4.E. Nahar. H

Meeting on dynamics of mechanical structures and equipment Paris, France 8 - 10 June 1982 CEA-CONF-- 6318

Note Technique/DEMT/SMTS/LAMS/82-49 F.E. 4142-04-000-164

> MODELES GLOBAUX DE COMPORTEMENT NON-LINEAIRE DES STRUCTURES

APPLICATION AUX STRUCTURES EN BETON ARME

A. MILLARD, A. HOFFMANN, J. GAUVAIN, G. NAHAS

Les informations contenues dans ce document sont réservées aux destinataires nommément désignés. Elles ne peuvent recevoir aucune autre diffusion sans l'autorisation expresse du Département des Études Mécaniques et Thermiques.

# SOMMAIRE

۰.

ļ

I	INTRODUCTION
11	LA METHODE GLOBALE
	II.1 Cas des poutres
	II.2 Cas des coques
III	APPLICATION AUX STRUCTURES EN BETON ARME
	III.l Comportement du béton armé
	III.2 Méthode pratique
	III.3 Exemple d'application
IV	CALCULS DYNAMIQUES
	IV.l Plasticité globale en dynamique
	IV.2 Vérification expérimentale
<b>v</b> .	CONCLUSION

I

## I - INTRODUCTION

Le béton armé est un matériau dont le comportement est essentiellement non-linéaire, que ce soit en raison de la fissuration ou du comportement plastique des armatures. Le calcul de la réponse dynamique d'une structure en béton armé, soumise à des actions telles que le vent, la houle, un séisme, l'impact d'une autre structure, etc..., passe donc par une intégration temporelle pas à pas des équations d'équilibre. Pour des raisons de coût évidentes, il convient de réduire, autant que faire se peut, le volume de calculs nécessaires à chaque pas de temps pour vérifier simultanément les équations d'équilibre, de compatibilité cinématique et de comportement.

A cet égard, "l'art de l'ingénieur" consiste à faire, selon le niveau de précision souhaité, des hypothèses simplificatrices adaptées à la structure étudiée. C'est ainsi que les poutres et les coques, de par leur géométrie, se prêtent bien à une approche globale de la plasticité, basée sur les concepts classiques de la résistance des matériaux. Cette approche a été développée depuis un certain nombre d'années au Département des Etudes Mécaniques et Thermiques, pour des applications statiques ou dynamiques. Dans ce qui suit, on présentera une synthèse de ces travaux, qui sera illustrée par des comparaisons effectuées entre des expériences et des calculs.

## II - LA METHODE GLOBALE

Les équations locales de la mécanique des milieux continus doivent théoriquement être vérifiées en tout point de la structure. Dans le cas général, elles sont approchées par une discrétisation tridimensionnelle de la structure. Dans le cas particulier des poutres et des coques, certaines dimensions peuvent être éliminées, pour autant que l'on ne s'intéresse pas au détail des champs selon ces dimensions.

# II.1 - <u>Cas des poutres</u> /1\_7

L'hypothèse de NAVIER qui postule que les sections droites restent planes, permet de réduire la connaissance des déformations en tout point de la poutre à celle des déformations de la fibre moyenne. Dans ce qui suit, on se limitera à la flexion dans un plan x z, la généralisation à la flexion dans deux directions ne posant pas de problème.



D'où :

 $\varepsilon(z) = e + (z-z_0) \chi$ 

où e est la déformation de la fibre moyenne à l'effort normal
 χ est la variation de courbure de la fibre moyenne
 z est la cote de la fibre neutre en flexion

## II.1.1 En élasticité

La contrainte longitudinale en un point quelconque de la section est donnée par :

$$\sigma(z) = E(z) \epsilon(z)$$

=  $E(z) [e + (z-z_0) \chi]$ 

E(z) désigne le module d'Young à la cote z considérée. Dans le cas d'une poutre en béton almé, il varie selon la nature du matériau (béton, armatures). L'effort normal et le moment fléchissant sont obtenus par intégration sur la section :

$$N = \int_{S} \sigma(z) dS = E S e + \chi \int_{S} (z - z_0) E(z) dS$$

$$M = \int_{S} \sigma(z) (z-z_{0}) dS = E I \chi + e \int_{S} (z-z_{0}) E(z) dS$$

Le découplage de ces équations donne :

$$z_{0} = \frac{\int_{S} E(z) \cdot z \, dS}{\int_{S} E(z) \, dS} \qquad M = E I \chi$$

et les grandeurs équivalentes homogènes E et I sont données par :

$$\begin{split} \mathbf{\hat{E}} &= \frac{1}{S} \int_{S} \mathbf{E}(z) \, \mathrm{dS} \\ \mathbf{\hat{I}} &= \frac{1}{v} \int_{E} \mathbf{E}(z) \, (z-z_{0})^{2} \, \mathrm{dS} \end{split}$$

Ainsi, la poutre en béton armé peut être traitée comme une poutre homogène en suivant les méthodes classiques de la résistance des matériaux.

# II.1.2 - En plasticité

L'hypothèse de NAVIER s'applique alors à la déformation totale. Celle-ci est divisée en partie élastique et partie plastique :

 $\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{p}$ 

## La partie élastique vérifie la loi de HOOFE :

$$\sigma(z) = E(z) \varepsilon^{e}(z)$$
  
= E(z)  $[e + (z-z_{o}) \chi - \varepsilon^{p}(z)]$ 

Les efforts globaux s'écrivent donc, compte tenu du choix de  $z_0$  vu en II.1.1 :

$$N = E S e - \int_{S} E(z) \cdot e^{p}(z) dS$$

$$M = E I \chi - \int_{S} (z-z_0) E(z) \varepsilon^{P}(z) dS$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$N = \stackrel{\sim}{E} \stackrel{\sim}{S} (e-e^{p}) = \stackrel{\sim}{E} \stackrel{\sim}{S} e^{e}$$
$$M = \stackrel{\sim}{E} \stackrel{\sim}{I} (\chi - \chi^{p}) = \stackrel{\sim}{E} \stackrel{\sim}{I} \stackrel{\sim}{\chi}^{e}$$

en introduisant les déformations plastiques globales :

$$e^{p} = \frac{1}{\frac{\nabla}{ES}} \int_{S} E(z) \cdot e^{p}(z) dS$$

$$\chi^{p} = \frac{1}{\overset{\sim}{E}\overset{\sim}{I}} \int (z-z_{0}) E(z) \varepsilon^{p}(z) dS$$

La plasticité apparaîtra sur une fibre, si la contrainte à ce niveau atteint la limite élastique  $\sigma_e$ . Le critère local s'écrit donc :

 $|\sigma(z)| \leq \sigma_e$ 

c'est-à-dire :

où

$$\left| \begin{array}{c} \frac{N}{S} + (z-z_{o}) \begin{array}{c} \frac{M}{V} + X(z) \end{array} \right| \leq \sigma_{e}$$
$$X(z) = E(z) \left[ \begin{array}{c} e^{P} + (z-z_{o}) \end{array} \right] \chi^{P} - \varepsilon^{P}(z) \right]$$

X(z) apparaît donc comme une variable interne, dépendant de la fibre considérée, soit une infinité de paramètres. Par suite la plasticité écrite en terme de variables globales conduit à un critère multiple à une infinité de paramètres internes, qui traduisent l'histoire du chargement au niveau de chaque fibre.

Une solution précise mais coûteuse consiste à discrétiser la section de la poutre par un nombre fini de points où seront écrites les équations associées à la plasticité (critère, loi d'écoulement, lois d'écrouissage).

La méthode globale en plasticité consiste à écrire un critère uniquement en fonction des offorts globaux. Par exemple, une moyenne d'ordre 2 du critère local conduit à une expression de la forme :

$$f(N,M) = \sqrt{\frac{N^2}{S^2} + \alpha^2 \frac{M^2 \rho^2}{\Upsilon^2}} \leq \sigma_e \quad (\rho \text{ rayon de giration})$$

En pratique, le coefficient  $\alpha$  peut être ajusté de façon à faire apparaître plus ou moins tôt la plasticité dans la section. Un tel critère ne permet évidemment pas de suivre la progression de la plasticité à travers la section de la poutre, mais correspond au concept classique de rotule plastique.

Pour une section homogène rectangulaire,  $\alpha$  prend des valeurs comprises entre les valeurs extrêmes suivantes :





Le critère global peut être généralisé au cas d'un matériau élasto-plastique avec écrouissages cinématique et isotrope :

$$\mathbf{F}(\mathbf{N},\mathbf{M},\mathbf{X}_{\mathbf{N}},\mathbf{X}_{\mathbf{M}},\lambda) = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{N}-\mathbf{X}_{\mathbf{N}}}{S}\right)^{2} + \alpha^{2}\left(\frac{\mathbf{M}-\mathbf{X}_{\mathbf{M}}}{\frac{\gamma}{I}}\right)^{2}\rho^{2}} \leq \mathbf{R}(\lambda)$$

L'écoulement est supposé vérifier le principe de normalité :

$$e^{\mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{N}} \dot{\lambda}$$
  
 $\chi^{\mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{M}} \dot{\lambda}$ 

La connaissance de lois d'écrouissage donnant l'évolution des variables  $X_N$ ,  $X_M$  et R permet de résoudre le problème en termes de variables globales, en utilisant des algorithmes développés initialement pour l'approche locale.

II.2 - Cas des coques 
$$/ 1 / 2 /$$

II.2.1 - En élasticité

L'hypothèse de Love-Kirchhoff qui postule qu'une normale à la surface moyenne de la coque reste normale dans la déformation, permet de réduire la connaissance des déformations en tout point de la coque à celle des déformations de la fibre moyenne.

$$\epsilon_{ij}(z) = e_{ij} + (z-z_0) k_{ij}$$

où  $e_{ij}$  est le tenseur des déformations de membrane et  $k_{ij}$  est le tenseur des variations de courbure.

Les contraintes s'écrivent, dans l'hypothèse des contraintes planes :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}(z) \\ \sigma_{22}(z) \\ \sigma_{12}(z) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D(z) \end{bmatrix} \mathbf{x} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}(z) \\ \varepsilon_{22}(z) \\ \varepsilon_{12}(z) \end{pmatrix}$$

Dans le cas particulier d'un matériau isotrope, la matrice D(z) a pour expression :

$$\begin{bmatrix} D(z) \end{bmatrix} = \frac{E(z)}{1-v^2(z)} \begin{bmatrix} 1 & v(z) & 0 \\ v(z) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-v(z) \end{bmatrix}$$

Les tenseurs des efforts membranaires  $N_{ij}$  et de flexion  $M_{ij}$  sont à nouveau obtenus par intégration sur l'épaisseur de la coque :

$$N_{ij} = \int_{h} c_{ij}(z) dz$$

$$M_{ij} = \int_{h} (z-z_{o}) \sigma_{ij}(z) dz$$

Le découplage de ces relations conduit à l'écriture de trois équations donnant  $z_0$ .

Par suite, dans le cas général, il convient d'introduire non pas un scalaire, mais un tenseur  $z_0$  qui permettra de découpler les lois de comportement globales, en membrane et en flexion.

Dans le cas particulier du matériau isotrope à coefficient de Poisson constant sur l'épaisseur :

$$v(z) = v = Cte$$
,

les trois équations se ramènent à une seule, donnanc une fibre neutre unique :

$$z_{0} = \frac{\int_{h} E(z) z dz}{\int E(z) dz}$$

On introduit dans ce cas des grandeurs globales homogénéisées : v vE et e tels que :

$$v \sim e E = \int_{h} E(z) dz$$

$$\frac{\frac{\sqrt{e}^3}{12}}{12} \cdot \frac{\sqrt{e}}{E} = \int (z-z_0)^2 E(z) dz$$

- 8 -

En pratique, ces approximations ont été appliquées au cas du béton armé (cf. § III.3), bien que les hypothèses simplificatrices d'isotropie et de coefficient de Poisson constant ne soient pas vérifiées.

# II.2.2 - En plasticité

Comme dans le cas des poutres, la limitation des contraintes en tout point de l'épaisseur conduit à un critère multiple à une infinité de paramètres. Par suite, un critère écrit en fonction des efforts globaux a été choisi analogue à celui des poutres :

$$f(N_{ij},M_{ij}) = \sqrt{\left(\frac{N^*}{\sqrt{b}}\right)^2 + \alpha^2 \left(\frac{M^*}{\sqrt{b}}\right)^2}$$

où :

$$N^* = \sqrt{N_{11}^2 + N_{22}^2 - N_{11}N_{22} + 3N_{12}^2}$$

 $M^{*} = \sqrt{M_{11}^{2} + M_{22}^{2} - M_{11}M_{22}^{2} + 3M_{12}^{2}}$ 

et a est un paramètre ajustable comme dans le cas des poutres.

Il convient de noter que, compte tenu de sa formulation, un tel critère est bien adapté à un matériau isotrope, ce qui est malheureusement rarement le cas pour le béton, soit en raison des dispositions et des densités des armatures, soit en raison de la fissuration dans certaines directions.

II.2.3 - Critère de Johansen / 3 7

Dans le cas de la flexion pure, il est possible de tenir compte de l'anisotropie due au ferraillage, en introduisant le critère de JOHANSEN : Dans un repère xoy, le moment qui s'exerce normalement à une facette dont la normale fait un angle a avec l'axe ox est comparé à une valeur limite calculée à partir des moments limites mesurés, dans les directions ox et oy :

 $M_{x}$  moment limite selon ox en flexion positive  $M_{x}$  moment limite selon ox en flexion négative  $M_{y}^{+}$  moment limite selon oy en flexion positive  $M_{y}^{-}$  moment limite selon oy en flexion négative.

La distinction entre flexion positive et flexion négative provient de la non symétrie éventuelle des armatures par rapport à la section moyenne de la coque.

En flexion positive, le critère s'écrit donc :

$$M_{11} \cos^2 \alpha + M_{22} \sin^2 \alpha + 2 M_{12} \cos \alpha \sin \alpha \leq M_x^+ \cos^2 \alpha + M_y^+ \sin^2 \alpha$$

lorsque a varie, cette inégalité définit un domaine compris à l'intérieur du cône d'équation :

$$M_{12} - (M_x^+ - M_{11}) (M_y^+ - M_{22}) = 0$$

De même en flexion négative :

$$M_{12} - (M_x + M_{11}) (M_y + M_{22}) = 0$$

L'intersection de ces deux domaines constitue le domaine d'élasticité, qui est représenté dans le plan  $M_1 M_2$  par un rectangle :



Dans le cas particulier d'un ferraillage isotrope, symétrique par rapport à la surface moyenne, le critère isotrope défini en II.2.2 se compare bien au critère de Johansen dans les zones où les deux moments  $M_1$ ,  $M_2$  sont de même signe, mais est nettement trop pessimiste dans les zones où ils sont de signes opposés, comme le montre la figure ci-dessous :



S'il existe des efforts de précontrainte  $N_{ij}$ , il suffit de déterminer les valeurs limites  $M_{\chi}$ ,  $M_{\chi}$  compte tenu de cette précontrainte. III - APPLICATION AUX STRUCTURES EN BETON ARME

III.1 - Comportement du béton armé / 4 /

Le béton a un comportement sensiblement élastique fragile en traction, et un comportement élasto-plastique en compression.



Les armatures présentent au contraire un comportement élasto-plastique symétrique par rapport à l'origine :



Le diagramme de flexion M <->  $\chi$  d'une poutre en béton armé présente essentiellement 4 zones caractéristiques :  Comportement élastique du béton et des armatures (A).
 Cette zone est inexistante dans le cas où la résistance du béton à la traction est négligeable (par exemple du fait de la fissuration par retrait) et le comportement global est non linéaire dès le début.

# - Fissuration du béton (B).

Dans cette zone, la rigidité en flexion de la poutre diminue avec la progression des fissures. Ainsi, une décharge à partir d'un point situé dans cette zone se fait selon une droite BO passant par l'origine, de pente inférieure à celle de la partie  $(\widehat{A})$ .



La recharge se fait selon OB puis selon BC.

- Plastification des armatures et du béton  $\bigcirc$ .

Dans ce cas, une décharge donne lieu à une déformation permanente : OD  Ecrasement du béton dans les zones comprimées (D).
 On observe alors globalement un écrouissage négatif qui se termine par la rupture des armatures, conduisant ainsi à la ruine totale de la poutre.

Notons qu'outre ces phénomènes, d'autres phénomènes tels que l'adhérence imparfaite entre le béton et les armatures, peuvent intervenir dans le comportement global de la poutre, mais ne sont pas pris en compte dans les calculs simplifiés.

III.2 - Méthode pratique

III.2.1 - Cas des poutres

Pour une poutre de section donnée, et pour un ferraillage donné, le programme SAMSON permet de calculer la loi M <->  $\chi$ , lorsque la poutre est soumise à un effort normal de précontrainte N.

On peut ainsi construire pour différentes valeurs de N, une double famille de courbes M <->  $\chi$ , en flexion positive et en flexion négative :



- 14 -

Ces courbes sont ensuite introduites dans le programme de calcul de structures en poutres, TEDEL, qui travaille sur les variables globales et fournit entre autres les variable; globales  $\epsilon$  et  $\chi$ .

Dès lors, il est possible à priori de déterminer, dans les sections les plus sollicitées, les déformations et contraintes locales dans ces sections, de façon à les comparer aux valeurs admissibles.

L'ensemble de cette procédure est schématisé sur la figure l.

III.2.2 - Cas des coques

Dans le cas des coques, il est possible d'utiliser la procédure décrite ci-dessus en l'appliquant dans deux directions orthogonales ox, oy, à condition d'utiliser ensuite un critère de type JOHANSEN. Ceci se justifie en partie par le fait qu'un couplage éventuel de la forme  $M_x = f(\chi_x, \chi_y)$  disparaît lors de la fissuration du béton, le coefficient de Poisson tendant vers zéro.

Dans le cas particulier où le ferraillage est isotrope, il suffit de déterminer la loi "moment-courbure" dans une direction.

III.3 - Exemple d'application

La méthode décrite précédemment a été appliquée au calcul d'une dalle en béton armé essayée au CEBTP (/\_7\_7, /\_8\_7).

Il s'agit d'une dalle carrée en béton armé, les armátures étant identiques dans deux directions orthogonales, simplement appuyée sur son contour et encastrée à ses quatre coins, et soumise à une pression uniforme croissante. (Voir figures 2, 3).

Cette dalle était armée aussi localement aux angles pour éviter des ruptures locales (fig. 4).

A partir des courbes de compression du béton (fig. 5) et de traction des armatures, (fig. 6) les courbes de traction des sections homogénéisées, à un lit cu à deux lits d'acier, ont été calculées par le programme SAMSON (figures 7 et 8).

Le petit décrochement observé au voisinage de l'origine correspond au début de la fissuration du béton, celui-ci ayant une contrainte à rupture en traction égale à :

$$\sigma_{\rm R} = 0,215 \text{ kg/mm}^2$$

Le faible écrouissage négatif observé sur la figure 8 vient de l'écrouissage négatif du béton en compression (branche descendante introduite dans le calcul).

D'autres calculs ont été faits en prenant une valeur nulle pour la contrainte à rupture en traction du béton, afin de rendre compte d'une pré-fissuration due au retrait du béton, partiellement empéché par les armatures.

Les calculs ont été faits sur un quart de plaque pour raisons de symétrie, avec le programme BILBO en utilisant le critère isotrope mentionné plus haut. Le maillage (fig. 9) comprend 121 noeuds et 200 éléments. Les flèches au centre, calculées en tenant compte ou non de la résistance du béton en traction, ont été comparées aux valeurs expérimentales (fig. 10).

Les calculs ont été faits cn grands déplacements mais la flèche maximale reste de l'ordre de l'épaisseur.

On constate que pour la partie de courbe correspondant au calcul à la ruine (flèche importante), l'accord est bon ; par contre, au voisinage de l'origine, la courbe expérimentale s'écarte des courbes calculées, elles-mêmes décalées en raison de la diminution de rigidité par fissuration. Ceci est probablement dû à l'état de précontrainte existant dans la dalle avant l'essai du fait du retrait. La progression de la fissuration de la dalle peut être estimée au moyen des iso-contraintes équivalentes, comme le montrent les figures 11 et 11bis.

### IV - CALCULS DYNAMIQUES

### IV.1 - Plasticité globale en dynamique

Par rapport à un calcul statique, un calcul dynamique requiert la prise en compte d'une part des forces d'inertie au niveau des équations d'équilibre et d'autre part des possibilités de décharge au niveau de la loi de comportement.

Seul ce second point mérite une attention particulière dans le cas de la méthode globale, le premier point étant traité de façon classique.

En cas de sollicitations cycliques, il est nécessaire de prendre en compte la diminution de rigidité provoquée par la première fissuration (cf. III.1). Cette diminution évolue jusqu'à ce que les armatures plastifient, auquel cas la décharge se fait selon une droite de pente sensiblement constante. Des essais statiques cycliques de charge-décharge ont montré qu'après le premier cycle, pour un niveau de charge constant inférieur à la limite élastique des armatures, le comportement de la poutre est élastique, avec la rigidité réduite.

Quand le signe du moment change, le point représentatif décrit pratiquement une droite joignant le point situé sur l'axe  $\chi$  au dernier point atteint sur la courbe en flexion de signe opposé  $\sqrt{-4}$  (cf. figure 12).

Cette modélisation de la loi moment-courbure a été introduite dans le programme TEDEL, dans lequel les équations de la dynamique sont intégrées en temps en utilisant l'algorithme de Newmark.

# IV.2 - Vérification expérimentale / 5 7

Le modèle précédent a été qualifié par des essais de poutres en béton armé soumises à des sollicitations sismiques engendrées par la table vibrante VESUVE du DEMT (fig. 13).

Il s'agissait de poteaux encastrés à leur base (fig. 14) et chargés en tête par une masse de 2 tonnes soumis à l'accélérogramme TAFT NS pour différents niveaux de vitesse maximale. La figure 15 montre la loi M  $\langle - \rangle \chi$  adoptée. On constate que lorsque l'énergie dissipée par plasticité est grande devant celle dissipée par l'amortissement visqueux interne, le calcul TEDEL (pas d'amortissement visqueux pris en compte dans le calcul) reproduit très bien le déplacement observé en tête du poteau.

La fréquence propre d'un poteau après un séisme dépend uniquement du maximum de la flèche relative atteinte pendant le mouvement, en raison de la diminution de rigidité par fissuration. C'est ce que montrent des essais de fatigue réalisés en soumettant le même poteau quarante fois au même séisme (fig. 17).

#### V - CONCLUSION

Même s'il reste bien des points à améliorer dans l'application des méthodes globales au calcul de structures en béton armé, on peut dire que le calcul dynamique de structures composées de poutres peut d'ores et déjà se faire de façon très économique et suffisamment précise par ces méthodes. Par ailleurs, une application de choix des méthodes globales demeure le calcul à la ruine afin d'estimer les marges de sécurité d'une structure donnée vis-à-vis de sollicitations accidentelles comme les explosions, les séismes, les chutes d'avion, etc... Dans tous ces cas, la méthode globale couplée aux programmes d'éléments finis permet de déterminer automatiquement le processus de ruine sans avoir à choisir l'emplacement a priori des rotules et charnières plastiques et conduit à une bonne estimation de la charge limite.

#### REFERENCES

- [1]7 A. HOFFMANN R. ROCHE M. LIVOLANT J. GAUVAIN
  "Poutres et coques Quelques considérations simples
  sur les modèles globaux de plasticité"
  Rapport DEMT/SMTS/77-022
- [<sup>2</sup>2\_7] A. HOFFMANN, M. LIVOLANT, R. ROCHE
  "Analyse des coques de forme quelconque dans le domaine
  plastique par la méthode des éléments finis"
  SMIRT, papier I 6/2
- / 3\_7 M. SAVE, C. MASSONNET
   "Calcul plastique des constructions"
   Tome 2, Editions du Centre Belgo-Luxembourgeois d'Infor mation de l'Acier, 1972
- [4\_7] J. GAUVAIN, M. VAGHI "Tenue sismique des poutres en béton armé - Etude paramétrique réalisée avec le programme TEDEL" Note Technique EMT/SMTS/VIBR/80/50
- [5\_7] J. GAUVAIN et al. "Comportement aux séismes de structures en béton armé -Mise au point et vérification expérimentale d'un modèle de calcul non linéaire" Note Technique EMT/78/162
- [~6\_7 Q.S. NGUYEN
   "Loi de comportement élasto-plastique des plaques et
   des coques minces"
   Symposium franco-polonais, Gracovic (1977)

C. MEROUANI Thèse de Docteur-Ingénieur - IRABA - Paris 1967

**[8\_7** G. NAHAS, A. MILLARD

/77

"Essai et calcul numérique d'une dalle carrée en béton armé uniformément chargée et simplement appuyée sur son contour"

Rapport DEMT/SMTS/LAMS/82-32

- 19 -



FICURE 1

- 20

•





- 21 -



- 22 -





- 23 -



FIGURE 5

Æ 5









- 26

FIGURE 7 - La courbe contrainte-déformation du matériau homogène équivalent pour le calcul I (résistance à la traction du béton non nulle) dans le cas d'une section 2 un seul lit d'acier



27 -

FIGURE 8: - La courbe contrainte-déformation du matériau homogène équivalent pour le calcul I (résistance à la traction du béton non nulle) dans le cas d'une section à deux lits d'acier

į

**C**-



FIGURE 9 - Les noeuds du maillage de la dalle BN1

-- DALLE BETON ARME ---

charge appliquée (t/m<sup>-</sup>)

Calcul I (résistance à la traction du béton non nulle) Résultats d'essais au CEBTP

Calcul II (résistance à la traction du béton nulle)

FIGURE 10 - La courbe "Charge appliquée"-"Flèche au centre"

Floche au centre (mm)

.....



FIGURE 11







# LOI DE COMPORTEMENT CHARGE DE CHARGE



FIGURE 13

Ģ





Figure 14 : Ferraillage

du poteau type

•



G



ω 5



soumis au séisme TAFT NS échelle 1/3 niveau de vitesse maxi : 0.50 m/s





- 37 -