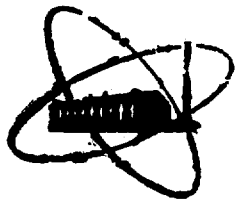


SUB 204049

ФЭИ-1213



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

О. И. МАКАРОВ, В. П. ПОЛИВАНСКИЙ

**К вопросу о границах применимости
 P_1 и $2P_0$ — приближений**

Обнинск — 1981

УДК 621.039.51

О. И. Макаров, В. П. Поливанский.

К вопросу о границах применимости P_1 и $2P_2$ — приближений.
ФЭИ-1213. Обнинск: ФЭИ, 1981. — 12 с.

В работе рассматриваются решения некоторых модельных задач переноса нейтронов в P_1 и $2P_2$ — приближениях. Показано, что при невыполнении условий вида $\beta_0 < \beta_1$, для групповых ядерных макроконстант указанные приближения могут давать нелогичные с физической точки зрения результаты. Обсуждаются возможные погрешности в расчете при невыполнении таких условий.

ВВЕДЕНИЕ

В практике расчёта основных характеристик ядерных реакторов до сих пор важную роль играют низкие приближения метода сферических гармоник (диффузионное, P_1 , $2P_0$ -приближение). Теоретически границы применимости этих методов исследованы достаточно подробно. Известны ограничения, накладываемые на макросечения взаимодействия нейтрона с веществом (односкоростные в приближении постоянных сечений или групповые при многогрупповом подходе). Однако, трактовка этих ограничений, а, следовательно, и определение границ применимости методов довольно расплывчата, так как они сводятся к неоднозначным условиям типа "диффузионное и т.п. приближение даёт удовлетворительные результаты для композиций, в которых сечение рассеяния значительно (!) больше сечения поглощения."

В реальных расчётах приходится зачастую применять эти методы для композиций, в состав которых входят области сильного поглощения, вблизи раздела сред с существенно различными характеристиками и т.д., т.е. там, где применять эти методы не рекомендуется. В этих случаях можно ожидать получения нелогичных с физической точки зрения результатов. Получение таких алогичных результатов - отрицательных потоков в $2P_0$ -приближении, уменьшение $K_{эф}$ при окружении реактора дополнительным слоем отражателя в некоторых вариантах расчётов и т.п., побудило авторов более тщательно исследовать свойства этих приближений.

Ниже рассматривается решение простейших задач переноса в указанных приближениях. Анализ их решений позволяет установить причины возникновения нефизичных результатов и сформулировать конкретно одно из ограничений, которым должны удовлетворять макроконстанты, используемые в расчётах.

1. СИСТЕМА ГРУППОВЫХ УРАВНЕНИЙ РЕАКТОРА В $2P_0$ -ПРИБЛИЖЕНИИ. СВЯЗЬ КЭФ С P_1 И ДИФФУЗИОННЫМ ПРИБЛИЖЕНИЕМ

Рассмотрим задачи о переносе нейтронов в плоском бесконечном реакторе, симметричном относительно плоскости $X=0$.

Система многогрупповых уравнений для такого реактора в P_1 -приближении имеет вид [1]:

$$\begin{cases} \frac{dy^j}{dx} + \sigma_0^j y_0^j = \sum_{\ell=1}^{j-1} \sigma_0^{\ell+j} e^{\lambda_\ell x} y_\ell^j + \chi^j Q(x) & /1/ \\ \frac{1}{2} \frac{dy^j}{dx} + \sigma_0^j y_0^j = \sum_{\ell=1}^{j-1} \sigma_0^{\ell+j} e^{\lambda_\ell x} y_\ell^j & /2/ \end{cases}$$

с граничными условиями в форме Маршака

$$\begin{cases} y_1^j(0) = 0 & /2/ \\ y_0^j(d) = \chi y_1^j(d) \end{cases}$$

Здесь

$$Q(x) = \sum_{j=1}^M (\chi_j \sigma_j)^j y_0^j \quad /3/$$

Вид групповых констант, которые наиболее часто применяются в практических расчетах, можно найти в работе [2].

Как следует из работы [3], система многогрупповых уравнений реактора в $2P_0$ -приближении имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (U^j - V^j) + \sigma_0 (U^j + V^j) = \sum_{\ell=1}^{j-1} \sigma_0^{\ell+j} (U^\ell + V^\ell) + \chi^j Q(x) & /4/ \\ \frac{1}{3} \frac{d}{dx} (U^j + V^j) + \frac{1}{2} \sigma_0^j (U^j - V^j) = \frac{1}{2} \sum_{\ell=1}^{j-1} \sigma_0^{\ell+j} (U^\ell - V^\ell) \end{cases}$$

с условиями на внешней границе

$$U^j(0) = V^j(0); \quad V^j(d) = 0 \quad /5/$$

Заметим, что в $2P_0$ -приближении

$$y^j(x, \mu) = \begin{cases} U^j(x), & \mu > 0 \\ V^j(x), & \mu < 0 \end{cases} \quad /6/$$

где

$$U^j(x) = \int_0^1 y^j(x, \mu) d\mu, \quad V^j(x) = \int_{-1}^0 y^j(x, \mu) d\mu \quad /7/$$

Из определения /6/ следует, что

$$\begin{cases} \varphi_0^j(x) = \int_{-1}^1 \varphi_0^j(x, \mu) d\mu = U^j(x) + V^j(x) & /8/ \\ \varphi_1^j(x) = \int_{-1}^1 \mu \varphi^j(x, \mu) d\mu = \frac{1}{2} [U^j(x) - V^j(x)] \end{cases}$$

а, значит, системы /1/ и /4/ идентичны и при равенстве нулю правой части во втором уравнении для одной группы обе могут быть сведены к одинаковым уравнениям диффузионного типа относительно функций

$$\varphi_0^j(x) = U^j(x) + V^j(x).$$

Условия же /2/ легко сводятся к условиям /5/. Следовательно, задачи /1,2/ и /4,5/ для плоского реактора идентичны.

2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ $2P_0$ - УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ФАКТОРИЗАЦИИ

Известно, что решение системы /4/ (так же, как и системы /1/), сводится к решению односторонних уравнений вида

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (U-V) + \sigma_0 (U+V) = f_0(x) \\ \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (U+V) + \frac{1}{2} \sigma_1 (U-V) = \frac{3}{2} f_1(x) \end{cases} \quad /9/$$

Здесь индекс групп для простоты наложения опущен. Систему /9/ запишем в виде

$$\begin{cases} U' + \sigma U = p(x) + aV \\ -V' + \sigma V = r(x) + aU \end{cases}, \quad /10/$$

где

$$\begin{aligned} p(x) &= f_0(x) + \frac{3}{4} f_1(x), & r(x) &= f_0(x) - \frac{3}{4} f_1(x), \\ \sigma &= \frac{3}{4} \sigma_1 + \sigma_0, & a &= \frac{3}{4} \sigma_1 - \sigma_0. \end{aligned} \quad /11/$$

В дальнейшем рассмотрим решение односторонней системы $2P_0$ -уравнений /10/ с граничными условиями

$$U(0) = V(0), \quad V(d) = 0. \quad /12/$$

Предполагая, что $f_0(x)$ и $f_1(x)$ - функции, равные постоянной, решение ищем в виде

$$U = LV + \beta, \quad /13/$$

где неизвестным функциям $L(x)$ и $\beta(x)$ можно придать физический смысл:

$L(x)$ - функция отражения слоем $(0, x)$,

$\beta(x)$ - функция пропускания слоем $(0, x)$.

Продифференцируем /13/ по x

$$U' = L'V + LV' + \beta' \quad /14/$$

и, подставив значение V' , найденное из второго уравнения системы /10/, получим с учетом /13/

$$U' = V(L' + \sigma L - aL^2) - L(r + a\beta) + \beta' \quad /15/$$

Из первого уравнения системы с учетом /13/ следует

$$U' = V(a - \sigma L) - \sigma\beta + p \quad /16/$$

Сравним последние два уравнения, получим соотношения для неизвестных функций L и β :

$$\begin{cases} L' - aL^2 + 2bL = a \\ \beta' + \beta(b - La) = p + Lz \end{cases} \quad /17/$$

с граничными условиями

$$L(0) = 1, \quad \beta(0) = 0 \quad , \quad /18/$$

вытекающими из первого условия /12/. Из второго уравнения системы /10/ следует

$$V' - V(b - aL) = -z - a\beta \quad . \quad /19/$$

Это уравнение с граничным условием

$$V(d) = 0 \quad /20/$$

позволяет найти все значения $V(x)$, а используя соотношение /13/ и $U(x)$, если предварительно найти значения $L(x)$ и $\beta(x)$ во всей области $0 \leq x \leq d$.

3. ОБ ОГРАНИЧЕНИЯХ, НАКЛАДЫВАЕМЫХ НА КОНСТАНТЫ СИСТЕМЫ ОДНОСКОРОСТНЫХ 2Po - УРАВНЕНИЙ

Решим задачу /10,12/ для половины симметричной пластины, внутри которой находится изотропный источник вида

$$f_0(x) = \begin{cases} f(x) & , \quad 0 \leq x \leq l \\ 0 & , \quad l < x \leq d \end{cases} \quad /21/$$

Заметим, что в точке $x = l$ функции $L(x)$ и $\beta(x)$ непрерывны, что является следствием непрерывности функций $U(x)$ и $V(x)$.

Предположим, что $a = \frac{1}{2}b_1 - b_0$ величина отрицательная. Тогда, решая последовательно систему факторизованных уравнений /17,19/ с учетом граничных условий /18,20/ и условий непрерывности искомых функций в т. $x = l$, получим, что в области $l < x \leq d$

$$V(x) = \frac{a \cdot f \cdot (e^{\kappa d} - e^{-\kappa d})}{b - a + \kappa} \cdot \left[1 - \frac{e^{2\kappa x} - d^2}{e^{2\kappa d} - d^2} \right] \quad , \quad /22/$$

где

$$\kappa = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{35,6} \quad , \quad d^2 = \frac{b - a - \kappa}{b - a + \kappa} < 1 \quad .$$

Следовательно, функция $V(x)$ становится отрицательной вместе с a , что противоречит её физическому смыслу. Можно показать, что этот факт имеет место и для анизотропного источника, когда $f_1(x) \neq 0$.

Следовательно, соотношение $\beta_1 < \beta_0$ влечёт за собой получение решения, противоречащего физическому смыслу в 2Р₀ - приближении, а, как это следует из вышесказанного, также в Р₁ и диффузионном приближении.

4. О РАСЧЁТЕ ВЛИЯНИЯ НЕРАЗНОКАЖУЩЕГО ОТРАЖАТЕЛЯ В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Чтобы понять природу указанного явления, обратимся к анализу односкоростного диффузионного уравнения.

4.1. Рассмотрим однородную пластину толщиной d с источником, инициирующим поток $\psi(0) = I$.

Тогда искомая функция $\psi_0(x)$ удовлетворяет уравнению

$$-D \frac{d^2\psi}{dx^2} + \sigma\psi = 0 \quad (\sigma = \sigma_0 - \beta\beta_f > 0) \quad /23/$$

с граничными условиями вида

$$D \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x=d} = -r\psi \Big|_{x=d}; \quad \psi \Big|_{x=0} = I. \quad /24/$$

Будем рассматривать следующие модификации граничных условий [4]:

- а) $r = \frac{1}{2}$ - условия Маршака,
- в) $r = \frac{1}{3.071046}$ - условия, уточненные из решения задачи Милна,
- с) $r = \frac{1}{3}$ - условия Марка.

Решением задачи /23,24/ является функция

$$\psi(x) = e^{\kappa x} [1 - c(d) \cdot (1 - e^{-2\kappa x})] \quad /25/$$

где $\kappa = \sqrt{\beta\sigma} = \frac{\sqrt{\beta\sigma_0}}{D}$, а постоянная c , определяемая из правого граничного условия, имеет вид

$$c(d) = \frac{1}{1 - e^{-2\kappa d} \cdot \frac{1 - \frac{\kappa D}{r}}{1 + \frac{\kappa D}{r}}} \quad /26/$$

Добавим к пластине слой того же состава толщиной Δ и рассмотрим разность потоков в этих двух композициях:

$$\tilde{\varphi}(x) - \varphi(x) = e^{\kappa x} [c(d) - c(d+\Delta)] \cdot (1 - e^{-2\kappa x}) \quad /27/$$

Из физических соображений ясно, что должно выполняться условие $\tilde{\varphi}(x) - \varphi(x) \geq 0$. Поэтому следует ожидать, что $c(d) - c(d+\Delta) > 0$, при $\Delta > 0$, откуда получаем условие

$$1 - \frac{\kappa D}{\gamma} > 0 \quad , \quad /28/$$

т.е. $\sqrt{\sigma D} \leq \gamma$ или $\sigma_1 > \frac{\sigma}{3\gamma^2}$. /28/

Если материал оловя неразмножающий, то для различных модификаций граничных условий получаем из /28/

а) $\sigma_1 > \frac{4}{3} \sigma_0$ в) $\sigma_1 > \frac{4}{3} \cdot (1,0657)^2 \sigma_0$ с) $\sigma_1 > \sigma_0$. /29/

4.2 Рассмотрим задачу, аналогичную предыдущей, за исключением того, что в т. $x=0$ задается источник мощностью 2 , т.е. левое граничное условие имеет вид

$$-D \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=0} = 1 \quad . \quad /30/$$

Решением этой задачи является функция

$$\varphi(x) = e^{\kappa x} \left[c(d) \cdot (1 + e^{-2\kappa x}) - \frac{1}{\kappa D} \right] ; \quad /31/$$

где $c(d)$ - константа, зависящая, как и раньше, от размеров пластины, имеет вид :

$$c(d) = \frac{1}{\kappa D} \cdot \frac{1}{1 + e^{-2\kappa D} \cdot \frac{\gamma - \kappa D}{\gamma + \kappa D}} \quad . \quad /32/$$

Пусть $\tilde{\varphi}(x)$ - снова решение задачи при толщине пластины $d+\Delta$. Тогда выражение

$$\tilde{\varphi}(x) - \varphi(x) = e^{\kappa x} (1 + e^{-2\kappa x}) \cdot [c(d+\Delta) - c(d)] \quad /33/$$

должно быть больше нуля для всех x , откуда получаем те же условия /29/.

Легко показать, что при нарушении условия /29/ $\tilde{\varphi}(x) < \varphi(x)$ при расположении источника в любой точке области $0 \leq x \leq d$. Таким образом, представляя любой источник как суперпозицию точечных, получаем, что при нарушении указанных условий нарушается физический смысл решения для произвольного источника.

Из вышесказанного следует, что при невыполнении условия /29/ увеличение размеров реактора будет уменьшать $K_{эф}$. Этот факт можно проиллюстрировать на следующем примере.

4.3 Рассмотрим условно - критическую задачу

$$-D \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \beta_0 \psi = \frac{1}{K_{эф}} \cdot \beta_1 \beta_2 \cdot \psi \quad /34/$$

со следующими граничными условиями

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad D \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=d} = -\gamma \psi. \quad /34/$$

Решением этой задачи является функция

$$\psi(x) = \cos B_1 x, \quad /35/$$

где B_1 - корень уравнения

$$\operatorname{ctg} B_1 d = \frac{1}{\gamma} \cdot D B_1, \quad /36/$$

$$а \quad K_{эф} = \frac{\beta_1 \beta_2}{D B_1^2 + \beta_0} \quad /37/$$

Добавим теперь к рассматриваемому реактору бесконечный неизменяющийся отрагатель. Получаем задачу

$$\begin{cases} -D \frac{d^2 \tilde{\psi}}{dx^2} + \beta_0 \tilde{\psi} = \frac{1}{K_{эф}} \cdot \beta_1 \beta_2 \cdot \tilde{\psi}, & \left. \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \right|_{x=0} = 0 \text{ при } x < d \\ -D' \frac{d^2 \tilde{\psi}}{dx^2} + \beta_0' \tilde{\psi} = 0, & D \left. \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \right|_{x=d-0} = D' \left. \frac{d\tilde{\psi}}{dx} \right|_{x=d+0} \text{ при } x > d \end{cases} \quad /38/$$

Решением задачи /38/ является функция

$$\tilde{\psi}(x) = \begin{cases} \cos B_1' x, & x \leq d; \\ c e^{-\kappa' x}, & x > d, \end{cases} \quad /39/$$

где $\kappa = \sqrt{\beta_0' - \beta_0}$, $c = \cos B_1' d \cdot e^{\kappa' d}$, а B_1' определяется из уравнения

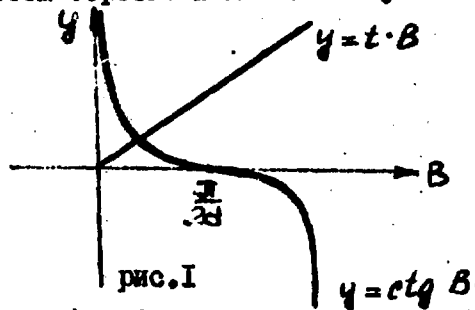
$$\operatorname{ctg} B_1' d = D B_1' \cdot \frac{1}{\sqrt{\beta_0' - \beta_0}}. \quad /40/$$

При этом

$$\tilde{K}_{эф} = \frac{\beta_1 \beta_2}{D B_1'^2 + \beta_0} \quad /41/$$

Из очевидного требования $\tilde{K}_{эф} > K_{эф}$, следует, что $B_1' < B_1$. Исследуем поведение этих величин.

Решение уравнения $ctg(\beta \cdot d) = z \cdot \beta$ ищем на отрезке $[0; \frac{\pi}{2d}]$. Из рис. I ясно, что на этом отрезке β монотонно убывает с ростом коэффициента z .



Таким образом, условие $\beta_1' < \beta_1$ сводится к требованию

$$\frac{D}{\sqrt{D' \beta_0'}} > \frac{D}{r} \quad \text{или} \quad r > \sqrt{D' \beta_0'} \quad \text{или} \quad \beta_1' > \frac{\beta_0'}{3r^2} \quad /42/$$

Итак, и в этом случае для констант отражателя получаем условия вида /29/.

4.4 Используемые нами условия а, б, с означают, что длина линейной экстраполяции ℓ равна соответственно

а) $\frac{2}{3\beta_1}$ б) $\frac{0,710466}{\beta_1}$ в) $\frac{1}{\beta_1 \sqrt{3}}$ /43/

(т.е. линейно экстраполированный поток обращается в 0 на расстоянии ℓ от внешней границы). Часто используются аналогичные условия, но для длины экстраполяции z . В этом случае $\psi(d+z) = 0$, z определяется, соответственно, из /43/, d - внешняя граница реактора и на $[d, d+z]$ $\psi(x)$ удовлетворяют тому же уравнению, что и в граничащей с пустотой зоне.

Нетрудно проверить, что применение таких граничных условий приводит к тому, что в рассмотренных задачах 4.1 и 4.2 не возникает требований вида /28/, т.е. чем толще отражатель, тем больше поток.

Рассмотрим, к чему приведёт применение таких граничных условий в задаче 4.3, т.е. сравним решения

$$\begin{cases} -D \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \beta_0 \psi = \frac{1}{k_{exp}} \cdot \beta_0 \beta_1 \cdot \psi \\ \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \psi(d+z) \equiv \psi(d + \frac{D}{r}) = 0 \end{cases} \quad /44/$$

и $\tilde{\psi}(x)$, полученное из уравнений /38/.

Получаем $y = \cos B_1 x$, $B_1 = \frac{\pi}{2(l + \frac{d}{2})}$, $\text{Кэф} = \frac{\sqrt{d}}{2B_1^2 + 6}$, $\tilde{y}(x)$ задаётся формулами /39/. Из неравенства $\tilde{\kappa}_{\text{эф}} > \kappa_{\text{эф}}$ получаем $B_1' < B_1$, тогда $\text{ctg } B_1 d < \frac{1}{2} B_1$ и $\kappa < B_1 \text{tg } B_1 d$.
 Обозначим $B_1 d = \frac{\pi D}{2(d + \frac{d}{2})} = t$, тогда $B_1 = \frac{1}{d}(\frac{\pi}{2} - t)$ и из /45/ получаем

$$\kappa < \frac{\pi}{d}(\frac{\pi}{2} - t) \text{tg } t \quad /46/$$

Функция $(\frac{\pi}{2} - t) \text{tg } t$ при $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ монотонно возрастает и при $t \rightarrow \frac{\pi}{2}$ имеет предел 1.

Таким образом, всегда должно выполняться неравенство $\kappa D < \pi$, при $d \rightarrow \infty$ должно выполняться более сильное неравенство.

Замена в граничных условиях длины линейной экстраполяции l на длину экстраполяции $\frac{1}{2}$ приводит к уменьшению "отражательной способности" пустоты, если с ней граничит отражатель, и к увеличению, если с ней граничит активная зона. В последнем случае при $d \rightarrow 0$ $\kappa_{\text{эф}} \rightarrow \frac{1}{2} \frac{\sqrt{d}}{2 \cdot (\frac{\pi}{2} / 2d)^2 + 6}$. С точки зрения рассматриваемых нами случаев естественней всё-таки использовать в граничных условиях длину линейной экстраполяции.

5. О ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПРИБЛИЖЕНИЯ P_1 И $2P_0$ -ПРИБЛИЖЕНИЯ

Полученные условия вида $B_1 > \frac{4}{3} B_0$ являются необходимыми для того, чтобы P_1 -приближение давало близкие к точным результаты, но, конечно, не являются достаточными. Можно получить более сильные условия из следующих соображений. Все физические требования, использованные нами в диффузионном рассмотрении, сводились, в сущности, к одному - отражатель должен давать неотрицательный ток нейтронов в активную зону. В самом деле, в P_1 -приближении

$$\psi(x, \mu) = \frac{1}{2} [\psi_0(x) + 3\mu \psi_1(x)]$$

$j_- = -2\pi \int_0^1 \mu \psi(x, \mu) d\mu = 2\pi [\frac{1}{2} \psi_0(x) - \psi_1(x)]$.
 Если рассеяние изотропно, то $\psi_1 = -\frac{1}{3\sigma_1} \frac{d\psi_0}{dx}$ и

$$j_- = 2\pi \left[\frac{\psi_0(x)}{2} + \frac{1}{3\sigma_1} \frac{d\psi_0}{dx} \right]$$

Возьмём, например, задачу 4.2 в случае бесконечного отражателя, тогда $\psi(x) = c e^{-kx}$ и из требования $j_- > 0$ сразу получаем $\frac{4}{3} B_1 > B_0$ или $B_1 > \frac{4}{3} B_0$.

Более сильное условие получится, если потребовать неотрицательности плотности потока нейтронов при любых μ , т.е. $\psi_0(x) + 3\mu \psi_1(x) \geq 0$.

Подставив сюда опять $\varphi_0(x) = c e^{-kx}$ в $\varphi_1 = \frac{1}{3\beta_1} \frac{d\varphi_0}{dx}$, получаем $\beta_1 > k$ или $\beta_1 \geq 3\beta_0$. /47/

По-видимому, это условие будет достаточным для получения в P_1 -приближении в самом деле близких к точным результатов, разумеется, если выполнены остальные условия применимости приближения (размеры зон превосходят 3 длины свободного пробега, рассеивающие свойства зон не меняются резко).

6. О ВОЗМОЖНОСТИ УТОЧНЕНИЯ P_1 И $2P_0$ -ПРИБЛИЖЕНИЙ

Для одногрупповой задачи все условия вида /29/ являются естественными, поскольку диффузионное (P_1 , $2P_0$) приближение применимо при $\beta_3 \gg \beta_0$, т.е. $\beta_1 \gg \beta_0$. При решении многогрупповой задачи

β_0 - это сечение увода нейтронов из группы, поэтому, если группы достаточно узкие, тс $\beta_0 \approx \beta_2 \approx \beta_1$. Кроме того, при использовании одномерных и двумерных геометрий к β_0 добавляются слагаемые DB^2 , учитывающие дополнительную утечку и условия /29/ становятся реальными ограничениями.

В литературе имеются некоторые предложения для "исправления" диффузионных констант с целью получения более точных результатов. Например, в [4,5] предлагается заменить коэффициент диффузии такой величиной, чтобы совпадали точное и диффузионное значения для асимптотических потоков в бесконечной однородной среде с изотропным сосредоточенным источником. При этом необходимо "исправлять" и мощность источника. Нетрудно видеть, что такой метод, исправляя асимптотический поток, ухудшает другие важные характеристики. Например, в бесконечной однородной среде с изотропным единичным точечным источником суммарный поток в диффузионном приближении равен $\frac{1}{\beta_0}$, что является точным значением. В "исправленном" диффузионном приближении эта величина меньше и при β_3 стремимся к нулю, также стремится к нулю. Методика, предложенная в [6], для однородной среды сводится к аналогичной процедуре.

Если для одногрупповой задачи нетрудно придумать усовершенствования диффузионных уравнений, приближающие значения выбранного параметра к точным, то для многогрупповой это сделать не представляется возможным, не решив её предварительно. В самом деле, рассмотрим следующую гипотетическую двухгрупповую задачу:

в первой группе $\sigma_c^{(1)} \approx \sigma_0^{(1)} = \sigma^{1+2}$, во второй $\sigma_c^{(2)} \approx \sigma_0^{(2)} \approx \sigma_f$; $\beta = 1$. Поскольку в каждой группе $\sigma_0 \approx \sigma_f$, то, казалось бы, диффузионное приближение даст плохой результат. С другой стороны, при достаточно большом $\sigma_c^{(1)}$ решение такой двухскоростной задачи на критический размер, Кэф и т.д. в диффузионном приближении и с помощью точного кинетического уравнения может быть достаточно точно получено в односкоростном рассмотрении с $\sigma_c = \sigma_c^{(2)}$, $\sigma_0 = \sigma_0^{(2)} = \sigma_f$. В самом деле, при больших $\sigma_c^{(1)}$ каждый нейтрон деления в первой группе будет замедляться практически в точке деления и переходить во вторую группу, поэтому первую группу можно вообще выбросить из рассмотрения. Такая односкоростная задача будет иметь в диффузионном приближении решение, весьма близкое к точному, поскольку $\sigma \approx \sigma_f \approx 0$, а, значит, двухгрупповая диффузионная задача также даст хорошее решение и любые поправки только ухудшат результат.

ВЫВОДЫ

1. При подробном групповом рассмотрении (узкие группы) диффузионное приближение занижает эффективность отражателя в верхних группах. Если сечения увода в этих группах достаточно велики, то увеличение толщины отражателя даст уменьшение потока в этих группах. В 2Ро-приближении в этом случае будут получаться отрицательные потоки, идущие от границы. Плохие результаты для указанных приближений вполне естественны, поскольку в отражателе присутствуют нейтроны высоких энергий только нерассеянные и все они летят из активной зоны.
2. При расчёте быстрых реакторов этот эффект может сказаться в общем занижении роли отражателя и, как следствие, в занижении Кэф.
3. Поскольку общее число нейтронов в группе диффузионное приближение даёт, в общем, верным, а число отражённых нейтронов занижается, то в обсуждаемом случае следует ожидать завышения числа замедлившихся в отражателе и проникших за отражатель нейтронов.
4. Для тепловых реакторов при этом следует ожидать завышения Кэф, если замедление нейтронов в отражателе важно в общем балансе и отражатель толстый.
5. При условии $\sigma_f \gg 3\sigma_c$ можно ожидать, что результаты в рассмотренных приближениях близки к точным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук Г.И. Методы расчёта ядерных реакторов.
М., Госатомиздат, 1961.
2. Захарова С.М., Сивак Б.Н., Томинский Г.И. Ядерно-физические константы для расчёта реакторов. Бюллетень информационного центра по ядерным данным. Выпуск третий. Приложение I. Атомиздат, 1967.
3. Поливанский В.П., Гурин В.Н. К расчёту плоских ячеек с помощью 2^{го} -приближений. Препринт ФЭИ - 1138. Обнинск 1960 г.
4. Глассгоу С., Эдлунд М. Основы теории ядерных реакторов. И.Л., М., 1954.
5. Кейз К., Цвайцель П. Линейная теория переноса. "Мир", М., 1972.
6. Романов Ю.А. Точные решения односкоростного кинетического уравнения и их использование для расчёта диффузионных задач (усовершенствованный диффузионный метод). В сборнике Исследования критических параметров реакторных систем. Госатомиздат, 1960, стр. 3 -36.



Технический редактор И.И. Гуреева

Подписано в печать 27/7-1981 г. Т - 08863 Формат 60 x 60 1/16

Объемная печать Усл.п.л. 0,75 Уч.-изд.л. 0,5 Тираж 100 экз.

Заказ 865 Цена 5 коп. Издание 3634 601-1218

Отпечатано на ротенприте ФЭИ, г.Обнинск.

5 коп.

Индекс 3024

К вопросу о границах применимости P_1 — и $2P_0$ — приближений. ФЭИ-1213, 1981, 1-12.

We regret that some of the pages in the microfiche copy of this report may not be up to the proper legibility standards, even though the best possible copy was used for preparing the master fiche