_{22})W_8 -$$
$$-\frac{4}{3}\frac{W|p|}{M^2}Q_{12}V_9 + 2Q_{33}\left[-\frac{W^2p^2}{M^4}\left(W_6 - \frac{1}{3}\frac{p^2}{M^2}W_7\right) + \frac{1}{3}\frac{\omega^2}{M^2}\times\right.$$
$$\left.\times\left(W_8 + 2\frac{W}{\omega}\frac{p^2}{M^2}W_9\right)\right]; \quad B(q^2,\nu) = 2\xi''\frac{W}{M}\left[\frac{1}{3}\left(2+\frac{\omega}{M}\right)W_3 +\right.$$
$$\left.+\frac{2}{3}\frac{p^2}{M^2}W_4\right] + \frac{\pi}{2}\frac{W|p|}{M^2}\left(\frac{|p|}{M}Q_{23}W_{10} - \frac{W}{M}Q_{13}V_7\right), \tag{10}$$

где ξ'' — продольная составляющая (относительно импульса электрона) вектора ξ. Видно, что энергетическое распределение V-мезонов не зависит от поперечных компонент ξ_1 и ξ_2. P-нечетные эффекты в дифференциальном сечении рассматриваемой реакции удобно характеризовать с помощью $<\cos\theta>$:

$$<\cos\theta>\frac{d\sigma}{d\omega} = \int \cos\theta \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} d\Omega =$$
$$= \frac{16\pi\alpha^2|p|}{3\ s^2}[(1+\xi_1''\xi_2'')\bar{A}(q^2,\nu) + (\xi_1''+\xi_2'')\bar{B}(q^2,\nu)]; \tag{11}$$
$$\bar{A}(q^2,\nu) = \frac{3\pi}{16}\left[\frac{\omega}{M}Q_{13}\left(W_8 + \frac{W}{\omega}\frac{p^2}{M^2}W_9\right) +\right.$$
$$\left.+\frac{W|p|}{M^2}Q_{23}\left(\frac{Wp^2}{M^3}V_8 + \frac{\omega}{M}V_9\right)\right] + \xi''\frac{W|p|}{M^2}\left(-V_2 +\right.$$
$$\left.+\frac{1}{5}\frac{p^2}{M^2}V_3 + \frac{2}{5}\frac{\omega - M}{W}V_4\right); \quad \bar{B}(q^2,\nu) =$$
$$= -\frac{W|p|}{M^2}\left[V_1 + \frac{W}{M}Q_{33}\left(\frac{Wp^2}{M^3}V_6 - \frac{\omega}{M}V_7\right)\right]. \tag{12}$$

При образовании неполяризованных V-мезонов величина $<\cos\theta>$ отлична от нуля только в том случае, если один из начальных пучков продольно поляризован и отлична от нуля структурная функция $V_1(q^2, \nu)$ P-нечетной части тензора $\tilde{W}_{\mu\nu}$. Для образования V-мезонов с векторной поляризацией величина $<\cos\theta>$ определяется только структурными функциями P-нечетного тензора $\tilde{W}_{\mu\nu}$, при этом начальные пучки электронов и позитронов должны быть неполяризованы или поперечно-поляризованы. *Для образования V-мезонов с тензорной поляризацией* при столкновении одного продольно-поляризованного пучка величина $<\cos\theta>$ отлична от нуля только при условии, что структурные функции V_6 и V_7 не равны нулю.

3. Два описания поляризации V-мезона. Состояния поляризации V-мезона в (4) характеризуются 4-вектором спина s_μ и тензором квадрупольной поляризации $D_{\alpha\beta}$. Эквивалентное описание возникает, если состояния поляризации V-мезона характеризовать 4-вектором поляризации ε_α. Запишем для этого ток J_α в следующем виде, выделяя явно 4-вектор поляризации V-мезона: $J_\mu \equiv <n, p; p_X/\tau_\mu(0)/0> = \varepsilon_\alpha^{(n)}(p)<p, p_X/\tau_\mu^\alpha(0)/0>$.

Тогда можно ввести тензоры

$$t_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = (2\pi)^3 \sum_X [<p, p_X|V_\mu^\alpha(0)|0>^* <p, p_X|V_\nu^\beta(0)|0> +$$

$$+ <p, p_X|A_\mu^\alpha(0)|0>^* <p, p_X|A_\nu^\beta(0)|0>]\delta(q - p - p_X);$$

$$\tilde{t}_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = (2\pi)^3 \sum_X [<p, p_X| A_\mu^\alpha(0)|0>^* <p, p_X|V_\nu^\beta(0)|0> +$$

$$+ <p, p_X|V_\mu^\alpha(0)|0>^* <p, p_X|A_\nu^\beta(0)|0>]\delta(q - p - p_X),$$

с помощью которых удобно вычислять элементы матрицы плотности V-мезона. Снова учитывая сохранение тока, $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}q_\nu = \tilde{t}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}q_\nu = 0$, для тензоров $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ и $\tilde{t}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ установим их структуру

$$t_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}(\bar{g}_{\mu\nu}t_1 + \frac{1}{M^2}\bar{p}_\mu\bar{p}_\nu t_2) + \frac{1}{M^2}q_\alpha q_\beta(\bar{g}_{\mu\nu}t_3 +$$

$$+ \frac{1}{M^2}\bar{p}_\mu\bar{p}_\nu t_4) + \bar{g}_{\mu\alpha}\bar{g}_{\nu\beta}t_5 + \bar{g}_{\mu\beta}\bar{g}_{\nu\alpha}t_6 +$$

$$+ \frac{1}{M^2}(\bar{p}_\mu\bar{g}_{\nu\alpha}q_\beta + \bar{p}_\nu\bar{g}_{\mu\beta}q_\alpha)t_7 + \frac{1}{M^2}(\bar{p}_\mu\bar{g}_{\nu\beta}q_\alpha +$$

$$+ \bar{p}_\nu \bar{g}_{\mu\alpha} q_\beta) t_8 + \frac{i}{M^2} (\bar{p}_\mu \bar{g}_{\nu\alpha} q_\beta - \bar{p}_\nu \bar{g}_{\mu\beta} q_\alpha) t_9 +$$

$$+ \frac{i}{M^2} (\bar{p}_\mu \bar{g}_{\nu\beta} q_\alpha - \bar{p}_\nu \bar{g}_{\mu\alpha} q_\beta) t_{10};$$

$$\tilde{t}^{\alpha\beta}_{\mu\nu} = \frac{i}{M^2} g_{\alpha\beta} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho p_\sigma \tilde{t}_1 + \frac{i}{M^4} q_\alpha q_\beta \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho p_\sigma \tilde{t}_2 +$$

$$+ \frac{i}{M^2} \bar{g}_{\mu\nu} \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} q_\rho p_\sigma \tilde{t}_3 + \frac{i}{M^2} (\bar{p}_\mu \varepsilon_{\nu\alpha\beta\rho} + \bar{p}_\nu \varepsilon_{\mu\alpha\beta\rho}) q_\rho \tilde{t}_4 +$$

$$+ \frac{1}{M^2} (\bar{p}_\mu \varepsilon_{\nu\alpha\beta\rho} - \bar{p}_\nu \varepsilon_{\mu\alpha\beta\rho}) q_\rho \tilde{t}_5 + \frac{i}{M^2} \Big[\bar{p}_\mu \varepsilon_{\nu\alpha\beta\rho} p_\rho +$$

$$+ \bar{p}_\nu \varepsilon_{\mu\alpha\beta\rho} p_\rho - \frac{1}{q^2} (\bar{p}_\mu q_\nu + \bar{p}_\nu q_\mu) \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} q_\rho p_\sigma \Big] \tilde{t}_6 +$$

$$+ \frac{1}{M^4} [\bar{p}_\mu (q_\alpha \varepsilon_{\nu\beta\rho\sigma} + q_\beta \varepsilon_{\nu\alpha\rho\sigma}) q_\rho p_\sigma + \bar{p}_\nu (q_\alpha \varepsilon_{\mu\beta\rho\sigma} +$$

$$+ q_\beta \varepsilon_{\mu\alpha\rho\sigma}) q_\rho p_\sigma] \tilde{t}_7 + \frac{i}{M^2} \Big[q_\alpha \Big(\varepsilon_{\mu\nu\beta\rho} p_\rho + \frac{q_\nu}{q^2} \varepsilon_{\mu\beta\rho\sigma} q_\rho p_\sigma -$$

$$- \frac{1}{q^2} q_\mu \varepsilon_{\nu\beta\rho\sigma} q_\rho p_\sigma \Big) + q_\beta \Big(\varepsilon_{\mu\nu\alpha\rho} p_\rho + \frac{1}{q^2} q_\nu \varepsilon_{\mu\alpha\rho\sigma} q_\rho p_\sigma -$$

$$- \frac{1}{q^2} q_\mu \varepsilon_{\nu\alpha\rho\sigma} q_\rho p_\sigma \Big) \Big] \tilde{t}_8 + \frac{1}{M^2} [\bar{g}_{\mu\beta} \varepsilon_{\nu\alpha\rho\sigma} + \bar{g}_{\mu\alpha} \varepsilon_{\nu\beta\rho\sigma} +$$

$$+ \bar{g}_{\nu\alpha} \varepsilon_{\mu\beta\rho\sigma} + \bar{g}_{\nu\beta} \varepsilon_{\mu\alpha\rho\sigma}] q_\rho p_\sigma \tilde{t}_9.$$

Как и следовало ожидать, тензор $t^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$ ($\tilde{t}^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$) определяется 10 (9) вещественными структурными функциями $t_i(q^2, \nu)$($\tilde{t}_i(q^2, \nu)$). Тензорная структура для P-четной части $t^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$ была получена ранее в [12], правда, в неполном объеме — только с 8 структурными функциями.

Тензоры $W_{\mu\nu}$, $\tilde{W}_{\mu\nu}$ связаны с тензорами $t^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$ и $\tilde{t}^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$: $W_{\mu\nu} = P_{\alpha\beta} t^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$; $\tilde{W}_{\mu\nu} = P_{\alpha\beta} \tilde{t}^{\alpha\beta}_{\mu\nu}$.

Ковариантная матрица плотности $P_{\alpha\beta}$ для частицы со спином единица [13] имеет вид

$$P_{\alpha\beta} = \varepsilon^{(n)}_\alpha(p) \varepsilon^{(n)*}_\beta(p) = -\frac{1}{3}\left(g_{\alpha\beta} - \frac{p_\alpha p_\beta}{M^2}\right) - \frac{i}{2M} \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} s_\rho p_\sigma + D_{\alpha\beta}. \tag{13}$$

Используя эти формулы, установим связь между двумя наборами структурных функций:

$$W_1=-t_1-\frac{1}{3M^2}\left(q^2-\frac{\nu^2}{M^2}\right)t_3-\frac{1}{3}(t_5+t_6);$$

$$W_2=-t_2-\frac{1}{3M^2}\left(q^2-\frac{\nu^2}{M^2}\right)t_4+\frac{1}{3}(t_5+t_6)+\frac{2}{3}\frac{\nu}{M^2}(t_7+t_8);$$

$$W_3=-\frac{1}{2}\frac{M^2}{\nu}(t_6-t_5);\quad W_4=\frac{1}{2}\frac{M^2}{\nu}(t_6-t_5)+\frac{1}{2}(t_7-t_8);$$

$$W_5=\frac{1}{2}(t_{10}-t_9);\quad W_6=t_3;\quad W_7=t_4;\quad W_8=t_5+t_6;\quad W_9=$$

$$=t_7+t_8;\quad W_{10}=t_9+t_{10};\quad \tilde W_1=-\tilde t_1-\frac{1}{3}\frac{q^2}{M^2}\left(1-\frac{\nu^2}{M^2q^2}\right)\tilde t_2-$$

$$-\frac{2}{3}\tilde t_8;\quad \tilde W_2=-\tilde t_3;\quad \tilde W_3=2\tilde t_4;\quad \tilde W_4=-\tilde t_6-\frac{\nu}{M^2}\tilde t_4;$$

$$\tilde W_5=\frac{\nu}{M^2}\tilde t_5;\quad \tilde W_6=\tilde t_2+2\frac{M^2}{q^2}\tilde t_8;\quad \tilde W_7=2\frac{\nu}{q^2}\tilde t_8; \tag{14}$$

$$\tilde W_8=2\tilde t_7;\quad \tilde W_9=2\tilde t_9.$$

Для определения всех 19 структурных функций необходимо изучать угловые распределения продуктов различных распадов V-мезонов, образованных при столкновении поляризованных e^+e^--пучков.

4. Матрицы плотности виртуального фотона и V-мезона. Рассмотрим теперь лептонный тензор $L_{\mu\nu}$. В однофотонном приближении удобно ввести матрицу виртуального фотона и исследовать ее зависимость от поляризационных состояний сталкивающихся частиц. В общем случае произвольно-поляризованных e^+e^--пучков лептонный тензор представляет собой сумму четырех слагаемых [14]:

$$L_{\mu\nu}(s_1,s_2)=L^{(0)}_{\mu\nu}+L_{\mu\nu}(s_1)+L_{\mu\nu}(s_2)+\tilde L_{\mu\nu}(s_1,s_2),$$

где $s_1(s_2)$ — 4-вектор спина электрона (позитрона).

Для вычисления элементов матрицы V-мезона нам необходимо знать лептонный тензор $L_{\mu\nu}(s_1, s_2)$ в с. ц. и. реакции $e^+e^-\to V+X$, где выбрана следующая система координат: ось z направлена вдоль импульса образующегося V-мезона, ось y перпендикулярна плоскости реакции. Проще, однако, вычислить лептонный тензор в системе координат с осью $z\parallel \boldsymbol{k}$($\boldsymbol{k}$ — 3-импульс электрона), а затем поворотом перейти в нужную нам систему координат. Таким образом, матрица плотности $P(s_1, s_2, \theta)$ виртуального фотона в спиральном представлении имеет вид

$$P_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta) = d^1_{i\lambda'}(\theta)\, U_{im} L_{mn} U^{-1}_{nk} d^1_{k\lambda}(\theta), \qquad (15)$$

где λ', λ — спиральности γ^*; V — унитарная матрица преобразования от декартовых к сферическим координатам. Мы воспользовались здесь тем обстоятельством, что в с. ц. н. реакции $e^+e^- \to V+X$ у лептонного тензора $L_{\mu\nu}$ (s_1, s_2) отличны от нуля только пространственные компоненты.

Матрицы $P_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta)$ можно разложить на слагаемые, соответствующие разложению лептонного тензора (15) [14]:

$$P_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta) = P^{(0)}_{\lambda'\lambda}(\theta) + P_{\lambda'\lambda}(s_1, \theta) + P_{\lambda'\lambda}(s_2, \theta) + \sum_{i=0}^{2} P^{(i)}_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta).$$

Эти матрицы обладают следующими свойствами симметрии относительно замены $\lambda \to -\lambda$, $\lambda' \to \lambda'$:

$$\mathrm{Re}\, P^{(0)}_{-\lambda',-\lambda}(\theta) = (-1)^{\lambda'-\lambda}\mathrm{Re}\, P^{(0)}_{\lambda'\lambda}(\theta);\ \mathrm{Im}\, P^{(0)}_{\lambda'\lambda}(\theta) = 0;$$

$$\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}} P_{-\lambda',-\lambda}(s_{1,2}, \theta) = \frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}(-1)^{\lambda'-\lambda} P_{\lambda'\lambda}(s_{1,2}, \theta);\ \mathrm{Re}\, P^{(0)}_{-\lambda',-\lambda}(s_1, s_2, \theta) =$$

$$= (-1)^{\lambda'-\lambda}\mathrm{Re}\, P^{(0)}_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta);\ \mathrm{Im}\, P^{(0)}_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta) = 0;$$

$$\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Im}} P^{(1,2)}_{-\lambda',-\lambda}(s_1, s_2, \theta) = \frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Im}}(-1)^{\lambda'-\lambda} P^{(1,2)}_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta).$$

Будем говорить, что матрица $A_{\lambda'\lambda}$ обладает симметрией I класса, если выполняется условие $A_{-\lambda',\lambda} = (-1)^{\lambda'-\lambda} A_{\lambda'\lambda}$, и симметрией II класса, если $A_{-\lambda',-\lambda} = -(-1)^{\lambda'-\lambda} A_{\lambda'\lambda}$.

Матрица плотности образующегося V-мезона может быть представлена так:

$$\rho_{\lambda'_V\lambda_V}(s_1, s_2, \theta) = \rho^{(+)}_{\lambda'_V\lambda_V}(s_1, s_2, \theta) + \rho^{(-)}_{\lambda'_V\lambda_V}(s_1, s_2, \theta);$$

$$\rho^{(+)}_{\lambda'_V\lambda_V}(s_1, s_2, \theta) = \sum_{\lambda'\lambda} b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} P_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta);\quad \rho^{(-)}_{\lambda'_V\lambda_V}(s_1, s_2, \theta) =$$

$$= \sum_{\lambda'\lambda} \tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} P_{\lambda'\lambda}(s_1, s_2, \theta), \qquad (16)$$

где λ'_V, λ_V — спиральности V-мезона. Матрицы $b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ и $\tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ определены с помощью формул

$$b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} = (2\pi^3\alpha^2 s^{-3} \sum_{\lambda_X} [\langle p_z, \lambda'_V, \lambda_X | V_{\lambda'} | 0\rangle^* \langle p_z, \lambda_V, \lambda_X | V_\lambda | 0\rangle +$$

$$+ \langle p_z; \lambda'_V, \lambda_X | A'_\lambda | 0\rangle^* \langle p_z, \lambda_V, \lambda_X | A_\lambda | 0\rangle] \delta(q - p - p_X); \qquad (17)$$

$$\tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} > (2\pi)^3 \alpha^2 s^{-3} \sum_{\lambda_X} [< p_z, \lambda'_V, \lambda_X | A'_\lambda | 0 >^* < p_z, \lambda_V, \lambda_X | V_\lambda | 0 > +$$

$$+ < p_z; \lambda'_V, \lambda_X | V_{\lambda'} | 0 >^* < p_z; \lambda_V, \lambda_X | A_\lambda | 0 >] \delta (q - p - p_X),$$

где λ_X — спиральности частиц в X. Векторный и аксиальный токи в (17) вычисляются в системе координат с осью $z \| p$.

Из инвариантности относительно вращений и сохранения четности следует, что

$$b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} \sim \delta_{\lambda'-\lambda, \lambda'_V-\lambda_V}; \quad b^{-\lambda'_V, -\lambda_V}_{-\lambda', -\lambda} = b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}; \tag{18}$$

$$\tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} \sim \delta_{\lambda'-\lambda, \lambda'_V-\lambda_V}; \quad \tilde{b}^{-\lambda'_V, -\lambda_V}_{-\lambda', -\lambda} = -\tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}.$$

Используя эти соотношения, можно показать, что из 81 элемента матрицы $b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ независимыми являются 10 вещественных параметров, например $b^{++}_{++}, b^{++}_{00}, b^{++}_{--}, b^{00}_{++}, b^{00}_{00}, b^{+-}_{+-}, b^{+0}_{+0} \pm b^{+0*}_{+0}$, $b^{+0}_{0-} \pm b^{+0*}_{0-}$. Аналогично матрица $\tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ определяется 9 вещественными параметрами, в качестве которых можно выбрать $\tilde{b}^{++}_{++}, \tilde{b}^{++}_{--}, \tilde{b}^{++}_{00}, \tilde{b}^{00}_{++}, \tilde{b}^{+-}_{+-}, \tilde{b}^{+0}_{+0} \pm \tilde{b}^{+0*}_{+0}, \tilde{b}^{0+}_{0-} \pm \tilde{b}^{+0*}_{0-}$. Согласно соотношениям (18) матрица $P_{\lambda'\lambda}$ и матрица $\rho^{(+)}_{\lambda'_V\lambda_V}$ ($\rho^{(-)}_{\lambda'_V\lambda_V}$) имеют одинаковую (противоположную) симметрию относительно операции изменения знака спиральности.

Независимые элементы матрицы $b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ однозначно связаны со структурными функциями $t_i(q^2, \nu)$ ($i = 1 \ldots 10$):

$$b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda} = \alpha^2 s^{-3} t^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}; \tag{19}$$

$$t^{++}_{++} = t_1 + t_5, \quad t^{++}_{--} = t_1 + t_6, \quad t^{++}_{00} = t_1 - \frac{p^2}{M^2} t_2; \quad t^{00}_{++} = t_1 -$$

$$- \frac{p^2}{M^2} \frac{W^2}{M^2} t_3, \quad t^{00}_{00} = t_1 - \frac{p^2}{M^2} t_2 - \frac{p^2}{M^2} \frac{W^2}{M^2} (t_3 - t_4) + \frac{\omega^2}{M^2} (t_5 + t_6) +$$

$$+ 2 \frac{p^2}{M^2} \frac{\omega W}{M^2} (t_7 + t_8); \quad t^{+-}_{+-} = t_5 + t_6; \quad t^{+0}_{+0} = \frac{\omega}{M} t_5 + \frac{W}{M} \frac{p^2}{M^2} (t_8 +$$

$$+ i t_{10}); \quad t^{+0}_{0-} = - \frac{\omega}{M} t_4 - \frac{W}{M} \frac{p^2}{M^2} (t_7 + i t_9); \quad W = \sqrt{s}.$$

Подобным образом структурные функции $t_i(\tilde{i}=1\,..,9)$ можно связать с независимыми элементами $\tilde{b}^{\lambda'}_{\lambda'\lambda}{}^{\lambda}V$:

$$\tilde{b}^{\lambda'}_{\lambda'\lambda}{}^{\lambda}V = a^2 s^{-3}\tilde{t}^{\lambda'}_{\lambda'\lambda}{}^{\lambda}V;\quad \tilde{t}^{++}_{++} = \frac{W|p|}{M^2}(\tilde{t}_1+\tilde{t}_3);\quad \tilde{t}^{++}_{--} = \frac{W|p|}{M^2}(\tilde{t}_3-\tilde{t}_1);$$

$$\tilde{t}^{++}_{00} = \frac{W|p|}{M^2}\left(\tilde{t}_3+2\tilde{t}_4+2\frac{\omega}{W}\tilde{t}_6\right);\quad \tilde{t}^{00}_{++} = \frac{W|p|}{M^2}\Big(\tilde{t}_1 - \tag{20}$$

$$-\frac{W^2p^2}{M^4}\tilde{t}_2+2\tilde{t}_8\Big);\ \tilde{t}^{+-}_{+-} = -4i\frac{W|p|}{M^2}\tilde{t}_8;\quad \tilde{t}^{+0}_{+0} =$$

$$= -\frac{|p|}{M^2}\left[\frac{\omega W}{M^2}(\tilde{t}_4+i\tilde{t}_5+\tilde{t}_8+i\tilde{t}_9)+\tilde{t}_6+i\frac{W^2p^2}{M^4}\tilde{t}_7\right];\quad \tilde{t}^{+0}_{0-} =$$

$$= \frac{|p|}{M}\left[\frac{\omega W}{M^2}(\tilde{t}_4-i\tilde{t}_5-\tilde{t}_8+i\tilde{t}_9)+\tilde{t}_6+i\frac{W^2p^2}{M^4}\tilde{t}_7\right].$$

Элементы матрицы плотности V-мезона в терминах независимых элементов $b^{\lambda'}_{\lambda'\lambda}{}^{\lambda}V$ и $\tilde{b}^{\lambda'}_{\lambda'\lambda}{}^{\lambda}V$ имеют вид

$$\rho_{++} = (b^{++}_{++}+\tilde{b}^{++}_{++})P_{++} + (b^{++}_{--}+\tilde{b}^{++}_{--})P_{--} + (b^{++}_{00} +$$

$$+\tilde{b}^{++}_{00})P_{00};\ \rho_{--} = (b^{++}_{--}-\tilde{b}^{++}_{--})P_{++} + (b^{++}_{++}-\tilde{b}^{++}_{++})P_{--} + (b^{++}_{00} -$$

$$-\tilde{b}^{++}_{00})P_{00};\quad \rho_{+-} = (b^{+-}_{+-}+\tilde{b}^{+-}_{+-})P_{+-};\ \rho_{-+} = \rho^*_{+-};\tag{21}$$

$$\rho_{+0} = (b^{+0}_{+0}+\tilde{b}^{+0}_{+0})P_{+0} + (b^{+0}_{0-}+\tilde{b}^{+0}_{0-})P_{0-};\ \rho_{0+} = \rho^*_{+0};$$

$$\rho_{0-} = (b^{+0}_{+0}-\tilde{b}^{+0}_{+0})P_{-0} + (b^{+0}_{0-}-\tilde{b}^{+0}_{0-})P_{0+};\ \rho_{-0} = \rho^*_{0-};$$

$$\rho_{00} = (b^{00}_{++}+\tilde{b}^{00}_{++})P_{++} + (b^{00}_{++}-\tilde{b}^{00}_{++})P_{--} + b^{00}_{00}P_{00}.$$

5. Рассмотрим в заключение угловое распределение продуктов распада ρ^+-мезона ($\rho^+\to\pi+\pi^0$), рожденного в реакции $e^+e^-\to\rho^+X$. В системе покоя ρ^+ с осью $z\|p$ (спиральная система отсчета) углы θ' и φ' определяют направление импульса π-мезона (рис. 3). Тогда угловое распределение продуктов распада:

$$W(\theta',\varphi') = \frac{1}{2}\sin^2\theta'(\rho_{++}+\rho_{--})+\cos^2\theta'\rho_{00} -$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2\theta'\cos\varphi'\,\mathrm{Re}(\rho_{+0}-\rho_{-0})-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2\theta'\sin\varphi'\,\mathrm{Im}(\rho_{+0}+$$

$$+\rho_{-0})-\sin^2\theta'\cos 2\varphi'(\mathrm{Im}\,\rho_{+-}+\mathrm{Re}\,\rho_{+-}).\tag{22}$$

Таким образом, изучение углового распределения продуктов распада ρ-мезона позволяет измерить только комбинации элементов матрицы плотности: $\mathrm{Re}[\rho_{\lambda'\lambda}+(-1)^{\lambda'-\lambda}\rho_{-\lambda'-\lambda}]$, $\mathrm{Im}[\rho_{\lambda'\lambda}-$
$-(-1)^{\lambda'-\lambda}\rho_{-\lambda'-\lambda}]$,

т. е. реальную часть тех элементов матрицы плотности векторного *мезона, которые обладают симметрией I класса, и мнимую* часть ее элементов с симметрией II класса. Кроме того, необходимо учитывать и дополнительные ограничения, следующие из эрмитовости матрицы плотности, например $\mathrm{Im}\,\rho_{\lambda\lambda}=0$.

Рассмотрим, *какую* информацию о независимых элементах матриц $b^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ и $\tilde{b}^{\lambda'_V\lambda_V}_{\lambda'\lambda}$ можно получить, исследуя угловое распределение продуктов распада ρ-мезона. *Измерив комбинацию* $(\rho_{++}+\rho_{--})$ в *реакции* $e^+e^-\to\rho+X$ с *неполяризованными* (поляризованными) e^+- и e^--пучками, можно определить $b^{++}_{++}+b^{00}_{00}$ (и дополнительно к ним $\tilde{b}^{++}_{++}-\tilde{b}^{++}_{--}$). С помощью элемента ρ_{00} оценить b^{00}_{++}, b^{00}_{00} (и $\tilde{b}^{00}_{++}$), если изучить угловое распределение пионов с неполяризованными (поляризованными) e^+e^--пучками. Измерение $\mathrm{Re}\rho_{+-}$ и $\mathrm{Im}\rho_{+-}$ на неполяризованных пучках позволяет *найти* b^{+-}_{+-} *и* $\tilde{b}^{+-}_{+-}$. *И, наконец, из* $\mathrm{Re}(\rho_{+0}-$ $-\rho_{-0})$ $[\mathrm{Im}(\rho_{+0}+\rho_{-0})]$ можно определить $\mathrm{Re}(b^{+0}_{+0}-b^{+0}_{0-})\times$ $\times[\mathrm{Im}(\tilde{b}^{+0}_{+0}-\tilde{b}^{+0}_{0-})]$ для неполяризованных и $\mathrm{Im}(b^{+0}_{0+}+b^{+0}_{0-})\times$ $\times[\mathrm{Re}(\tilde{b}^{+0}_{+0}+\tilde{b}^{+0}_{0-})]$ *для поляризованных* e^+e^-- пучков.

Следовательно, из 19 вещественных структурных функций, описывающих реакцию $e^+e^-\to\rho+X$, восемь могут быть определены *при исследовании* углового распределения продуктов распада ρ-мезона, образованного при столкновении неполяризованных e^+e^--пучков. Изучая взаимодействие поляризованных лептонов, можно определить еще четыре структурные функции.

Как уже отмечалось, P-нечетные эффекты в реакциях инклюзивного образования V-мезонов на встречных e^+e^--пучках могут быть обусловлены нейтральными слабыми токами, распадами тяжелых лептонов и распадами шармовых частиц (*а также* распадами более тяжелых кварков, таких как b- или t-кварки). Представляется интересным различать на опыте источники P-нечетных эффектов. Выше показано, что P-нечетные эффекты при образовании нейтральных V-мезонов с определенной C-четностью обусловлены только нейтральными слабыми токами (если в слабом взаимодействии имеет место CP-инвариантность). Одним из способов, позволяющих различать P-нечетные эффекты в реакциях образования заряженных V-мезонов ($\rho^{\pm}$, $K^{*\pm}$, K^{*0}), может служить изучение их энергетической зависимости. Если эти эффекты обусловлены распадом тяжелых лептонов или шармовых частиц, то они *характеризуются пороговым* поведением, а относительная их величина (т. е. всякого рода P-нечетные асимметрии) слабо зависит от энергии сталкивающихся частиц. Больше того, определенные P-нечетные *корреляции* в $e^+e^- \to X + V(V \to a_1 + a_2)$ должны обращаться *в нуль*, если V-мезоны возникают в распадах тяжелого лептона со спином 1/2 или шармовых мезонов с нулевым спином.

Список литературы: 1. *Evidence* for parity nonconserving in the decay of the narrow states near 1865 Mev/c²/ J. E. Wiss, G. Goldhaber, C. S. Abrams e. a. — Phys. Rev. Lett., 1976, 37, № 23, p. 1531—1534. 2. *The total* hadronic cross section for e^+e^- annihilation between 3.1 and 4.8 Gev center of mass energy/J. Burmester, L. Criegee, H. C. Dehne e. a. — Phys. Lett., 1977, B66, № 4, p. 395—400. 3. *Measurement* of the branching fraction for $\tau \to \rho\nu$/ /C. S. Abrams, M. S. Alam, C. A. Blocker e. a.—Preprint SLAC—PUB=2365, LBL=9540, 1979 (T/E). — 10 p. 4. *Evidence* for the $\tau \to \nu\rho\pi$ decay mode/ G. Alexander, L. Criegee, H. C. Dehne e. a. — Phys. Lett, 1978, B 73, № 1, p. 99—104. 5. *Герштейн С. С., Зельдович Я. Б.* О мезонных поправках к теории β-распада. — Журн. эксперим. и теор. физики, 1955, 29, вып. 5 (II), с. 698—699. 6. *Weinberg S.* Charge symmetry of weak interactions. — Phys. Rev., 1958, 112, № 4, p. 1375—1379. 7. *On the semileptonic* decay of charmed hadrons/R. *Brandelik, W. Brauwschweig, H.-V. Martyn* e. a. — Phys. Lett., 1977, B 70, № 3, p. 387—392. 8. *Altarelli G., Cabibbo N., Maiani L.* Enhancement of non-leptonic decay of charmed particles. — Nucl. Phys., 1975, B 88, № 2, p. 285—288. 9. *Fakirov D., Stech B.* F-and D-decays. — Nucl. Phys., 1978, B 133, № 2, p. 315—326. 10. *Donoghue J. F.* T-violation in SV(2)⊗V(1) gauge theories of leptons — Phys. Rev., 1978, D18, № 5, p., 1632—1643. 11. *Nature* of the τ— —W coupling/W. Bacino, T. Ferguson, L. Nodulman e. a. — *Phys. Rev. Lett., 1979, 42, № 12, p. 749—752.* 12. *Schildknecht D.* Polarization effect in elastic electron deuteron scattering. — Zeit. Physik, 1965, 185, № 4, p. 382—399. 13. *Хачатрян Г. Н., Шахназарян Ю. Г.* Об инклюзивной реакции $e^+e^- \to VX$ с учетом поляризационных состояний образующегося векторного мезона. — Ядерная физика, 1977, 26, вып. 6, с. 2202—2211. 14. *Берков А. В., Никитин Ю. П., Терентьев М. В.* Полюса Редже в амплитуде рождения векторных мезонов. — *Журн. эксперим. и теор.* физики, 1964, 46, вып. 6, с. 2202—2211. 15. *Berman S. M., Jacob M.* Systematic of angular and polarization distributions in tree-body decay. — Phys. Rev., 1965, B 139, № 4, p. 1023—1038.

Поступила в редколлегию 5.06.80

УДК 539.12

С. А. ДУПЛИЙ

АДРОННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ ПАР ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОВ С АНОМАЛЬНЫМ ХРОМОМАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ

Образование пар тяжелых кварков в глубоко-неупругих адрон-адронных столкновениях — один из способов проверки предсказаний квантовой хромодинамики как возможной теории сильных взаимодействий. В большой степени это обусловлено *экспериментальным обнаружением тяжелых мезонов в нуклон-нуклонных* столкновениях [1]. При теоретических расчетах процессов адронного образования тяжелых кварков в рамках квантовой хромодинамики всегда предполагалось, что кварк-глюонное взаимодействие, как и электрон-фотонное в квантовой электродинамике, является взаимодействием дирг ›вского типа, которое характеризуется в $SU(3)$ симметрии одной константой. Нами исследовано влияние еще одной возможной константы кварк-глюонного взаимодействия, а именно паулиевского взаимодействия, характеризуемого аномальным хромомагнитным моментом (АХМ), на поведение сечений адронного образования тяжелых кварков. АХМ кварка естественно возникает при учете высших приближений по обычной константе кварк-глюонного взаимодействия [2] и в общем случае должен быть не константой, а зависеть от квадрата переданного импульса. Однако, используя аргументацию работы [3], рассмотрим АХМ кварка как некоторую феноменологическую константу и найдем ограничения на ее величину, следующие из экспериментов по адронному образованию J/ψ-мезонов.

Для вычисления сечений адророждения тяжелых мезонов $A+B\to J/\Psi$, $\Upsilon+X$ используем низший порядок теории возмущений квантовой хромодинамики [4]. При этом в образование пары $Q\bar{Q}$ тяжелых кварков ($Q=c$, b, t) дают вклад два процесса: $q\bar{q}\to Q\bar{Q}$ (q — легкий кварк, $q=u$, d, s) и $gg\to Q\bar{Q}$ (g-глюон).

Матричный элемент процесса $q\bar{q}\to Q\bar{Q}$ с учетом АХМ тяжелого кварка k имеет вид

$$M(q_i\bar{q}_j\to Q_k\bar{Q}_e)=\frac{g_s^2}{s}\bar{u}(-q_2)\gamma_\mu u(q_1)\bar{u}(p_1)\Big(\gamma_\mu-\frac{k}{2m}\sigma_{\mu\nu}(p_1+ \\ +p_2)_\nu\Big)u(-p_2)\,T^a_{ij}T^a_{ke}, \tag{1}$$

где q_1, q_2 (p_1, p_2) — импульсы легких (тяжелых) кварка и антикварка; $s=(p_1+p_2)^2$; m — масса тяжелого кварка (массой легких кварков пренебрегаем); g_s — константа сильного взаимодействия; $g_s^2/4\pi=\alpha_s(s)=12\pi/25\ln(s/\lambda^2)$; $\lambda=0{,}5$ ГэВ; i, $j=1, 2 \dots N$ — цветовой индекс кварка; $a=1, 2\dots N^2-1$ — цветовой индекс глюона; T^a_{ij} — цветовые матрицы группы $SU(N)$. Усредняя по начальным и суммируя по конечным физическим и цветовым поляризациям кварков, для дифференциального сечения $q\bar{q}\to Q\bar{Q}$ получаем

$$\frac{d\sigma_q}{dt}=C_q\frac{\pi\alpha_s^2}{s^4}\Big[2(a_t^2+a_u^2+2m^2s)-4s^2k+ \\ +\frac{s}{m^2}(a_ta_u+m^2s)k^2\Big], \tag{2}$$

где $a_t=m^2-t$, $a_u=m^2-u$, $t=(q_1-p_1)^2$, $u=(q_1-p_2)^2$, $C_q=\frac{N^2-1}{4N}\left(=\frac{2}{9}\right)$ цветовой множитель (в скобках приводятся значения при $N=3$).

Полное сечение процесса $\bar{q}q \to \bar{Q}Q$ с учетом АХМ тяжелого кварка

$$\sigma_q(s) = F_q(k)\sigma_q^{(0)}(s); \quad F_q(k) = 1 - \frac{6}{2+\lambda}k + \frac{2\lambda+1}{\lambda(2+\lambda)}k^2, \qquad (3)$$

где $\sigma_q^{(0)}(s) = C_q\pi\alpha_s^2(4+2\lambda)\sqrt{1-\lambda}/3s$ — полное сечение $q\bar{q} \to Q\bar{Q}$ без учета АХМ кварка [4, 5]; $\lambda = 4m^2/s$. Минимальное значение функции $F_q(k)$ достигается в точке $k^{(0)} = 3\lambda/(2\lambda + 1)$ и равно $F_q(k^{(0)}) = 1 - 9\lambda(2-\lambda)/(2+\lambda)(2\lambda+1)$. Поэтому, если АХМ кварка находится в пределах $0 < k < 2k^{(0)}$, то $F_q(k)$. Например, при образовании J/ψ-мезонов ($m = m_c = 1{,}25$ ГэВ, $\lambda_{min} = (m_c/m_D)^2$, $m_D = 1{,}863$ ГэВ — масса D-мезона) имеем $2k^{(0)} = 1{,}42$. Таким образом, если АХМ c-кварка находится в пределах $0 < k < 1{,}42$, $\sigma_q(s) < \sigma_q^{(0)}(s)$. При пороговых значениях инвариантной массы $Q\bar{Q}$-пары $s\,(\lambda \approx 1)\,F_q(k) = (1-k)^2$. Отсюда следует, что на пороге вклад процесса $q\bar{q} \to Q\bar{Q}$ в полное сечение образования $Q\bar{Q}$-пары обращается в нуль при $k = 1$. В области отрицательных значений k функция $F_q(k)$ резко возрастает.

Матричный элемент двухглюонной аннигиляции $gg \to Q\bar{Q}$ можно представить в виде $M(gg \to Q\bar{Q}) = M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q})e_\mu^{(1)}e_\nu^{(2)}$, где $e_\mu^{(1,2)}$ — векторы поляризации глюонов. Для $M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q})$ в низшем порядке по теории возмущений с учетом АХМ имеем

$$M_{\mu\nu}(g^a g^b \to Q_i \bar{Q}_j) = g_s^2\,\bar{u}(p_1)\left\{T^a_{ik}T^b_{kj}\left(\gamma_\nu - \frac{k}{2m}\sigma_{\nu\rho}q_{2\rho}\right) \times \right.$$

$$\times \frac{\hat{q}_1 - \hat{p}_2 + m}{t - m^2}\left(\gamma_\mu - \frac{k}{2m}\sigma_{\mu\rho}q_{1\rho}\right) + T^b_{ik}T^a_{kj}\left(\gamma_\mu - \frac{k}{2m}\sigma_{\mu\rho}q_{2\rho}\right) \times \qquad (4)$$

$$\times \frac{\hat{q}_2 - \hat{p}_2 + m}{u - m^2}\left(\gamma_\nu - \frac{k}{2m}\sigma_{\nu\rho}q_{2\rho}\right) + if^{abc}\,T^c_{ij}\left[\gamma_\lambda - \frac{k}{2m}\sigma_{\lambda\rho}(p_1 + p_2)_\rho\right] \times$$

$$\left. \times \left[g_{\mu\nu}(q_2 - q_1)_\lambda + g_{\mu\lambda}(2q_1 + q_2)_\nu - g_{\lambda\nu}(2q_2 + q_1)_\mu\right]\right\} u(-p_2),$$

где q_1, q_2 — импульсы глюонов; f^{abc} — структурные константы группы $SU(N)$.

Заметим, что из-за наличия у глюонов нефизических поляризаций матричный элемент (4) не является калибровочно инвариантным, т. е. $M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q})\,q_{1\nu} \neq 0$. Существует несколько путей преодоления этой трудности: переопределение матричного элемента так, чтобы калибровочная инвариантность выполнялась [5], рассмотрение диаграмм с вылетом духов [6]. Мы выберем оба поляризационных оператора глюонов в поперечном виде

$$R_{\mu\nu} = \sum_{\lambda} e_{\mu}^{(1)\lambda} e_{\nu}^{(1)\lambda} = \sum_{\lambda} e_{\mu}^{(2)\lambda} e_{\nu}^{(2)\lambda} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_{1\mu} q_{2\nu} + q_{1\nu} q_{2\mu}}{q_1 q_2}. \quad (5)$$

Тогда усредненный по начальным и просуммированный по конечным физическим и цветовым поляризациям квадрат матричного элемента

$$|M(gg \to Q\bar{Q})|^2 = \frac{1}{4} R_{\mu\rho} R_{\nu\sigma} M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q}) M_{\rho\sigma}(gg \to Q\bar{Q}). \quad (6)$$

В работе [6] замечено, что при выполнении условия неполной калибровочной инвариантности

$$e_{\mu}^{(1)} q_{2\nu} M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q}) = q_{1\mu} e_{\nu}^{(2)} M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q}) = 0 \quad (7)$$

в квадрате матричного элемента (6) один из поляризационных операторов можно заменить на $-g_{\mu\nu}$. Если представить (4) в виде разложения по степеням k: $M_{\mu\nu}(gg \to Q\bar{Q}) = M_{\mu\nu}^{(0)} + kM_{\mu\nu}^{(1)} + k^2 M_{\mu\nu}^{(2)}$, то условие (7) будет справедливо для $M_{\mu\nu}^{(0)}$ и $M_{\mu\nu}^{(2)}$, а нарушаться для $M_{\mu\nu}^{(1)}$. Поэтому при получении дифференциального сечения процесса $gg \to Q\bar{Q}$ нельзя один из поляризационных операторов в (6) заменять на $-q_{\mu\nu}$, а следует пользоваться формулами (5), (6). Тогда получим

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_g}{dt} = \frac{\pi a_s^2}{s^2} \Bigg\{ & C_{ss}\left(4\frac{a_t a_u}{s^2}\right) + C_{st}\left(\frac{M^2(a_u - a_t) - a_t a_u}{s a_t}\right) + \\
& + C_{su}\left(-4\frac{M^2(a_t - a_u) - a_u a_t}{s a_u}\right) + C_{tt}\left(\frac{2a_t a_u + 4M^2 a_t - 8M^4}{a_t^2}\right) + \\
& + C_{uu}\left(\frac{2a_u a_t + 4M^2 a_u - 8M^4}{a_u^2}\right) + C_{ut}\left(\frac{4M^2(s - 4M^2)}{a_t a_u}\right) + \\
& + k\left[C_{ss}(2) + C_{st}\left(-4 - \frac{s}{a_t}\right) + C_{su}\left(4 + \frac{s}{a_u}\right) + C_{tt}\left(4\frac{s}{a_t}\right) + \right. \qquad (8) \\
& \left. + C_{uu}\left(4\frac{s}{a_u}\right) + C_{ut}(0)\right] + k^2\left[C_{ss}\left(1 + \frac{s}{4m^2} - \frac{a_t a_u}{sm^2}\right) + \right. \\
& + C_{st}\left(\frac{a_u - a_t}{m^2} - 2\frac{s}{a_t} - \frac{M^2}{m^2}\left(1 + \frac{s}{a_t}\right)\right) + C_{su}\left(-\frac{a_t - a_u}{m^2} + \right. \\
& \left. + 2\frac{s}{a_u} + \frac{M^2}{m^2}\left(1 + \frac{s}{a_t}\right)\right) + C_{tt}\left(2\frac{s}{a_t} + \frac{s + a_t}{m^2} - \frac{M^2}{m^2}\left(2 + \frac{s}{a_t}\right)\right) +
\end{aligned}$$

$$+C_{uu}\left(2\frac{s}{a_u}+\frac{s+a_u}{m^2}-\frac{M^2}{m^2}\left(2+\frac{s}{a_u}\right)\right)+C_{ut}\left(6\frac{M^2}{m^2}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{4M^4s}{m^2a_ta_u}\right)\right]+k^3\left[C_{st}\left(-\frac{a_u}{m^2}-\frac{s}{a_t}-\frac{M^2s}{2m^2a_t}\right)+\right.$$

$$+C_{su}\left(\frac{a_t}{m^2}+\frac{s}{a_u}+\frac{M^2s}{2m^2a_t}\right)+C_{tt}\left(\frac{s}{m^2}\right)+C_{uu}\left(\frac{s}{m^2}\right)+$$

$$\left.+C_{ut}\left(-2\frac{s}{m^2}-\frac{2M^2s^2}{m^2a_ta_u}\right)\right]+k^4\left[C_{tt}\left(\frac{a_ta_u}{8m^4}\right)+\right.$$

$$\left.\left.+C_{uu}\left(\frac{a_ua_t}{8m^4}\right)+C_{ut}\left(\frac{s}{m^2}+\frac{s^2(s-4m^2)}{2m^2a_ta_u}-\frac{M^4s^2}{2m^4a_ta_u}\right)\right]\right\},$$

где $M^2=a_ta_u/s-m^2$. В случае суммирования по цветам конечной $Q\bar{Q}$-пары цветовые коэффициенты определяются формулами $C_{ss}=2C_{st}=-2C_{su}=N/2(N^2-1)\,(=3/16)$, $C_{tt}=C_{uu}=$ $=1/4N\,(=1/12)$, $C_{ut}=-1/4N(N^2-1)\,(=1/96)$. Для бесцветного конечного состояния $C_{ss}=C_{st}=C_{su}=0$, $C_{tt}=C_{uu}=C_{ut}=$ $=1/4N(N^2-1)\,(=1/96)$.

Заметим, что вследствие выполнения условия (7) для обоих вариантов суммирования по поляризациям результат не изменяется при замене $M^2\to m^2$. Для полного суммирования по цветам при $k=0$ (8) совпадает с результатом работы [6]. Полное сечение процесса $gg\to Q\bar{Q}$ для просуммированного по цвету состояния $Q\bar{Q}$-пары ($N=3$) имеет вид

$$\sigma_g(s)=\frac{\pi\alpha_s^2}{3s}\left\{\ln\frac{1+\sqrt{1-\lambda}}{1-\sqrt{1-\lambda}}\left[1+\lambda+\frac{\lambda^2}{16}+\frac{23}{16}k+\right.\right.$$

$$\left.+\left(\frac{15}{16}+\frac{1}{16\lambda}\right)k^2-\frac{13}{32}k^3+\left(5-\frac{4}{\lambda}\right)k^4\right]-\sqrt{1-\lambda}\left[\frac{7}{4}+\frac{31}{16}\lambda+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{5}{8}k+\left(\frac{1}{48\lambda}-\frac{4}{3}\right)k^2-\frac{55}{32\lambda}k^3+\left(\frac{7}{48\lambda}-\frac{10}{48\lambda^2}\right)k^4\right]\right\}. \quad (9)$$

Представим полное сечение (9) в виде $\sigma_g(s)=F_g(k)\,\sigma_g^{(0)}(s)$, где $\sigma_g^{(0)}(s)$ — полное сечение процесса $gg\to Q\bar{Q}$ без учета АХМ [4,6]. Для функции $F_g(k)$ при пороговых значениях инвариантных масс $Q\bar{Q}$-пары ($\lambda\simeq 1$) можно получить

$$F_g(k)\simeq 1+\frac{36}{7}k+\frac{159}{28}k^2+\frac{19}{14}k^3+\frac{33}{7}k^4. \quad (10)$$

Отсюда видно, что в отличие от $F_q(k)$, функция $F_g(k)$ при положительных k резко возрастает (например, при $k=1$ $F_g(k) \simeq \simeq 17{,}8$, $\lambda \simeq 1$), а при небольших отрицательных k $F_g(k)<1$. Это означает, что положительные значения АХМ кварка увеличивают отношение сечений образования $Q\bar{Q}$-пар в pp- и $\bar{p}p$-столкновениях, а небольшие отрицательные k уменьшают это отношение по сравнению с его значением при $k=0$.

Для нахождения сечения образования J/ψ-мезонов в процессе $A+B \to J/\psi + X$ воспользуемся формулой [4]

$$B \left.\frac{d\sigma}{dy}\right|_{y=0} = \frac{1}{nS} \int\limits_{4m_c^2}^{4m_D^2} ds\,[G^A(\tau, s)\, G^B(\tau, s)\, \sigma_g(s) + \tag{11}$$

$$+ \sum_q (q^A(\tau, s)\bar{q}^B(\tau, s) + \bar{q}^A(\tau, s)\, q^B(\tau, s))\, \sigma_q(s)],$$

где $S=(p_A+p_B)^2$; $\tau=\sqrt{s/S}$; n — число уровней $c\bar{c}$-системы в интервале $4m_c^2<s<4m_D^2$; $G^A(x, Q^2)$, $q^A(x, Q^2)$, $\bar{q}^A(x, Q^2)$ — функции распределения глюонов, кварков и антикварков в адроне A [7]: $B=0{,}07$ — парциальная ширина распада $J/\psi \to \to \mu^+\mu^-$; y — быстрота. Сечение (11) с ростом $|k|$ резко увеличивается. Так, для процесса $pp \to J/\psi X$ при $\sqrt{S}=20$ ГэВ увеличение АХМ c-кварка от 0 до 5 приводит к увеличению сечения (11) от $3\cdot 10^{-33}$ до $5\cdot 10^{-31}$ см^2. Экспериментальное значение при этой энергии равно $(3\div 8)\cdot 10^{-33}$ см^2. [8]. Чтобы не получить противоречия с экспериментальными данными и при других значениях $\sqrt{S}$, необходимо ограничить АХМ c-кварка $|k|< 1\div 1{,}5$.

Интересно сравнить найденное ограничение с имеющимися в литературе оценками k. Требуемые в спектроскопии значения АХМ c-кварка зависят от конкретной формы используемого потенциала: $k=5{,}26$ [3], $k=4{,}4$ [9], $k=5{,}1$ [10]. Из проведенного анализа следует, что большие значения k ($\sim 1\div 5$) противоречат экспериментам по адронному образованию J/ψ-мезонов.

Можно утверждать, что исследования процессов адронного рождения тяжелых мезонов позволят уточнить аномальный хромомагнитный момент кварка.

Список литературы: 1. *Hadronic* production of massive muon pairs/J. G. Branson. G. H. Sanders. *A. J. S. Smith* e. a. — Phys. Rev., 1977, 38, № 23, p. 1334—1337. 2. *Poggio E. C.* Calculations of the infrared behavior of quantum chromodynamics. — Phys. Rev., 1977, D16, № 8, p. 2605—2611. 3. *Schnitzer H. J.* Quantum chromodynamics and the spin-dependent quark-antiquark forces. — Phys. Rev., 1979, D19, № 5, p. 1566—1571. 4. *Gluck M., Reya E.* Duality predictions for the production of heavy quark systems in QCD. —

Phys. Lett., *1978*, *79B*, № 4—5, p. 453—458. 5. *Georgi H., Glashow S., Machacek M., Nanopoulos D.* Charmed particles from two-gluon annihilation in proton-proton collisions. — Ann. Phys., 1978, 114, № 3, p. 273—289. 6. *Babcock J., Sivers D., Wolfram S.* Quantum-chromodynamic estimates for heavy-particles production. — Phys. Rev., 1978, D18, № 1, p. 162—181. 7. *Owens J., Reya E.* Hadronic Υ production, parton distribution and quantum chromodynamics. — Phys. Rev., 1978, D*11*. № 11, p 3003—3009. 8. The cross-section for J/ψ production in proton-proton collisions/J. H. Cobb, S. Iwata, R. B. Palmer c. a. — Phys. Lett., 1977, *68B*, № 1, p. 101—104. 9. *Carlson C. E., Gross F.* The fine structure of charmonium and the Lorentz structure of the confining potential. — Phys. Lett., 1978, *74B* № 4—5, p. 404—408. 10. *Chan L.-H.* The spin structure of the efective quark Hamiltonian and the hyperfine splittings of charmonium. — Phys. Lett., 1977, *71B*, № 2, p. 422—424.

Поступила в редколлегию 15.10.80.

УДК 539.12

С. В. ТРУБНИКОВ

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ. I. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ

1. Введение. Упругое *ed*-рассеяние тесно связано с проблемой нуклон-нуклонного взаимодействия и является поэтому (а также по ряду других причин) в течение длительного времени предметом интенсивного (то в большей, то в меньшей степени) теоретического и экспериментального изучения*. В экспериментальных работах последних лет воспроизводились, уточнялись или расширялись в область больших переданных импульсов результаты предыдущих экспериментов. Экспериментов нового типа (поляризационных) проведено не было. Общая направленность теоретических работ характеризуется, с одной стороны, быстрым развитием нерелятивистского подхода, т. е. конструкцией все более сложных и громоздких волновых функций дейтрона, и, с другой — нарастающим «внедрением» (или его попытками) релятивистских теоретико-полевых методов в физику малонуклонных систем вообще и, в частности, в такую казалось бы слабо связанную и типично нерелятивистскую систему, как дейтрон. Исследованы вклады релятивистских эффектов, мезонных и барионных степеней свободы, проявления кварковой структуры малонуклонных систем и др. Вместе с тем отсутствуют однозначные ответы на вопрос о точной величине вклада *D*-состояния в дейтроне, о корректном вычислении статистических (магнитного и квадрупольного) моментов дейтрона, об извлечении зарядового формфактора нейтрона и его наклона в нуле из данных о *ed*-рассеянии. Анализируя результаты, полученные в упругом *ed*-рассеянии после 1973 г., можно убедиться в том, что детальное сравнение современных

* Настоящий обзор можно рассматривать как продолжение [1].

теоретических подходов с экспериментом требует проведения более изощренных и точных экспериментов.

2. Современный экспериментальный статус упругого ed-рассеяния.

В однофотонном приближении сечение упругого рассеяния неполяризованных электронов на неполяризованных дейтронах имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_M\left[A(q^2)+B(q^2)\,\mathrm{tg}^2\frac{\theta_e}{2}\right]\equiv\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_M F_d^2(q^2,\theta_e), \quad (1)$$

где $(d\sigma/d\Omega_e)_M$ — моттовское сечение рассеяния; $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_M=$

$$=\frac{e^2}{4E}\frac{E_e'}{E_e}\frac{\cos^2\theta_e/2}{\sin^4\theta_e/2},$$

а продольная $A(q^2)$ и поперечная $B(q^2)$ части сечения (1) выражаются через зарядовый $G_C^d(q^2)$, магнитный $G_M^d(q^2)$ и квадрупольный $G_Q^d(q^2)$ формфакторы дейтрона соотношениями (в дальнейшем, как и в цитируемых работах, индекс d у формфакторов $G_{CMQ}^d(q^2)$ иногда опускаем)*

$$A(q^2)=G_C^2(q^2)+\frac{8}{9}\eta^2G_Q^2(q^2)+\frac{2}{3}\eta G_M^2(q^2); \quad (2)$$

$$B(q^2)=\frac{4}{3}\eta(1+\eta)\,G_M^2(q^2),\quad \eta\equiv q^2/4M_d^2.$$

После 1973 г. были опубликованы три экспериментальные работы [2—4] по упругому ed-рассеянию. Первые две из них резко расширили по q^2 область измеренных значений $A(q^2)$, $B(q^2)$ и обсуждаются во многих теоретических работах. В [2] величина $A(q^2)$ была измерена вплоть до значения $q^2=154{,}1$ фм$^{-2}$, что почти в 4,5 раза больше максимального значения квадрата переданного импульса $q^2=35{,}4$ фм$^{-2}$, измеренного ранее. Естественно, экспериментальные ошибки резко увеличиваются с ростом q^2, поскольку значение $A(q^2)$ при этом резко падает (в измеренном в [2] интервале от точки $q^2=20{,}5$ фм$^{-2}$ к точке $q^2=154{,}1$ фм$^{-2}$ сечение $d\sigma/d\Omega_e$ уменьшается в 2×10^5 раз). При максимальном достигнутом в [2] значении квадрата переданного импульса $q^2=154{,}1$ фм$^{-2}$ получена оценка верхнего предела сечения рассеяния $d\sigma/d\Omega_e\leqslant5\times10^{-40}$ см^2/стер (1 событие в неделю при максимальном токе электронов с начальной энергией 19 ГэВ). Таким образом, в настоящее время продольная часть $A(q^2)$ сечения упругого ed-рассеяния измерена в широком ин-

* В тексте с минимальными пояснениями используются обозначения [1].

тервале значений: $0{,}05 < q^2 \leqslant 154{,}1$ фм$^{-2}$ (3). В ближайшем будущем трудно рассчитывать на существенное расширение этого интервала. Сводка экспериментальных значений дана в работах [1, 2] и на рис. 1. Сообщается о попытке оценить (косвенно) экспериментальное ограничение на значение $A(q^2)$ при $q^2 = 8$ (ГэВ/с)$^2 = 205{,}4$ фм$^{-2}$ [5]. Надежно установленные результаты такого рода могут иметь чрезвычайно большое значение.

Эксперимент [3] расширил область измеренных значений поперечной части $B(q^2)$ сечения упругого ed-рассеяния почти

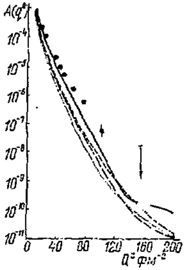


Рис. 1

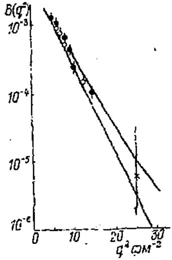


Рис. 2

в два раза: от значения $q^2 \approx 14$ фм$^{-2}$ до $q^2 = 25{,}7$ фм$^{-2}$. Измеренное (правда, с большой ошибкой) значение $B(q^2)$ в этой точке равно B (25,7 фм$^{-2}$) $= (0{,}59 \pm 1{,}20) \times 10^{-5}$. В целом $B(q^2)$ с той или иной степенью точности измерено в интервале $0{,}28 < q^2 < 25{,}7$ фм$^{-2}$ (4) — см. [1, 3] и рис. 2.

В работе [4], носящей в основном методический характер, описано измерение продольной части сечения упругого ed-рассеяния с регистрацией в конечном состоянии дейтронов отдачи при значениях квадрата переданного импульса $0{,}36 < q^2 < 0{,}9$ фм$^{-2}$. Полученные результаты согласуются с результатами предыдущих измерений $A(q^2)$ в этой же области q^2 в экспериментах с регистрацией рассеянных электронов.

Сведения о поляризационных экспериментах, т. е. экспериментах по упругому рассеянию электронов на выстроенной дейтронной мишени или экспериментах, в которых измеряется тензор поляризации дейтронов отдачи, отсутствуют, а информация о возможности и планах проведения их носит отрывочный и косвенный характер. В [6], например, перспективы поляризационных измерений в упругом ed-рассеянии при больших q^2

оцениваются весьма пессимистически. При малых и средних q^2 такие эксперименты, возможно, более реальны. В работе [7] упоминается поляризационная дейтронная мишень, а в [8] указывается, что эксперимент по измерению тензора поляризации дейтрона отдачи при $q^2 \approx 6$ фм$^{-2}$ находится в стадии практического рассмотрения.

Ниже выборочно перечислены проблемы, связанные с величинами $A(q^2)$, $B(q^2)$ и тензором поляризации в упругом ed-рассеянии.

3. Продольная часть сечения ed-рассеяния при очень малых и очень больших q^2. Рассмотрим величину $A(q^2)$ последовательно в области значений q^2 вблизи первой и последней точек интервала (3).

Для области очень малых q^2 опубликованы результаты двух экспериментов одной и той же группы [9, 10], в которых с большой точностью в частично перекрывающихся интервалах $0{,}1 \leqslant q^2 \leqslant 0{,}8$ фм$^{-2}$, $0{,}05 \leqslant q^2 \leqslant 0{,}5$ фм$^{-2}$ измерено отношение сечений $R(q^2, \theta_e) = (d\sigma_d/d\Omega_e)/(d\sigma_p/d\Omega_e)$ упругого ed- и ep-рассеяния. В кинематике этих экспериментов после вычитания из R незначительного вклада магнитных формфакторов с большой точностью имеет место соотношение $R^{1/2} = (A_d/A_p)^{1/2} = G_C^d / G_{Ep}$. Поскольку зарядовый формфактор протона $G_{Ep}(q^2)$ считается известным из экспериментов по упругому ep-рассеянию, то эксперименты [9, 10] дают величину $G_C^d(q^2)$ при $0{,}05 \leqslant q^2 \leqslant 0{,}8$ фм$^{-2}$. Формфакторы нуклона не являются хорошо измеренными величинами [11,4], поэтому переход от $R^{1/2}$ к G_C^d содержит (при малых q^2 весьма небольшую) неопределенность, который мы в дальнейшем пренебрегаем.

Точные измерения $R(q^2)$ при малых q^2 необходимы для того, чтобы, приняв те или иные процедуры экстраполяции результатов эксперимента в точку $q^2 = 0$ и „вычитания“ протона, определить среднеквадратичный радиус распределения заряда в дейтроне $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$ и зарядовый формфактор нейтрона $G_{En}(q^2)$ (включая и наклон $G'_{En}(0)$). Вычисление G_{En} и обсуждение возникающих при этом вопросов содержится в отдельной работе, поэтому ограничимся только обсуждением способов вычисления $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$. Наиболее прямой (не связанный с какой-либо теоретической моделью) путь состоит в следующем. Вычислив по формуле $G_C^d(q^2) = R^{1/2}(q^2)(1 + q^2/18{,}23)^{-2}$, при $q^2 \leqslant 0{,}8$ фм$^{-2}$ зарядовый формфактор дейтрона, представим его в виде $G_C^d(q^2) = 1 - \frac{1}{6}\langle r_{c}^2{}_h \rangle q^2 + \lambda q^4$ (5), коэффициенты которого определяются из условия наилучшего согласия с вычисленным значением G_C^d в нескольких первых измеренных точках* q_k^2 ($k=1, ..., N$) в каждом из экспериментов [4, 9, 10]. Полученные результаты приведены в первых двух строках таблицы. Из нее видно, что значение $<r_{ch}^2>^{1/2}$ существенно зависит как от экспериментальных наборов R [4, 9 или 10], так и от выбора точек при фите полинома (5). Из полученных результатов можно сделать два вывода. Во-первых, из всех приведенных значений $<r_{ch}^2>^{1/2}$ предпочтительным является $\langle r_{ch}^2\rangle^{1/2}=2{,}09$ фм, вычисленное с использованием уточненных в [10] (*по сравнению с более ранним экспериментом* [9]) значений $R^{1/2}$, измеренных в первых трех точках q_k^2. *Во-вторых, измерения $R^{1/2}(q^2)$ при $q^2<0{,}1$ фм$^{-2}$ желательно* повторить, поскольку включение в анализируемый набор значения $R^{1/2}(0{,}05$ фм$^{-2})$ приводит к 2%-му уменьшению $\langle r_{ch}^2\rangle^{1/2}$.

Отметим, что в [9, 10] для вычисления величины $<r_{ch}^2>^{1/2}$ используются не прямой анализ (5), а в сущности эквивалентные, но более косвенные и результативно другие процедуры, которые состоят в следующем. Зарядовый формфактор дейтрона представим в виде [9]

$$G_C^d(q^2)=[G_{Ep}(q^2)+G_{En}(q^2)]\,D_C(q^2). \qquad (6)$$

Из (6) по определению величины $<r^2>$ получаем соотношение

$$\langle r_{ch}^2\rangle=\langle r_p^2\rangle+\langle r_n^2\rangle+r_d^2\rangle, \qquad (7)$$

связывающее в «гордиев узел» среднеквадратичные радиусы распределения зарядов в дейтроне, протоне и нейтроне, а также радиус $<r_d^2>^{1/2}$ зарядовой структурной функции дейтрона $D_C(q^2)$. «Распутывание» этого узла может производиться по любому из возможных в (7) направлений. В [9, 10] сделана *попытка определить $<r_d^2>$, т. е. отобрать наиболее адекватную* модель дейтрона. Из формул (6), (7) для величины $R^{1/2}(q^2)$ при малых q^2 получаем приближенную формулу

$R^{1/2}(q^2)=1-\frac{1}{6}q^2[\langle r_d^2\rangle+\langle r_n^2\rangle]+\lambda_1 q^4$ (8), из которой в [9] при $q^2\leqslant 0{,}4$ фм$^{-2}$ (набор точек N_1 таблицы) вычислял*ся радиус $r_d=\langle r_d^2\rangle^{1/2}$. Для $\langle r_n^2\rangle$ в [9] было принято* измеренное в 1966 г. (и в последствии несколько изменившееся) значение $\langle r_n^2\rangle=-0{,}1183$ фм^2. При этом в ходе

---

* При фите полинома (5) выбор числа N точек произволен и в данном случае частично определяется традицией подобных вычислений [11]. Зависимость величины $<r_{ch}^2>^{1/2}$ от измерения набора точек демонстрируется первой строкой таблицы.

вычисления r_d величина λ_1 не являлась свободным параметром, а задавалась из дейтронной модели Фешбаха-Ломона (ФЛ):

$$D_C(q^2) = 1 - \frac{1}{6}\langle r_d^2\rangle q^2 + \lambda_2 q^4;\ \lambda_2 = \lambda_2(\text{ФЛ}) = 0{,}3\ \text{фм}^4;\ \lambda_1 = \lambda_2 - 0{,}01\ \text{фм}^4.$$

Естественно, что в результате такой процедуры для r_d в [9] получено значение $r_d = 1{,}95$ фм, совпадающее с радиусом структурной функции в модели ФЛ. Если же не фиксировать величину λ_1 заранее, а вычислять ее одновременно с r_d, то для радиуса структурной функции получается несколько другое значение $r_d = 1{,}99$ фм, совпадающее, как и следовало ожидать, с соответствующим значением r_d в таблице.

	G_C^d из [4]	R [9]		R [10]		
	$N=25$	N_1	$N=7$	N_2	N_3	$N=9$
$\langle r_{ch}^2\rangle^{1/2}$ (фм)	2,00	2,12	2,05	2,09	2,05	2,05
λ (фм^4)	0,21	0,43	0,28	0,41	0,28	0,31
r_d (фм)	1,86	1,99	1,92	1,96	1,92	1,92

Примечание. N_i ($i=1, 2, 3$) обозначают соответственно наборы измеренных значений R в первых четырех точках q_k^2 [9], в точках $q_k^2 = (0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}25\ \text{фм}^{-2})$ [10], а также в первых четырех точках [10]. В остальных трех случаях при фите полинома (5) использовались все измеренные в [4, 9, 10] значения (G_C^d/q_k^2); величина r_d вычислялась по формуле (7) при значениях $\langle r_n^2\rangle = -0{,}1158$ фм^2, $\langle r_p^2\rangle^{1/2} = 0{,}805$ фм, взятых из [9, 10].

В работе [10] для определения r_d используется предписание Бете—Шумахера. Его сущность состоит в том, что при малых q^2 значение r_d вычисляется из условия совпадения входящего в (7), (8) значения $\langle r_n^2\rangle$ с наблюдаемым в экспериментах по рассеянию тепловых нейтронов на атомных электронах значением $\langle r_n^2\rangle = -0{,}1158$ фм^2. Такая процедура дает близкое к полученному в [9] значение $r_d = 1{,}96$ фм, совпадающее с одним из значений r_d в таблице. Поскольку принятые в [9, 10] способы определения $\langle r_{ch}^2\rangle$ носят косвенный характер и, кроме того, невозможны без знания значений $\langle r_{p,n}^2\rangle$, которые постоянно уточняются* и, вообще говоря, допускают некоторый произвол, то наиболее прямой путь — вычисление $\langle r_{ch}^2\rangle$ по формуле (5).

Перейдем к обсуждению ed-рассеяния при больших переданных импульсах. Важное значение эксперимента [2] при боль-

* Значения $\langle r_n^2\rangle$ известны с 3%-ной точностью [11]. С экспериментами по упругому ep-рассеянию совместны также (кроме приведенного в тексте таблицы) значения $\langle r_p^2\rangle^{1/2}$: 0,81; 0,84; 0,87 фм [4].

ших q^2 состоит в том, что впервые $A(q^2)$ было измерено в промежуточной области перехода от нуклонной к кварковой физике. Естественно, этот эксперимент индуцировал большое число теоретических работ (основные из которых обсуждаются в [11]), во-первых, по изучению кварковой структуры малонуклонных систем, и, во-вторых, по критическому пересмотру и уточнению существующих методов расчета релятивистского импульсного приближения (р. и. п) и обменных мезонных токов (о. м. т.). Асимптотическое значение q^2 определяется условием $q^2 \gg 4M_d^2 \simeq \simeq 16$ (ГэВ/с)$^2 \simeq 400$ фм$^{-2}$, поэтому, строго говоря, достигнутые в эксперименте [2] значения $q^2 \ll 6$ (ГэВ/с)^2 еще не являются асимптотическими. Тем не менее принято считать, что в измеренной области формфактор дейтрона $F_d(q^2, \theta_e)$ обнаруживает, насколько об этом можно судить по измеренным в [2] точкам, поведение $F_d(q^2, \theta_e) \sim q^{-10}$, совпадающее с асимптотикой $F_d(q^2, \theta_e)$ в простой шестикварковой модели дейтрона. Представляется удивительным то обстоятельство, что асимптотический режим устанавливается при столь небольших (в указанном выше смысле) значениях q^2, а предасимптотическая область смены режимов вообще отсутствует.

Для уяснения наблюдаемой картины желательно *(если появится реальная возможность) измерить сечение упругого* ed-рассеяния при $q^2 > 154{,}1$ фм$^{-2}$. Перейдем от кварковых к мезонным и нуклонным степеням свободы. За последнее пятилетие (1975—1980) мнения (и результаты) о возможности описания $A(q^2)$ при больших q^2 в рамках р. и. п. и о. м. т. неоднократно менялись. Наиболее подробный и обоснованный анализ современного состояния этой проблемы содержится в [11]. В частности, установлено, что результаты вычисления $A(q^2)$ в рамках *р. и. п. во всех порядках по* q^2/M^2 с реалистическими потенциалами NN-взаимодействия не насыщают экспериментальных значений $A(q^2)$ при $q^2 > 40$ фм$^{-2}$ и оказываются в несколько раз меньше их. В широком «коридоре» между экспериментальными точками и теоретическими кривыми вполне могут уместиться о. м. т. К сожалению, в работах о вычислении вклада о. м. т. в $A(q^2)$, $B(q^2)$ существенно используется малость параметра q^2/M^2, т. е. при больших q^2 истинный вклад о. м. т. может сильно отличаться от вычисленного. Поэтому первоочередной задачей является расчет вклада о. м. т. в последовательном релятивистском формализме во всех порядках по q^2/M^2.

Обсудим еще одну характерную работу [15], где рассматривается анализ величины A. Он состоит в том, чтобы, скомбинировав динамический и феноменологический подходы, попытаться описать $A(q^2)$ при всех измеренных q^2 компактной аналитической формулой, *а затем изучать пределы* $q^2 \to 0, \infty$ *(интересно* в рамках единого подхода достаточно точно воспроизвести и радиус дейтрона $\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$ и асимптотику дейтронных формфакторов G_i^d ($q^2\to\infty$)). Так, в работе [12] используется теория аналитической аппроксимации в рамках модифицированного N/D-метода. Исходя из стандартного в дисперсионной теории предположения об аналитичности формфакторов дейтрона G_i^d (q^2) $(i = C, M, Q)$ по q^2 $A(q^2)$ представляется в виде отношения $A(q^2) = N(q^2)/D(q^2)$ двух функций с определенными аналитическими свойствами. В дальнейшем учитывается вклад в $N(q^2)$ только аномального порога $q_a^2 = 16M\varepsilon$ (ε — энергия связи дейтрона), а в $D(q^2)$ — только вклад первого нормального (двухпионного) порога $q_n^2 \approx 4m_\pi^2$ (m_π — масса пиона). При этом для функции $D(q^2)$ получается достаточно простое алгебраическое выражение, а аномальный разрез конформно отображается из q^2-плоскости в Z-плоскость, где

$$Z(q^2) = [\ln(\sqrt{q^2/q_a^2} + \sqrt{q^2/q_a^2 + 1})]^2.$$

Наконец, функция N представляется в виде быстро сходящегося ряда по полиномам Лагерра L_m с экспоненциальной весовой функцией:

$$N(q^2) = \exp(-aZ) \sum_{m=0}^{\infty} C_m L_m(2aZ).$$

Коэффициенты этого ряда вычисляются из условия наилучшего согласия с экспериментальными значениями $A(q_k^2)$. В работе [12] при вычислении C_m использованы все 59 измеренных значений A во всем интервале (3). Отметим, что уже первых четыре члена ряда хорошо приближают все экспериментальные точки, включая и $A = 154{,}1$ фм$^{-2}$. Таким образом, в работе [12] приведен экономный способ представления современных экспериментальных данных. Вычисленный в [12] из формулы для $A(q^2)$ радиус распределения заряда в дейтроне $\langle r_{ch}^2\rangle^{1/2} = 2{,}02$ фм, а асимптотика $A(q^2)$ при $q^2\to\infty$ имеет вид

$$A(q^2) \sim \frac{1}{q^8} \exp\{-0{,}931\,[\ln(q^2/q_a^2)]^2\}.$$

Такая асимптотика спадает быстрее любой степенной q^{-N} ($N>0$), в том числе и быстрее асимптотики $A(q^2) \sim q^{-20}$ простой кварковой модели. Наличие в асимптотических формулах экспоненциального множителя подобного типа подтверждается, повидимому, более детальными вычислениями в квантовой хромодинамике.

4. Магнитный формфактор дейтрона.

Из формулы (1) очевидно, что в принципе существует два способа определения $G_M^d(q^2)$. Первый — измеряется сечение упругого ed-рассеяния при различных наборах E_e, θ_e, но одинаковых q^2. После этого величины A, $B \sim G_M^2$ определяются точно так же, как и в случае упругого ep-рассеяния. Второй способ — измерение сечения $d\sigma/d\Omega_e$ при $\theta_e = 180°$, что прямо выделяет магнитный формфактор:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(E_e,\ \theta_e = 180°) = \frac{e^2}{4E_e^2}\left(1 + \frac{2E_e}{M_d}\right)^{-1} \frac{4}{3}\eta(1+\eta)\,[G_M^d(q^2)]^2.$$

Судя по сводке немногочисленных экспериментальных данных [13], в области перекрывающихся q^2 (<10 фм$^{-2}$), в совпадающих точках оба эти способа приводят к согласованным результатам (хотя систематическое отклонение тем не менее всегда имеется).

Было бы желательно детально измерить $G_M^d(q^2)$ при $q^2 < 3$ фм$^{-2}$ и $q^2 > 10$ фм$^{-2}$. Для обоснования этого пожелания проанализируем на основе работ [1, 3, 16] подробнее интервал (4). В интервале $0 < q^2 < 3$ фм$^{-2}$ $G_M^d(q^2)$ измерено в трех экспериментах в семи точках (см. обзор [1]). Надежность измерений $G_M^d(q^2)$ в точках $q^2 = 0{,}28$; $0{,}44$ фм$^{-2}$ по меньшей мере дискуссионна [1, § 9]. В оставшихся двух экспериментах G_M^d измерена в различных по q^2 точках и разными способами, причем в точках $q^2 = 1$; $1{,}35$; $1{,}9$ фм$^{-2}$ первый способ *определения G_M^d приводит к достаточно большим ошибкам.* В итоге во всем интервале $0 < q^2 < 3$ фм$^{-2}$ надежными можно считать лишь измерения G_M^d в двух точках $q^2 = 0{,}47$, $1{,}66$ фм$^{-2}$. Таким образом, измерения $G_M^d(q^2)$ при $q^2 < 3$ фм$^{-2}$ было бы желательно уточнить. При $3 \leqslant q^2 \leqslant 10$ фм$^{-2}$ магнитный формфактор дейтрона измерен достаточно подробно в нескольких экспериментах. При $10 < q^2 \leqslant 14$ фм$^{-2}$ $G_M^d(q^2)$ измерено в двух точках с заметной ошибкой. Наконец, в интервале 14 фм$^{-2}$ $< q^2 < 25{,}7$ фм$^{-2}$ экспериментальные данные о G_M^d вообще отсутствуют, а в самой точке $q^2 = 25{,}7$ фм$^{-2}$ измерения содержат большую погрешность. Какую информацию можно надеяться извлечь из дополнительных измерений $G_M^d(q^2)$ при малых и больших q^2? При всех достигнутых ненулевых значениях q^2 (*проблема вычисления магнитного момента дейтрона μ_d кратко обсуждена ниже*) экспериментальные значения $G_M^d(q^2)$ могут быть достаточно хорошо описаны в рамках обобщенного импульсного приближения (*о. и. п.*) *при соответствующем выборе параметризации* изоскалярных нуклонных формфакторов $G_{E,MN}^s(q^2)$ и реалистического потенциала NN-взаимодействия (в [3] даны примеры сильной зависимости $G_M^d(q^2)$ от выбора). Работа [3] в этом смысле никаких неожиданностей не принесла. Мезонные и барионные степени свободы не вносят существенного вклада в величину $G_M^d(q^2)$ при достигнутых значениях q^2 (возможно, разные знаки приводят к взаимной компенсации этих вкладов).

Этот факт находится в резком противоречии с аналогичной ситуацией при электрорасщеплении дейтрона $e+d \to e+n+p$, где в магнитном дипольном $M1$-переходе вблизи порога расщепления дейтрона уже при $q^2>6$ фм$^{-2}$ вклад о. и. п. становится пренебрежимо малым, а основной вклад в сечение рассеяния дают о. м. т. [1, 14]. Результаты точных измерений G_M^d (q^2) при малых q^2 помогут теснее связать вычисления G_M^d (q^2) при $q^2 \neq 0$ в рамках о. и. п. с корректным вычислением магнитного момента дейтрона. До сих пор отсутствует достаточно убедительный алгоритм вычисления μ_d, позволяющий получить правильный результат, согласованный со всеми другими аспектами NN-взаимодействия. Между вычисленным и экспериментальным значением μ_d расхождение в лучшем случае составляет 1,6%. Стало традиционным приписывать разницу $\Delta\mu_d \simeq (0{,}014 \pm 0{,}002)\mu_я$ совместному действию трех возможных причин: о. м. т., барионных степеней свободы (вклад нуклонных изобар) и релятивистских эффектов в о. и. п., перестраивающих NN-взаимодействие даже в пределе $q^2 \to 0$. Первые две причины маловероятны: согласно цитированным работам, при $0<q^2 \leqslant 25$ фм$^{-2}$ суммарный вклад о. м. т. и барионных резонансов в G_M^d (q^2) незначителен и было бы странным, если бы эти два механизма практически не проявлялись при $q^2 \neq 0$ и включались лишь при $q^2=0$. Приведенная в [17] аналогия с сечением радиационного захвата тепловых нейтронов $n+p \to d+\gamma$ неубедительна, поскольку в аналоге этого процесса с виртуальным γ-квантом при $q^2 \neq 0$ о. м. т. доминируют, чего нет в рассматриваемом упругом процессе $e+d \to e+d$. Поэтому для корректного вычисления μ_d более перспективным представляется уточнение релятивистских методов расчетов о. и. п. и вклада D-состояния дейтрона.

Измерения G^d_M при больших q^2 (желательно провести их, по крайней мере, в интервале $10<q^2<60$ фм$^{-2}$) интересны в двух отношениях. Во-первых, важно выяснить, при каких q^2 включаются мезонные свободы, в частности наименьшая по массе промежуточного состояния трехпионная диаграмма о. м. т. (рис. 3). Во-вторых, столь же существенно установить, в каких областях по q^2 в G_M^d проявится дифракционная структура (минимумы и вторичные максимумы). Вычисления всех трех

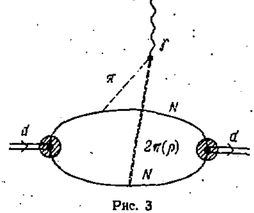


Рис. 3

формфакторов дейтрона G_i^d (q^2) $(i=C, M, Q)$ в рамках о. и. п. с реалистическим NN-потенциалом (см., например, вычисления, вплоть до $q^2 \approx 200$ фм$^{-2}$ [17]) приводят к одной и той же структуре формфакторов, но в разных областях q^2. Отсутствие такой структуры в любом измеренном формфакторе практически однозначно свидетельствует о заметном вкладе о. м. т. в соответствующий формфактор, а в области предполагаемых минимумов о. и. п. (в $G^d_M(q^2)$ первый минимум ожидается при $q^2 \approx 45$ фм$^{-2}$) позволяет получить надежную количественную оценку величины о. м. т. Кроме того, детали дифракционной структуры (положение минимумов и высота вторичных максимумов) чувствительны к выбору модели NN-взаимодействия, величине вклада D-состояния и релятивистских эффектов. Таким образом, детальные измерения G^d_M при больших q^2 дают в принципе ту же информацию, что и (весьма проблематичное) раздельное измерение G^d_C; $G^d_Q(q^2)$ в поляризационных экспериментах, в связи с тем что измерение поляризаций в упругом ed-рассеянии при больших q^2, согласно [6] проблематично, измерения $G^d_M(q^2)$ приобретают особый интерес. Кроме того, точные измерения $G^d_M(q^2)$ позволяют на новом уровне рассмотреть традиционный вопрос об извлечении из ed-рассеяния магнитного формфактора нейтрона $G_{Mn}(q^2)$.

5. Тензор поляризации в упругом ed-рассеянии. Измерение и вычисление вектора поляризации дейтронов отдачи в упругом ed-рассеянии обсуждаются в работе [1]. С тех пор в этом вопросе не прибавилось ничего нового. Обсудим кратко работы по вычислению тензора поляризации в упругом ed-рассеянии. К работам, перечисленным в [1], за последние шесть лет добавились [7, 8, 18—21]. По нашему мнению, лучшей (наиболее компактной и физически прозрачной) из них является работа [21]. С целью раздельного определения двух формфакторов G^d_C и G^d_Q в [21] предложено измерить

$$P = [(d\sigma/d\Omega_e)_0 - (d\sigma/d\Omega_e)_1]/(d\sigma/d\Omega_e)_M, \tag{9}$$

где $(d\sigma/d\Omega_e)_M$ — входящее в (1) моттовское сечение рассеяния; $(d\sigma/d\Omega_e)_{0,1}$ — сечения упругого ed-рассеяния соответственно с нулевой и единичной по модулю спиральностью дейтронов отдачи. Величина P, согласно [21], не зависит от магнитного формфактора дейтрона и угла рассеяния θ_e, а определяется только некоторой, вполне определенной и отличной от (2) комбинацией G^d_C, G^d_Q:

$$P(q^2) = \frac{1}{3}\left[G^2_C(q^2) + \frac{16}{3}\eta G_C(q^2)\, G_Q(q^2) - \frac{8}{9}\eta^2 G^2_Q(q^2)\right]. \tag{10}$$

Если теперь сравнить формулы (2), (10) и учесть, что G^d_M измеряется независимо от G^d_C, G^d_Q, то измерений величин A, P достаточно для раздельного определения G^d_C, G^d_Q. Помимо $P(q^2)$ введем

$$P_1(q^2, \theta_e) = [(d\sigma/d\Omega_e)_0 - (d\sigma/d\Omega_e)_1]/(d\sigma/d\Omega_e) = P(q^2)/[A(q^2) + B(q^2)\,\mathrm{tg}^2\theta_e/2], \tag{11}$$

где $(d\sigma/d\Omega_e)$ — сечение рассеяния неполяризованных частиц (1). Из определения (11) можно получить следующее соотношение:

$$P_1(q^2, \theta_e) = -\frac{9}{2} P'_{33},$$

где P'_{ij} — стандартный тензор поляризации частицы со спином единица в конечном состоянии. Вычисления, основанные на реалистических моделях дейтрона, показывают, что поведение величин $P(q^2)$, $P_1(q^2, \theta_e)$, как функций q^2 носит осцилляторный характер.

В литературе последних лет [8, 11, 18, 19, 20] для тензора поляризации, как правило, приводится и обсуждается не одна из величин P, P_1, а выражение

$$P_2(q^2) = \frac{4\sqrt{2}}{3}\eta \frac{G_C^d(q^2)\, G_Q^d(q^2) + \frac{1}{3}\eta\, [G_Q^d(q^2)]^2}{[G_C^d(q^2)]^2 + \frac{8}{9}\eta^2\, [G_Q^d(q^2)]^2}. \qquad (12)$$

Сформулируем, в каких приближениях (11) переходит в (12). Если в импульсном пространстве ввести обычным образом три взаимно ортогональных единичных вектора: продольной (L) и двух поперечных $(T_{1,2})$ поляризаций дейтрона отдачи, то числитель (11) в соответствии с [21] можно переписать в виде

$$(d\sigma/d\Omega_e)_{T_1} + (d\sigma/d\Omega_e)_{T_2} - (d\sigma/d\Omega_e)_L. \qquad (13)$$

Если теперь вычислять не всею алгебраическую сумму (13), как сделано в (10), а только разность первого (или второго) и третьего членов, то при малых углах рассеяния θ_e получившееся выражение пропорционально $\eta\, G_Q^h$ поскольку G_C^d входит в такую частичную сумму только в виде произведения G_C^d G_Q^d:

$$\left[\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_{T_1} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_L\right] \Big/ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_M = -\frac{4}{3}\eta \left[G_C^d G_Q^d + \frac{1}{3}\eta\, (G_Q^d)^2\right]. \quad (14)$$

Если теперь учесть, что в достаточно широкой области q^2 (по крайней мере, при $q^2 \lesssim 30$ фм$^{-2}$) в соответствии с модельными оценками имеет место неравенство $\eta G_M^2 \ll G_C^2 + \frac{8}{9}\eta^2 G_Q^2$, а также при $\theta_e \lesssim 10°$ пренебречь в знаменателе (11) магнитным рассеянием*, то с точностью до несущественного общего множителя $(-\sqrt{2})$ величина

$$\left[\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_{T_1(T_2)} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_L\right] \Big/ \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)$$

* Предпринятая в работе [7] попытка ввести две новые поляризационные наблюдаемые, обусловлена стремлением снять эти кинетические ограничения.

с учетом формул (11) и (14) совпадает с (12). Полезность формулы *(12)* определяется двумя обстоятельствами, выявленными в нерелятивистском формализме. Во-первых,

$$P_2(q^2) \sim \eta G_Q^d(q^2),$$

поэтому можно надеяться, что измерения $P_2(q^2)$ в области $4 \lesssim q^2 \lesssim 9$ фм$^{-2}$, в которой по реалистическим оценкам $\eta G_Q^d(q^2)$ достигает максимума, дадут возможность довольно точно определить вклад *D*-состояния в *NN*-взаимодействие. В работе [7], однако, указывается, что подобный анализ затрудняет недостаточное знание других величин и требуемая аномально большая точность измерения $P_2(q^2)$. Во-вторых, из (12) следует, что $P_2(q^2)$ зависит только от отношения двух входящих в (12) формфакторов*:

$$P_2 = P_2[g(q^2)] = \frac{4\sqrt{2}}{3}\eta\,\frac{g(q^2) + \frac{1}{3}\eta g^2(q^2)}{1 + \frac{8}{9}\eta^2 g^2(q^2)}, \quad g \equiv G_Q^d/G_C^d. \quad (15)$$

В нерелятивистском формализме имеют место следующие формулы:

$$G_i^d(q^2) = 2G_{EN}^S(q^2)\,D_i(q^2), \quad i = C,\ Q; \quad (16)$$

$$D_C(q^2) = \int_0^\infty [u^2(r) + w^2(r)]\,j_0\left(\frac{1}{2}qr\right)dr;$$

$$D_Q(q^2) = 2\int_0^\infty w(r)\left[u(r) - \frac{1}{\sqrt{8}}w(r)\right]j_2\left(\frac{1}{2}qr\right)dr, \quad (17)$$

где $u(r)$, $w(r)$ — радиальные *S*- и *D*-волновые функции дейтрона; j_l — *l*-я сферическая функция Бесселя. Из (16), (17) следует, что величина $P_2[g(q^2)]$ вообще не зависит от нуклонных формфакторов $G_{EN}^S(q^2)$, а зависит как функционал только от волновых функций дейтрона. Именно на этом обстоятельстве основаны обсуждаемые в [18, 19] предложения использовать измерения $P_2(q^2)$ в различных областях q^2 (в [18] исследуется область $36 < q^2 < 100$ фм$^{-2}$) для отбора реалистических $u(r)$, $w(r)$ и получения информации о *NN*-взаимодействии на малых расстояниях (во внутренней области $r \lesssim 0{,}7$ фм). Однако наличие в нерелятивистской теории унитарных преобразований $U(r)$ конечного радиуса ($U(r) = 1$, $r \gg R$), преобразующих волновые

* Расчеты, основанные на реалистических моделях, показывают, что формфакторы $G_C^d(q^2)$, $G_Q^d(q^2)$ обращаются в нуль в различных и далеких друг от друга точках, поэтому вблизи «опасных» точек необходимо от (15) вновь вернуться к *(12)*.

функции $u(r)$, $w(r)$ при $r<R$ и оставляющих интегралы типа (17) *(а с ними и величину $P_2(q^2)$) неизменными, приводит* (кроме дискриминации самых «плохих» волновых функций) к существованию при $r<R$ двух семейств волновых функций $\{u(r)\}$, $\{w(r)\}$ с различным внутри каждого семейства поведением на малых расстояниях. Поэтому, как обсуждается в [20], измерение $P_2(q^2)$ даже в широкой области $q^2 \leqslant 100$ фм$^{-2}$ с точностью до $\pm 10\%$ (а в отдельных областях даже с точностью $\pm 1\%$) дадут в результате семейства унитарноэквивалентных функций $\{u(r)\}$, $\{w(r)\}$, после чего необходимо привлечь дополнительные соображения для отбора единственных членов этих семейств. Далее, релятивизм «перепутывает» вклады изоскалярных нуклонных формфакторов G^S_{EN}, G^S_{MN} в формфакторы дейтрона $G^d_i(q^2)$. Вообще говоря, в релятивистском формализме справедливы соотношения более сложные, чем (16):

$$G^d_i(q^2) = 2G^S_{EN}(q^2)D^R_{ii}(q^2) + 2G^S_{MN}(q^2)D^R_{Mi}(q^2),\ i = C,\ Q$$

(см., например, [11, 22]). Кроме того, естественно, для релятивистских структурных функций D^R_{ij} имеют место гораздо более сложные, чем (17), выражения. Учет мезонных и барионных степеней свободы может внести дальнейшие усложнения в формулы (16), (17). Влияние перечисленных выше факторов может проявиться, в частности, в сдвиге максимумов (минимумов) *и нулей при полном теоретическом расчете* $P_2(q^2)$. Все эти аспекты формул (15)—(17) нуждаются в дополнительном изучении.

Заметим, что раздельное экспериментальное определение G^d_C, G^d_Q может быть достигнуто при измерении упругого рассеяния электронов на поляризованной дейтронной мишени. Действительно, если при фиксированном θ_e поляризовать дейтронную мишень перпендикулярно плоскости рассеяния, то на такой мишени в соответствии с [18, 21] сечение рассеяния

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_{T_2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e}\right)_M \frac{1}{3}\left[G^2_C(q^2) + \eta(1+\eta)\,G^2_M(q^2)\,\mathrm{tg}^2\frac{\theta_e}{2}\right]. \quad (18)$$

Вычитая из (18) вклад $G^d_M(q^2)$ (или выбирая $\theta_e \lesssim 10°$), определяем $G^d_C(q^2)$, а затем из (2) и $G^d_Q(q^2)$.

Заключение. Перечисленные (наиболее характерные) работы последних лет демонстрируют широкий диапазон исследований по упругому ed-рассеянию. Проведение экспериментов, названных в п. п. 3, 4, 5, послужит дальнейшему развитию теории составных систем вообще и, в частности, теории малонуклонных систем в терминах как нуклонных, так и кварковых степеней свободы, а также получению новой информации о формфакторах нейтрона.

Список литературы: 1. *Кириллов А. И., Трощкий В. Е., Трубников С. В., Широков Ю. М.* Электромагнитные формфакторы и электрорасщепление дейтрона. — Физика элементарных частиц и атомного ядра, 1975, 6, вып. 1, с. 3—44. 2. *Measurement* of the electron-deuteron elastic scattering cross-section in the range $0{,}8<q^2\leq 6$ Gev^2./R. G., Arnold, B. T. Chertok E. B. Dally e. a.— Phys. Rev. Lett., 1975, 35, N 12, p. 776—779. 3. *Measurement* of the magnetic structure function of the deuteron at $q^2=1.0$ (Gev/c)^2/F. Martin, R. G. Arnold, B. T. Chertok e. a. — Phys. Rev. Lett., 1977, 38, N 23, p. 1320—1323. 4. *Исследование* упругого рассеяния электронов дейтронами при значениях квадрата передаваемого импульса 0,36—0,9 Фм$^{-2}$/Ю. К. Акимов, А. Н. Арванов, Г. В. Бадалян и др.— Ядерная физика, 1979, 29, вып. 3, с. 649—656. 5. *Quasi-elastic e—d scattering at high* Q^2/R. G. Arnold, B. T. Chertok, S. Rock e. a. — In: Int. Conf. on Nuclear Physics with Electromagnetic Interactions. Abstracts of Contributed Papers, Mainz, 1979, p. 3. 6. *Arnold R. G.* Elastic electron scattering at large momentum transfer. — Lect. Notes in Physics, 1979, 108, p. 76—87. 7. *Kamal M. A., Moravcsik M. J.* Measurements of form factors and tests of the deuteron wave functions through polarization experiments. — OITS, 109, Oregon, 1979, p. 7. 8. *Allen L. J., Fiedeldey H.* Polarization measurements in elastic electron-deuteron scattering and the percentage D state of the deuteron. — Journ of Phys. G: Nucl. Phys., 1979, 5, N 11, p. 1555—1565. 9. *Bumiller F. A., Buskirk F. R., Stewart J. W., Dally E. B.* Formfactor ratio $G_E(n)/G_E(p)$ at low momentum transfers. — Phys. Rev. Lett., 1970, 25, N 26, p. 1774—1778. 10. *Elastic electron deuteron scattering*/R. W. Berard, F. R. Buskirk, E. B. Dally e. a. — Phys. Lett., 1973, B 47, N 4, p. 355—358. 11. *Arnold R. G., Carlson C. E., Gross F.* Elastic electron-deuteron scattering at high energy. — *SLAC-PUB-2318, Stanford, 1979, p. 66.* 12. *Parida M. K.* Deuteron electromagnetic form factor: Data analysis and asymptotic behavior.— Phys. Rev., 1979, D 19, N 11, p. 3320—3326. 13. *Rand R. E., Yearian M. R., Bethe H. A., Buchanan C. D.* Comments on the present status of elastic and inelastic magnetic electron-deuteron scattering. — Phys. Rev., 1973, D 8, N 9, p. 3229—3232. 14. *Sommer B.* Deuteron electrodisintegration at high energy and momentum transfer. — Nucl. Phys., 1978, A 308, p. 263—289. 15. *Hadjimichael E.* Corrections to the deuteron static moments. — Nucl. Phys., 1978, A 312, p. 341—360. 16. *Jaus W.* The magnetic moment of the deuteron. — Nucl. Phys., 1979, A 314, p. 287—316. 17. *Gari M., Hyuga H.* Isoscalar electromagnetic form factors and the structure of the deuteron at high momentum transfer. — Nucl. Phys., 1976, A 264, p. 409—444. 18. *Moravcsik M. J., Ghosh P.* Deuteron wave function at mall distances. — Phys. Rev. Lett, 1974, 32, № 6, p. 321—324. 19. *Mathelitsch L., Zingl H. F. K.* Relation between electromagnetic form factors and the wave functions of the deuteron. — Nuovo Cim., 1978, 44 A, N 1, p. 81—107. 20. *Allen L. J., Fiedeldey H.* Electron-deuteron tensor polarization and the short range behavior of the deuteron wave function. — Phys. Rev., 1979, C 19, N 3, p. 641—645. 21. *Gourdin M., Piketty C. A.* Remarks about polarization in elastic electron — deuteron scattering. — *Nuovo Cim., 1964, 32, N 5, p. 1137—1143.* 22. *Смирнов С. А., Трубников С. В.* Электромагнитные формфакторы системы нейтрон-протон в формализме мультипольной параметризации. — Теор. и мат. физика, 1977, 30, вып. 1, с. 28—29.

Поступила в редколлегию 17.09.80.

УДК 539.12

О. М. ГЕТМАНЕЦ

ОБРАЗОВАНИЕ W-БОЗОНА В e^+e^--АННИГИЛЯЦИИ ВБЛИЗИ ПОРОГА

1. Введение. На новом поколении ускорителей на встречных электрон-позитронных пучках с полной энергией в системе центра масс до 200 ГэВ [1] станет возможным наблюдение процессов образования тяжелых векторных $W^{\pm}$- и Z^0-бозонов, существование которых предсказывается объединенными моделями слабых и электромагнитных взаимодействий [2]. Существование Z^0-бозона может быть установлено по наличию резкого пика в спектре адронов (или лептонных пар) при $\sqrt{s}=m_Z$ (где $\sqrt{s}$ — полная энергия в с. ц. м.; m_Z — масса Z^0-бозона; $m_Z=80\div 90$ ГэВ [2]). Сечение процесса в максимуме пика $\sim 10^{-30}$ см^2 для адронов ($5\cdot 10^{-32}$ см^2 для лептонных пар [3]). Детектирование W-бозонов представляет более трудную задачу, так как процессы их образования на встречных e^+e^--пучках идут в более высоком порядке по электромагнитно-слабому взаимодействию и, следовательно, соответствующие сечения значительно ниже. Считается, что наиболее благоприятным для экспериментального обнаружения W-бозона является процесс образования W^+W^--пар [4, 5]. Полное сечение этого процесса имеет максимум при $\sqrt{s}\sim 140\div 180$ ГэВ ($\sqrt{s}\gtrsim 2m$, где m — масса W-бозона, $m=60\div 80$ ГэВ [2]) и составляет величину порядка 10^{-35} см^2 [4, 5]. Однако из-за большого значения порога реакции $\sqrt{s_0}=2m$ энергии установок на встречных пучках для наблюдения процессов образования W-бозонов должны быть выше энергий, необходимых для наблюдения за процессами образования Z^0-бозона. Поэтому представляет интерес исследование процессов рождения одиночных W-бозонов, имеющих более низкий порог $\sqrt{s_0}\approx m$.

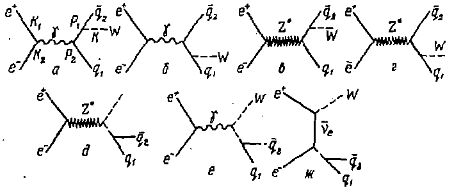
Нами в рамках модели Вайнберга—Салама (В—С) [6, 7] изучена реакция образования одиночного W-бозона совместно с адронами $e^+ + e^- \to W^{\pm} +$ адроны (1). Рассматриваемый процесс в низшем порядке по константе g описывается набором диаграмм (рисунок).

Отметим, что при $80 < \sqrt{s} < 180$ ГэВ вклад диаграмм *а, б* в полное сечение, согласно оценкам [5], менее 10^{-41} см^2. При $\sqrt{s}=m_Z$ наиболее существенным является резонансный вклад распадов Z^0-бозона: $Z^0\to W^{\pm}+q_1+\bar{q}_2$, где q_1 и $\bar{q}_2$ — кварк и антикварк (диаграммы *в, г, д*). И, наконец, при $\sqrt{s}\sim 2m$ доминирующим становится вклад распада $W\to q_1+\bar{q}_2$ (диаграммы *д, е, ж*), так как W-бозонный полюс попадает в физическую область.

Таким образом, в рассматриваемой реакции (1) можно выделить два основных процесса: при $\sqrt{s}=m_Z$ главный вклад дает образование виртуальных Z^0-бозонов с их последующим распадом: $Z^0 \to W^\pm + q_1 + \bar{q}_2$ (2); при $\sqrt{s} \sim 2m$ основной вклад связан с образованием пары W-бозонов, один из которых является виртуальным и распадается в адроны:

$$e^+ + e^- \to W^\pm + \underset{\hookrightarrow q_1 + \bar{q}_2.}{W^{\mp *}} \qquad (3)$$

2. Резонансное образование W-бозона в распаде $Z^0 \to W^\pm +$ адроны. В рамках модели Вайнберга—Салама, дополненной схемой слабых взаимодействий адронов Глэшоу—Илиопулоса—Майани (ГИМ) [8],



квадрат матричного элемента распада (2) имеет вид:

$$|M|^2 = \frac{32\alpha^2\pi^2}{\sin^2\theta\,\sin^2 2\theta}\left\{\frac{2(a_1+b_1)^2}{s_1^2}\left[2(s_1s_2 - m^2m_Z^2) + \frac{s_1^2}{m^2}(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)\right] + \frac{2(a_2+b_2)^2}{s_2^2}\left[2(s_1s_2 - m^2m_Z^2) + \frac{s_2^2}{m^2}(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)\right] - \frac{4(a_1+b_1)(a_2+b_2)}{s_1s_2}(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)\times\right.$$

$$\times\left(m_Z^2 + m^2 - \frac{s_1s_2}{m^2}\right) + \frac{\cos^4\theta}{m^2}\left[(s_1s_2 - m^2m_Z^2)(8m^2 - m_Z^2 + 2s_1 + 2s_2) + 2(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)(s_1^2 + 2s_1s_2 + s_2^2 + 2s_1m^2 + 2s_2m^2 - 4m^4 - 5m^2m_Z^2)\right]\frac{1}{(s_1 + s_2 - m_Z^2)^2} - \frac{2(a_1+b_1)\cos^2\theta}{s_1(s_1 + s_2 - m_Z^2)}\left[\frac{s_1}{m^2}(s_1s_2 - m^2m_Z^2 + 2(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)(s_1 + s_2 - m^2)) + 4(s_1 - m^2)\times\right.$$

$$\left.\times(s_2 - m^2) - 4(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)(m_Z^2 + 2m^2 - s_1)\right] -$$

$$-\frac{2(a_2+b_2)\cos^2\theta}{s_2(s_1 + s_2 - m_Z^2)}\left[\frac{s_2}{m^2}(s_1s_2 - m^2m_Z^2 + 2(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)\times\right.$$

$$\times (s_1 + s_2 - m^2)) + 4(s_1 - m^2)(s_2 - m^2) - 4(m_Z^2 + m^2 - s_1 - s_2)\times$$
$$\times (m_Z^2 + 2m^2 - s_2)\Big]\Big\}, \quad (4)$$

где θ — угол Вайнберга; $a_1 = \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\sin^2\theta$; $a_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\sin^2\theta$; $b_1 = b_2 = 1/4$, $s_1 = (p_1 + k)^2$, $s_2 = (p_2 + k)^2$ (определение 4-импульсов ясно из диаграмм). Выражение (4) получено с точностью до членов порядка m_q^2/m^2 (где m_q — масса кварков или антикварков) в предположении о точной кабиббовской универсальности слабого взаимодействия кварков, однако его нетрудно обобщить на случай $\theta_c \neq 0$, где θ_c — угол Кабиббо. Положив в этом выражении $a_l = a_2 = 1/4 - \sin^2\theta$, получим квадрат матричного элемента распада $Z^0 \to W^\pm + l + \bar{\nu}_l$, где l — лептон (μ, e, τ); $\bar{\nu}_l$ — соответствующее антинейтрино ($\bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\tau$).

Физическая область изменения переменных s_1 и s_2 определяется системой неравенств:

$$\frac{m_Z^2 m^2}{s_2} \leqslant s_1 \leqslant m_Z^2 + m^2 - s_2;\ m^2 \leqslant s_2 \leqslant m_Z^2 = \frac{m^2}{\cos^2\theta}. \quad (5)$$

Выражение для ширины распада (2) приведено в Приложении. При $\sin^2\theta = 0{,}25$ ширина $\Gamma_0 = 21$ эВ.

Полная ширина распада $Z^0 \to W^\pm +$ адроны

$$\Gamma(Z^0 \to W^\pm + \text{адроны}) = 3N_q\Gamma_0, \quad (6)$$

где 3 — фактор цвета; N_q — число кварковых дублетов. Полная ширина Z^0-бозона [10]

$$\Gamma_{tot} = 2\Gamma(Z^0 \to \nu\bar{\nu})\Big[(1 - 2\sin^2\theta + 4\sin^4\theta)N_l + 3(1 - 2\sin^2\theta +$$
$$+ \frac{20}{9}\sin^4\theta)N_q\Big], \quad (7)$$

где $\Gamma(Z^0 \to \nu\bar{\nu}) = \frac{\alpha m_Z}{6\sin^2 2\theta}$; N_l — число лептонных дублетов.

Таким образом, относительная вероятность распада $Z^0 \to W^\pm +$ адроны

$$B(Z^0 \to W^\pm + \text{адроны}) = 3N_q\Gamma_0/\Gamma_{tot} = 6{,}98\cdot 10^{-8}$$
$$(\text{при } N_l = N_q = 3,\ \sin^2\theta = 0{,}25). \quad (8)$$

Полное сечение резонансного образования W-бозона в e^+e^--соударениях можно определить по формуле Брейта—Вигнера

$$\sigma_R = \frac{12\pi}{m_Z^2}\frac{\Gamma(Z^0 \to e^+e^-)\,\Gamma(Z^0 \to W^\pm + \text{адроны})}{\Gamma_{tot}^2} = 6{,}3\cdot 10^{-39}\ \text{см}^2. \quad (9)$$

3. Реакция $e^+ + e^- \to W^\pm + \underset{\to}{W^{\mp *}}_{\text{адроны}}$. Перейдем теперь к рассмотрению процесса (2). Дважды дифференциальное сечение этого процесса имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dt\,du} = \frac{\alpha}{192\pi^2 R^2(s,\ m_e^2, m_e^2)\sin^2\theta}\ \frac{u}{(u-m^2)^2+m^2\Gamma^2} \times$$
$$\times |M|^{e^+e^- \to W^\pm W^{\mp *}}|^2, \qquad (10)$$

где $R(a,\ b,\ c) = \sqrt{a^2+b^2+c^2-2ab-2ac-2bc}$; Γ — полная ширина W-бозона; $|M^{e^+e^- \to W^\pm W^{\mp *}}|^2$ — квадрат матричного элемента процесса образования пары реального и виртуального W-бозонов:

$$|M^{e^+e^- \to W^\pm W^{\mp *}}|^2 = \frac{2\alpha^2\pi^2}{\sin^4\theta}\left\{2\frac{s}{m^2} - 2\left(\frac{1}{q^4}+\frac{1}{4m^4}\right)[(q^2-m^2)(q^2-u)+\right.$$
$$+ q^2 s] + A\left[8\frac{s}{m^2}\left(2-6\frac{m^2}{s}-2\frac{u}{s}-\frac{m^2u}{s^2}+\frac{u^2}{s^2}\right)-\frac{4}{s^2}((q^2-\right.$$
$$\left.-m^2)(q^2-u)+q^2s)\left(\frac{s^2}{m^4}-\frac{4s}{m^2}+\frac{u}{m^2}+11\right)\right]+B\left[-12-4\frac{u}{m^2}+\right.$$
$$+8\frac{m^2}{q^2}+8\frac{u}{q^2}+8\frac{s}{m^2}-\frac{2}{s^2}((q^2-m^2)(q^2-u)+q^2s)\times$$
$$\left.\left.\times\left(\frac{s^2}{m^4}-2\frac{s}{m^2}-4\frac{s}{q^2}\right)\right]\right\}. \qquad (11)$$

где $q^2=(p_1-k)^2$; $u=(k_1+k_2)^2$ — инвариантная масса пары кварк-антикварк,

$$A = \sin^4\theta + \frac{s^2\left(\sin^4\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta + \frac{1}{8}\right)}{(s-m_Z^2)^2} + \frac{2s\sin^2\theta\left(\frac{1}{4}-\sin^2\theta\right)}{s-m_Z^2};$$

$$B = s(\sin^2\theta - 1/2)/(s-m_Z^2) - \sin^2\theta.$$

Выражение (11) при $u=m^2$ переходит в соответствующее выражение для процесса образования пары реальных W-бозонов [5].

Пределы изменения переменных $t=-q^2$ и u определяются из системы неравенств

$$t_- \leqslant t \leqslant t_+;\ \mu^2 = (m_1+m_2)^2 \leqslant u \leqslant (\sqrt{s}-m)^2,\ \text{где}\ t_\pm = \frac{1}{2}\times$$
$$\times[s-u-m^2 \pm R(s,\ u,\ m^2)]; \qquad (12)$$

m_1 и m_2 — массы кварка q_1 и антикварка $\bar{q}_2$ соответственно.

Проинтегрированное по t дифференциальное сечение рассматриваемого процесса имеет вид

$$\frac{d\sigma}{du} = \frac{\alpha^3}{96\sin^6\theta\, s^2}\ \frac{u}{(u-m^2)^2+m^2\Gamma^2}\left\{-2R(s,\ u,\ m^2)+\right.$$

$$+\left[2(s-m^2-u)-8B\left(m^2+u+\frac{m^2u}{s}\right)\right]\ln\times$$
$$\times\left[\frac{s-m^2-u+R(s,u,m^2)}{s-m^2-u-R(s,u,m^2)}\right]+R(s,u,m^2)\left[2\left(\frac{s}{m^2}-1-\frac{u}{4m^2}\right)+\right.$$
$$+8A\left(2-6\frac{m^2}{s}-2\frac{u}{s}-\frac{m^2u}{s^2}+\frac{u^2}{s^3}\right)-\frac{4Am^2u}{s^2}\left(\frac{s^2}{m^4}-\frac{4s}{m^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{u}{m^2}+11\right)-2B\left(6+2\frac{u}{m^2}-4\frac{s}{m^2}+\frac{u}{s}\left(\frac{s}{m^2}-2\right)-\right.$$
$$\left.\left.-\frac{4(s-m^2-u)}{s}\right)\right]+\frac{1}{2}(s-m^2-u)R(s,u,m^2)\left[\frac{1}{2m^4}\times\right.$$
$$\times(s-m^2-u)+\frac{4A}{s^2}(s-m^2-u)\left(\frac{s^2}{m^4}-4\frac{s}{m^2}+\frac{u}{m^3}+11\right)+$$
$$\left.+\frac{2B}{s^2}\left(\frac{s^2}{m^4}-2\frac{s}{m^2}\right)(s-m^2-u)-8\frac{B}{s}\right]+\frac{1}{3}R(s,u,m^2)\times$$
$$\times\{2R^2(s,u,m^2)+8m^2u\}\left[-\frac{1}{2m^4}-\frac{4A}{s^2}\left(\frac{s^2}{m^4}-4\frac{s}{m^2}+\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+\frac{u}{m^2}+11\right)-\frac{2B}{sm^2}\left(\frac{s}{m^2}-2\right)\right]\right\}. \qquad (13)$$

Выражение (13) имеет резкий максимум при $u=m^2$. Это значение и достигается при $\sqrt{s}\gtrsim 2m$, что видно из неравенств (12). Указанное свойство может быть использовано при вычислении полного сечения вблизи $\sqrt{s}=2m$. Опишем кратко методику расчета.

Ввиду малой ширины W-бозона по сравнению с его массой пропагатор W-бозона можно представить так:

$$\frac{1}{(u-m^2)^2+m^2\Gamma^2}\underset{(\Gamma^2\ll m^2)}{=}\frac{\sqrt{\pi}}{m^2\Gamma^2}\exp\left[-(u-m^2)^2/m^2\Gamma^2\right]. \qquad (14)$$

При этом в окрестности точки $u=m^2$ все функции в (13), за исключением $R(s,u,m^2)$, можно разложить в ряд по степеням $u-m^2$. Тогда удастся выполнить интегрирование по переменной u и получить выражение для полного сечения. В частности, при $\sqrt{s}=2m$ полное сечение рассматриваемого процесса

$$\sigma(4m^2)=\frac{\alpha^3\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{768\sin^6\theta m^3}\sqrt{\frac{2\pi m}{\Gamma}}\left\{\frac{31}{6}-\frac{17}{3}B(4m^2)-5A(4m^2)-\right.$$
$$\left.-\Delta\left[\frac{8}{3}+16A(4m^2)+\frac{16}{3}B(4m^2)\right]\right\}, \qquad (15)$$

где $\Gamma(a)$ — гамма-функция; $\Delta=\Gamma(5/4)/\Gamma(3/4)$.

Численное значение полного сечения в случае трех кварковых дублетов

$$\sigma(4m^2) \approx 10^{-36}\,\text{см}^2 \ (\text{при } \sin^2\theta = 0{,}25). \qquad (16)$$

При $\sqrt{s} \gtrsim 2m$ полное сечение образования W^+W^--пар имеет пороговое поведение [4]:

$$\sigma_{\text{пар}}(s) = \frac{\pi\alpha^2}{4\sin^2\theta m^2}\sqrt{1-\frac{4m^2}{s}} \approx 1{,}1\cdot 10^{-35}\text{см}^2\,\frac{\sqrt{1-\frac{4m^2}{s}}}{\sin^2\theta}. \qquad (17)$$

Из сравнения выражений (16) и (17) видно, что уже при $\sqrt{s}/2m - 1 = 0{,}01$ оба сечения становятся сравнимыми. При более высоких энергиях сечения обоих процессов имеют одинаковую энергетическую зависимость, что обусловлено малой полной шириной W-бозона по сравнению с массой.

Сечение *процесса (3) вблизи порога может быть представлено* в виде

$$\sigma(s \approx m^2) = \begin{cases} 2\sqrt{2}\chi m^{5/2}\mu^{3/2}\delta^{3/2}, & \delta \ll \mu/2m; \\ \chi m^4\delta^2, & \mu/2m \ll \delta \ll 1, \end{cases} \qquad (18)$$

где $\delta = (\sqrt{s}-m)/m$, $\chi = \left.\frac{d^2\sigma}{dt\,du}\right|_{\substack{t=m\mu \\ u=\mu^2}}$.

Поскольку время оценки W-бозонов очень мало, практический интерес представляют спектры продуктов его распадов. Расчету спектра мюонов в реакции

$$e^+ + e^- \to W^\pm + \text{адроны}$$
$$\quad\quad\quad\quad\ \ \lfloor\!\to \mu^\pm + \nu_\mu$$

будет посвящена отдельная работа автора.

Примечание. *После подготовки рукописи к печати автору стало* известно, что близкое по тематике исследование выполнено Марсиано и Вейлером [11], где оценивалась ширина распада $Z^0 \to W + \text{все}$. Полученные ими численные оценки хорошо согласуются с формулой (8) данной статьи.

Приложение.

Полная ширина распада (3) имеет вид

$$\Gamma(Z^0 \to W^\pm + q_1 + \bar{q}_2) = \frac{\alpha^2 m_z}{24\pi\sin^2\theta\sin^2 2\theta}\Big\{2(a_1^2+a_2^2)\times$$

$$\times\left[\frac{(1+x)}{x}A_1 - \frac{2}{x}A_2 + 2B_3 - 2xB_4\right] - 4a_1a_2\left[\frac{(1+x)}{x}A_1 - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{x}A_2 + (1+x)^2B_1 - 2(1+x)B_2\right] + x[-x(9+26x+8x^2)\times$$

$$\times C_1 + 24x(1+x)C_2 + 4(1-x)C_3 + (3+4x)C_4 - 8C_5 - 4C_6] -$$
$$- 2(\alpha_1 + \alpha_2)[-4x(1+3x+x^2)D_1 + 4x(1+x)D_2 + x(5+6x)\times$$
$$\times D_3 + 4(1+x)D_4 - 4D_5 - 3D_6]\}, \qquad (1)$$

где $\alpha_1 = a_1 + b_1$, $\alpha_2 = a_2 + b_2$; $A_1 = \frac{1-x^2}{2} + x\ln x$;

$A_2 = \frac{1-x^3}{6} - \frac{x(1-x)}{2}$; $B_1 = \varphi(x) + \frac{1}{2}\ln^2 x - \ln x \ln(1+x)$;

$B_2 = -(1+x)\ln x - 2(1-x)$; $B_3 = \frac{1}{2}[-(1+x)^2\ln x - 2(1-x^2)]$;

$B_4 = \frac{1}{2x}(1-x^2) + \ln x$; $\quad C_1 = -\frac{1}{x} + 1 + \frac{1}{2}[-\ln x + 2f(x)]$.

$$C_2 = -\frac{1}{2x} + 1 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\ln x - (2x-1)f(x);$$

$$C_3 = \frac{3}{2} - x - \frac{x^2}{6} - \frac{1}{3x} - \frac{(1-x)}{2}\ln x - (3x-1)f(x);$$

$$C_4 = \frac{3}{4} - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} + \frac{(2x-1)}{4}\ln x - \frac{4x-1}{2}f(x) + C_2 - C_3;$$

$$C_5 = -\frac{1}{12x} + \frac{5}{18} - \frac{x^2}{6} - \frac{x^3}{36} - \frac{\ln x}{6} + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}x - \frac{2x^2}{3}\right)f(x);$$

$C_6 = -\frac{1}{4x} + \frac{11}{6} - 2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{12} + \frac{2x-1}{2}\ln x + (1 - 4x +$
$+ 2x^2)f(x)$; $D_1 = \psi(x) - \frac{3}{2}\ln^2 x$; $\quad D_2 = -3(1-x) -$
$- \frac{2x+1}{2}\ln x + D_1 + (4x-1)f(x)$; $\quad D_3 = -1 + x + \frac{\ln x}{2} +$
$+ (4x-1)f(x)$; $D_4 = \frac{3}{4} - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{4x-1}{2}f(x) +$
$+ \frac{2x+1}{4}\ln x$; $\quad D_5 = \frac{11}{18} - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{9} + \frac{(3x-1)}{6}\ln x +$
$+ \frac{(1-5x+4x^2)}{3}f(x)$; $D_6 = \frac{11}{36} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{18} - \frac{\ln x}{12} +$

$$+\frac{(1-2x-8x^2)}{6}f(x);\quad f(x)=\frac{1}{\sqrt{4x-1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{4x-1}}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{\sqrt{4x-1}}\right);\quad \Psi(x)=-\int\limits_x^1 dt\,\frac{\ln(t^2-t+x)}{t}\left(x>\frac{1}{4}\right);$$

$$\varphi(x)=F\left(-\frac{1}{1+x}\right)-F\left(-\frac{x}{1+x}\right);$$

$$F(x)=\int\limits_0^x dt\,\frac{\ln(1+t)}{t}\text{ — интеграл Спенса, } x=\cos^2\theta.$$

Список литературы: 1. *Рихтер Б.* Следующее поколение ускорителей с электронпозитронными встречными пучками.-Усп. физ. наук, 1980, 130, с. 707—716. 2. *Тейлор Дж.* Калибровочные теории слабых взаимодействий. — М.: Мир, 1978. — 206 с. 3. *Gaillard M. K.* Weak interactions beyond the Z pole (s). — In: Proc. of the LEP summer study, 10—22 september 1978, CERN report №79—01, 1979, p. 637—661. 4. *Сушков О. П., Фламбаум В. В., Хриплович И. Б.* Проверка перенормируемых теорий слабых взаимодействий в e^+e^--столкновениях. — Ядерная физика, 1974, 20, с. 20—25. 5. *Alles W., Boyer Ch. Buras A. I. W-boson production in e^+e^--collisions in the Weinberg — Salam model.* — Nucl. Phys., 1977, **B119**, p. 125—140. 6. *Weinberg S.* A model of leptons — Phys. Rev. Lett., 1967, 19, p. 1264—1266. 7. *Salam A.* Weak and electromagnetic interactions. — In: Proc. of the 8-th Nobel symposium Stockholm, Almquist—Wicksel, 1968, p. 367—377. 8. *Glashow. S. L., Iliopoulos I., Maiani L.* Weak interaction with lepton—hadron symmetry. — Phys. Rex., 1970, **D2**, p. 1285—1292. 9. *Quigg C.* Production and detection of intermediate vector bosons and heavy leptons in *pp* and *pp*-collisions. — Rev. Mod. Phys., 1977, 49, p. 297—315. 10. *Marciano W. I., Wyler D.* W-production via Z-decay. — Zeitschrift für Physik, 1979, C3, S. 181—185.

Поступила в редколлегию 25.06.80.

УДК 539.12

В. М. ПЫЖ

О НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ПРЕДЕЛЬНОГО ПЕРЕХОДА ОТ ТЕОРИИ БРАНСА—ДИККЕ К ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА

1. **Введение.** Успехи единых неабелевых калибровочных моделей со спонтанным нарушением симметрии в описании свойств и взаимодействий элементарных частиц в сочетании с такими достоинствами, как ренормируемость и асимптотическая свобода (см., например [1]) дают основание надеяться, что этим моделям уже присущи многие черты будущей единой теории всех взаимодействий. Существенным структурным элементом таких моделей является наличие скалярных полей (полей Хиггса), с помощью которых осуществляется механизм спонтанного

нарушения исходной (затравочной) симметрии без нарушения перенормируемости начальной безмассовой теории.

Если единая теория всех взаимодействий будет включать в себя и гравитационное взаимодействие в духе теории Эйнштейна, то, по-видимому, она будет представлять собой теоретико-полевую схему над искривленным пространством-временем. Общая теория относительности (ОТО) Эйнштейна также является калибровочной теорией с широкой калибровочной группой общих точечных преобразований четырехмерного риманова пространства-времени. Однако в эйнштейновской формулировке теории гравитации нет скалярных полей в числе вакуумных степеней свободы, хотя представляется привлекательным предположение о том, что и гравитационная постоянная G (так же, как постоянная ферми G_F для слабого взаимодействия в теории Вейнберга—Салама [2, 3]) может быть связана с аномальным средним некоторого скалярного поля [4]. Возможно, что при этом должна спонтанно нарушаться конформная симметрия затравочной модели.

Скалярное поле $\varphi(x)$ в общековариантной формулировке полевой теории явно выделено тем, что минимальное включение его взаимодействия с метрикой пространства-времени нарушает конформную симметрию [5]. Для восстановления конформной симметрии общековариантной безмассовой теории со скалярными степенями свободы приходится вводить в лагранжиан эйнштейновское слагаемое $\sim R\varphi^2$, где R — скалярная кривизна. Отсюда становится ясно, почему именно скалярные поля являются идеальной моделью конформно неинвариантного вакуума в теоретико-полевых схемах над плоским пространство-временем. Массовый член в лагранжиане скалярного поля $\sim m^2\varphi^2$ нарушает конформную симметрию теории и инициирует спонтанное нарушение внутренних калибровочных симметрий (аномальное среднее скалярного поля пропорционально его затравочной массе).

Отсюда понятен интерес к скалярно-тензорным модификациям эйнштейновской теории гравитации, наиболее популярной из которых является теория Бранса—Дикке [8]. В этой теории связь с конформной симметрией не столь очевидна, поскольку основным эвристическим принципом при ее построении был принцип Маха, а не принцип конформной инвариантности. Тем не менее этой теории свойственны некоторые черты, присущие конформно-инвариантным моделям.

Общепризнанной теорией макроскопического пространства-времени считается ОТО. На вопрос о том, какова структура пространства-времени в масштабах микромира и насколько существенны эффекты искривления пространства-времени для процессов взаимодействия элементарных частиц, в настоящее время нет ответа *. Все квантово-полевые схемы рассматриваются, главным образом, над плоским пространством-временем Минковского. Это связано с тем, что мы не располагаем последовательной квантово-полевой теорией, способной учитывать эффекты искривления пространства-времени, и проблема квантования метрического поля пока не решена. Тем не менее эффекты искривления пространства-времени в микроскопических масштабах могут оказаться весьма существенными для единой картины всех взаимодействий.

Геометрия пространства-времени в микроскопических масштабах необязательно устроена по эйнштейновскому образцу, хотя предположение о единой структуре пространства-времени для любых масштабов не лишено привлекательности. Если такое предположение в какой-то мере соответствует действительности, то эффекты искривления пространства-времени в макро- и микромасштабах могли бы отличаться, например, константой связи. Именно такая точка зрения развивается в работах по сильной гравитации А. Салама с сотрудниками [6]. Другая возможность реализации единой геометрической структуры пространства-времени связана с принципом конформной симметрии, который естественным образом приводит к скалярно-тензорным геометризованным моделям (см., например, [9]). Скалярно-тензорная модель сильной гравитации типа ТБД рассмотрена в работе Иномата [10].

При анализе схем, отличных от ОТО (даже если они не претендуют на описание макроскопических свойств пространства-времени), теория Эйнштейна, как наиболее изученная, является своеобразным эталоном, с которым обычно сравниваются все геометризованные модели. Принято считать (см, например, [11]), что ТБД переходит в ОТО в пределе $\omega \to \infty$, где ω — параметр теории Бранса—Дикке. Однако, как будет показано, этот предельный переход не является однозначным. Настоящая работа посвящена его исследованию.

2. **Теория Бранса—Дикке.** Как известно (см., например, [12]), теория Эйнштейна не удовлетворяет принципу Маха, хотя этот принцип и использовался Эйнштейном как эвристический при создании ОТО. Поэтому основной вопрос, который решали Бранс и Дикке при построении своей теории, сводился к поиску обобщения уравнений Эйнштейна, согласующегося с принципом Маха. Согласно этому принципу явление инерции возникает как следствие ускоренного движения относительно общего распределения массы во Вселенной (см., например, [11]).

Представим себе Вселенную как однородное шарообразное материальное облако радиуса R, погруженное в бесконечное

---

* На особую важность вопроса о микроскопической структуре пространства (времени?) указывал Б. Риман еще 125 лет назад.

трехмерное евклидово пространство *. Если предположить, что плотность массы ρ (по аналогии с плотностью заряда в электростатике) является источником некоторого статического скалярного поля $\varphi(\bar{r})$ (гравитационного потенциала), то последнее должно удовлетворять уравнению Пуассона $\Delta\varphi=4\pi\lambda\rho$ (1), где Δ — *трехмерный лапласиан;* λ — *некоторая безразмерная постоянная*. Решение уравнения (1) при $\rho=\mathrm{const}$ имеет вид

$$\varphi(r)=\begin{cases}2\pi\rho\lambda(R^2-r^2/3), & \text{если } r\leqslant R;\\ \lambda\rho V/r, & \text{если } r>R,\end{cases}$$

где $V=4\pi R^3/3$. Работа против сил гравитационного поля по перемещению пробного тела с гравитационным зарядом Gm_g из центра шара на бесконечность равна $A=Gm_g[\varphi(0)-\varphi(\infty)]=$ $=Gm_g\varphi(0)$ (2), где G — гравитационная постоянная. Полагая $\varphi(0)=c^2G^{-1}$, получаем $A=m_gc^2=m_иc^2$ (3), где c — скорость света в вакууме; $m_и$ — инерционная масса пробного тела (последнее равенство мы записали, постулируя принцип эквивалентности). Но $m_иc^2$ есть энергия покоя пробного тела в плоском пространстве специальной теории относительности. Поэтому *равенство (3) можно прочитать следующим образом.*

Полная энергия покоящегося тела (инерционная масса) равна работе против сил гравитации при «извлечении» этого тела из Вселенной. По-видимому, такая формулировка согласуется с принципом Маха.

Если для плотности энергии и масштабного фактора Вселенной принять значения $\rho\sim10^{-29}$ г/см^3, $R\sim10^{28}$ см соответственно, то численные оценки величины $\varphi(0)$ приводят к значению $\lambda\sim1$.

Очевидное общековариантное обобщение уравнения (1) для *поля* $\varphi(x)$ имеет вид

$$\Box^2\varphi\equiv\varphi_{;}{}^{\lambda}{}_{;\lambda}=4\pi\lambda T_{m\lambda}^{\lambda}, \qquad (4)$$

где $T_{m\lambda}^{\lambda}$ — след тензора энергии-импульса материи $T_m^{\mu\nu}(x)$. Если исходя из равенства $G=\varphi^{-1}(0)c^2$ положить ** $G=\varphi^{-1}(x)$ (5) в уравнениях Эйнштейна

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\lambda}=-8\pi GT_m^{\mu\nu}, \qquad (6)$$

---

* Такое представление является, *конечно, заведомо искаженным, поскольку* трехмерную сферу, вложенную в четырехмерное искривленное пространство-время, вообще говоря, нельзя однозначно отобразить на евклидову *компактную область. Однако для эвристических целей* такое представление полезно ввиду своей простоты и наглядности. Так как все точки на сфере эквивалентны, то достаточно ограничиться рассмотрением окрестности точки $r=0$ — центра трехмерного шара.

** Здесь и в дальнейшем полагаем $c=1$.

где $g^{\mu\nu}$ — метрический тензор; $R^{\mu\nu}$ — тензор Риччи; R — скалярная кривизна *, и дописать в правой части (6) тензор энергии-импульса $T^{\mu\nu}_{\varphi}$ поля $\varphi(x)$, то получим

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = -\frac{8\pi}{\varphi}(T^{\mu\nu}_m + T^{\mu\nu}_{\varphi}). \tag{7}$$

Уравнения (4) и (7) образуют систему уравнений ТБД, которую следует дополнить законом ковариантного сохранения тензора энергии-импульса материи

$$T^{\mu}_{m\nu;\mu} = 0, \tag{8}$$

чтобы не входить в противоречие с принципом эквивалентности. Мы постулировали его и на эвристическом уровне рассмотрения (равенство (3)).

Итак, в теории Бранса—Дикке роль гравитационной постоянной играет величина $\varphi^{-1}(x)$, которая, вообще говоря, непостоянна. Уравнение (4), которому удовлетворяет $\varphi(x)$, допускает постоянные решения, лишь если $T^{\lambda}_{m\lambda} = 0$, т. е. для конформно-инвариантной (безмассовой) материи, а также при $\lambda = 0$, когда связь поля φ с материей выключена. В этих случаях поле $\varphi(x)$ удовлетворяет уравнению $\Box^2\varphi = 0$ (9), где $\Box^2$ — ковариантный даламбертиан, т. е. $\varphi(x)$ является гармонической функцией, и, по-видимому, должно играть роль некоторой калибровочной степени свободы. Однако равенства $T^{\lambda}_{m\lambda} = 0$ и $\lambda = 0$ имеют совершенно различное физическое содержание, и поэтому решение $\varphi_0 = \mathrm{const}$ уравнения (9) может отвечать различным физическим теориям.

Система уравнений ТБД (7) позволяет однозначно восстановить конкретный вид тензора энергии-импульса $T^{\mu\nu}_{\varphi}$ скалярного поля φ. Мы опишем здесь метод конструирования $T^{\mu\nu}_{\varphi}$, поскольку он используется нами при обобщении теории Бранса—Дикке.

Симметричный тензор самого общего вида, билинейный по первым производным и линейный по второй производной от поля φ, можно записать так:

$$T^{\mu\nu}_{\varphi} = A_0 g^{\mu\nu} + A_1 \varphi^{\mu}_{;}\varphi^{\nu}_{;} + A_2 \varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda} g^{\mu\nu} + A_3 \varphi^{\mu\nu}_{;;} + A_4 \varphi^{\lambda}_{;;\lambda} g^{\mu\nu}, \tag{10}$$

где $A_i(\varphi)$ — некоторые функции поля φ, подлежащие определению. Оказывается, что уравнений (4), (7), (8) достаточно для отыскания явного вида этих функций [11]. С этой целью домножим уравнение (7) на $\varphi(x)$, образуем ковариантную дивергенцию от правой и левой частей полученного равенства и, имея в виду условие (8), воспользуемся тождеством Бианки

$$\left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu}\right)_{;\mu} = 0. \tag{11}$$

---

* Выбор знаков в работе определяется соотношением $R_{\mu\nu} \sim \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha;\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu;\alpha}$ и сигнатурой метрики $(+---)$.

Тогда получим

$$\left(R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}\right)\varphi_{;\mu}=-8\pi T^{\mu\nu}_{\varphi\,;\mu}. \tag{12}$$

Непосредственно вычисляя дивергенцию от $T^{\mu\nu}_{\varphi}$, из равенства (0) находим

$$T^{\mu\nu}_{\varphi\,;\mu}=A_0'\varphi^{\nu}_{;}+(A_1'+A_2')\varphi^{\mu}_{;}\varphi_{;\mu}\varphi^{\nu}_{;}+(A_1+2A_2+A_3')\varphi^{\mu\nu}_{;\,;}\varphi_{;\mu}+$$
$$+(A_1+A_4')\varphi^{\mu}_{;\,;\mu}\varphi^{\nu}_{;}+A_3\varphi^{\mu\nu}_{;\,;;\mu}+A_4\varphi^{\mu}_{;\,;\mu;}{}^{\nu}, \tag{13}$$

где $A'\equiv dA/d\varphi$. При вычислении левой части уравнений (12) воспользуемся равенством

$$R^{\mu\nu}\varphi_{;\mu}=\varphi^{\mu}_{;\,;\mu;}{}^{\nu}-\varphi^{\mu\nu}_{;\,;;\mu}, \tag{14}$$

которое является частным случаем более общего соотношения для коммутатора ковариантных производных от произвольного ковариантного вектора $v_{\mu}(x)$:

$$v_{\mu;\lambda;\nu}-v_{\mu;\nu;\lambda}=v_{\rho}R^{\rho}_{\mu\nu\lambda}, \tag{15}$$

где $R^{\rho}_{\mu\nu\lambda}$ — тензор кривизны Римана—Кристоффеля. Наконец, взяв след от левой и правой частей уравнений (7) с учетом равенств (4) и (10), получим

$$R=\frac{8\pi}{\varphi}\left[4A_0+(A_1+4A_2)\varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}+\left(\frac{1}{4\pi\lambda}+A_3+4A_4\right)\varphi^{\lambda}_{;\,;\lambda}\right). \tag{16}$$

Подставляя выражения (13)—(15) в уравнения (12) и приравнивая коэффициенты при одинаковых независимых тензорных структурах, *придем к системе уравнений для неизвестных функций* $A_i(\varphi)$:

$$A_1'+A_2'=(A_1+4A_2)/2\varphi;\quad A_1+A_4'=(1/4\pi\lambda+A_3+4A_4)/2\varphi;$$
$$A_1+2A_2+A_3'=0;\ 8\pi A_3=-8\pi A_4=1,\ 2A_0=\varphi A_0'. \tag{17}$$

Для функций A_1—A_4 эта система дифференциальных уравнений сводится к чисто *алгебраической. Решение системы* (17) имеет вид

$$A_1(\varphi)=-2A_2(\varphi)=\omega/8\pi\varphi;\ A_3(\varphi)=-A_4(\varphi)=1/8\pi;$$
$$A_0(\varphi)=-C_0\varphi^2/8\pi, \tag{18}$$

где *для удобства обозначено:* $\omega=\lambda^{-1}-3/2$; C_0 — постоянная интегрирования.

Таким образом, в ТБД $T^{\varphi}_{\mu\nu}$ определяется следующим выражением:

$$T^{\varphi}_{\mu\nu}=-\frac{C_0}{8\pi}\varphi^2g_{\mu\nu}+\frac{1}{8\pi}(\varphi_{;\mu;\nu}-g_{\mu\nu}\varphi^{\lambda}_{;\,;\lambda})+\frac{\omega}{8\pi\varphi}\times$$
$$\times\left(\varphi_{;\mu}\varphi_{;\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}\varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}\right). \tag{19}$$

Величина $C_0\varphi(x)$ играет роль космологической «постоянной». Бранс и Дикке не учитывали это слагаемое [8], молчаливо предполагая, что $C_0=0$.

Предельному переходу $\lambda\to 0$ соответствует $\omega\to\infty$, и уже на уровне выражения (19) возникает вопрос, как такой предельных переход выполнить. Считается (см., например, [11]), что при $\omega\to\infty$ ТБД переходит в ОТО и приводятся следующие соображения. Предположим, что $\varphi(\overline{x})=G^{-1}+\varepsilon(x)/\omega$ (20), где $\varepsilon(\overline{x})$ — некоторое новое скалярное поле. Тогда

$$8\pi/\varphi T^{\varphi}_{\mu\nu}\approx G^2/\omega\,(\varepsilon_{;\mu}\varepsilon_{;\nu}-1/2\,g_{\mu\nu}\varepsilon^{\lambda}_{;}\varepsilon_{;\lambda})+G/\omega(\varepsilon_{;\mu;\nu}-g_{\mu\nu}\varepsilon^{\lambda}_{;\,;\lambda})+$$

$+C_0(G^{-1}+\varepsilon/\omega)g_{\mu\nu}$ и при $\omega\to\infty$ ТБД переходит в ОТО с космологической постоянной $\Lambda=C_0G^{-1}$.

Однако выражение (20) не является простым переопределением поля $\varphi(x)$. Оно уже содержит конкретное предположение об асимптотическом поведении $\varphi(x)$ при $\omega\to\infty$. В рамках ТБД его невозможно доказать без дополнительных предположений. Кроме того, вообще говоря, ниоткуда не следует, что $\varphi(x)$ является функцией с ограниченным изменением. Поэтому желательно было бы вывести асимптотическое условие типа (20) из некоторой более общей по сравнению с ТБД схемы. Прежде чем предпринять попытку обобщения ТБД, мы рассмотрим простейшую фридмановскую изотропную космологическую модель для этой теории и на ее примере проиллюстрируем неоднозначность предельного перехода $\omega\to\infty$.

3. **Изотропная космологическая модель ТБД.** Рассмотрим космологическую модель, основанную на метрике Робертсона—Уокера с линейным элементом

$$ds^2=dt^2-R^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{21}$$

где $k=1,\ 0,\ -1,\ r,\ \theta,\ \varphi$ — стандартные переменные изотропной модели: t — космологическое время; $R(t)$ — космический масштабный фактор.

Система космологических уравнений ТБД, полученных из (7), (8), (19) с метрикой (21), может быть представлена в виде [11]

$$\frac{d}{dt}(\dot{\varphi}R^3)=\frac{8\pi}{3+2\omega}(\rho-3p)R^3;$$

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2+\frac{\dot\varphi}{\varphi}\frac{\dot R}{R}-\frac{\omega}{6}\left(\frac{\dot\varphi}{\varphi}\right)^2=\frac{8\pi\rho}{3\varphi}-\frac{k}{R^2}; \tag{22}$$

$$\dot\rho=-\frac{3\dot R}{R}(\rho+p),$$

где ρ — плотность энергии; p — давление; $\dot\varphi \equiv d\varphi/dt$ (для простоты мы рассматриваем модель без Λ-члена). Система (22), разумеется, должна быть дополнена уравнением состояния материи $p=p(\rho, \varphi)$.

Переходя к удобным безразмерным переменным

$$x=\ln(R/R_m);\quad y=\ln\frac{\varphi(x)}{\varphi(R_m)};\quad \tau=t/R_m;\quad \beta=\frac{3k\varphi}{8\pi\rho R^2},$$

где R_m — некоторая постоянная размерности длины, задающая масштаб Вселенной, преобразуем систему (22) к виду

$$\ddot{x}y' + \dot{x}^2(y'' + y'^2 + 3y') = \frac{3k\lambda}{2\beta}(1-\alpha)e^{-2x};$$

$$\dot{x}^2\left(1 + y' - \frac{\omega}{6}y'^2\right) = \frac{k}{\beta}(1-\beta)\,e^{-2x};\qquad y' = \beta'/\beta - \alpha - 1. \quad (23)$$

Здесь величина α определяется равенством $p=\alpha\rho/3$ (24), $\dot{x} \equiv dx/d\tau$, $y' \equiv dy/dx$. Исключая из первых двух уравнений системы (23) время τ, получаем эквивалентную систему уравнений:

$$y''+y'^2+2y'-y'f'/2f = \frac{1}{2}\left[3\lambda f\frac{1-\alpha}{1-\beta}+\frac{y'\beta'}{\beta(1-\beta)}\right] \quad (25)$$

(зависимость величин от τ можно восстановить из второго уравнения системы (23)), $f(y') \equiv 1+y'-\omega y'^2/6$. Любопытно, что система (24) допускает предельный переход $\lambda\to 0$, ($\omega\to\infty$). При этом она распадается на две несвязанные системы

$$y=\text{const};\quad 2(1-\beta)(y'+2)=\frac{\beta'}{\beta}-\frac{1}{2}(1-\alpha)y';$$
$$\beta'=\beta(1+\alpha);\quad y'=\beta'/\beta-\alpha-1. \quad (26)$$

Первая из них эквивалентна эталонной космологической модели ОТО, если положить $\varphi=G^{-1}$, а вторая допускает нетривиальные решения: а) $y=A-2x$; б) $\alpha=3-4\beta$ (27), где A — постоянная интегрирования.

Подробный анализ космологических моделей, связанных с решениями (27), увел бы нас далеко от предмета настоящей работы*. Для нас здесь существенно лишь то, что простейшая космологическая модель ТБД приводит к неоднозначности предельного перехода $\omega\to\infty$ и указывает на необходимость более тщательного его изучения.

4. **Обобщение ТБД и предельный переход $\omega\to\infty$.** ТБД весьма совершенна, и найти естественный эвристический довод, ко-

* Такой анализ будет выполнен в отдельной работе автора (будет опубликована).

торый подсказал бы способ ее конструктивного обобщения, нелегко. Поэтому в данной работе мы пойдем по пути чисто формального обобщения [13]. Сделав замену

$$\varphi \to f\varphi, \ \lambda \to \lambda(\varphi) \tag{28}$$

в уравнениях движения (4), (7), получим

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = -\frac{8\pi}{f(\varphi)} (T^{\mu\nu}_{m} + T^{\mu\nu}_{\varphi}); \tag{29}$$

$$\varphi^{\lambda}_{;;\lambda} = 4\pi\lambda(\varphi)\, T^{\lambda}_{m\lambda}. \tag{30}$$

Условие (8) ковариантного сохранения энергии-импульса материи предполагается выполненным

Представив искомый тензор энергии-импульса $T^{\mu\nu}_{\varphi}$ в виде (10) и действуя по методу, описанному в первой части работы, получим уравнения, связывающие функции $A_i(\varphi)$, $f(\varphi)$ и $\lambda(\varphi)$:

$$A_1(\varphi) = \frac{1}{8\pi}(f'' + \omega f'/f); \quad A_2(\varphi) = -\frac{1}{16\pi}(2f'' + \omega f'/f);$$

$$A_3(\varphi) = -A_4(\varphi) = f'(\varphi)/8\pi; \quad A_0(\varphi) = -C_0 f^2(\varphi)/8\pi;$$

$$f'^2(\varphi) + 2\omega f'(\varphi)/\omega - C = 0, \tag{31}$$

где C_0 и C — постоянные интегрирования;

$$\omega(\varphi) \equiv \lambda^{-1}(\varphi) - 3f'(\varphi)/2 \equiv f'(\varphi)\bar{\omega}(\varphi). \tag{32}$$

Система (31) допускает различные решения в зависимости от того, какую из функций $\omega(\varphi)$, $\bar{\omega}(\varphi)$ или $\lambda(\varphi)$ считать заданной. Мы подробно рассмотрим все ветви решений системы (31). При $f(\varphi) = \varphi$, $\lambda = \mathrm{const}$ эти ветви соответствуют теории Бранса—Дикке, но они могут существенно отличаться друг от друга и приводить к различным теориям при $\lambda \to 0$, $(\omega \to \infty)$.

1) Если считать заданной функцию $\omega(\varphi)$, то возможны две ветви решения

$$df_{\pm}/d\varphi = \omega(\varphi)(-1 \pm \sqrt{1 + 9C/\omega^2})/3 \equiv \gamma_{\pm}(\varphi). \tag{33}$$

Задав $\omega(\varphi)$ и решив уравнение (33), найдем два семейства скалярно-тензорных моделей.

Рассмотрим более подробно случай $\omega = \mathrm{const}$ $(\gamma_{\pm} \equiv \gamma\text{-const})$, тогда искомые функции системы (31) имеют вид

$$\begin{gathered} f(\varphi) = \gamma\varphi + C_1; \ A_1 = -2A_2 = \gamma\omega/(\gamma\varphi + C_1)\, 8\pi; \\ A_3 = -A_4 = \gamma/8\pi; \ A_0 = -C_0(\gamma\varphi + C_1)^2/8\pi, \end{gathered} \tag{34}$$

где C_1 — *постоянная интегрирования*. (Теории Бранса—Дикке соответствует значение $C=1+2\omega/3$, ($\gamma=1$). Уравнения (29), (30) в этом случае запишутся так:

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}=-\frac{8\pi}{\gamma\varphi+C_1}T_m^{\mu\nu}+C_0(\gamma\varphi+C_1)g^{\mu\nu}-\frac{\gamma\omega}{(\gamma\varphi+C_1)^2}\times$$

$$\times(\varphi^{\mu}_{;}\varphi^{\nu}_{;}-\frac{1}{2}\varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}g^{\mu\nu})-\frac{\gamma}{\gamma\varphi+C_1}(\varphi^{\mu\nu}_{;;}-\varphi^{\lambda}_{;;\lambda}g^{\mu\nu}); \quad (35)$$

$$\varphi^{\lambda}_{;;\lambda}=8\pi T^{\lambda}_{m\lambda}/(2\omega+\gamma). \quad (36)$$

Если $\omega\to\infty$, то $\gamma_+(\omega)\approx 3C/2\omega\to 0$, $\gamma_-(\omega)\approx -2\omega/3\to -\infty$.

Ветвь γ_+ при $\omega\to\infty$ приводит к теории, описываемой уравнениями

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}=-\frac{8\pi}{C_1}T_m^{\mu\nu}+C_0C_1g^{\mu\nu}-\frac{3C}{2C_1^2}\times$$

$$\times\left(\varphi^{\mu}_{;}\varphi^{\nu}_{;}-\frac{1}{2}\varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}g^{\mu\nu}\right). \quad (37)$$

Положив здесь

$$C_1=G^{-1},\ C=\frac{16\pi}{3},\ C_0=G\Lambda,\ \bar{\varphi}=\sqrt{G}\varphi, \quad (38)$$

получим теорию Эйнштейна с Λ-членом и со скалярным полем, удовлетворяющим уравнению

$$\bar{\varphi}^{\lambda}_{;;\lambda}=0. \quad (39)$$

Ветви γ_- при $\omega\to\infty$ соответствуют уравнению

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}=\frac{3}{2\varphi^2}\left(\varphi^{\mu}_{;}\varphi^{\nu}_{;}-\frac{1}{2}\varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}g^{\mu\nu}\right)-\frac{1}{\varphi}(\varphi^{\mu\nu}_{;;}-\varphi^{\lambda}_{;;\lambda}g^{\mu\nu}). \quad (40)$$

Сделав в них замену $\varphi=\tilde{\varphi}^2$, запишем

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}=\frac{6}{\tilde{\varphi}^2}\Big[\tilde{\varphi}^{\mu}_{;}\tilde{\varphi}^{\nu}_{;}-\frac{1}{2}\tilde{\varphi}^{\lambda}_{;}\tilde{\varphi}_{;\lambda}g^{\mu\nu}-\frac{1}{6}(\nabla^{\mu}\nabla^{\nu}-$$

$$-g^{\mu\nu}\Box^2)\tilde{\varphi}^2\Big], \quad (41)$$

где ∇_μ — другое обозначение ковариантной производной.

Поле $\tilde{\varphi}$ *удовлетворяет конформно-инвариантному уравнению* $\Box^2\tilde{\varphi}+\frac{1}{6}R\tilde{\varphi}=0$. Уравнения (41) *описывают вакуумный сектор конформно-инвариантной модели* Дезера [14].

Заметим, что для этой ветви параметр ω^{-1} может служить мерой нарушения конформной инвариантности.

2) Пусть теперь $\bar{\omega}(\varphi)$ считается заданной, тогда

$$f'(\varphi)=C[\bar{\omega}(\varphi)+3/2]^{-1/2};\ f(\varphi)=C\int d\varphi(\bar{\omega}+3/2)^{-1/2}+C_1. \quad (42)$$

Положив $\bar{\omega}=\mathrm{const}$, получим

$$f(\varphi)=C\varphi(\bar{\omega}+3/2)^{-1/2}+C_1;\ A_0(\varphi)=-C_0f^2(\varphi)/8\pi;\ A_1(\varphi)=-2A_2(\varphi)=$$
$$=C\omega/8\pi(\bar{\omega}+3/2)f(\varphi);\ A_3=-A_4=C/8\pi\sqrt{\bar{\omega}+3/2}. \quad (43)$$

(Эта ветвь соответствует ТБД, если $C=\sqrt{\bar{\omega}+3/2}$). При $\bar{\omega}\to\infty$ $A_1=-2A_2\to C/8\pi C_1$, $A_3=-A_4\to 0$, $A_0\to -C_0C_1^2/8\pi$, (44)
что приводит к уравнениям

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg^{\mu\nu}=-\frac{8\pi}{C_1}T_m^{\mu\nu}+C_0C_1g^{\mu\nu}-\frac{C}{C_1^2}\left(\varphi^{;\mu}_{;}\varphi^{;\nu}_{;}-\frac{1}{2}\varphi^{;\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}g^{\mu\nu}\right). \quad (45)$$

Эти уравнения также описывают систему из гравитационного и скалярного полей и переходят в теорию Эйнштейна со скалярным полем $\bar{\varphi}$, если

$$C_1=G^{-1},\ C=8\pi,\ C_0=G\Lambda,\ \bar{\varphi}\equiv\sqrt{G}\varphi. \quad (46)$$

3) Наконец, если заданной считать функцию $\lambda(\varphi)$, то

$$f'(\varphi)=C\lambda(\varphi),\ f(\varphi)=C\int\lambda(\varphi)\,d\varphi+C_1. \quad (47)$$

При $\lambda=\mathrm{const}$ имеем

$$f(\varphi)=C\lambda\varphi+C_1;\ A_0=-C_0(C\lambda\varphi+C_1)^2/8\pi;\ A_1(\varphi)=-2A_2(\varphi)=$$
$$=C(2-3\lambda)/16\pi(C\lambda\varphi+C_1);\ A_3=-A_4=C\lambda/8\pi. \quad (48)$$

(Теория Бранса—Дикке получается из этой модели, если $C\lambda=1$). *При $\lambda\to 0$ получаем уравнения (45).* Таким образом, ветви 2) и 3) при постоянном параметре практически совпадают.

При конечных постоянных значениях λ мы получаем параметрическое семейство скалярно-тензорных моделей, отличных от ТБД, но допускающих однозначный предельный переход к теории Эйнштейна со скалярной (вакуумной) степенью свободы.

5. **Заключение.** Разумеется, все рассмотренные способы обобщения ТБД можно сформулировать в рамках вариационного принципа. Рассмотрев действие

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[16\pi L_m-f(\varphi)R-\frac{\omega(\varphi)}{f(\varphi)}\left(\frac{df}{d\varphi}\right)^2\varphi^{;\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}\right], \quad (49)$$

где k — параметр, нетрудно убедиться в том, что ветви, определяемые уравнением (33), соответствуют значению $k=1$. Другие рассмотренные нами ветви получаются из действия (49) при $k=2$. Они являются непосредственным обобщением ТБД, которое достигается заменой $\varphi\to f(\varphi)$, $\omega\to\omega(\varphi)$ в выражении для действия этой теории

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left(16\pi L_m-\varphi R-\frac{\omega}{\varphi}\varphi^{\lambda}_{;}\varphi_{;\lambda}\right) \tag{50}$$

с учетом условия $\Box^2\varphi\sim T^{\lambda}_{\mu\lambda}$. Можно считать, что индекс k (непрерывный или дискретный) нумерует ветви теории Бранса—Дикке, допускающие однозначный предельный переход $\omega\to\infty$. Ясно, что при $f(\varphi)=\varphi$, $\omega=\mathrm{const}$ мы получим ТБД из любой ветви, описываемой действием (49). Однако, выполнив предельный переход $\omega\to\infty$ для некоторой фиксированной ветви, мы не всегда получим теорию типа ОТО с постоянной гравитационной константой G. В этом мы убедились, анализируя ветвь γ_-, для которой предельным случаем является вакуумный сектор конформно-инвариантной модели Дезера [14].

Теория Бранса—Дикке вырождена по индексу k, и, следовательно, она не допускает однозначного предельного перехода $\omega\to\infty$. Однако, даже выделив конкретную ветвь ТБД, допускающую такой предельный переход, мы не обязательно получим в пределе теорию Эйнштейна.

Список литературы: 1. Квантовая теория калибровочных полей/Под ред. Н. П. Коноплевой. — М.: Мир, 1978. — 230 с. 2. *Weinberg S.* A Model of Leptons — Phys. Rev. Lett., 1967, 19, p. 1264. 3. *Salam A.* Weak and Electromagnetic Interactions. — Proc. of the 8-th Nobel Symposium. Stockholm — Almquist—Wicksel, 1968, p. 367—377. 4. *Minkovski P.* On the Spontaneous Grigin of Newton's Constant. — Phys. Lett, 1977, B. 71, p. 419. 5. *Penrose R.* Lero Rest-Mass Fields Including Gravitation: Asymptotic Behaviour. — Proc. Roy. Soc., 1965, A 284, p. 159. 6. *Isham C. I., Salam A., Strathdee I.* F.-Dominance of Gravity. — Phys. Rev., 1971. D 3, p. 867. 7. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии. — В кн.: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979, с. 126—140. 8. *Brans C., Dicke R. H.* Mach's Principle and Relativistic Theory of Gravitation. — Phys. Rev., 1961, 124, p. 925. 9. *Пыж В. М.* О геометрическом подходе к проблеме сильных взаимодействий. II. — Проблемы ядерной физики и косм. лучей, 1980, вып. 12, с. 74—105. 10. *Inomata A.* On Strong Gravity. — Proc. of the 1-st M. Grossman Meeting on General Relativity. Triest, 1975, p. 119—127. 11. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. — М.: Мир, 1975. — 230 с. 12. *Dicke R. H.* Long-Range Scalar Interaction. — Phys. Rev., 1962, 126, p. 1875—1877. 13. *Иваненко Д.* Гравитация и единая теория.—Квантовая гравитация и топология, 1973, вып. 2, с. 5—26. 14. *Deser S.* Scale Invariance and Gravitational Coupling. — Ann. Phys., 1970, 59, p. 248.

Поступила в редколлегию 25.06.80.

УДК 539.12

В. В. ШАПОВАЛОВ

СТРУКТУРА АСИМПТОТИК ФУНКЦИЙ ГРИНА И КОНСТАНТ ПЕРЕНОРМИРОВОК ДВУХФЕРМИОННОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

1. Цель работы — установить структуры асимптотик функций Грина фотона и фермионов, констант перенормировок и уравнений, определяющих массы фермионов в двухфермионной электродинамике с различными параметрами обрезания Λ и R для «мюона» и «электрона» соответственно.

Асимптотики теории возмущений являются здесь двойными рядами по физической константе связи α и параметру $\alpha L_{mM}=$ $=\alpha\ln\frac{k^2}{mM}, \alpha\ln\frac{p^2}{mM}, \alpha\ln\frac{mM}{\Lambda R}$, где $m=m_{(e)}$ — физическая масса «электрона»; $M=m_\mu$ — физическая масса «мюона».

Как и в [1], соотношения перенормировки для исследуемых функций и констант в поперечной колибровке ($d_l=0$) без учета факторов инфракрасной расходимости имеют вид

$$d_N\left(\frac{\Lambda R}{k^2}, \alpha_0, \frac{\Lambda}{R}\right)=Z_3\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right)d\left(\frac{k^2}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right),$$

$$m^2\ll M^2\ll k^2\ll R^2\Lambda^2; \tag{1}$$

$$A_N^{(i)}\left(\frac{\Lambda R}{p^2}, \alpha_0, \frac{\Lambda}{R}\right)=Z_2^{(i)-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right)A^{(i)}\left(\frac{p^2}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right); \tag{2}$$

$$B_N^{(i)}\left(\frac{\Lambda R}{p^2}, \alpha_0, \frac{\Lambda}{R}\right)=Z_{(i)}^{-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right)Z_2^{(i)-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right)\times$$

$$\times B^{(i)}\left(\frac{p^2}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right), m^2\ll M^2\ll p^2\ll R^2, \Lambda^2; \tag{3}$$

$$\alpha_0=\alpha Z_3^{-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right); \tag{4}$$

$$\frac{m_0^{(i)}}{m_{(i)}}\equiv Z_{(i)}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right), \tag{5}$$

где $i=e, \mu$; $m_0^{(e)}=m_0$ — затравочная масса электрона; $m_0^{(\mu)}=$ $=M_0$ — затравочная масса мюона; $G_{(i)}^{-1}(p)=-\hat{p}A^{(i)}(p)+$ $+im_{(i)}B^{(i)}(p)$ — функция Грина фермиона; $D_{\mu\nu}(k)=d(k^2)/ik^2(\delta_{\mu\nu}-$ $-k_\mu k_\nu/k^2)$ — функция Грина фотона; индексом N обозначены неперенормированные функции.

Используемый здесь метод является обобщением метода работ [1, 2, 3] однофермионной электродинамики на случай двухфермионной электродинамики с различными физическими массами фермионов и параметрами обрезания для электрона и мюона.

2. Решение уравнений для фотонной функции $d(k^2)$.

Из (1), (4) следует, что

$$a_0 d_N\left(\frac{\Lambda R}{s^2}, a_0, \frac{\Lambda}{R}\right) = a d\left(\frac{s^2}{mM}, a, \frac{\Lambda}{R}, \frac{m}{M}\right) \equiv \zeta, \tag{6}$$

$$\Lambda^2, R^2 \gg s^2 \gg m^2, M^2,$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= a_0(\Lambda R/s^2, \zeta, \Lambda/R), \\ a &= a(s^2/mM, \zeta, \Lambda/R, m/M). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

С учетом (7) из (1) получаем соотношение

$$\frac{d_N\{\Lambda R/k^2, a_0(\Lambda R/s^2, \zeta, \Lambda/R, \Lambda/R\}}{d_N\{\Lambda R/q^2, a_0(\Lambda R/s^2, \zeta, \Lambda/R), \Lambda/R\}} =$$

$$= \frac{d\{k^2/mM, a(s^2/mM, \zeta, m/M, \Lambda/R), m/M, \Lambda/R\}}{d\{q^2/mM, a(s^2/mM, \zeta, m/M, \Lambda/R), m/M, \Lambda/R\}}. \tag{8}$$

$$m^2, M^2 \ll p^2, q^2 \ll R^2, \Lambda^2.$$

Сравнение левой и правой частей равенства (8) показывает, что они не зависят от параметров mM, ΛR *и* m/M и, следовательно,

$$\frac{d\{k^2/mM, a, m/M, \Lambda/R\}}{d\{q^2/mM, a, m/M, \Lambda/R\}} = f\{q^2/s^2, k^2/s^2, \zeta, \Lambda/R\}. \tag{9}$$

Вводя переменные

$$\left.\begin{aligned} \xi &= ad(k^2/mM, a, m/M, \Lambda/R), \quad k^2/mM = h(\xi, a, m/M, \Lambda/R), \\ \eta &= ad(q^2/mM, a, m/M, \Lambda/R), \quad q^2/mM = h(\eta, a, m/M, \Lambda/R), \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

переписываем соотношение (9) в виде

$$\xi/\eta = f\left\{\frac{h(\xi, a, m/M, \Lambda)R)}{h(\zeta, a, m/M, \Lambda/R)}, \frac{h(\eta, a, m/M, \Lambda/R)}{h(\zeta, a, m/M, \Lambda)R)}, \zeta, \Lambda/R\right\},$$

которое показывает, что параметры a и m/M в функции h факторизуются:

$$h\left(\xi, a, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = \varphi\left(\xi, \frac{\Lambda}{R}\right)\Psi^{-1}\left(a, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = \frac{k^2}{mM}. \tag{11}$$

Решая далее (11) относительно ξ, находим

$$\xi=\alpha d\left(\frac{k^2}{mM},\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)=\Phi\left\{\Psi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)\frac{k^2}{mM},\frac{\Lambda}{R}\right\}$$

или
$$d\left(\frac{k^2}{mM},\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)=\frac{1}{\alpha}F\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{k^2}{mM},\frac{\Lambda}{R}\right\},\quad (12)$$

$$m^2,\ M^2\ll k^2\ll R^2,\ \Lambda^2.$$

3. Структура константы Z_3. С учетом (12) переписываем (6)

$$\alpha d_N\left(\frac{\Lambda R}{s^2},\alpha_0,\frac{\Lambda}{R}\right)=F\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{s^2}{mM},\frac{\Lambda}{R}\right\},\quad (13)$$

а затем дифференцируем (13) по $\ln(mM)$ при фиксированном α_0, что приводит к уравнению

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\ln(mM)}\right)_{\alpha_0}=1.\quad (14)$$

Если теперь продифференцировать соотношение (4) по $\ln(mM)$ при $\alpha=\mathrm{const}$, найти из полученного уравнения $\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\ln(mM)}\right)_{\alpha_0}$ и подставить в (14), тогда можно записать уравнение для константы Z_3: $\varphi'_\alpha\frac{\partial Z_3}{\partial\ln(mM)}+\frac{\partial Z_3}{\partial\alpha}-\frac{Z_3}{\alpha}=0$, решение которого имеет вид

$$Z_3=\alpha X_3\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{\Lambda R}{mM},\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}.\quad (15)$$

4. Структура функций $A^{(l)}(p)$ и $B^{(l)}(p)$. Представив функции $A^{(l)}(p)$ и $B^{(l)}(p)$ в форме $A^{(l)}(p)=a^{(l)}(\alpha,m/M,\Lambda/R)H_A^{(l)}(p^2/mM,$ $\alpha,\ m/M,\ \Lambda/R)$,

$$B^{(l)}(p)=b^{(l)}(\alpha,m|M,\Lambda/R)H_B^{(l)}(p^2/mM,\alpha,m/M,\Lambda/R),$$

с помощью соотношений (2), (3) определяем структуру функций $A^{(l)}(p)$ и $B^{(l)}(p)$ аналогично функции $d(k^2)$:

$$A^{(e)}(p)=a\left(\alpha,\frac{m}{M}\frac{\Lambda}{R}\right)F_A\left\{\varphi,\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{p^2}{mM},\frac{\Lambda}{R}\right\};$$

$$A^{(\mu)}(p)=a\left(\alpha,\frac{M}{m},\frac{R}{\Lambda}\right)F_A\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{p^2}{mM},\frac{R}{\Lambda}\right\},\quad (16)$$

$$B^{(e)}(p)=b\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)F_B\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{p^2}{mM},\frac{\Lambda}{R}\right\};$$

$$B^{(\mu)}(p)=b\left(\alpha,\frac{M}{m},\frac{R}{\Lambda}\right)F_B\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{p^2}{mM},\frac{R}{\Lambda}\right\},\quad (17)$$

$$m^2,\ M^2\ll p^2\ll R^2,\Lambda^2.$$

5. Структура константы $Z_2^{(l)}$.

Для определения структуры константы $Z_2^{(i)}$ перепишем соотношение (2) в форме ($i=e$):

$$A_N^{(e)}\left(\frac{p^2}{\Lambda R}, \alpha_0, \frac{\Lambda}{R}\right) = Z_2^{(e)-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) a\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) \times$$
$$\times F_A\left\{\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM} + \ln\frac{p^2}{\Lambda R}, \frac{\Lambda}{R}\right\}$$

и продифференцируем полученное равенство по параметру mM при фиксированных m/M, Λ/R и α_0, т. е. в силу соотношения

$$\alpha_0 = X_3^{-1}\left\{\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM}, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right\} \tag{18}$$

при фиксированных $\frac{m}{M}$, $\frac{\Lambda}{R}$ и $\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM}$. В результате приходим к уравнению

$$\frac{\partial}{\partial(mM)}\left[a\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) Z_2^{(e)-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\right]_{\alpha_0, m/M, \Lambda/R} = 0,$$

откуда $$a\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) Z_2^{(e)-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = \theta\left(\alpha_0, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right),$$

или с учетом соотношения (16)

$$Z_2^{(e)} = a\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) X_3\left\{\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM}, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right\},$$
$$Z_2^{(\mu)} = a\left(\alpha, \frac{M}{m}, \frac{R}{\Lambda}\right) X_2\left\{\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM}, \frac{M}{m}, \frac{R}{\Lambda}\right\}. \tag{19}$$

6. Структура констант перенормировки масс $Z_{(e)} \equiv m_0/m$ и $Z_{(\mu)} \equiv \equiv M_0/M$.

Для определения структуры констант $Z_{(e)}$ и $Z_{(\mu)}$ используем метод, аналогичный методу определения констант $Z_2^{(i)}$. Основой его является преобразованное с учетом (17) и (19) соотношение перенормировки (3)

$$B_N^{(e)}\left(\frac{\Lambda R}{p^2}, \alpha_0, \frac{\Lambda}{R}\right) = \frac{b\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)}{a\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)} Z_{(e)}^{-1}\left(\frac{\Lambda R}{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) \times$$
$$\times \frac{F_B\left\{\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM} + \ln\frac{p^2}{\Lambda R}, \frac{\Lambda}{R}\right\}}{X_3\left\{\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \ln\frac{\Lambda R}{mM}, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right\}} \tag{20}$$

(аналогичное соотношение имеет место и для «мюонной» функции). Так же, как и для констант $Z_2^{(l)}$, получаем соотношения

$$\left.\begin{aligned} Z_{(e)} &= \frac{b\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)}{a\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)} X_0\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{\Lambda R}{mM},\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}, \\ Z_{(\mu)} &= \frac{b\left(\alpha,\frac{M}{m},\frac{R}{\Lambda}\right)}{a\left(\alpha,\frac{M}{m},\frac{R}{\Lambda}\right)} X_0\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+\ln\frac{\Lambda R}{mM},\frac{M}{m},\frac{R}{\Lambda}\right\}. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

7. Схема приближений. Рассматриваемые функции и константы имеют общую структуру:

$$f\left(L_{mM},\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)=g\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)H\left\{\varphi\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)+L_{mM},\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\};$$

$$L_{mM}=\ln\frac{k^2}{mM},\ \ln\frac{p^2}{mM},\ \ln\frac{\Lambda R}{mM}. \qquad (22)$$

На основании (22) запишем

$$g\left(\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)=\frac{f(0,\alpha,m/M,\Lambda/R)}{H\{\varphi(\alpha,m/M,\Lambda/R),m/M,\Lambda/R\}} \qquad (23)$$

и, следовательно, $$f\left(L_{mM},\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)=f\left(0,\alpha,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right)\times$$

$$\times\frac{H\{\varphi(\alpha,m/M,\Lambda/R)+L_{mM},m/M,\Lambda/R\}}{H\{\varphi(\alpha,m/M,\Lambda/R),m/M,\Lambda/R\}}. \qquad (24)$$

Введем теперь функцию $\bar{\varphi}$, обратную функции $\varphi(\alpha, m/M, \Lambda/R)$, так что

$$\bar{\varphi}\,[\varphi(\alpha,m/M,\Lambda/R),m/M,\Lambda/R]=\alpha. \qquad (25)$$

Из уравнения (22) вытекает, что

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\ln H\left\{\varphi;\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}=\frac{\partial}{\partial L_{mM}}\ln f\left\{L_{mM};\bar{\varphi}\left[\varphi,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right],\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}_{L_{mM}=0}\equiv$$

$$\equiv\xi_{\bar{\varphi}}\left\{\bar{\varphi},\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}. \qquad (26)$$

Интегрируя (26), получаем

$$\ln H\left\{\varphi+L_{mM},\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}-\ln H\left\{\varphi,\frac{m}{M},\frac{\Lambda}{R}\right\}=$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\varphi[\varphi+L_{mM}, m/M, \Lambda/R]} \xi_{\bar\varphi}\left\{\bar\varphi, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right\}\varphi'_{\bar\varphi}\left[\bar\varphi, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right]d\bar\varphi,$$

откуда с учетом (24) следует, что

$$f\left(L_{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = f\left(0, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\times$$

$$\times \exp\left\{\int\limits_{\alpha}^{\bar\varphi[\varphi+L_{mM}, m/M, \Lambda/R]} \xi_{\bar\varphi}\left\{\bar\varphi, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right\}\varphi'_{\bar\varphi}\left[\bar\varphi, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right]d\bar\varphi. \quad (27)$$

Из уравнения (27) видно, что для определения структуры функции $f(L_{mM}, \alpha, m/M, \Lambda/R)$ достаточно знать

$$\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right), f\left(0, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right), \frac{\partial}{\partial L_{mM}} f\left(L_{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\Big|_{L_{mM}=0},$$

для чего обратимся к теории возмущений, которая приводит к двойным рядам по α и αL_{mM} вида

$$f\left(L_{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = \left[1 + f_{01}\left(\frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\alpha + \ldots\right] +$$

$$+ \left[f_{10}\left(\frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + f_{11}\left(\frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\alpha + \ldots\right]\alpha L_{mM} + \ldots \quad (28)$$

Из разложения (28) следует, что

$$\left.\begin{aligned} &f\left(0, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = 1 + f_{01}\alpha + f_{02}\alpha^2 + \ldots, \\ &\frac{\partial}{\partial L_{mM}} \ln f\left(L_{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\Big|_{L_{mM}=0} = \xi_{\bar\varphi}\left\{\bar\varphi; \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right\} = \\ &= \bar\varphi\,[f_{10} + (f_{11} - f_{10}f_{01})\bar\varphi + \ldots]. \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Для определения функций $\varphi(\alpha, m/M, \Lambda/R)$ и $\bar\varphi$ обратимся к соотношению (12), согласно которому

$$\frac{\partial/\partial L_{mM}(\alpha d)}{\partial/\partial\alpha(\alpha d)} = \frac{1}{\varphi'_{\alpha}(\alpha, m/M, \Lambda/R)}. \quad (30)$$

Интегрируя (30), с учетом (29) находим

$$\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = \int^{\alpha} \frac{\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\alpha d\left(0, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\right)}{\alpha\left(\frac{\partial}{\partial L_{mM}} d\left(L_{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right)\right)_{L_{mM}=0}} d\alpha + \varphi_0 =$$

$$= -\frac{1}{d_{10}}\left[\frac{1}{\alpha} + \left(\frac{d_{11}}{d_{10}} - 2d_{01}\right)\ln\alpha\right] + \varphi_0\left(\frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) + \varphi_1\alpha + \ldots \quad (31)$$

Теория возмущений дает $(m^2, M^2 \ll k^2 \ll R^2, \Lambda^2)$

$$\left.\begin{aligned} &d_{01} = -\frac{10}{9\pi},\ d_{10} = \frac{2}{3\pi},\ d_{11} = -\frac{53}{54\pi^2}, \\ &Z_3^{01} = \frac{1}{9\pi},\ Z_3^{10} = -\frac{2}{3\pi},\ Z_3^{11} = -\frac{1}{2\pi^2} \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

— зависимость от параметров m/M, Λ/R появляется лишь в членах порядка $\alpha^2(\alpha L_{mM})^n$ и выше, вследствие чего в константе φ_0 отсутствует зависимость от параметров m/M и Λ/R и она может быть включена в определение функции H. Подставив (32) в (31), получаем $\alpha(\alpha L_{mM})^n$-приближение для функции $\varphi(\alpha, m/M, \Lambda/R)$:

$$\varphi\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = -\frac{3\pi}{2\alpha} + \frac{9}{8}\ln\frac{1}{\alpha} \quad (33)$$

и

$$\varphi'_\alpha\left(\alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = \frac{3\pi}{2\alpha^2} - \frac{9}{8}\frac{1}{\alpha}. \quad (34)$$

Теперь, подставив (29) и (34) в (27) и проинтегрировав по $\overline{\varphi}$, найдем выражение, определяющее структуру рассматриваемых функций и констант:

$$f\left(L_{mM}, \alpha, \frac{m}{M}, \frac{\Lambda}{R}\right) = (1 + f_{01}\alpha + f_{02}\alpha^2 + \ldots) \times \exp\left\{\frac{3\pi}{2} f_{10} \ln\frac{\overline{\varphi}[\varphi + L_{mM}]}{\alpha} + \alpha\left[(f_{11} - f_{10}f_{01})\frac{3\pi}{2} - \frac{9}{8} f_{10}\right]\left(\frac{\overline{\varphi}[\varphi + L_{mM}]}{\alpha} - 1\right) + O(\alpha^2)\right\}. \quad (35)$$

8. Структура уравнений для параметров mM и m/M.

Структура констант Z_μ и $Z_{(c)}$, согласно (35), определяется соотношениями

$$Z_{(i)} = \left(1 + Z_{(i)}^{01}\alpha + Z_{(i)}^{02}\alpha^2 + \ldots\right) \exp\left\{\frac{3\pi}{2} Z_{(i)}^{10} \ln\frac{\overline{\varphi}[\varphi + L_{mM}]}{\alpha} + \alpha\left[(Z_{(i)}^{11} - Z_{(i)}^{10} Z_{(i)}^{01})\frac{3\pi}{2} - \frac{9}{8} Z_{(i)}^{10}\right]\left(\frac{\overline{\varphi}[\varphi + L_{mM}]}{\alpha} - 1\right) + O(\alpha^2)\right\}, \quad (36)$$

где, как показывает анализ диаграмм теории возмущений, $Z_{10}^{(\mu)} = Z_{10}^{0} = Z_{10}$, вследствие чего при $m_0 \doteq M_0$ из (36) параметры mM и m/M определяются уравнениями

$$\frac{m_0^2}{mM} = \left[1 + Z_{(\mu)}^{01} + Z_{(e)}^{01})\alpha + \ldots\right] \exp\left\{3\pi Z_{10} \times \right.$$

$$\times \ln \frac{\bar{\varphi}[\varphi + L_{mM}]}{\alpha} + \alpha\left[\frac{3\pi}{2}(Z_{11}^{(\mu)} + Z_{11}^{(e)} - Z_{10}Z_{01}^{(\mu)} - Z_{10}Z_{01}^{(e)}) - \right.$$

$$\left. - \frac{9}{4}Z_{10}\right]\left(\frac{\bar{\varphi}[\varphi + L_{mM}]}{\alpha} - 1\right) + O(\alpha^2)\Big\}; \tag{37}$$

$$\frac{m}{M} = \left[1 + (Z_{01}^{(\mu)} - Z_{01}^{(e)})\alpha + \ldots\right] \exp\left\{\alpha\left[\frac{3\pi}{2}(Z_{11}^{(\mu)} - Z_{11}^{(e)} - Z_{10}Z_{01}^{(\mu)} + \right.\right.$$

$$\left. + Z_{10}Z_{01}^{(e)}) + O(\alpha^2)\right\}. \tag{38}$$

Список литературы: 1. *Фомин П. И., Шаповалов В. В.* О динамическом расщеплении масс в двухфермионной электродинамике со спонтанно нарушенной изолептонной симметрией. — Ядерная физика, 1976, 26, вып. 2, с. 466—478. 2. *Фомин П. И., Трутень В. И.* Динамическая масса электрона и константы перенормировок в квантовой электродинамике с $m_0 = 0$.— Ядерная физика, 1969, 9, вып. 4, с. 838—847. 3. *Трутень В. И., Фомин П. И.* Функциональные соотношения для перенормировок в квантовой электродинамике. — Теор. мат. физика, 1970, 5, № 2, с. 219—234.

Поступила в редколлегию 05.10.79.

УДК 530

С. С. ПЛОХОВ, В. И. ПРИХОДЬКО

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ АСИМПТОТИКА КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ С УЧЕТОМ ФЛУКТУАЦИЙ

1. **Введение.** При вычислении асимптотик во времени корреляционных функций необходимо учитывать возникающие в гидродинамической системе при $t \gg \tau_r$ (τ_r — время релаксации) флуктуации с большим неравновесным радиусом корреляций R. В работах [1, 5, 6] была построена методом сокращенного описания [2, 3] статистическая теория неравновесных флуктуаций гидродинамических величин и получены асимптотические выражения при $t \gg \tau_r$ для средних значений произвольных квазилокальных операторов. С использованием этих результатов нами найдена асимптотика фурье-компонент корреляционных функций $\mathrm{sp}w\hat{a}(\vec{x}, t)\ \hat{b}(0)$ при $t \gg \tau_r$. В частности, из этих асимптотик получены асимптотики корреляционных функций $C_x(\vec{x}, t)$, $C_\eta(\vec{x}, t)$ и $C_\zeta(\vec{x}, t)$, через которые выражаются кинетические

коэффициенты: теплопроводность $\varkappa = Y_0^2 \int\limits_0^\infty d\tau \int d^3x\, C_\varkappa\,(x,\, t)$, первая $\eta = Y_0 \int\limits_0^\infty d\tau \int d^3x C_\eta (x, t)$ и вторая $\zeta = Y_0 \int\limits_0^\infty d\tau \int d^3x C_\zeta (x, t)$ вязкости (Y_0 — обратная температура). Показано, что эти функции убывают во времени по закону $\sim \sum\limits_\lambda t^{-3/2} \exp\{-\gamma_\lambda k^2 t/2\}$, где γ_λ связаны с коэффициентами затухания гидродинамических мод—тепловой, двух звуковых и двух сдвиговых мод, или при $\vec{k}=0$ („пространственно-однородный случай") — по степенному закону $\sim t^{-3/2}$ [4,6].

2. **Основные уравнения.** Статистический оператор слабонеравновесных состояний гидродинамической системы можно записать в виде $\rho = w + \delta\rho + \ldots, w = \exp\{\Omega - Y_a \hat{\gamma}_a\}$, где w — распределение Гиббса с операторами $\hat{\gamma}_a = \int d^3x \hat{\zeta}_a^{m} (x)$ аддитивных интегралов движения. Ω и Y_a определяются из уравнений $\mathrm{Sp}\, \hat{w} = 1, \mathrm{Sp}\, w\hat{\gamma}_a = \gamma_a$. Параметрами γ_a являются: энергия $H = \int d^3x \varepsilon(x) \equiv \gamma_0 = \int d^3x \hat{\zeta}_0^{(m)}(x)$, импульс $P_k \equiv \gamma_k$, $k = 1,\, 2;\, 3$ и число частиц $N \equiv \gamma_4$. Статистический оператор $\delta\rho$ удовлетворяет принципу ослабления корреляций и подчиняется уравнению Лиувилля. *Микроскопические операторы плотностей* $\hat{\zeta}_a^{(m)}(x)$ и плотностей потоков $\hat{\zeta}_{ak}^{(m)}(x)$ связаны соотношением

$$i\,[H,\, \hat{\zeta}_a^{(m)}(x)] = i\,[P_k,\, \hat{\zeta}_{ak}^{(m)}(x)] = -\frac{\partial}{\partial x_k} \hat{\zeta}_{ak}^{(m)}(x). \tag{1}$$

Перейдем от микроскопических операторов плотностей и их *потоков к операторам, усредненным по физически бесконечно малым элементам объема* $\zeta(x) = \int d^3x' f_l(x-x') \zeta^{(m)}(x')$, где весовая функция $f_l(x)$ отлична от нуля только при $x \lesssim l$, причем $r_0 \ll l \ll R$ (r_0 — равновесный радиус корреляций, l — линейный размер физически бесконечно малого элемента объема). При этом соотношение (1) выполняется и для усредненных величин $\zeta(x)$ и $\hat{\gamma}_a = \int d^3x \hat{\zeta}_a(x)$.

Неравновесные флуктуации величин $\zeta_a(x)$ описываются формулой $\xi_{a_1 \ldots a_n}(x_1, \ldots, x_n) = \mathrm{Sp}\, \delta\rho \hat{\xi}_{a_1 \ldots a_n}(x_1, \ldots, x_n)$ (2),

где операторы флуктуаций определяются соотношением

$$\hat{\xi}(x_1, \ldots, x_n) = \hat{\zeta}(x_1, \ldots, x_n) - \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{(l_1 < \ldots < l_k)} < \hat{\zeta}([x_{l_1}, \ldots, x_{l_k}]) > \times$$

$\times \hat{\xi}(\varkappa_{l_1},\ldots,\varkappa_{l_k})$; $\hat{\zeta}(\varkappa)=\hat{\zeta}(\varkappa)$.

Здесь $\zeta(\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n)=\zeta(\varkappa_1)\cdot\ldots\cdot\zeta(\varkappa_n)$, $<\ldots>=\mathrm{Sp}\, w,\ldots,\varkappa\equiv(a,x)$ и $[\varkappa_{l_1},\ldots,\varkappa_{l_k}]$ означает набор индексов $\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n$, из которых удалены индексы $\varkappa_{l_1},\ldots,\varkappa_{l_k}$.

Введем вектор флуктуаций ξ как набор величин типа $\{\xi(\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n)\}$, $n=1,2\ldots$ Легко видеть, что флуктуации ξ, построенные из усредненных величин $\zeta(x)$, обладают следующими свойствами.

1. Так как $\delta\rho$ удовлетворяет принципу ослабления корреляций, то флуктуации $\xi(\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n)$ стремятся к нулю, если хотя бы одна из разностей $|x_i-x_j|>R$ i, $j=1, 2,\ldots, n$.

2. Флуктуации $\xi(\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n)$ медленно меняются по переменным x_i даже в области, где $(x_i-x_j)\lesssim l$ (в отличие от флуктуаций, построенных на основе величин $\zeta^{(n)}(x)$), и поэтому слабо зависят от времени. Из этих свойств следует, что состояние системы при $t\gtrsim\tau_r$ в каждый момент времени успевает подстраиваться к мгновенным значениям флуктуаций. Поэтому основное положение метода сокращенного описания для флуктуаций:

$$\delta\rho(t)\equiv e^{-iHt}\,\delta\rho(0)\,e^{iHt}\xrightarrow[t\to\pm\infty]{}\delta\sigma^{(\pm)}(t)\equiv(\eta^{(\pm)}(\delta\rho(0),t),\hat{\sigma}^{(\pm)});$$

$$(\xi,\hat{\sigma})=\sum_{n=1}^{\infty}\int d^3x_1\ldots d^3x_n\xi(\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n)\,\hat{\sigma}(\varkappa_1,\ldots,\varkappa_n). \qquad (3)$$

Здесь зависимость от начального состояния $\delta\rho(0)$ и времени t определяется c-числовым вектором $\eta^{(\pm)}$, а операторный вектор $\hat{\sigma}^{(\pm)}$ является универсальным. Введем «операторы», переводящие векторы ξ в новые векторы $\xi'=F\xi$, причем $F\xi=\xi F_T$, F_T — транспонированный «оператор». Назовем эти операторы матрицами и обозначим латинскими буквами A, B, ...

Используя уравнение Лиувилля для $\delta\rho(t)$ и учитывая формулы (2), (3), можно получить уравнения для векторов ξ и η:

$$\xi^{(\pm)}=\eta^{(\pm)}A^{(\pm)},\quad \dot{\xi}^{(\pm)}=\eta^{(\pm)}B^{(\pm)}, \qquad (4)$$

или

$\dot{\eta}^{(\pm)}=\eta^{(\pm)}T^{(\pm)}$, $\dot{\xi}^{(\pm)}=-T^{(\mp)}\xi^{(\pm)}$, $T^{(\pm)}=B^{(\pm)}A^{(\pm)-1}$, где матрицы $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$ определяются формулами $A^{(\pm)}=\mathrm{Sp}\,\hat{\sigma}^{(\pm)}\hat{\xi}$; $B^{(\pm)}=i\mathrm{Sp}\hat{\sigma}^{(\pm)}[H,\hat{\xi}]$. Приведем без вывода [5] интегральное уравнение для оценки вектора $\hat{\sigma}^{(\pm)}$:

$$\hat{\sigma}^{(\pm)}=\hat{\omega}+\int_0^{\pm\infty}d\tau e^{-iH\tau}\{i[\omega,H]-T^{(\pm)}\hat{\sigma}^{(\pm)}\}e^{iH\tau}; \qquad (5)$$

$$\hat{\omega} = -w\int_0^1 d\lambda\,(\hat{\xi}^{(\lambda)} - \langle\varepsilon\rangle);\quad \hat{\xi}^{(\lambda)} = \omega^{-\lambda}\hat{\xi}\,\omega^{\lambda}.$$

Уравнения (4), (5) являются основой для нахождения временной асимптотики корреляционных функций.

3. **Асимптотика среднего значения квазилокального оператора.** Ограничимся здесь приближениями большого радиуса корреляций и малых градиентов, учитывая лишь первые флуктуации — $\hat{\xi}_{\alpha\beta}$ (x_1x_2). Возможность такого рассмотрения обсуждалась в работе [6]. Используя результаты предыдущего раздела, можно найти асимптотическое представление среднего $\mathrm{Sp}\delta\rho(\vec{k}, t)\hat{a}(0)$. Здесь

$$\delta\rho(\vec{k}, 0) = -w\int_0^1 d\lambda\int d^3x e^{i\vec{k}\vec{x}}(c^{(\lambda)}(x) - \langle c\rangle). \qquad (6)$$

Асимптотика такого среднего при $t\to\pm\infty$ дается формулой

$$\mathrm{Sp}\delta\rho(\vec{k}, t)\,\hat{a}_{\overrightarrow{t\to\pm\infty}}\; \frac{\partial\langle c\rangle}{\partial\zeta_{\gamma\alpha}}\frac{\partial\langle a\rangle}{\partial Y_a} - \frac{1}{2(2\pi)^3}\int d^3q\times$$

$$\times\left(e^{iT_{\gamma}^{(\pm)}(-\vec{q}+\vec{k}/2)}\frac{\partial^2\langle c\rangle}{\partial\zeta\partial\zeta}e^{iT^{(\pm)}(\vec{q}+\vec{k}/2)}\right)_{\alpha\beta}\frac{\partial^2\langle a\rangle}{\partial Y_\alpha\partial Y_\beta},$$

где $T_{\alpha\beta}^{(\pm)}(\vec{q})$ — фурье-компонента матрицы $T_{\alpha\beta}^{(\pm)}(\vec{x})$, которая определяет уравнения гидродинамики в пространственно-неоднородном случае с учетом диссипативных процессов $\dot{\zeta}_\alpha = -T_{\alpha\beta}^{(\mp)}\zeta_\beta$. Матрица $T_{\alpha\beta}^{(\pm)}(\vec{q})$ имеет вид

$$T_{\alpha\beta}^{(\pm)}(\vec{q}) = iq_k\frac{\partial\langle\zeta_{\alpha k}\rangle}{\partial\zeta_\beta} - q_k q_e\frac{\partial Y_\gamma}{\partial\zeta_\beta}D_{kl;\gamma\alpha}^{(\pm)}, \qquad (8)$$

где величины $D^{(\pm)}$, через которые выражаются кинетические коэффициенты

$$\varkappa = Y_0^2 D_{11;00}^{(\pm)},\quad \eta = Y_0 D_{22;11}^{(\pm)},\quad \zeta = Y_0 D_{kl;kl}^{(\pm)}, \qquad (9)$$

определяются формулой

$$D_{kl,\gamma\alpha}^{(\pm)} = \int_0^{\pm\infty} d\tau\int d^3x\int_0^1 d\lambda\,\mathrm{Sp}\,w\,\{\hat{\zeta}_{\alpha l}^{(\lambda)}(x) - \frac{\partial\langle\zeta_{\alpha l}\rangle}{\partial\xi_\beta}\hat{\zeta}_\beta^{(\lambda)}(x) -$$

$$-\langle\ldots\rangle\}\,\xi_{\gamma k}(0, \tau),\quad \hat{\zeta}(\tau) = e^{iH\tau}\hat{\zeta}e^{-iH\tau}. \qquad (10)$$

Для вычисления асимптотики (7), а с ней и корреляционных функций, при малых $\vec{k}$, нам потребуется знать собственные значения матрицы $T_{\alpha\beta}(\vec{q})$ в первом и втором приближении по $\vec{q}$, которые мы будем удерживать в показателях экспонент, и собственные векторы в первом по $\vec{q}$ приближении. Поэтому представим $T_{\alpha\beta}(\vec{q})$ согласно (8) в виде

$$T_{\alpha\beta}(\hat{q}) = iq_k \frac{\partial \langle \zeta_{\alpha k} \rangle}{\partial \zeta_\beta}, \tag{11}$$

что соответствует приближению идеальной гидродинамики. Введем скалярное произведение векторов x_α, y_β:

$$(x, y) = -x_\alpha^* \frac{\partial Y_\alpha}{\partial \zeta_\beta} y_\beta. \tag{12}$$

(Очевидно, $(x, y) = (y, x)^*$, так как $\partial Y_\alpha/\partial\zeta_\beta = \partial Y_\beta/\partial\zeta_\alpha$). В этом скалярном произведении матрица $T_{\alpha\beta}$ антиэрмитова $T^+ = -T$ в силу соотношения $\partial \langle \zeta_{\alpha l} \rangle / \partial Y_\beta = \partial \langle \zeta_{\beta l} \rangle / \partial Y_\alpha$. Выпишем в явном виде матричные элементы $T_{\alpha\beta}(\vec{q})$ для покоящейся жидкости, когда $Y_k = 0$:

$$T_{00} = T_{04} = T_{40} = T_{44} = 0,\ T_{0l} = iq_l \frac{Y_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial Y_0} \frac{\omega}{Y_0}; \tag{13}$$

$$T_{4l} = iq_l,\ T_{l0} = -iq_l \frac{\partial}{\partial \zeta_0} \frac{\omega}{Y_0},\ T_{l4} = -iq_l \frac{\partial}{\partial \zeta_4} \frac{\omega}{Y_0},$$

где (см. [3, гл. 6]) величины $\zeta_0 = \varepsilon$, $\zeta_k = \pi_k$, $\zeta_4 = \rho$ представляют собой плотности энергии, импульса и массы; Y_0, Y_k и Y_4 — соответствующие обобщенные термодинамические силы; $\omega = \Omega/V = -Y_0 p$ — плотность термодинамического потенциала (функции Крамерса); V — объем; p — давление.

Собственные числа $T^{(\lambda)}$ и собственные векторы $v_\alpha^{(\lambda)}$ находятся из системы уравнений $T_{\alpha\beta} v_\beta^{(\lambda)} = T^{(\lambda)} v_\alpha^{(\lambda)}$. Эта система имеет пять собственных значений $T^{(\lambda)}$. В первом по $\vec{q}$ приближении $T^{(1)} = 0$ соответствует тепловой моде; $T^{(2)} = isq$, $T^{(3)} = -isq$ (s — скорость звука, $s^2 = Y_0(\partial P/\partial Y, \partial p/\partial Y)/\rho > 0$) — звуковым модам; $T^{(4)} = T^{(5)} = $ ^ — сдвиговым модам. Им соответствуют ортонормированные собственные векторы $v_\alpha^{(\lambda)}(q)$:

$$v_0^{(1)}(q) = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_p \frac{1}{s} \sqrt{\frac{\rho}{Y_0}\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)}; \quad v_l^{(1)}(q) = 0,\ v_4^{(1)} = $$

$$= \frac{1}{s} \sqrt{\frac{\rho}{Y_0}\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right)}; \tag{14}$$

$$v_0^{(23)}(q) = -\frac{1}{s}\sqrt{\frac{Y_0}{2\rho}\frac{\partial p}{\partial Y_0}};\quad v_i^{(23)}(q) = \pm\sqrt{\frac{\rho}{2Y_0}}\,t_i,\ v_4^{(23)} =$$

$$= \frac{1}{s}\sqrt{\frac{\rho}{2Y_0}};\ v_0^{(4,5)}(q)=0;\ v_i^{(4,5)} = \sqrt{\frac{\rho}{Y_0}}\,e_i^{(1,2)}(\vec{t});\ v_4^{(4,5)}=0.$$

Здесь c_p, c_v — теплоемкости единицы массы при постоянном давлении и объеме; единичные вектора $\vec{e}^{(1)}(\vec{t})$, $\vec{e}^{(2)}(\vec{t})$ и $\vec{t}=\vec{q}/|\vec{q}|$ взаимно ортогональны (аргумент $\vec{t}$ в векторах $\vec{e}^{(1;2)}(\vec{t})$ указывает на это). Мы воспользуемся этими выражениями для векторов при вычислении правой части соотношения (7). Нам также необходимо знать собственные числа матрицы $T_{\alpha\beta}(\vec{q})$ с точностью до q^2. Они находятся из формул (8), (9):

$$T^{(1)} = -\chi q^2;\ T^{(2,3)} = \pm isq - \Gamma_s q^2;\ T^{(4,5)} = -\nu q^2, \tag{15}$$

где $\chi=\varkappa/\rho c_p$ — коэффициент температуропроводности; $\nu = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость и

$$\Gamma_s = \frac{1}{2\rho}\{(1/c_v - 1/c_p)\varkappa + 4/3\,\eta + \zeta\} -$$

коэффициент затухания звука.

Векторы $v_\alpha^{(\lambda)}(q)$ (14) образуют полную, ортонормированную систему векторов

$$-\sum_{\lambda=1}^{5} v_\alpha^{(\lambda)}\frac{\partial Y_\rho}{\partial \zeta_\beta}v_\rho^{(\lambda)} = \delta_{\alpha\beta};\ (v^{(\lambda)},\ v^{(\lambda')}) = \delta_{\lambda\lambda'}. \tag{16}$$

Поэтому подынтегральное выражение в правой части соотношения (7) можно представить в виде

$$\frac{\partial \zeta_\varkappa}{\partial Y_\beta}\frac{\partial \zeta_\sigma}{\partial Y_\alpha}\left(e^{iT_T(-\vec{q}+\vec{k}/2)}\frac{\partial^2\langle c\rangle}{\partial\zeta\partial\zeta}e^{iT(\vec{q}+\vec{k}/2)}\right)_{\alpha\beta}\frac{\partial^2\langle a\rangle}{\partial\zeta_\varkappa\partial\zeta_\sigma} = \sum_{\lambda\lambda'}\exp\{tT(\lambda,\lambda')\}\times$$

$$\times A(\lambda,\lambda')\,C(\lambda,\lambda'). \tag{17}$$

Здесь $T(\lambda,\lambda') = T^{(\lambda)}(-\vec{q}+\vec{k}/2) + T^{(\lambda')}(\vec{q}+\vec{k}/2)$ и

$$A(\lambda,\lambda') = \left(v_\alpha^{(\lambda)}(-\vec{q}+\vec{k}/2)\,\frac{\partial^2\langle a\rangle}{\partial\zeta_\alpha\partial\zeta_\varkappa}\,v_\varkappa^{(\lambda')}(\vec{q}+\vec{k}/2)\right). \tag{18}$$

При $t\to\infty$ часть слагаемых в (17) за счет осциллирующих экспонент зануляются. Выпишем, используя формулы (15), матричные элементы $T(\lambda,\lambda')$ для слагаемых, которые дают вклад (при $t\to\infty$) в (17):

$T(1,1) = -2\chi(q^2+k^2/4)$; $T(1,4)=T(1,5) = -(\nu+\chi)(q^2+k^2/4) - (\nu-\chi)\vec{q}\cdot\vec{k}$; $T(4,1)=T(5,1) = -(\nu+\chi)(q^2+k^2/4)+(\nu-\chi)\vec{q}\cdot\vec{k}$;

$$T(4,4) = T(4,5) = T(5,4) = T(5,5) = -2\nu(q^2 + k^2/4); \quad T(2,3) =$$
$$= is(q_- - q_+) - 2\Gamma_s(q^2 + k^2/4); T(3,2) = is(q_- - q_+) - 2\Gamma_s(q^2 + k^2/4);$$
$$q_\pm = |\vec{q} \pm \vec{k}/2| = |\vec{q}_\pm|. \tag{19}$$

4. **Асимптотика корреляционных функций.** Найдем асимптотику (при $t \gg \tau_r$) функции $C_\varkappa(k, t)$, а затем приведем выражения для асимптотик остальных корреляционных функций $C_\eta(k,t)$ и $C_\eta(k,t)$. Из (9), (10) видно, что для нахождения асимптотики $C_\varkappa(k,t)$ необходимо в соотношение (7) подставить вместо операторов $\hat{a}$ и $\hat{c}$ операторы плотностей потоков энергии $\hat{\zeta}_{0k}$ и $\hat{\zeta}_{0l}$. Тогда легко видеть, что в выражение (17) не дадут вклад слагаемые $Q^{kl}(\lambda,\lambda') = Q^k(\lambda,\lambda')\, Q^l(\lambda,\lambda')\ (Q^l(\lambda,\lambda') \equiv A(\lambda,\lambda^1)$, в котором оператор $\hat{a}$ заменен на оператор ζ_{0l} (см. (18)) с (λ,λ'), равными (1,1), (4,4), (4,5), (5,4) и (5,5). С помощью (14) найдем остальные слагаемые:

$$Q^{kl}(1,4) = e_k^{(1)}(t^+)\, e_l^{(1)}(t^+) c_p/Y_0^3, \quad Q^{kl}(4,1) = e_k^{(1)}(t^-)\, e_l^{(1)}(t^-)\, c_p/Y_0^3;$$
$$Q^{kl}(1,5) = e_k^{(2)}(t^+)\, e_l^{(2)}(t^+)\, c_p/Y_0^3, \quad Q^{kl}(5,1) = e_k^{(2)}(t^-) \times \tag{20}$$
$$\times e_l^{(2)}(t^-)\, c_p/Y_0^3; \ Q^{kl}(3,2) = Q^{kl}(2,3) = (t^+ - t^-)_k (t^+ - t^-)_l s^3/4Y_0^3,$$
$$\vec{t}^\pm = \vec{q}_\pm / q_\pm.$$

Используя формулы (19), (20), правую часть выражения (17) (когда $\hat{a} = \hat{\zeta}_{0k}$, $\hat{c} = \hat{\zeta}_{0l}$) можно преобразовать к виду

$$\sum_{\lambda\lambda'} \exp\{tT(\lambda,\lambda')\}\, Q^{kl}(\lambda,\lambda') = \frac{c_p}{Y_0^3}\, e^{-t(\varkappa q_-^2 + \nu q_+^2)}\, (\delta_{kl} - t_k^+ t_l^+) +$$
$$+ e^{-t(\varkappa q_+^2 + \nu q_-^2)}\, (\delta_{kl} - t_k^- t_l^-) + \frac{s^2}{2Y_0^2}\, e^{-2t\Gamma_s(q^2 + k^2/4)}\, (t^+ - t^-)_k (t^+ - t^-)_l \times$$
$$\times \cos s(q_- - q_+)t.$$

При интегрировании по q этого выражения удержим нулевой порядок по k в предэкспоненциальных множителях (и второй порядок в показателях экспонент). Тогда после усреднения по углам и интегрирования получим асимптотическое выражение для функции $C_\varkappa(k, t)$ (при $t \to \infty$ и $k \to 0$):

$$C_\varkappa(k, t) \underset{t \gg \tau_r}{\longrightarrow} \frac{c_p}{3Y_0^3} \left\{ \frac{Y_0 s^2 e^{-tk^2\Gamma_s/2}}{c_p (8\pi\Gamma_s t)^{3/2}} + \frac{2e^{-tk^2\chi\nu/(\chi+\nu)}}{[4\pi(\chi+\nu)t]^{3/2}} \right\}. \tag{21}$$

Асимптотика корреляционных функций C_η и C_ζ вычисляется аналогично асимптотике $C_\varkappa$. Необходимо вместо операторов $\hat{a}$

и $\hat{c}$ подставить операторы плотностей потоков импульса $\hat{\zeta}_{kl}$ $\hat{\zeta}_{mn}$. При $k=m=1$ и $l=n=2$ ($k=1, 2, 3$) получаем асимптотику функции $C_\eta(k, t)$, определяющей коэффициент первой вязкости:

$$C_\eta(k, t) \xrightarrow[t \gg \tau_r]{} \frac{1}{15 V_0^2} \left\{ \frac{7 e^{-tk^2\nu/2}}{(8\pi\nu t)^{3/2}} + \frac{e^{-tk^2\Gamma_s/2}}{(8\pi\Gamma_s t)^{3/2}} \right\}. \qquad (22)$$

При $k=l$ и $m=n$ получаем асимптотическое выражение для функции $C_\zeta(k, t)$, определяющей коэффициент второй (объемной) вязкости:

$$C_\zeta(k,t) \xrightarrow[t \gg \tau_r]{} \frac{1}{Y_0^2} \left\{ \frac{e^{-tk^2\chi/2}}{2(8\pi\chi t)^{3/2}} + \frac{25 e^{-tk^2\nu/2}}{9(8\pi\nu t)^{3/2}} + \frac{9b^2 + 24b + 16}{9(8\pi\Gamma_s t)^{3/2}} \times \right.$$

$$\left. \times e^{-tk^2\Gamma_s/2} \right\}, \quad b = s \sqrt{Y_0 \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)}. \qquad (23)$$

В пространственно-однородном случае, когда $k=0$, формулы (21), (22) переходят в формулы, полученные в работе [4] (см. также [6], в которой эти формулы получены в излагаемом методе).

Список литературы: 1. *Пелетминский С. В., Плохов С. С., Приходько В. И.* Кинетика флуктуаций с большим радиусом корреляций. — Докл. АН СССР, 1980, 252, № 6, с. 1365—1368. 2. *Боголюбов Н. Н.* Проблемы динамической теории в статистической физике.— М.: Гостехиздат, 1946.— 113 с. 3. *Ахиезер А. И., Пелетминский С. В.* Методы статистической физики.—М.: Наука, 1977.— 366 с. 4. *Dorfman I. R., Cohen E. G. D.* Phys. Rev, 1972, A6, p. 776. 5. *Пелетминский С. В., Плохов С. С., Приходько В. И.* К теории неравновесных гидродинамических флуктуаций. — Проблемы ядерной физики и космических лучей, 1981, вып. 14, с. 51—65. 6. *Пелетминский С. В., Плохов С. С., Приходько В. И.* К статистической теории неравновесных флуктуаций с большим радиусом корреляций. — Теор. мат. физика, 1980, 45, № 3, с. 80—93.

Поступила в редколлегию 10.05.80.

УДК 533.7

В. П. СКРЫПНИК

О ВЫЧИСЛЕНИИ НИЗКОЧАСТОТНОЙ АСИМПТОТИКИ ФУНКЦИЙ ГРИНА ВЫРОЖДЕННЫХ БОЗЕ-СИСТЕМ (КИНЕТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ)

1. Кинетическая асимптотика функций Грина вырожденных бозе-систем. В работе [1] была найдена замкнутая система интегродифференциальных уравнений для величин, определяющих низкочастотную асимптотику функций Грина вырожденных бозе-систем в терминах линеаризованного интеграла столкновений квазичастиц.

Формула для вычисления низкочастотной асимптотики функций Грина $G^{(+)}_{\xi'\xi}(k,\omega)$ двух квазилокальных операторов $\xi'(x)$ и $\xi(x)$ имеет вид [1]

$$G^{(+)}_{\xi'\xi}(k,\omega)=h_{\xi_a}(k,\omega)\{\mathrm{Sp}\,\delta_{\xi_a}(k)\,\tilde{\xi}'_2+\mathrm{Sp}\,\rho_{\varepsilon q}\tilde{\xi}'\xi_a(k)\}+\mathrm{Sp}\,\bar{\rho}(k,\omega)\tilde{\xi}'_2 \quad (1)$$

(Здесь и в дальнейшем используются обозначения работы [1]). Операторы $\sigma_{\xi_a}(k)$ и $\rho(k,\omega)$, а также величины $h_{\xi_a}(k,\omega)$ находятся в теории возмущений по малым волновым векторам k и слабому эффективному взаимодействию между квазичастицами.

Полагая в формуле (1) $\xi'(x)=\psi(x)$ и $\xi(x)=\psi(x)$, легко получить выражение для низкочастотной асимптотики аномальной функции Грина $U^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega)$:

$$G^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega)=h_{\xi_a}(k,\omega)\,\{\mathrm{Sp}\sigma_{\xi_a}(k)\tilde{\psi}'_2+\mathrm{Sp}\,\rho_{lq}\tilde{\psi}\xi_a\,(k)\}+\mathrm{Sp}\,\bar{\rho}\,(k,\omega)\,\tilde{\psi}'_2. \quad (2)$$

С помощью соотношений

$$\mathrm{Sp}\,\sigma_{\xi_a}(k)\tilde{\psi}'_2=\mathrm{Sp}\bar{\rho}(k,\omega)\tilde{\psi}'_2=0;\quad \mathrm{Sp}\,\rho_{\varepsilon q}\tilde{\psi}\xi_a(k)=\delta_{\eta;\xi_a}+\frac{m\sqrt{n_0}}{k^2}\times$$
$$\times k_n\delta_{\theta_n;\xi_a} \quad (3)$$

выражение (2) можно представить в виде

$$G^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega)=h_\eta(k,\omega)+\frac{m\sqrt{n_0}}{k^2}k_n h_{\theta_n}(k,\omega). \quad (4)$$

Величины $h_{\xi_a}(k,\omega)$, входящие в (4), находятся из уравнений [1]

$$-i\omega h_{\xi_a}(k,\omega)-N_{\xi_a;\xi_\beta}(k)\,(k,\omega)=q_{\xi_a}(k,\omega). \quad (5)$$

Введем в рассмотрение величины $h(k,\omega)$, $q(k,\omega)$, $N_1(k)$, $N_2(k)$ и $N_3(k)$:

$$h(k,\omega)=\frac{k_n}{k}h_{\theta_n}(k,\omega);\quad q(k,\omega)=\frac{k_n}{k}q_{v_n};\quad N_1(k)=\frac{k_nk_l}{k^2}N_{\theta_n;\theta_l}(k);$$

$$N_2(k)=-\frac{k_n}{k}N_{\eta;\theta_n}(k);\quad N_3(k)=\frac{k_n}{k}N_{\theta_n;\eta}(k). \quad (6)$$

Учитывая (6), перепишем уравнения (5):

$$-h_\eta(k,\omega)[-i\omega-N_{\eta;\eta}(k)]+h(k,\omega)N_2(k)=q_\eta(k,\omega)+N_{\eta;f_p}\times$$
$$\times(k)h_{f_p}(k,\omega);\quad -h_\eta(k,\omega)N_3(k)+h(k,\omega)[-i\omega-N_1(k)]=$$

$$= q(k,\omega) + \frac{k_n}{k} N_{\vartheta_n;f_p}(k)\, h_{f_p}(k,\omega); \qquad -i\omega h_{f_p}(k,\omega) - N_{f_p;f_p'}(k)\times$$

$$\times\, h_{f_p'}(k,\omega) - N_{f_p;\eta}(k)\, h(k,\omega) - \frac{k_n}{k} N_{f_p;\vartheta_n}(k) h(k,\omega) = q_{f_p}(k,\omega). \tag{7}$$

Решая эту систему по отношению к величинам $h_\eta(k,\omega)$ и $h(k,\omega)$, получаем на основании (4)

$$G^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega) = \frac{G(k,\omega)}{\Delta(k,\omega)}, \tag{8}$$

где

$$G(k,\omega) = -i\omega\left[q_\eta(k,\omega) + \frac{m\sqrt{n_0}}{k} q(k,\omega)\right] - i\omega\left[N_{\eta;f_p}(k) + \right.$$

$$\left. + \frac{m\sqrt{n_0}}{k^2} k_n N_{\vartheta_n;f_p}(k)\right] h_{f_p}(k,\omega) - \left[N_1(k) - \frac{m\sqrt{n_0}}{k} N_3(k)\right]\left[q_\eta(k,\omega) + \right.$$

$$\left. + N_{\eta;f_p}(k) h_{f_p}(k,\omega)\right] - \left[N_2(k) + \frac{m\sqrt{n_0}}{k} N_{\eta;\eta}(k)\right]\left[q(k,\omega) + \right.$$

$+ \frac{k_n}{k} N_{\vartheta_n;f_p}(k) h_{f_p}(k,\omega)]$ (9), а $\Delta(k,\omega)$ находится с помощью равенства

$$\Delta(k,\omega) = -\omega^2 + i\omega\left[N_1(k) + N_{\eta;\eta}(k)\right] + N_{\eta;\eta}(k) N_1(k) +$$

$$+ N_2(k) N_3(k). \tag{10}$$

Полюса аномальной функции Грина $U^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega)$ определяются из уравнения

$$\Delta(k,\omega) = 0. \tag{11}$$

Решение уравнения (11) можно представить в виде $\omega = \pm\omega(k) - i\gamma(k)$ (12).

Здесь $\omega(k)$ и $\gamma(k)$ — соответственно энергетический спектр и декремент затухания колебаний в системе квазичастиц:

$$\omega(k) = \frac{1}{2}\sqrt{4N_2(k)N_3(k) - [N_1(k) - N_{\eta;\eta}(k)]^2}; \quad \gamma(k) = -\frac{1}{2}\times$$

$$\times\left[N_1(k) + N_{\eta;\eta}(k)\right]. \tag{13}$$

Таким образом, формула (8) с учетом (10), (12) принимает вид

$$G^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega) = -\frac{G(k,\omega)}{[\omega - \omega(k) + i\gamma(k)][\omega + \omega(k) + i\gamma(k)]}. \tag{14}$$

2. Исследование полюсов функции Грина $G^{(+)}_{\psi\psi}(k,\omega)$. Вычисление $N_3(k)$. В работе [1] для вычисления низкочастотной *асимптотики функций Грина была предложена теория* возмущений по малым волновым векторам и слабому взаимодействию между квазичастицами. Однако структура величин $N_1(k)$, $N_2(k)$, $N_3(k)$ и $N_{\eta;\eta}(k)$ позволяет при вычислении энергетического спектра и декремента затухания провести выборочное суммирование по пространственным градиентам в каждом порядке теории возмущений, связанной с параметром эффективного взаимодействия λ.

Начнем с вычисления $N_3(k)$. Согласно (6)

$$N_3(k)=\frac{k_n}{k}N_{0_n;\eta}(k);\quad N_{0_n;\eta}(k)=\int d^3xe^{-ikx}N_{0_n;\eta}(x). \tag{15}$$

Величина $N_{\theta_n\eta;}(x)$ определяется соотношением [1]

$$N_{\theta_n;\eta}(x-x')=\left[\frac{\delta L_{\theta_n}(x,t)}{\delta\eta(x',t)}\right]_0;\quad L_{\theta_n}(x,t)=-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_n}\left\{h(x,t)+\frac{1}{2}\theta^2(x,t)\right\}. \tag{16}$$

Здесь

$$h(x,t)=\frac{1}{m}\int d^3x'V(|x'|)\eta^2(x'+x,t)-$$

$$-\frac{\Delta\eta(x,t)}{2m^2\eta(x,t)}+\frac{L_h(x,t)}{m\eta(x,t)}. \tag{17}$$

Равенство (15) можно переписать так:

$$N_3(k)=-ik\Lambda(k), \tag{18}$$

где $\Lambda(k)=\int d^3xe^{-ikx}\Lambda(x);\ \Lambda(x-x')=\left[\dfrac{\delta h(x,t)}{\delta\eta(x't)}\right]_0.$ (19)

Величину $N_3(k)$ будем искать в виде ряда теории возмущений по параметру эффективного взаимодействия λ: $N_3(k)=$ $=N_3^{(,1)}(k)+N_3^{(,3)}(k)+\ldots$ (20). (Здесь и в дальнейшем $A^{(;n)}$ означает *n-й порядок в разложении величины A по параметру* λ и любой по малым волновым векторам k).

На основании (18) имеем $N_3^{(,1)}(k)=-ik\Lambda^{(;2)}(k)$ (21).

Используя определения (13), (19), легко найти, что

$$N_3^{(,1)}(k)=-\frac{ik^3}{2m^2\sqrt{n_0}}-\frac{2i\sqrt{n_0}k\nu(k)}{m}. \tag{22}$$

Вычислим следующий член ряда (20)

$$N_3^{(,3)}(k)=-ik\Lambda^{(,3)}(k);\quad \Lambda^{(,3)}(k)=\int d^3xe^{-ikx}\Lambda^{(,3)}(x), \tag{23}$$

где

$$\Lambda^{(,3)}(x)=\left[\frac{\delta h^{(,2)}(x,t)}{\delta\eta(x',t)}\right]_{0;x'=0}. \tag{24}$$

Выражение для $h^{(,2)}(x, t)$ следует из (2.3):

$$h^{(,2)}(x,t) = \frac{L_h^{(,1)}(x,t)}{m\tau_1(x,t)}; \quad L_h^{(,1)}(x,t)\,\mathrm{Re}\,K^{(,1)}(x,t). \tag{25}$$

Входящая в (2.11) величина

$$K^{(,1)}(x,t) = \eta(x,t)\int d^3x' V(|x'|)\mathrm{Sp}\,\rho^{(,0)}(x,t)\,\tilde{\psi}^+(x')\tilde{\psi}(x') + \tag{26}$$

$$+\int d^3x' V(|x'|)\eta(x'+x,t)\,\mathrm{Sp}\,\rho^{(,0)}(x,t)\,\{\tilde{\psi}(x') + \tilde{\psi}^+(x')\}\overset{\infty}{\psi}(0).$$

Заметим, что оператор $\rho^{(,0)}(x, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\rho^{(,0)}(x,t) = W^{(,0)}(x,t) + \int_{-\infty}^{0} d\tau e^{\theta\tau} e^{iH_q\tau}\{i[\rho^{(,0)}(x,t)\,R^{(,0)}(x,t) - \tag{27}$$

$$- H_q] + i\,[W^{(,0)}(x,t), H_q] -$$

$$-\int d^3x' \frac{\delta\rho^{(,0)}(x,t)}{\delta\xi_a(x',t)} L_{\xi_a}^{(,0)}(x',t\}e^{-iH_q\tau}.$$

Не приводя подробных вычислений, выпишем окончательное выражение для $N_3^{(,3)}(k)$:

$$N_3^{(,3)}(k) = -\frac{ik}{2m\sqrt{n_0}}\frac{1}{\nu}\sum\{\nu(i+k) - \nu(1)\}\frac{e_1}{\omega_1}(1+2F_1) -$$

$$-\frac{ik}{2}\frac{1}{\nu}\sum\left\{R_I(1,2;k)P\left(\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\right)[(1+F_1)F_2 - F_1(1+F_2)] + \right.$$

$$\left. + R_{II}(1,2;k)P\left(\frac{1}{\omega_1+\omega_2}\right)[(1+F_1)(1+F_2) - F_1F_2]\right\}.$$

Амплитуды $R_I(1, 2; k)$, $R_{II}(1, 2; k)$ мы здесь явно не выписываем.

3. Вычисление $N_2(k)$. Согласно (6)

$$N_2(k) = -\frac{k_n}{k}N_{\eta;\theta_n}(k)\,(28), \text{ где } N_{\eta;\theta_n}(k) = \int d^3x e^{-ikx}N_{\eta;\theta_n}(x);$$

$$N_{\eta;\theta_n}(x-x') = \left[\frac{\delta L_\eta(x,t)}{\delta\theta_n(x',t)}\right]_0.$$

Интеграл столкновений $L_\eta(x, t)$ дается соотношением

$$L_\eta(x,t) = L_\eta(x,t) - \theta_k(x,t)\frac{\partial\eta(x,t)}{\partial x_k} - \frac{\eta(x,t)}{2}\frac{\partial\theta_k(x,t)}{\partial x_k};$$

$$L_\eta(x,t) = \mathrm{Im}\,K(x,t). \tag{29}$$

Величину $N_2(k)$ будем искать в виде ряда по параметру эффективного взаимодействия λ:

$$N_2(k) = N_2^{(,-1)}(k) + N_2^{(,1)}(k) + \ldots, \tag{30}$$

На основании (28), с помощью (29), легко получить

$$N_2^{(,-1)}(k) = ik\frac{\sqrt{n_0}}{2}. \tag{31}$$

Вычислим следующий член ряда (30)

$$N_2^{(,1)}(k) = -\frac{k_n}{k} N_{\eta;\vartheta_n^{(,1)}}(k). \tag{32}$$

Здесь $N_{\eta;\vartheta_n}^{(,1)}(k)$ представляет собой фурье-компоненту величины $N_{\eta;\vartheta_n}^{(,1)}(x)$:

$$N_{\eta;\vartheta_n}^{(,1)}(k) = \int d^3x e^{-ikx} N_{\eta;\vartheta_n^{(,1)}}(x); \tag{33}$$

$$N_{\eta;\vartheta_n}^{(,1)}(x-x') = \left[\frac{\delta L_\eta^{(,1)}(x,t)}{\delta\vartheta_n(x',t)}\right]_0, L_\eta^{(,1)}(x,t) = \operatorname{Im} K^{(,1)}(x,t).$$

Проведя соответствующие вычисления, получим выражение для $N_2^{(,1)}$:

$$N_2^{(,1)}(k) = \frac{ik}{4\sqrt{n_0}}\frac{1}{r}\sum\frac{\beta_1^2\varepsilon_1}{\omega_1^3}(1+2F_1) -$$

$$-\frac{i\sqrt{n_0}}{8}\frac{1}{r^3}\sum\frac{(p_1+p_2,k)}{k}\left\{\chi_{\rm I}(1,2;k)P\left(\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\right)[(1+F_1)F_2 -\right.$$

$$-F_1(1+F_2)] + \chi_{\rm II}(1,2;k)P\left(\frac{1}{\omega_1+\omega_2}\right)[(1+$$

$$\left.+F_1)(1+F_2) - F_1F_2]\right\}. \tag{34}$$

Амплитуды $\chi_{\rm I}(1, 2; k)$, $\chi_{\rm II}(1, 2; k)$ мы здесь явно не выписываем.

4. Вычисление значений $N_1(k)$ и $N_{\eta;\eta}(k)$. Для $N_1(k)$ справедлива формула (6):

$$N_1(k) = \frac{k_n k_l}{k^2} N_{\vartheta_n;\vartheta_l}(k);\ N_{\vartheta_n;\vartheta_l}(k) = \int d^3x e^{-ikx} N_{\vartheta_n;\vartheta_l}(x). \tag{35}$$

Величины $N_{\vartheta_n;\vartheta_s}(x)$ даются равенствами

$$N_{\vartheta_n;\vartheta_l}(x-x') = \left[\frac{\delta L(x,t)}{\delta\vartheta_l(x',t)}\right]_0; \tag{36}$$

Введем в рассмотрение функцию $h_l(x)$:

$$h_l(x-x')=\left[\frac{\delta h(x,t)}{\delta\theta_l(x',t)}\right]_0, \quad h(x,t)=\frac{L_h(x,t)}{m\eta(x,t)}. \qquad (37)$$

Тогда, учитывая (37), (36), (35), $N_1(k)$, можно представить в форме $N_1(k)=-ik_lh_l(k)$ (38).

Найдем главное приближение $N_1^{(,2)}(k)$ по параметру λ для $N_1(k)$:

$$N_1^{(,2)}(k)=-ik_lh_l^{(,2)}(k); \quad h_l^{(,2)}(k)=\int d^3xl^{-ikx}h_l^{(,2)}(x). \qquad (39)$$

Функции $h_l^{(,2)}(x)$ определяются как

$$h_l^{(,2)}(x)=\left[\frac{\delta h^{(,2)}(x,t)}{\delta\theta_l(x',t)}\right]_{0;x'=0}; \quad h^{(,2)}(x,t)=\frac{\operatorname{Re}K^{(,2)}(\dot{x},t)}{m\eta(x,t)}. \qquad (40)$$

С помощью (40), (26) легко найти, что $N_1^{(,2)}(k)=0$ (41). Далее, используя определение (6), можно показать, что главное приближение $N_{\eta;\eta}^{(,2)}(k)$ величины $N_{\eta;\eta}(k)$ по параметру λ выражается равенством

$$N_{\eta;\eta}^{(,2)}(k)=0. \qquad (42)$$

5. Вычисление энергетического спектра и декремента затухания колебаний в системе квазичастиц с точностью до λ^2. Энергия квазичастиц $\omega(k)$ в главном приближении по параметру λ вычисляется, согласно (13), по формуле

$$\omega(k)=\sqrt{N_2^{(,-1)}(k)\,N_3^{(,1)}(k)}. \qquad (43)$$

Подставляя в (43) выражения (31) и (20), соответственно для величин $N_2^{(,1)}(k)$ и $N_3^{(,1)}(k)$ получаем боголюбовский спектр ω_k [2]: $\omega(k)=\omega_k=\sqrt{\varepsilon_k^2+2\varepsilon_k\nu(k)n_0}$ (44). Найдем поправку к энергии квазичастиц (44) с точностью до λ^2. В этом случае $\omega(k)=\{N_2^{(,-1)}(k)N_3^{(,1)}(k)+N_2^{(,-1)}(k)N_3^{(,3)}+N_2^{(,1)}(k)N_3^{(,1)}(k)\}^{1/2}$.

(45)

Используя формулы (22), (31), (28), (34), найдем выражение для (45)

$$\omega(k)=\omega_k+\frac{\varepsilon_k}{\omega_k}\frac{1}{4r}\sum\{\nu(1+k)-\nu(1)\}\frac{\varepsilon_1}{\omega_1}(1+2F_1)-$$

$$-\frac{\omega_k n_0}{2r}\sum\frac{\nu^2(1)\varepsilon_1}{\omega_1^3}(1+2F_1)+$$

$$+\frac{\varepsilon_k}{\omega_k}\frac{m\sqrt{n_0}}{4r}\sum_{1,2}\left\{R_1(1,2;k)P\left(\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\right)[(1+F_1)F_2-F_1(1+F_2)]+\right.$$

$$+ R_{II}(1,2;k)P\left(\frac{1}{\omega_1+\omega_2}\right)[(1+F_1)(1+F_2)-F_1F_2]\Big\}-$$

$$-\frac{\omega_k}{\varepsilon_k}\frac{1}{16\,m}\frac{1}{r}\sum_{1,2}(p_1+p_2,k)\Big\{\chi_I(1,2;k)\,P\left(\frac{1}{\omega_1-\omega_2}\right)[(1+F_1)F_2-$$

$$-F_1(1+F_2)]+\chi_{II}(1,2;k)\,P\left(\frac{1}{\omega_1+\omega_2}\right)[(1+F_1)(1+F_2)-$$

$$-F_1F_2]\Big\}. \qquad (46)$$

Декремент затухания в главном приближении по взаимодействию $\gamma^{(,2)}(k)$ определяется равенством:

$$\gamma^{(,2)}(k)=-\frac{1}{2}[N_1^{(,2)}(k)+N_{\tau,\eta}^{(,2)}(k)]. \qquad (47)$$

Легко видеть, учитывая (41), (42), что $\gamma^{(,2)}(k)=0$ (48).

В заключение приведем выражение для функции Грина $G_{\psi\psi}^{(+)}(k,\omega)$ с точностью до λ^2:

$$G_{\psi\psi}^{(+)}(k,\omega)=-n_0\theta(0)/[\omega-\omega(k)][\omega+\omega(k)], \qquad (49)$$

где $\omega(k)$ определяется формулой (46).

Список литературы: 1. *Скрыпник В. П., Щелоков В. С.* Низкочастотная асимптотика функций Грина вырожденных бозе-систем. (Кинетическое приближение). — Теор. и мат. физика, 1980. 2. *Боголюбов Н. Н.* К теории сверхтекучести. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1947, 11, № 1, с. 77—90.

Поступила в редколлегию 08.10.80.

УДК 539.18

В. Н. КАВЧУК

К ВОПРОСУ О КВАДРУПОЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ АТОМОВ И ИОНОВ

Поскольку распределение электрического заряда в атомном ядре не является сферически симметричным, ядро обладает электрическими моментами (магнитные моменты ядра здесь не рассматриваются), поляризующими замкнутые и в особенности открытые оболочки атома, на что впервые указал Штернхеймер [1]. В качестве первого неисчезающего электрического момента ядра он рассмотрел квадрупольный момент, что справедливо (см. [2]), если ядро обладает определенной P-четностью.

Штернхеймер ввел поправочные множители, так называемые антиэкранирующие факторы Штернхеймера, учитывающие поляризуемость волновых функций валентных электронов квадрупольным моментом ядра (внешнего заряда) и дающие вклад в значения градиентов электрического поля, создаваемого на ядре валентными электронами (внешним зарядом) *.

Как будет показано, нерелятивистский гамильтониан свободного атома или иона, описывающий электростатическое взаимодействие электронов с ядром и между собой, содержит электрические мультипольные операторы. Поэтому естественно их сохранять (речь идет о квадрупольных операторах) в гамильтониане при вычислении его собственных функций и выбирать найденные поляризованные волновые функции в качестве волновых функций нулевого приближения при расчете матричных элементов спин-орбитального взаимодействия и др.

С другой стороны, предсказана возможность обнаружить слабое взаимодействие электронов с нуклонами, обусловленное нейтральными слабыми токами, путем наблюдения эффектов несохранения P-четности в атомных переходах [5, 6]. Было доказано существование оптической активности паров висмута [7], подтверждающее нарушение P-четности. Установлено, что при расчете матричных элементов оператора электрического дипольного момента ядра оказывается существенной поправка на поляризуемость атомных оболочек [8].

Таким образом, важной задачей является отыскание электронных орбиталей атома, поляризованных квадрупольным моментом ядра. Мы предлагаем решать ее, находя поляризованные волновые функции как собственные функции нерелятивистского гамильтониана из обычных уравнений Хартри—Фока, и используя операторы, эквивалентные в смысле матричных значений, а также понятие эффективного орбитального квантового числа.

Как известно, энергия взаимодействия электронов с ядром определяется как собственное значение оператора, который легко вывести из принципа соответствия [9]. Этот оператор $(\hat{U})$ в а. е. имеет вид

$$\hat{U} = \sum_{i} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{q=-k}^{k} \hat{Q}_q^{(k)}(i)\, \hat{V}_q^{*(k)}(i), \qquad (1)$$

где ядерный мультипольный оператор $\hat{Q}_q^{(k)}$ и электронный оператор $\hat{Y}_q^{(k)}$ определяются выражениями

$$\hat{Q}_q^{(k)}(i) = zR_i^k C_q^{(k)}(\theta_i, \Phi_i) \quad (2); \quad \hat{Y}_q^{(k)}(i) = -r_i^{-(k+1)} C_q^{(k)}(\theta_i, \varphi_i). \qquad (3)$$

* См: обзоры [3, 4] и оригинальные работы.

Здесь z — заряд ядра, R, Θ, Φ — полярные координаты нуклонов, r, θ, φ — координаты электронов; $C_q^{(k)} = (4\pi/2k+1)^{1/2} Y_q^{(k)}$ — нормированные сферические функции.

Для точечного ядра ($k=0$) потенциал взаимодействия

$$\hat{U} = -\sum_i \frac{z}{r_i}. \tag{4}$$

С учетом квадрупольного потенциала

$$\hat{U} = -\sum_i (z/r_i + zQC^{(2)}(i)/r_i^3)^*. \tag{5}$$

Таким образом, нерелятивистский гамильтониан (H) свободного атома

$$H = -1/2\sum_i(\Delta_i + 2z/r_i + 2zQC^{(2)}(i)/r_i^3) + \sum_{i<j} 1/r_{ij}. \tag{6}$$

Заменим оператор квадрупольного взаимодействия на эквивалентный ему в смысле матричных элементов оператор ($\hat{V}_Q$):

$$2zQC^{(2)}/r^3 \doteq \hat{V}_Q = Q(nl_{эф})\, C^{(2)}/r^2, \tag{7}$$

где введено обозначение

$$Q(nl_{эф}) = 2zQ \langle r^{-3}\rangle / \langle r^{-2}\rangle \tag{8}$$

и средние значения $\langle r^{(\varkappa)}\rangle$ вычисляются на поляризованных радиальных орбиталях гамильтониана H.

С учетом (7), (8) гамильтониан H принимает вид

$$H = -1/2\sum_i (\Delta_{iэф} + 2z/r_i) + \sum_{i<j} 1/r_{ij}, \tag{9}$$

где

$$\Delta_{эф} = \Delta_r - (\hat{\vec{l}}^2 - Q(nl_{эф})\, C^{(2)})/r^2. \tag{10}$$

Здесь, как обычно, Δ_r и $\hat{\vec{l}}$ — соответственно радиальная и угловая части оператора Лапласа.

Для того чтобы найти собственные функции гамильтониана H, в соответствии с Хартри-Фоковским методом, представим одноэлектронную орбиталь в виде произведения радиальной и угловой частей. Как показали Фримен и Ватсон [4], при вычислении квадрупольной поляризуемости по крайней мере для средних и тяжелых ионов радиальные возбуждения имеют решающее значение по сравнению с угловыми. К тому же здесь не учитывается спин ядра, т. е. принимается во внимание не

---

* Измеримой величиной является компонента $Q_0^{(2)} \equiv Q$ оператора квадрупольного момента $\hat{Q}_q^{(2)}$, входящая в полный набор вместе с $\hat{J}^{(k)}$ и J_z (см., например, [2]).

расщепление термов, а только их смещение. Учитывая это, а также незначительное отличие распределения электрического заряда в ядре от сферического (т. е. Q является «хорошим» малым параметром теории возмущений), в качестве одноэлектронных волновых функций ψ_{nlm_l} выбираем волновые функции центрального поля

$$\psi_{nlm_l} = P(nl_{\text{эф}}/r)/r\, Y_{lm_l}(\theta, \varphi). \tag{11}$$

Из условия стационарности полной энергии атома с помощью вариационной процедуры получаем уравнения Хартри—Фока

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} Y(nl_{\text{эф}}/r) - \varepsilon_{nl_{\text{эф}}, nl_{\text{эф}}} - \frac{l_{\text{эф}}(l_{\text{эф}}+1)}{r^2}\right] P(nl_{\text{эф}}/r) =$$

$$= X(nl_{\text{эф}}/r) + \sum_{n' \neq n} \varepsilon_{nl_{\text{эф}}, n'l_{\text{эф}}} P(nl_{\text{эф}}/r), \tag{12}$$

в которых

$$l_{\text{эф}}(l_{\text{эф}}+1) = l(l+1) - Q(nl_{\text{эф}}) \left[\frac{3m_l^2 - l(l+1)}{(2l-1)(2l+3)}\right]. \tag{13}$$

Через $l_{\text{эф}}$ обозначены эффективные значения орбитального момента l:

$$l_{\text{эф}} + \frac{1}{2} = \left(l + \frac{1}{2}\right)\left\{1 - Q(nl_{\text{эф}}) \frac{[3m_l^2 - l(l+1)]}{(l+1/2)^2(2l-1)(2l+3)}\right\}^{1/2}, \tag{14}$$

соответствующие радиально поляризованным орбиталям $P(nl_{\text{эф}}/r)$. Зависимость в (12) интегралов $Y(nl_{\text{эф}}/r)$, $X(nl_{\text{эф}}/r)$ и параметров ε от $l_{\text{эф}}$ определяется зависимостью от $l_{\text{эф}}$ радиальных орбиталей $P(nl_{\text{эф}}/r)$. Отметим, что в Хартри-Фоковских расчетах выбор начального значения $Q(nl_{\text{эф}})_{\text{нач}}$ для итераций очевиден. В качестве $Q(nl_{\text{эф}})_{\text{нач}}$ нужно выбирать $Q(nl)$.

Далее, из (13), (14) видно, что эффективное орбитальное квантовое число зависит от проекции орбитального момента на выделенную ось (m_l). Эта зависимость физически ясна: при квадрупольном взаимодействии различаются электроны одной оболочки с разными значениями m_l, что соответствует отказу от ограничения на зависимость радиальных орбиталей от m_l в «неограниченном» Хартри-Фоковском методе (по этому поводу см. [4]).

Таким образом, мы переписали уравнение Хартри-Фока для свободного атома с учетом поляризуемости электронных оболочек квадрупольным моментом ядра. Находя из этих уравнений поляризованные радиальные орбитали и вычисляя на них радиальные интегралы, можно учесть поляризуемость электронных оболочек на всех этапах расчетов, связанных с атомными переходами.

Список литературы: 1. *Sternheimer R. H.* On nuclear quadrupole moments.— Phys. Rev., 1950, 80 № 1, с. 102—103; On nuclear quadrupole moments.— Phys. Rev., 1951, 84, № 2, с. 244—253. 2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Н.* Квантовая механика. — М.: Наука, 1974. — 752 с. 3. *Dalgarno A.* Atomic polarizabilities and shielding factors. — Advances Phys., 1962, 11, № 44, с. 281—315. 4. *Ватсон Р., Фримен А.* Хартри-Фоковская теория электрических и магнитных сверхтонких взаимодействий в атомах и магнитных соединениях. — В кн.: Сверхтонкие взаимодействия в твердых телах. М.: Мир, 1970, с. 62—102. 5. *Алексеев В. А., Зельдович Б. Я., Собельман И. И.* Об эффектах несохранения четности в атомах. — Усп. физ. наук, 1976, 118, вып. 3, с. 385—408. 6. *Москалев А. Н., Рындин Р. М., Хриплович И. Б.* Возможности изучения слабых взаимодействий в атомной физике.— Усп. физ. наук, 1976, 118, вып. 3, с. 409—451. 7. *Барков Л. Н., Золотарев М. С.* Наблюдение несохранения четности в атомных переходах. — Журн. эксперим. и теор. физики (письма), 1978, 27, вып. 6, с. 379—383; Измерение оптической активности паров висмута. — Журн. эксперим. и теор. физики (письма), 1978, вып. 8, 28, с. 544—548. 8. *Саакян Д. Б., Собельман И. И., Юков Е. А.* Об эффектах несохранения четности в многоэлектронных атомах. — Журн. эксперим. и теор. физики (письма), 29, вып. 4, с. 258—261. 9. *Абрагам А., Блини Б.* Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов. — М.: Мир, 1973. — Т. 2. 349 с.

Поступила в редколлегию 05.08.80.

СОДЕРЖАНИЕ

**ПРОБЛЕМЫ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
И КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ**

Выпуск 16

Редактор *З. Н. Щегельская*
Обложка художника *А. И. Портянникова*
Художественный редактор *Т. П. Воробиенко*
Технический редактор *Л. Т. Момот*
Корректоры *В. Л. Максименко*, *Л. А. Федоренко*

Информ. бланк № 5952

Сдано в набор 31.08.81. Подп. в печать 19.10.81. БЦ 09311. Формат 60×90/16. Бумага типогр. № 3. Лит. гарн. Выс. печать. 6 усл. печ. л. 6,25 усл. кр.-отт. 7,7 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Изд. № 930. Заказ 1188. Цена 1 р. 10 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вища школа», 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

Харьковская городская типография № 16, 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16