SU8208302

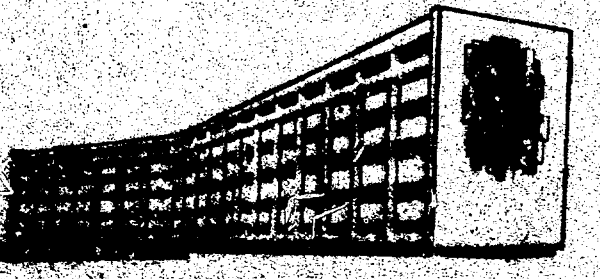
АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР

ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ИТФ-82-20Р
февраль 1982

С.А.Дуплий, М.П.Рекало

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССОВ 2 → 3 В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ МЕТОДОМ ИНВАРИАНТНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ



КИЕВ

С.А.Дуплий, М.П.Рекало ИТФ-82-20Р

Расчет характеристик процессов $2 \to 3$ в квантовой хромодинамике методом инвариантного интегрирования

В древесном приближении найдены энергетические и угловые распределения кварк-антикварковой пары $Q\bar{Q}$ (рассматриваемой как целое), которая образуется в процессах $q+\bar{q}\to Q+\bar{Q}+g$ и $g+q\to Q+\bar{Q}+q$, где g - глюон, $q=u, d, s$ - легкие, Q - тяжелые кварки. Проделан численный анализ различных распределений $Q\bar{Q}$ - пары, образованной в адрон-адронных столкновениях.

Препринт Института теоретической физики АН УССР
Киев 1982

S.A.Duplij, M.P.Rekalo ИТФ-82-20Р

The Calculation of the $2\to 3$ Quantum Chromodynamic Processes by the Invariant Integration Method

The energy and angle distributions of $Q\bar{Q}$-pair are found in the processes $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$ and $gq\to Q\bar{Q}q$. The quantitative analysis of various $Q\bar{Q}$-pair distributions in hadronic collisions is carried out.

Preprint of the Institute for Theoretical Physics
Academy of Sciences of the Ukrainian SSR
Kiev 1982

Академия наук Украинской ССР
Институт теоретической физики

Препринт
ИТФ-82-20Р

С.А.Дуплий[ж)], М.П.Рекало[ж)]

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССОВ 2 → 3 В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ МЕТОДОМ ИНВАРИАНТНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

ж) Харьковский государственный университет

Киев - 1982

УДК 539.12

С.А.Дуплий, М.П.Рекало

Расчет характеристик процессов 2 → 3 в квантовой хромодинамике методом инвариантного интегрирования

В древесном приближении найдены энергетические и угловые распределения кварк-антикварковой пары $Q\bar{Q}$ (рассматриваемой как целое), которая образуется в процессах $q+\bar{q} \to Q+\bar{Q}+g$ и $g+q \to Q+\bar{Q}+q$, где g - глюон, $q=u,d,s$ - легкие, Q - тяжелые кварки. Проделан численный анализ различных распределений $Q\bar{Q}$ - пары, образованной в адрон-адронных столкновениях.

The energy and angle distributions of $Q\bar{Q}$-pair are found in the processes $q\bar{q} \to Q\bar{Q}g$ and $gq \to Q\bar{Q}q$. The quantitative analysis of various $Q\bar{Q}$-pair distributions in hadronic collisions is carried out.

The Calculation of the 2→3 Quantum Chromodynamic Processes by the Invariant Integration Method

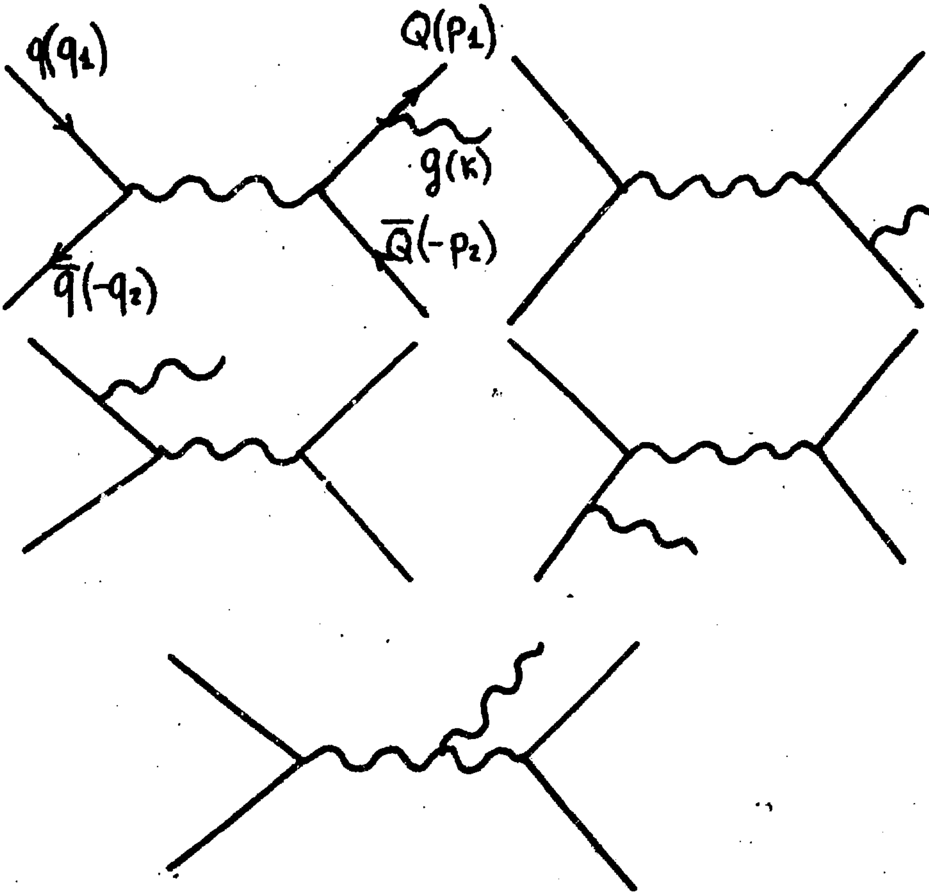
S.A.Duplij, M.P.Rekalo

© 1982 Институт теоретической физики АН УССР

Необходимость изучения процессов $2\to 3$ в квантовой хромодинамике, таких как, например, $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$, $gq\to Q\bar{Q}q$ $gg\to Q\bar{Q}g$ (g -глюон, $q=u,d$ -легкие, $Q=c,b$ -тяжелые кварки) можно обосновать различными причинами [1-3]. Прежде всего, существует целый ряд физических характеристик адронных столкновений, которые не могут возникать при рассмотрении только двухчастичных процессов ($2\to 2$), но определяются процессами $2\to 3$ (а также $2\to 4$, $2\to 5$ и т.д.). Это прежде всего распределение по поперечному импульсу тяжелых кваркониев (связанных состояний $Q\bar{Q}$), образуемых в адрон-адронных соударениях, азимутальная асимметрия и распределение по поперечному трасту в трехструйных процессах.

Процессы $2\to 3$ определяют также существенную поправку к двухчастичным процессам, поскольку при достигнутых энергиях константа кварк-глюонного взаимодействия не настолько мала, чтобы можно было ограничиться вычислениями в низшем порядке теории возмущений. Важность подобного рода поправок уже продемонстрирована на примере образования мюонных пар в адронных столкновениях, когда наряду с вкладом механизма Дрелла-Яна [4] необходимо учитывать вклад процессов $q\bar{q}\to\mu^+\mu^-g$ и $gq\to\mu^+\mu^-q$ [5-8]. Следует отметить также противоречие между измеренным сечением образования шармовых частиц в адронных столкновениях и расчетами в низшем порядке по константе α_s [9], свидетельствующее о необходимости учета высших поправок.

В настоящей статье исследованы энергетические и угловые распределения $Q\bar{Q}$ -пар, образующихся в процессах $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$ и $gq\to Q\bar{Q}q$. Каждый из этих процессов (в низшем порядке по α_s) определяется 5 диаграммами Фейнмана (рис. I). Ранее [I,2] эти распределения были вычислены с помощью ЭВМ.



Мы обращаем внимание на то обстоятельство, что большая часть необходимых интегрирований может быть выполнена аналитически методом инвариантного интегрирования. Эта методика доказала свою эффективность применительно к различным квантовоэлектродинамическим процессам на встречных e^+e^- пучках [I0-I4].

Существование цветовой степени свободы у глюона приводит к двум принципиальным отличиям от квантовой электродинамики:

I. Интегральный вклад интерференции $Re(\mathcal{M}_1+\mathcal{M}_2)(\mathcal{M}_3+\mathcal{M}_4+\mathcal{M}_5)$ ($\mathcal{M}_i$ - матричные элементы процесса $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$, отвечающие представленным на рис.I диаграммам) в квантовой хромодинамике отличен от нуля. В квантовой электродинамике интерференция двух классов диаграмм строго обращается в нуль при интегрировании по $Q\bar{Q}$ -паре.

2. В квантовой хромодинамике только сумма всех пяти диаграмм приводит к сохраняющемуся (по импульсу K_μ внешнего глюона) матричному элементу. Аналогично дело обстоит и с сохранением отдельных блоков матричного элемента по импульсам виртуальных глюонов.

Оба эти обстоятельства существенно изменяют технику инвариантного интегрирования, развитую в квантовой электродинамике. Мы покажем ниже, как эта техника может быть обобщена на случай квантовой хромодинамики с учетом этих отличий. В результате удается получить для элементарных процессов $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$ и $gq\to Q\bar{Q}q$ аналитические формулы для $d\hat{\sigma}/dp^2dp_T^2$ и $d\hat{\sigma}/dp^2$ ($p=p_1+p_2$, обозначения импульсов приведены на рис.I). Используя эти формулы, мы вычисляем численно различные распределения уже в адрон-адронных столкновениях.

Рассмотрим процесс $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$. Матричный элемент его, отвечающий вкладу пяти полюсных диаграмм Фейнмана на рис.I, запишем в виде

$$M(q_i\bar{q}_j\to Q_k\bar{Q}_\ell g_a)=ig_s^3\Big\{\frac{1}{q^2}J_\mu^q T_{ij}^b\big[(T^aT^b)_{k\ell}J_{\mu\rho}^Q+$$
$$+(T^bT^a)_{k\ell}J_{\mu\rho}^{\bar{Q}}\big]+\frac{1}{p^2}\big[J_{\mu\rho}^q(T^bT^a)_{ij}+J_{\mu\rho}^{\bar{q}}(T^aT^b)_{ij}\big]\times$$
$$\times T_{k\ell}^a J_\mu^Q+\frac{i}{q^2p^2}f^{abc}T_{ij}^b T_{k\ell}^c J_\mu^q J_\nu^Q J_{\mu\nu\rho}\Big\}\varepsilon_\rho(K)=$$
$$=M_\rho\varepsilon_\rho(K)$$

$$J^{q}_{\mu}=\bar{u}(-q_2)\gamma_{\mu}u(q_1),\ J^{Q}_{\mu}=\bar{u}(p_1)\gamma_{\mu}u(-p_2),$$
$$J^{q}_{\mu\rho}=\frac{-1}{2kq_1}\bar{u}(-q_2)\gamma_{\mu}(\hat{q}_1-\hat{k}+m)\gamma_{\rho}u(q_1),$$
$$J^{\bar{q}}_{\mu\rho}=\frac{-1}{2kq_2}\bar{u}(-q_2)\gamma_{\rho}(-\hat{q}_2+\hat{k}+m)\gamma_{\mu}u(q_1), \qquad (\mathrm{I})$$
$$J^{Q,\bar{Q}}_{\mu\rho}=J^{\bar{q},q}_{\mu\rho}(q_{1,2}\to -p_{2,1},\ m\to M),$$
$$J_{\mu\nu\rho}=g_{\mu\nu}(2q-k)_{\rho}+g_{\nu\rho}(2k-q)_{\mu}-g_{\mu\rho}(k+q)_{\nu},$$
$$q=q_1+q_2$$

где $i,j,k,l=1,\ldots N$ -цветовые индексы кварков, $a,b=1,\ldots N^2-1$ -нумеруют цветовые $SU(N)$-матрицы Гелл-Манна, $\varepsilon_{\rho}(k)$- вектор поляризации глюона в конечном состоянии, g_s - константа кварк-глюонного взаимодействия, m и M - массы q и Q кварков. Мы рассматриваем кварки как частицы со спином I/2 и определенной массой, глюон - как векторную безмассовую частицу с двумя состояниями поперечной поляризации.

С помощью соотношений $J^{q}_{\mu\rho}k_{\rho}=-J^{\bar{q}}_{\mu\rho}k_{\rho}=-J^{q}_{\mu}$ и $J^{Q}_{\mu\rho}k_{\rho}=-J^{\bar{Q}}_{\mu\rho}k_{\rho}=J^{Q}_{\mu}$ легко убедиться, что матричный элемент (I) является сохраняющейся величиной (относительно "внешнего" глюона)

$$M_{\rho}k_{\rho}=ig_s^3J^{q}_{\mu}J^{Q}_{\mu}if^{abc}T^{b}_{ij}T^{c}_{kl}\left(\frac{1}{q^2}-\frac{1}{p^2}+\frac{2kq}{q^2p^2}\right)=0,$$

так как $2kq=q^2-p^2$. Принципиальным отличием от квантовой электродинамики, где порознь сохраняются вклады в матричный элемент излучения легкими (q) и тяжелыми (Q) кварками, в квантовой хромодинамике суммы $\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2$ и $\mathfrak{M}_3+\mathfrak{M}_4+\mathfrak{M}_5$ не приводят к сохраняющимся величинам, а сохраняется только сумма вкладов всех пяти диаграмм. Такое обстоятельство связано с тем, что виртуальный глюон является цветным, то есть "заряженным" по цвету. Это приводит к некоторым изменениям техники инвариантного интегрирования, развитой в квантовой электродинамике.

Будем в дальнейшем интересоваться дифференциальным сечением процесса $q\bar{q} \to Q\bar{Q}g$, проинтегрированным по конечной $Q\bar{Q}$ -паре

$$\int \frac{d^3p_1}{E_1}\frac{d^3p_2}{E_2}\delta(p-p_1-p_2)\overline{|\mathcal{M}|^2} = \pi\sqrt{1-\frac{4M^2}{p^2}}\int d\cos\theta^* \overline{|\mathcal{M}|^2},$$

где θ^* - полярный угол, определяющий направление импульса Q в системе центра инерции $Q\bar{Q}$ пары. Черта над $|\mathcal{M}|^2$ обозначает суммирование по спиновым и цветовым состояниям конечных частиц и усреднение по поляризациям и цветовым состояниям начальной кварк-антикварковой пары.

Используя (I), для проинтегрированной величины квадрата модуля матричного элемента можно написать

$$\int d\cos\theta^* \overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{g_s^6}{4}\sum_{i=1}^{6}\mathcal{M}_i = \frac{g_s^6}{4}\mathcal{M}(q^2, p^2, \varkappa_1),$$

$$\mathcal{M}_1 = -\frac{1}{q^4}L^q_{\mu\nu}I^{(1)}_{\mu\nu}, \quad \mathcal{M}_2 = -\frac{1}{p^4}M^q_{\mu\nu}I^{(0)}_{\mu\nu}.$$

$$\mathcal{M}_3 = -\frac{C_{55}}{q^4p^4}J_{\mu\nu\rho}J_{\mu'\nu'\rho'}d_{\rho\rho'}L^q_{\mu\mu'}I^{(0)}_{\nu\nu'},$$

$$\mathcal{M}_4 = -\frac{2(C_{13}-C_{23})}{q^2p^2}\left[M_{\nu\mu\rho}(q_1,q_2)+M_{\nu\mu\rho}(q_2,q_1)\right]I_{\mu\nu\rho'}d_{\rho\rho'}, \quad (2)$$

$$\mathcal{M}_5 = -\frac{2C_{15}}{q^4p^2}J_{\nu\nu'\rho}d_{\rho\rho'}L^q_{\mu\nu}I_{\nu'\mu\rho},$$

$$\mathcal{M}_6 = -\frac{2C_{15}}{q^2p^4}J_{\mu\nu'\rho'}d_{\rho\rho'}I^{(0)}_{\nu\nu'}\left[M_{\nu\mu\rho}(q_1,q_2)+M_{\nu\mu\rho}(q_2,q_1)\right],$$

$$L^q_{\mu\nu} = \overline{J^q_\mu J^{q*}_\nu}, \quad M^q_{\mu\nu} = \Big[C_{33}\big(\overline{J^q_{\mu\rho}J^{q*}_{\nu\rho'}} + \overline{J^{\bar{q}}_{\mu\rho}J^{\bar{q}*}_{\nu\rho'}}\big) +$$

$$+ C_{34}\big(\overline{J^q_{\mu\rho}J^{\bar{q}*}_{\nu\rho'}} + \overline{J^q_{\nu\rho'}J^{\bar{q}*}_{\mu\rho}}\big)\Big]d_{\rho\rho'},$$

$$I^{(1)}_{\mu\nu}=\int d\cos\theta^{*}\,M^{q}_{\mu\nu}(q_{1,2}\to -p_{2,1},\,m\to M),$$

$$M_{\nu\mu\varrho}(q_1,q_2)=\overline{J^{q}_{\mu}J^{q*}_{\nu\varrho}}\ ,\ I^{(0)}_{\mu\nu}=\int d\cos\theta^{*}\,\overline{J^{Q}_{\mu}J^{Q*}_{\nu}}.$$

$$I_{\mu\nu\varrho}=\int d\cos\theta^{*}\,\overline{J^{Q}_{\mu}J^{Q*}_{\nu\varrho}}=\int d\cos\theta^{*}\,M_{\mu\nu\varrho}(p_1,p_2),$$

$$d_{\varrho\varrho'}=-\overline{\varepsilon_{\varrho}(k)\,\varepsilon_{\varrho'}(k)}.$$

Черта над произведениями токов означает суммирование по поляризациям всех частиц в $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$. Цветовые коэффициенты $C_{\alpha\beta}=C_{\beta\alpha}(\alpha,\beta=1,2,\ldots,5)$ определяют результаты суммирования по цветовым степеням свободы $Q+\bar{Q}+g$ и усреднения по цветовым степеням свободы $q+\bar{q}$. В $SU(N)$ симметрии они равны $C_{\alpha\alpha}(\alpha\neq 5)=\tilde{N}^2/8N^3(8/27)$, $C_{12}=C_{34}=-\tilde{N}/8N^3(-1/27)$, $C_{55}=\tilde{N}/4N(2/3)$, $C_{14}=C_{23}=-\tilde{N}/4N^3(-2/27)$, $C_{13}=C_{24}==\tilde{N}(\tilde{N}-1)/8N^3(7/27)$, $C_{15}=-C_{25}=C_{35}=-C_{45}=\tilde{N}/8N(1/3)$, $\tilde{N}=N^2-1$ (в скобках приведены значения при $N=3$).

Перейдем теперь к инвариантному вычислению встречающихся в (2) интегралов. Наиболее просто это сделать для $I^{(0)}_{\mu\nu}$

$$I^{(0)}_{\mu\nu}=-A\,g^{P}_{\mu\nu}\ ,\ A=\frac{8}{3}(P^2+2M^2),\ g^{P}_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}-\frac{P_\mu P_\nu}{P^2}.$$

Тензор $I^{(1)}$ не сохраняется по импульсу q виртуального глюона. Как будет показано ниже, при вычислении его необходимо использовать результаты вычисления тензора третьего ранга $I_{\mu\nu\varrho}$. Чтобы, в свою очередь, найти тензор $I_{\mu\nu\varrho}$, мы воспользуемся следующими соотношениями:

$$M_{\mu\nu\varrho}(p_1,p_2)\,q_\nu=L^{Q}_{\mu\varrho}\,,\ M_{\mu\nu\varrho}(p_1,p_2)\,k_\varrho=L^{Q}_{\mu\nu}=\overline{J^{Q}_{\mu}J^{Q*}_{\nu}},$$

откуда следуют соотношения между интегральными тензорами

$$I_{\mu\nu\rho}q_\nu = I^{(0)}_{\mu\rho}, \quad I_{\mu\nu\rho}k_\rho = I^{(0)}_{\mu\nu}, \quad I_{\mu\nu\rho}p_\mu = 0. \qquad (3)$$

Используя (3), представим $I_{\mu\nu\rho}$ в виде суммы сохраняющейся и несохраняющейся частей

$$I_{\mu\nu\rho} = I'_{\mu\nu\rho} + R_{\mu\nu\rho},$$

$$I'_{\mu\nu\rho}p_\mu = R_{\mu\nu\rho}p_\mu = I'_{\mu\nu\rho}q_\nu = I'_{\mu\nu\rho}k_\rho = 0, \qquad (4)$$

$$R_{\mu\nu\rho}q_\nu = I^{(0)}_{\mu\rho}, \quad R_{\mu\nu\rho}k_\rho = I^{(0)}_{\mu\nu}.$$

Тензорная структура сохраняющейся части $I'_{\mu\nu\rho}$ определяется 4 инвариантными вещественными структурными функциями

$$I'_{\mu\nu\rho} = I_1 G_{\mu\nu}k_\rho + I_2 G_{\mu\rho}Q_\nu + I_3 G_{\nu\rho}P_\mu + I_4 P_\mu Q_\nu k_\rho,$$

$$G_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu}{kq} + \frac{q^2}{(kq)^2}k_\mu k_\nu,$$

$$Q_\mu = q_\mu - k_\mu\frac{q^2}{kq}, \quad P_\mu = Q_\mu + k_\mu, \qquad (5)$$

$$G_{\mu\nu}k_\nu = G_{\mu\nu}q_\nu = P_\mu p_\mu = Q_\mu q_\mu = 0.$$

Инвариантные структурные функции могут быть найдены решением системы четырех линейных уравнений

$$I_1 = \frac{2}{(kq)^2}\left[L\left(q^2p^2 + 2M^2(qp)\right) - q^2p^2 + 2M^2(kq)\right] + A\,\frac{3q^2+5p^2}{8(kq)^2},$$

$$I_2 = -\frac{2}{kq}\left(p^2 + 2M^2L\right) + A\,\frac{p^2}{(qp)(kq)},$$

$$I_3 = -\frac{2}{kq}\left(-q^2 - 4M^2 + 2M^2L\right) + \frac{A}{2(kq)},$$

$$I_4 = -\frac{4p^2}{(kq)^2} + A\,\frac{p^2}{(kq)^2(qp)}, \quad 2qp = q^2 + p^2. \qquad (6)$$

$$L=\frac{1}{\lambda}\ln\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\ ,\quad \lambda=\sqrt{1-\frac{4M^2}{p^2}}.$$

Несохраняющаяся часть может быть получена в явном виде

$$R_{\mu\nu\rho}=A\left[\frac{1}{kq}g^{p}_{\mu\nu}p_\rho+\frac{1}{qp}\left(g_{\mu\rho}-\frac{k_\mu p_\rho}{kq}\right)p_\nu\right]. \qquad (7)$$

Чтобы найти $R_{\mu\nu\rho}$ мы действовали следующим образом. Представим тензор $I_{\mu\nu\rho}$ в явно поперечном по p_μ виде $I_{\mu\nu\rho}= =g^{p}_{\mu\lambda}B_{\lambda\nu\rho}$. Другие структуры не могут возникать, т.к. мы имеем только два независимых вектора p_μ и q_μ. Тогда законы сохранения (3) для $B_{\lambda\nu\rho}$ упростятся $B_{\lambda\nu\rho}q_\nu=Ag_{\lambda\rho}$ $B_{\lambda\nu\rho}k_\rho=Ag_{\mu\nu}$, а явный вид (7) находится решением системы уравнений.

Возвращаясь к тензору $I^{(1)}_{\mu\nu}$, заметим, что результат будет зависеть от калибровки внешнего глюона (мы уже отмечали, что сохраняющейся должна быть только сумма вкладов всех пяти диаграмм)

$$d_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu n_\nu+k_\nu n_\mu}{kn}+\frac{n^2}{(kn)^2}(1-\xi)k_\mu k_\nu, \qquad (8)$$

где n_μ -произвольный вектор, ξ -вещественный параметр [15]. Зависимость $I^{(1)}_{\mu\nu}$ от калибровки глюона имеет вид

$$I^{(1)}_{\mu\nu}=\tilde{I}_{\mu\nu}-\frac{2}{kn}n_\rho\tilde{I}_{\mu\nu\rho}+\frac{n^2}{(kn)^2}(1-\xi)\,I^{\xi}_{\mu\nu}.$$

Из определения тензора $I^{(1)}_{\mu\nu}$ можно получить следующее соотношение:

$$\tilde{I}_{\mu\nu}q_\nu=2(C_{33}-C_{34})I_{\mu\rho}g_{\nu\rho}.$$

Это означает, что степень несохранения тензора $I^{(1)}_{\mu\nu}$ по импульсу q_μ характеризуется разностью соответствующих цветовых коэффициентов. В квантовой электродинамике эта разность равна нулю. Таким образом, для дивергенции тензора имеем

$$\widetilde{I}_{\mu\nu} q_\nu = 2(C_{33} - C_{34})\left[(2I_2 + kq I_4)Q_\mu + \frac{3A}{qp} p_\mu\right].$$

Представим далее тензор $\widetilde{I}_{\mu\nu}$ в виде суммы сохраняющейся и несохраняющейся частей

$$\widetilde{I}_{\mu\nu} = \widetilde{I}'_{\mu\nu} + R_{\mu\nu}, \qquad \widetilde{I}'_{\mu\nu} q_\nu = 0.$$

Сохраняющаяся часть $\widetilde{I}'_{\mu\nu}$ определяется двумя инвариантными структурными функциями

$$\widetilde{I}'_{\mu\nu} = J_1 G_{\mu\nu} + J_2 Q_\mu Q_\nu ,$$

$$J_1 = \frac{4}{(kq)^2}\Big\{ C_{33}\Big[L\big(4(kq)^2 + 4M^2(qp)\big) - q^4 - \qquad (9)$$

$$- p^4 - 8M^2(qp)\Big] + C_{34}\Big[L\big(2q^2p^2 - 4M^2(kq + 2M^2)\big) -$$

$$- 2q^2(p^2 - 2M^2)\Big]\Big\} - R_1 ,$$

$$J_2 = \frac{16}{(kq)^2}\left[2M^2 C_{33}(L-1) + C_{34}(2M^2 - p^2)\right],$$

$$R_1 = 2(C_{33} - C_{34})\left(2I_2 + kq I_4 + \frac{3A}{qp}\right).$$

Поскольку дивергенция несохраняющейся части $R_{\mu\nu}$ явно известна, то тензор $R_{\mu\nu}$ может быть восстановлен обычным способом

$$R_{\mu\nu}=\frac{1}{kq}\left(R_2-R_1\frac{q^2}{kq}\right)k_\mu k_\nu+\frac{R_1}{kq}\left(k_\mu q_\nu+k_\nu q_\mu\right),$$

$$R_2=-2\left(C_{33}-C_{34}\right)\left[\frac{q^2}{kq}\left(2I_2+kqI_4\right)+\frac{3A}{qp}\right]. \qquad (10)$$

Зависящие от калибровки внешнего глюона вклады в $I^{(1)}_{\mu\nu}$ определяются следующими формулами:

$$\tilde{I}_{\mu\nu\rho}=2\left(C_{33}-C_{34}\right)I_{\mu\nu\rho}\,,\quad I^{\xi}_{\mu\nu}=2\left(C_{33}-C_{34}\right)I^{(0)}_{\mu\nu}.$$

С помощью этих формул можно убедиться, что квадрат модуля полного матричного элемента (проинтегрированный по конечной $Q\bar{Q}$ -паре) не зависит от калибровки внешнего глюона

$$\mathfrak{M}_\rho=-\frac{2}{3q^4p^4}L^{(q)}_{\mu\nu'}I^{(0)}_{\mu'\nu'}J_{\mu\nu\rho}\left(2(kq)g_{\nu\mu'}-J_{\nu\mu'\rho'}k_{\rho'}\right),$$

$$\mathfrak{M}^{\xi}=-\frac{2}{3q^4p^4}L^{(q)}_{\mu\mu'}I^{(0)}_{\nu\nu'}\left(2(kq)g_{\mu\nu}-J_{\mu\nu\rho}k_\rho\right)\left(2(kq)g_{\mu'\nu'}-J_{\mu'\nu'\rho}k_\rho\right),$$

где $\mathfrak{M}_\rho$ и $\mathfrak{M}^{\xi}$ -зависящие от калибровки вклады в квадрат матричного элемента

$$\mathfrak{M}=\tilde{\mathfrak{M}}-\frac{2}{kn}n_\rho\mathfrak{M}_\rho+\frac{n^2}{(kn)^2}(1-\xi)\mathfrak{M}^{\xi}.$$

Из явного вида $J_{\mu\nu\rho}$ (1) следует, что $2(kq)g_{\mu\nu}-J_{\mu\nu\rho}k_\rho=$ $=p_\mu p_\nu-q_\mu q_\nu$, а, следовательно, $\mathfrak{M}_\rho=\mathfrak{M}^{\xi}=0$.

Таким образом, отдельные вклады в квадрат модуля матричного элемента, проинтегрированные по конечной $Q\overline{Q}$ -паре, определяются формулами

$$\mathfrak{M}_1=\frac{4}{q^4}\Big[(q^2+2m^2)J_1-2\frac{q^2\varkappa_1\varkappa_2}{(kq)^2}\left(J_1+q^2J_2\right)-2\frac{\varkappa_1\varkappa_2}{kq}\left(R_2-\frac{q^2}{kq}R_1\right)\Big],$$

$$\mathfrak{M}_2=\frac{4A}{p^4}\Big[C_{33}\Big(-4+\frac{(kq)^2+m^2(qp+m^2)}{\varkappa_1\varkappa_2}-m^2(p^2+2m^2)\times\frac{(kq)^2}{\varkappa_1^2\varkappa_2^2}\Big)+C_{34}\frac{q^2p^2+2m^2(kq)-4m^4}{\varkappa_1\varkappa_2}-2\left(C_{33}-C_{34}\right)\frac{q^2+2m^2}{p^2}\Big]$$

$$\mathfrak{M}_3=\frac{4AC_{55}}{q^4p^6}\Big[q^2(q^4-2q^2p^2-2p^4)-4\varkappa_1\varkappa_2p^2(q^2-4p^2)\Big]$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_4=\frac{2(C_{13}-C_{23})}{q^2p^2}\Big\{&I_1\Big[8(q^2+2m^2)-16\frac{q^2\varkappa_1\varkappa_2}{(kq)^2}\Big]+\\&+I_2\Big[16\frac{q^4\varkappa_1\varkappa_2}{(kq)^3}-8\frac{q^2(p^2+m^2)}{kq}+4\frac{m^2q^2(kq)}{\varkappa_1\varkappa_2}\Big]+I_3\times\\&\times\Big[16\frac{q^4\varkappa_1\varkappa_2}{(kq)^3}-4\frac{q^2(qp)}{kq}-8(q^2+2m^2)-16\frac{m^2(qp)}{kq}+\\&+4m^2\frac{(qp)(kq)}{\varkappa_1\varkappa_2}\Big]-I_4\frac{16q^2(qp)\varkappa_1\varkappa_2}{kq}+2A\Big[\frac{q^2p^2+m^2(qp)+\frac{2m^2(kq)^2}{qp}}{\varkappa_1\varkappa_2}\\&-\frac{2}{qp}\Big(p^2+\frac{4m^2q^2}{kq}\Big)-8\frac{\varkappa_1\varkappa_2}{p^2(qp)}\Big]\Big\}.\end{aligned}\qquad(11)$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_5=\frac{8C_{15}}{q^4p^2}\Big\{&(q^2+2m^2)\Big[2(kq)\left(I_1-I_3\right)+A\Big(2\frac{qp}{kq}-1\Big)\Big]-\\&-4\varkappa_1\varkappa_2\Big[\frac{q^2}{kq}\left(I_1-2I_2-I_3+qpI_4\right)+A\Big(\frac{q^2}{(kq)(qp)}-\frac{3}{qp}-\\&-\frac{1}{2p^2}\Big)\Big]\Big\}\end{aligned}$$

$$\mathfrak{M}_6=\frac{8C_{15}A}{q^2p^4}\Big[kq\,\frac{q^2p^2+m^2(qp)}{\varkappa_1\varkappa_2}+$$

$$+2(p^2-2m^2)-2\frac{q^2(q^2+2m^2)}{p^2}+4\frac{\varkappa_1\varkappa_2}{p^2}\Big]. \quad \begin{matrix}\varkappa_1=kq_1\\ \varkappa_2=kq_2\end{matrix}$$

При больших поперечных импульсах $p_T^2 \gg m^2$, $\varkappa_1\varkappa_2 \simeq \simeq q^2 p_T^2/4$ эти вклады имеют вид

$$\mathfrak{M}_1^T=\frac{4}{q^2}\Big[J_1-\frac{\beta}{2}(J_1+q^2J_2)-\frac{\beta}{2}(kq)\Big(R_2-\frac{q^2}{kq}R_1\Big)\Big],$$

$$\mathfrak{M}_2^T=\frac{8A}{p^4}\Big[C_{33}\Big(\frac{4}{\beta}-2-\frac{q^2}{p^2}\Big)+C_{34}\Big(2\frac{p^2}{p_T^2}+\frac{q^2}{p^2}\Big)\Big],$$

$$\mathfrak{M}_3^T=\frac{4AC_{55}}{q^2p^6}\Big[q^4+4p^2(qp)-p_T^2(q^2-4p^2)\Big],$$

$$\mathfrak{M}_4^T=\frac{2(C_{13}-C_{23})}{q^2p^2}\Big[8\Big(1-\frac{\beta}{2}\Big)q^2I_1+2\frac{q^2}{kq}(\beta q^2-4p^2)I_2+ \tag{I2}$$

$$+2\frac{q^2}{kq}(3p^2-q^2+2q^2\beta)I_3-q^2(qp)\beta I_4+\frac{4A}{p^2(qp)}\Big(\frac{p^2}{p_T^2}-$$

$$-\frac{p^2}{q^2+p^2}-\frac{q^2p_T^2}{p^2(q^2+p^2)}\Big)\Big],$$

$$\mathfrak{M}_5^T=\frac{8C_{15}}{q^2p^2}\Big\{2(kq)(I_1-I_3)+A\Big(2\frac{qp}{kq}-1\Big)-$$

$$p_T^2\Big[\frac{q^2}{kq}(I_1-2I_2-I_3+qp\,I_4)+A\Big(\frac{q^2}{(qp)(kq)}-$$

$$-\frac{3}{qp}-\frac{1}{2p^2}\Big)\Big]\Big\},$$

$$\mathfrak{M}_6^T=\frac{8AC_{15}}{q^2p^4}\Big[2\frac{q^4}{p^2}-2p^2-q^2\frac{p_T^2}{p^2}-2p^2\frac{(kq)}{p_T^2}\Big],$$

$$\beta=4q^2p_T^2/(q^2-p^2)^2,\quad \mathfrak{M}_i^T=\mathfrak{M}_i^T(q^2,p^2,p_T^2).$$

Дифференциальное сечение процесса $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$ следующим образом связано с квадратом модуля матричного элемента:

$$\frac{d\hat{\sigma}_q}{dp^2\,d\varkappa_1}=\frac{\alpha_s^3\,\lambda}{16\,\hat{s}(\hat{s}-4m^2)}\,\mathcal{M}(\hat{s},p^2,\varkappa_1), \qquad (\text{I3})$$

где $\hat{s}=(q_1+q_2)^2=q^2$ –квадрат полной энергии сталкивающихся кварков.

Используя полученные формулы для $\mathcal{M}(q^2,p^2,\varkappa_1)$, можно получить распределение $d\hat{\sigma}_q/dp^2$, выполнив интегрирование по углу образования глюона. Отдельные вклады в $d\hat{\sigma}_q/dp^2$ определяются тогда формулами $\left(\mathcal{M}_i^{\varkappa}=\int d\varkappa_1\,\mathcal{M}_i(q^2,p^2,\varkappa_1)\right)$

$$\mathcal{M}_1^{\varkappa}=\frac{4(kq)\lambda_q(q^2+2m^2)}{3q^4}\left[2J_1-q^2J_2+R_1-\frac{kq}{q^2}R_2\right],$$

$$\mathcal{M}_2^{\varkappa}=\frac{8(kq)\lambda_q A}{p^4}\left\{C_{33}\left[L_q\left(1-\frac{m^2(q^2-3p^2-4m^2)}{2(kq)^2}\right)-\left(2+\frac{q^2}{(kq)^2}(p^2+2m^2)+\frac{q^2+2m^2}{p^2}\right)\right]+C_{34}\left[L_q\frac{q^2p^2+2m^2(kq)-4m^4}{(kq)^2}+\frac{q^2+2m^2}{p^2}\right]\right\},\quad \mathcal{M}_3^{\varkappa}=\frac{4(kq)\lambda_q A C_{55}}{3q^6p^6}\left[3q^4(q^4+2q^2p^2+2p^4)-2(kq)^2p^2(q^2-4p^2)(q^2+2m^2)\right], \qquad (\text{I4})$$

$$\mathcal{M}_4^{\varkappa}=\frac{8(kq)\lambda_q(C_{13}-C_{23})}{q^2p^2}\left\{\frac{4}{3}(q^2+2m^2)I_1+2\frac{q^2}{kq}I_2\times\left[\frac{1}{3}(q^2+2m^2)-p^2+m^2L_q\right]+2\frac{q^2}{kq}I_3\left[\frac{1}{3}(q^2+2m^2)+\frac{p^2}{4}-\frac{3}{2}q^2-2m^2+m^2\frac{qp}{kq}L_q\right]-\frac{2}{3}(kq)(qp)(q^2+2m^2)I_4+A\left[L_q\frac{q^2p^2+m^2(qp)+2m^2(kq)^2/(qp)}{(kq)^2}-\frac{p^2(kq)+4m^2q^2}{(kq)(qp)}-\frac{2}{3}\frac{kq}{p^2}\frac{q^2+2m^2}{qp}\right]\right\}$$

$$\mathcal{M}_5^{\varkappa}=\frac{8(kq)\lambda_q C_{15}(q^2+2m^2)}{q^4p^2}\times$$

$$\left[\frac{4}{3}(kq)\left(I_1+I_2-I_3-\frac{qp}{2}I_4\right)+A\left(2\frac{qp}{kq}+\frac{(kq)^2}{3q^2p^2}+\frac{2(kq)^2}{q^2(qp)}-\frac{2kq}{3qp}-1\right)\right],$$

$$\mathfrak{M}_6^{\varkappa}=\frac{16(kq)\lambda_q A C_{15}}{q^2p^4}\left[\frac{q^2p^2+m^2(qp)}{kq}L_q+p^2-2m^2-\frac{q^2}{p^2}(q^2+2m^2)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{3}(kq)^2\frac{q^2+2m^2}{q^2p^2}\right],\ \lambda_q=\sqrt{1-\frac{4m^2}{q^2}},\ L_q=\frac{1}{\lambda_q}\ln\frac{1+\lambda_q}{1-\lambda_q}.$$

Эти величины определяют распределение по инвариантной массе $Q\bar{Q}$ -пары

$$\frac{d\hat{\sigma}_q}{dp^2}=\frac{\alpha_s^3\lambda}{16\hat{s}(\hat{s}-4m^2)}\mathfrak{M}^{\varkappa}(\hat{s},p^2). \qquad (15)$$

При $\hat{s}\gg 4M^2\gg 4m^2$ и $p^2\sim\hat{s}-m^2$ имеем

$$\frac{d\hat{\sigma}_q}{dp^2}\simeq\frac{8\alpha_s^3\lambda}{3m^2\hat{s}}\left(\ln\frac{\hat{s}}{m^2}+\ln\frac{p^2}{M^2}\right)C.$$
$$C=C_{34}+C_{13}-C_{14} \qquad (16)$$

В квантовой электродинамике $C=1$, в квантовой хромодинамике $C=8/27$. Положив в (II-I5) $C_{15}=C_{51}=0$, а остальные цветовые коэффициенты единице, получим формулы, справедливые для процесса $e^+e^-\to\mu^+\mu^-\gamma$ [10].

В пределе нулевого поперечного импульса, $p_T\to 0$, $\varkappa_1\varkappa_2\simeq m^2(kq)^2/q^2$ "выживают" только следующие вклады в квадрат модуля матричного элемента:

$$\mathfrak{M}_2^T(q^2,p^2,0)\simeq\frac{q^2}{m^2}\frac{4A}{q^4}\left[C_{33}\left(1-\frac{q^2p^2}{(kq)^2}\right)+C_{34}\frac{q^2p^2}{(kq)^2}\right],$$
$$\mathfrak{M}_4^T(q^2,p^2,0)\simeq\frac{q^2}{m^2}\frac{4A}{(kq)^2}(C_{13}-C_{23}), \qquad (17)$$
$$\mathfrak{M}_6^T(q^2,p^2,0)\simeq\frac{q^2}{m^2}\frac{4A}{p^2(kq)}C_{15}.$$

Таким образом, в этом пределе дифференциальное сечение процесса $q\bar{q} \to Q\bar{Q}g$ определяется следующей формулой:

$$\left.\frac{d\hat{\sigma}_q}{dp^2 dp_T^2}\right|_{p_T^2=0} \simeq \frac{\alpha_s^3 \lambda (p^2+2M^2)}{3(\hat{s}-p^2)p^4 m^2} C. \qquad (18)$$

Процесс кварк-глюонных столкновений описывается также пятью диаграммами Фейнмана. Квадрат модуля матричного элемента его может быть получен из квадрата модуля матричного элемента процесса $q\bar{q} \to Q\bar{Q}g$ заменой $q_2 \to -q_2$ и $k \to -k$ (и изменением общего знака). Результаты инвариантного интегрирования могут быть обобщены и на этот процесс. Дифференциальное сечение процесса $gq \to Q\bar{Q}q$ может быть записано в виде

$$\frac{d\hat{\sigma}_g}{dp^2 dQ^2} = -\frac{\alpha_s^3 \lambda}{32(\hat{s}-m^2)^2} \mathfrak{M}\left(-Q^2, p^2, \frac{m^2-\hat{s}}{2}\right)\left\langle\frac{3}{8}\right\rangle, \qquad (19)$$

где $Q^2=-q^2>0$, $\hat{s}$ –квадрат полной энергии сталкивающихся кварка и глюона. Поперечный импульс $Q\bar{Q}$ –пары в этом случае равен

$$p_T^2 = \frac{\hat{s}Q^2(\hat{s}-p^2-Q^2)-m^2(p^4+2\hat{s}Q^2-m^2Q^2)}{(\hat{s}-m^2)^2} \simeq \frac{Q^2}{\hat{s}}(\hat{s}-p^2-Q^2). \qquad (20)$$

В пределе больших поперечных импульсов (когда можно пренебречь массой легких кварков) для дифференциального сечения процесса $gq \to Q\bar{Q}q$ получим

$$\frac{d\hat{\sigma}_g^{(\pm)}}{dp^2 dp_T^2} = -\frac{\alpha_s^3 \lambda}{32\hat{s}D} \mathfrak{M}^T\left(\frac{p^2-\hat{s}\pm D}{2}, p^2, \hat{s}\frac{\hat{s}-p^2\pm D}{\hat{s}-p^2\mp D}\right) \qquad (21)$$

$$D=\sqrt{(\hat{s}-p^2)^2-4\hat{s}p_T^2}.$$

где знаки $\pm$ соответствуют знаку продольного импульса $Q\overline{Q}$ -пары в с.ц.и. сталкивающихся частиц.

Поскольку для процесса $gq \to Q\overline{Q}q$ физическая область по p^2 заключена в интервале $4M^2 < p^2 < (\sqrt{\hat{s}} - m)^2$, а для процесса $q\overline{q} \to Q\overline{Q}g$ в интервале $4M^2 < p^2 < \hat{s}$, то в очень малом интервале инвариантных масс $Q\overline{Q}$ -пары, а именно, при $(\sqrt{\hat{s}}-m)^2 < p^2 < \hat{s}$ не будет работать процесс $gq \to Q\overline{Q}q$. Заметим, что в разность сечений образования $Q\overline{Q}$ -пары в $\overline{p}p$ - и pp-столкновениях будет давать вклад только процесс $q\overline{q} \to Q\overline{Q}g$.

В заключение выпишем формулы для вычисления тех вкладов в распределения $Q\overline{Q}$ -пары, образующейся при столкновении адронов A и B, которые обусловлены процессами $q\overline{q} \to Q\overline{Q}g$ и $gq \to Q\overline{Q}q$

$$\frac{d\sigma_{q+g}}{dp^2 dp_T^2} = \int\limits_{x_1 x_2 > y} dx_1 dx_2 \sum_{q=u,d,s} \Big\{ \Big[q^A(x_1, Q^2)\overline{q}^B(x_2, Q^2) + \overline{q}^A(x_1, Q^2) q^B(x_2, Q^2) \Big] \frac{d\hat{\sigma}_q}{dp^2 dp_T^2} + \tag{22}$$

$$+ G^A(x_1, Q^2)\Big[q^B(x_2, Q^2) + \overline{q}^B(x_2, Q^2)\Big] \frac{d\hat{\sigma}_g^{(+)}}{dp^2 dp_T^2} +$$

$$+ \Big[q^A(x_1, Q^2) + \overline{q}^A(x_1, Q^2)\Big] G^B(x_2, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}_g^{(-)}}{dp^2 dp_T^2},$$

где $\hat{s} = x_1 x_2 S$, $y = \left(p_T + \sqrt{p_T^2 + p^2}\right)^2 / S$ (если величины p^2 и p_T^2 фиксированы), $q^A(x, Q^2)$, $\overline{q}^A(x, Q^2)$-функции распределения кварков и антикварков, $G^A(x, Q^2)$ -функция распределения глюонов в адроне A [16, 17]. "Бегущая" константа выбиралась в стандартном виде [18]

$$\alpha_s(Q^2)=\frac{12\pi}{(33-2n_f)\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2}}, \qquad (23)$$

где $n_f=5$ -число ароматов, $\Lambda=0,5$ Гэв. В формулах (22) и (23) мы полагаем $Q^2=p^2$.

Область интегрирования по x_1 и x_2 изображена на рис.2.

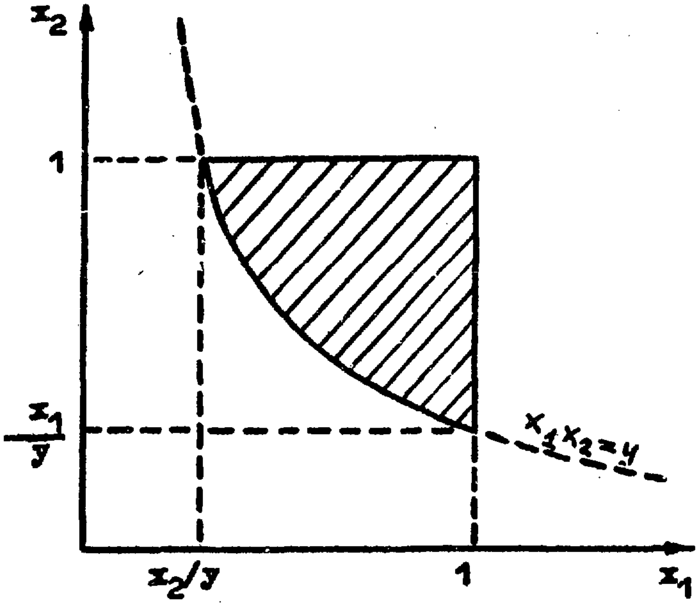


Рис.2.

Если вкладом "моря" кварк-антикварковых пар пренебречь, то в pp взаимодействие будет давать вклад только процесс $gq\to Q\bar{Q}q$. В $\bar{p}p$ -рассеяние будут давать вклад процессы $q\bar{q}\to Q\bar{Q}g$, $gq\to Q\bar{Q}q$ и $g\bar{q}\to Q\bar{Q}\bar{q}$. На рис.3 показана зависимость от поперечного импульса (а) и инвариантной массы $Q\bar{Q}$ -пары (б) сечения $d\sigma_{q+g}/dp^2dp_T^2(\bar{p}p\to Q\bar{Q}X)$ при энергии $\sqrt{S}=27,4$ Гэв.

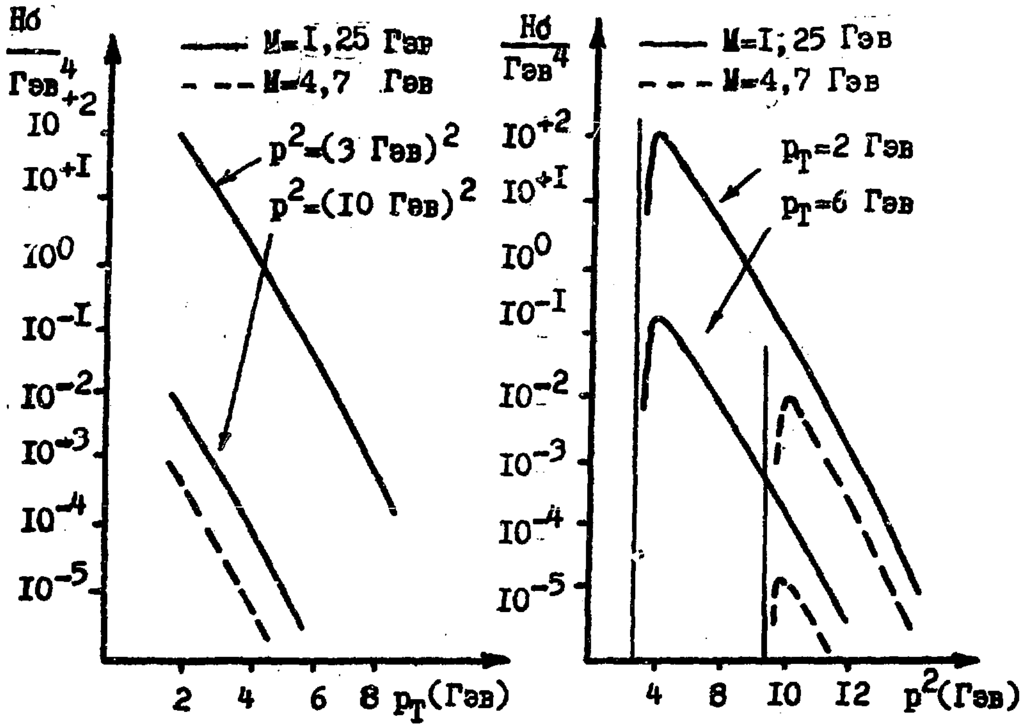


Рис.3.

Таким образом, техника инвариантного интегрирования позволяет в аналитическом виде найти распределения $d\hat{\sigma}/dp^2 dp_T^2$ и $d\hat{\sigma}/dp^2$ для процессов $q\bar{q} \to Q\bar{Q}g$ и $gq \to Q\bar{Q}q$, которые ранее вычислялись численно с помощью ЭВМ. Эта техника может быть использована и при анализе процессов образования $Q\bar{Q}$ -пар за счет глюон-глюонных столкновений $gg \to Q\bar{Q}$. Знание общей тензорной структуры перехода $gg \to QQ$ позволит найти вклад двухглюонного механизма в сечения процессов $qq \to Q\bar{Q}qq$ и $q\bar{q} \to Q\bar{Q}q\bar{q}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Явный вид тензоров $M_{\nu\mu\rho}(q_1,q_2)$ и $M^q_{\mu\nu}$ определяется следующими формулами:

$$M_{\nu\mu\rho}(q_1,q_2) = -\frac{2}{\varkappa_1}\Big[g_{\mu\nu}\Big(\varkappa_2 q_{1\rho} - \varkappa_1 q_{2\rho} + (2q_1-k)_\rho \frac{q^2}{2}\Big)$$

$$- q_{1\rho}(k_\mu q_{2\nu} + k_\nu q_{2\mu}) + \varkappa_1 (q_{2\mu} g_{\nu\rho} + q_{2\nu} g_{\mu\rho}) +$$

$$+ (2q_1-k)_\rho (q_{1\mu} q_{2\nu} + q_{1\nu} q_{2\mu}) + q_{2\rho}(k_\mu q_{1\nu} - k_\nu q_{1\mu}) +$$

$$+ \varkappa_2 (q_{1\mu} g_{\nu\rho} - q_{1\nu} g_{\mu\rho}) + \frac{q^2}{2}\big(k_\nu g_{\mu\rho} - k_\mu g_{\nu\rho}\big)\Big],$$

$$M^q_{\mu\nu} = \frac{4C_{33}}{\varkappa_1^2}\Big[g_{\mu\nu}\big(m^4 - m^2(kq) + m^2(q_1 q_2) - \varkappa_1 \varkappa_2\big)$$

$$- m^2 (q_{1\mu} q_{2\nu} + q_{1\nu} q_{2\mu}) + (m^2 + \varkappa_1)(k_\mu q_{2\nu} + k_\nu q_{2\mu})\Big]$$

$$+ (1 \leftrightarrow 2) +$$

$$+ \frac{4C_{34}}{\varkappa_1 \varkappa_2}\Big[2(q_1 q_2)(kq - q_1 q_2 - m^2) g_{\mu\nu} + 2\varkappa_1 q_{2\mu} q_{2\nu} +$$

$$+ 2\varkappa_2 q_{1\mu} q_{1\nu} - 2m^2 k_\mu k_\nu + (2q_1 q_2 - kq)(q_{1\mu} q_{2\nu} + q_{1\nu} q_{2\mu})$$

$$- (q_1 q_2)\big(k_\mu (q_1+q_2)_\nu + k_\nu (q_1+q_2)_\mu\big)\Big].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Kunszt Z., Pietarinen E., Reya E. Transverse momenta of hadronically produced heavy-quark systems: 2-3 Processes in quantum chromodinamics. Phys. Rev., 1980, D21, N3, p. 733-741.
2. Kunszt Z., Pietarinen E. QCD scattering processes with hard gluon emission. Z. Phys., 1979, C2, N4, p. 355-358.
3. Gottschalk T., Sivers D. Basic processes and formalism for the hadronic production of three large-p_T jets. Phys. Rev., 1980, D21, N1, p. 102-130.
4. Drell S.D., Yan T.M. Lepton pair production in hadron collisions. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, N8, p. 316-318.
5. Politzer H.D. Gluon corrections to Drell-Yan processes. Nucl. Phys., 1977, B129, N3, p. 301-318.
6. Kajantie K., Raitio R. Gluon effects in muon pair production. Nucl. Phys., 1978, B139, N1, p. 72-84.
7. Contogouris A.P., Kripfganz J. Scale violations and the quark-gluon corrections to the Drell-Yan formalism. Phys. Rev., 1979, D19, N7, p. 2207-2210.
8. Fritzsch H., Minkowski P. Quark-gluon collisions as the source of dimuon production at large transverse momenta in proton-nucleon scattering. Phys. Lett., 1978, 73B, N1, p. 80-84.
9. Hansl T., Holder M., Knobloch J. et al. Results of "beam-dump" experiment at the CERN SPS neutrino facility. Phys. Lett., 1978, 74B, N1-2, p. 139-142.
10. Байер В.Н., Хозе В.А. Излучение фотона при рождении пары мюонов в электрон-позитронном столкновении. ЖЭТФ, 1965, 48, № 3, с. 946-951.
11. Байер В.Н., Хозе В.А., Фадин В.С. Электромагнитное рождение пар частиц. ЖЭТФ, 1966, 50, № 1, с. 156-168.

12. Зима В.Г. Фотообразование электрон-позитронных пар. ЯФ, 1972, 16, № 5, с. 573-597.
13. Bonneau G., Gourdin M., Martin F. Inelastic lepton (anti-) lepton scattering and the two-photon exchange approximation. Nucl. Phys., 1973, B54, N2, p.573-597.
14. Budnev V.M., Ginzburg I.F., Meledin G.V., Serbo V.G. The two-photon particle production mechanism. Phys. Repts., 1975, 15C, N4, p. 181-282.
15. Dokshitzer Yu.L., Dyakonov D.I., Troyan S.I. Hard processes in quantum chromodynamics. Phys. Repts., 1980, 58, N5, p. 269-395.
16. Buras A.J., Gaemers K.J.F. Simple parametrization of parton distributions with Q^2 dependence given by asymptotic freedom. Nucl. Phys., 1978, B132, N3-4, p. 249-267.
17. Owens J.F., Reya E. Hadronic Y production, parton distributions and quantum chromodynamics. Phys. Rev., 1978, D17, N11, p. 3003-3009.
18. Gluck M., Reya E. Determinative deep inelastic tests of strong interaction field theories. Nucl. Phys., 1979, B156, N3, p. 456-464.

Рукопись поступила 22 января 1982 года

Степан Анатольевич Дуплий
Михаил Петрович Рекало

Расчет характеристик процессов $2 \to 3$ в квантовой хромодинамике методом инвариантного интегрирования

Редактор А.И.Королева Техн.редактор Г.В.Довженко
БФ 06260 Зак. 136 Формат 60x90/16. Уч.-изд.л.1,0
Подписано к печати 23.02.1982 г. Тираж 295. Цена 8 коп.
Офсетная лаборатория Института теоретической физики АН УССР

8 коп.

Препринты Института теоретической физики АН УССР
рассылаются научным организациям и отдельным ученым
на основе взаимного обмена.

Наш адрес: 252130, Киев-130
ИТФ АН УССР
Информационный отдел

The preprints of the Institute for Theoretical Physics are distributed to scientific institutions and individual scientists on the mutual exchange basis.

Our address:

Information Department
Institute for Theoretical Physics
252130, Kiev-130, USSR