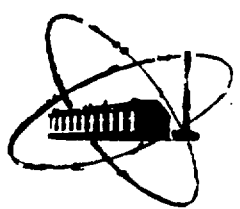


ИЗДАНИЕ

ФЭИ-1368



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

С. И. ЩЕРБАКОВ

**Расчет течения и температурных полей
в проточных частях
и конструктивных элементах
теплотехнического оборудования**

Обнинск — 1982

УДК 621.039.534

С. И. Щербаков.

Расчет течения и температурных полей в проточных частях и конструктивных элементах теплотехнического оборудования.
ФЭИ-1368. Обнинск: ФЭИ, 1982. — 18с.

Описан метод численного расчета двумерных распределений взаимосогласованных характеристик течения и температур в теплоносителе и элементах конструкций теплообменного оборудования, проточных частях реакторов и т. п. (сопряженная задача) безотносительно к конфигурации проточной части и взаимоположению элементов. Расчет течения производится с учетом сил энергии, трения о распределенные гидравлические препятствия и соседних слоев жидкости, термоконвективных сил, с учетом воздействия распределенных в проточной части источников и стоков расхода и различными типами граничных условий. Аналогичной универсальностью характеризуется расчет распределения температур.

Данная работа посвящена разработке метода численного расчета двумерных распределений характеристик течения (полей осредненных скоростей) и температур в элементах конструкций и проточных частях различного оборудования, используемого в энергетике, такого, как теплообменники, реакторы АЭС, коллекторы различной формы, баки со сложным течением и т.п.

Целями разработки были:

- при разумных ресурсах ЭВМ обеспечить возможность расчета протяженных объектов, содержащих различные по функциональному назначению части, частично заполненные гидравлическими препятствиями (такими, как трубные пучки и т.п.), для исследования взаимовлияния этих частей, и в то же время обеспечить правильный учет микроструктуры объектов - различных выступов на их поверхностях, свойства препятствий - как для получения локальных характеристик, так и для оценки влияния микроструктуры на решение объекта в целом,

- обеспечить возможность расчета объектов произвольной конфигурации и сущности проходящих теплогидравлических процессов, например, решение задач с источниками (стоками) расхода и тепла в третьем измерении, сопряженных задач теплообмена и течения, когда они взаимно друг друга определяют и т.п., при минимальных затратах времени пользователя.

Таких обобщенных методик и программ для инженерных расчетов в настоящее время нет, хотя следует отметить ряд частных моделей для расчетов конкретного оборудования [7,8].

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается произвольный двумерный объект, в том числе состоящий из нескольких объектов, каждый из которых может включать проточную часть, в частности с пронизываемыми гидравлическими препятствиями и расположенные в ней (или ограничивающие ее) непроницаемые твердые тела. Для каждого объекта известны:

- физические свойства протекающей несжимаемой жидкости и материалов тел - теплоемкость - C_p , теплопроводность - λ , плотность $\rho(T)$, вязкость - μ ;

- положение поверхностей, ограничивающих проточную часть и граничных поверхностей тел, включая внутренние;
- конфигурация объекта в направлении, перпендикулярном плоскости рассмотрения - линейные размеры $l(\vec{r})$, коэффициенты загромождения проточных частей - $\varepsilon(\vec{r})$ и расположение объекта в пространстве относительно земли;
- значения коэффициентов гидравлического сопротивления препятствий, размещенных в проточной части - $\zeta(V, Re)$;
- объемное тепловыделение как в жидкости, так и в твердых телах - $Q(\vec{r})$, либо характеристики теплообмена к среде в параллельной проточной части (теплообменники), распределенные объемные источники (стоки) расхода;
- граничные условия, включающие температуру окружающей объект среды, условия на входе и выходе жидкости в проточные части (либо распределение расходов, либо направление векторов скорости в сечениях входа и выхода), контактные термические сопротивления на поверхности раздела тел и жидкости;
- начальное температурное состояние объекта - $T(\vec{r}, \tau=0)$, расходы через все проточные части - G и (или) распределение расходов по граничным поверхностям проточных частей.

Задача расчета состоит в построении согласованных между собой распределений векторов скоростей в проточных частях объекта и распределений температур как в текущей среде, так и в элементах конструкции. Частные задачи могут содержать одну из перечисленных.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Распределение характеристик течения (вектор скорости, завихренность и т.п.) при известной геометрии проточной части и граничных условиях определяется решением уравнений движения для двумерного случая

$$\rho \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \iint \rho \vec{v} \Omega d\vec{s} = \oint d\vec{r} [\rho \vec{g} + \mu_{\text{экв}} \nabla^2 V] + g \cdot \Omega g \quad (I)$$

(5) (2)

$$\int_{(s)} \rho \vec{v} d\vec{s} = q \tau \quad \tau \tilde{\Omega} = \int d\vec{\tau} [\vec{v}] \quad \rho = \rho(\tau) \quad (2,3,4)$$

Здесь: ρ - плотность жидкости, \vec{v} - вектор скорости, \vec{g} - ускорение свободного падения, $\mu_{\text{экв}}$ - эквивалентная вязкость с учетом турбулентности, q - объемная плотность источников (стоков) расхода с вносимой этими источниками завихренностью Ω , $\Omega_q = \tilde{\Omega}$ если q - сток), $v, \vec{s}, \vec{\tau}$ - соответственно объем интегрирования, его поверхность и замкнутый контур, ограничивающий проекцию объема на плоскость решения, в квадратных скобках осреднены по глубине объекта (только по свободному для течения пространству).

Уравнения движения (1-3) представлены в интегральном виде в форме закона сохранения величины Ω , представляющей собой объемную плотность вихревых линий. Такая форма (эквивалентная любой другой дифференциальной или интегральной без каких-либо допущений) как показано в [1] предпочтительна в качестве исходной для вывода конечно-разностных уравнений -аналогов.

Эта консервативная форма позволяет не рассматривать в деталях течение внутри объемов V , могущих, например, содержать гидравлические препятствия, ограничиваясь рассмотрением функций на поверхностях объемов, что соответствует дискретному подходу.

Значок осреднения над $\tilde{\Omega}$ поставлен для различения средней по объему величины в (3) от локальной в (1). При допущении о том, что средние по объему равны средним по поверхностям, лежащим внутри объема, значок осреднения можно опустить. Более точным является переход с помощью "коэффициента присоединенной массы" (зависящего от типа гидравлических препятствий):

$$\Omega = (1 + \lambda) \cdot \tilde{\Omega}$$

Распределение температур как в жидкости, так и в твердых элементах конструкции определяется при заданных граничных условиях решением уравнения баланса тепловой энергии

$$\tau c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + \int_{(s)} \rho \vec{v} c_p T d\vec{s} - \int_{(s)} \lambda_{\text{эфф}} \nabla T d\vec{s} = q \tau + q \cdot v \cdot c_p \cdot T_q \quad (5)$$

Здесь: C_p - теплоемкость, T - температура, $\lambda_{эф}$ - эффективный (с учетом турбулентности) коэффициент теплопроводности, q - объемная плотность источников (стоков) тепла, g - источники расхода с температурой T_g , $T_g = T$ если g - сток.

Величина q может определяться и по температуре θ теплоносителя в параллельной проточной части

$$q = k \cdot F_v \cdot (\theta - T) \quad (6)$$

где k - локальный коэффициент теплопередачи, F_v - величина теплопередающей поверхности в единице объема. Отметим, что объем v' в (5) может не совпадать с v в (1+3). В (1+3) v - это объем проточной части, в (5) - в случае конструктивного элемента - весь геометрический объем.

3. ДИСКРЕТНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Для построения полей характеристик течения и температур исследуемый объект и окружающая его среда считаются состоящими из множества пронумерованных, граничащих между собой четырехгранных элементов i, k . Причем каждой гранью элемент граничит только с одним другим элементом. Совокупность нескольких элементов представлена на рис. 1. Каждый элемент имеет объем $v_{i,k}$ и площади граней $S_{i,k}^1, S_{i,k}^2, S_{i,k}^3, S_{i,k}^4$, где верхний индекс характеризует направление нормального к грани вектора, а нижние - принадлежность элементу. Для использования в уравнениях (1+3) объем и площади его граней умножаются на локальную долю проточной части в объеме - $E_{i,k}$. В пределах показанных на рис. 1 элементов температура и зависящие от нее физические свойства жидкости и материалов конструктивных элементов - ρ, C_p, μ а также источники и стоки тепла и расхода считаются независимыми от координаты внутри элемента. На гранях элементов определены дискретно компоненты вектора скорости (на каждой грани - только перпендикулярная ей компонента), которые считаются независимыми от координаты вдоль грани.

Уравнения баланса расходов (2) и тепла (5) для элементов, выраженные через дискретные функции имеют вид:

$$\sum_{l=i,k} (G_{i,k}^l - G_{i-l,k-k+l}^l) = g_{i,k} \cdot v_{i,k} \quad (7)$$

$$\sum_{l=i,k} (Q_{i,k}^l - Q_{i-l,k-k+l}^l) = v_{i,k} \left(q_{i,k} - c_{p,i,k} \frac{\partial T_{i,k}}{\partial \tau} + g_{i,k} c_{p,i,k} T_{g,i,k} \right) \quad (8)$$

$$G_{i,k}^l = v_{i,k}^l \left(\rho_{i,k} + \rho_{i-l,k-k+l} \right) \cdot S_{i,k}^l \cdot \varepsilon_{i,k}^l / 2$$

$$Q_{i,k}^l = G_{i,k}^l \cdot \begin{cases} T_{i,k} & \text{при } G_{i,k}^l > 0 \\ T_{i-l,k-k+l} & G_{i,k}^l < 0 \end{cases} - S_{i,k}^l (T_{i-l,k-k+l} - T_{i,k}) / R_{i,k}^l \quad (9)$$

Индекс l может принимать два значения $l=i, l=k$, при этом индекс $i-l, k+l$ принимают следующие значения:

$$i-l=1, k+l=0 \quad \text{если } l=i$$

$$i-l=0, k+l=1 \quad \text{если } l=k$$

Из соотношений (9) видно, что плотности на границах осредняются по двум соседним элементам, а температура в членах конвективного переноса определяется по температуре элемента, из которого происходит течение жидкости. Такая схема обеспечивает лучшую сходимость в процессе расчета и позволяет использовать для получения решения метод прогонки, требующий положительного коэффициента при $T_{i,k}$ и отрицательных коэффициентов при $T_{i-l,k-k+l}$.

Переход от градиента температуры в (5) к разности температур между элементами в (9) фактически означает интегрирование градиента через границу между элементами, где может быть скачок температур. В связи с этим появляется термическое сопротивление $R_{i,k}^l$ которое может быть определено следующим образом:

$$R_{i,k}^l = \frac{\delta_{i,k}}{\lambda_{i,k}} + \frac{\delta_{i-l,k-k+l}}{\lambda_{i-l,k-k+l}} + R_{\text{контактное}}$$

если граница l является границей между твердой стенкой и проточной частью, или

$$R_{i,k}^l = \left(\frac{\delta_{i,k}}{\lambda_{i,k}} + \frac{\delta_{i-l,k-k+l}}{\lambda_{i-l,k-k+l}} \right) / \varepsilon_{i,k}^l$$

если контактируют только элементы проточной части. Термическое сопротивление R контактное может включать коэффициент теплоотдачи, или быть очень большим для фиксации условий адиабатности на границе элементов.

В уравнении переноса вихревой функции (1) и определении этой функции (3) интегрирование производится по замкнутому контуру Σ который в соответствии с расположением компонент скорости на рис. 1 проходит через четыре соседних элемента. Поэтому баланс уравнений (1,3) определяется не для основных элементов по рис. 1, а для смещенных на половину шага по обеим координатам i, k дополнительных элементов, показанных на рис. 2 пунктиром и штриховкой. Значение функции Ω определено в точке (на рис. 2) пересечения граней основных элементов и считается постоянным в пределах заштрихованного дополнительного элемента.

Определение вихревой функции в дискретных переменных имеет вид

$$v_{i,k}^* \Omega_{i,k} = \sum_{\Sigma_{i,k}} (\Delta z_{i,k}^e \cdot V_{i,k}^e - \Delta z_{i,i+e,k+k}^e \cdot V_{i,i+e,k+k}^e) \cdot m_l \quad (10)$$

где $m_i = 1$, $m_k = -1$

Объем $v_{i,k}^*$ определяется согласно рис. 2 через объемы основных элементов $v_{i,k}^0$.

Выражение (10) справедливо когда все четыре соприкасающихся элемента принадлежат проточной части, во всяком случае, когда их границы принимаемы для обеих компонент скорости.

В других случаях, например, если два соседних элемента являются непроницаемыми или на их границах должны быть заданы условия, эквивалентные наличию гидравлического препятствия типа решетки, выражение (I0) видоизменяется и его окончательный вид зависит от модельных представлений о поведении касательной компоненты скорости вблизи непроницаемой стенки. Автором использовалось представление о равенстве скоростей на границе и вблизи нее, что соответствует случаю значительного размера элементов по сравнению с толщиной пограничного слоя вблизи стенки. При этом из (I0) выпадает половина членов, содержащая скорости, параллельные границе.

Уравнение переноса вихревой функции аппроксимируется следующим образом:

$$\rho_{i,k} \frac{\partial \Omega_{i,k}}{\partial t} + \sum_{\ell=i,k} (\rho_{i,k} \Omega_{i,k}^{\ell} - \rho_{i+\ell, k-k\ell} \Omega_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell}) = \sum_{\ell=i,k} (\rho_{i,k}^{\ell} - \rho_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell}) m \ell$$

$$\rho_{i,k}^{\ell} = \frac{G_{i,k}^{\ell} + G_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell}}{4} \times \begin{cases} \Omega_{i,k} & \text{при } G_{i,k}^{\ell} + G_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell} > 0 \\ \Omega_{i+\ell, k-k\ell} & \text{--- " --- } < 0 \end{cases} \quad (\text{II})$$

$$+ \frac{G_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell} + G_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell}}{4} \times \begin{cases} \Omega_{i,k} & \text{при } G_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell} + G_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell} > 0 \\ \Omega_{i+\ell, k-k\ell} & \text{--- " --- } < 0 \end{cases}$$

$$\rho_{i,k}^{\ell} = \Delta z_{i,k}^{\ell} (\rho_{i,k} + \rho_{i+\ell, k-k\ell}) / 2 \cdot (\vec{g}^{\ell} + \nabla P_{i,k}^{\ell}) + \mu_{\text{ср}} [\nabla^2 V]_{i,k}^{\ell} \Delta z_{i,k}^{\ell}$$

Здесь: \vec{g}^{ℓ} - компонента вектора ускорения свободного падения по оси ℓ , индексы ℓ , $i\ell$, $k\ell$, и величина $m\ell$ имеют смысл, что и выше в тексте.

Выражение для $\mu_{\text{ср}} [\nabla^2 V]$ - осредненных вязких сил здесь не приводится ввиду его громоздкости. Определяется оно обычным образом по компонентам скоростей, например, член $[\nabla^2 V]_{i,k}^{\ell}$ определяется по скоростям $V_{i,k}^{\ell}$, $V_{i+\ell, k-k\ell}^{\ell}$, $V_{i-\ell, k+k\ell}^{\ell}$, $V_{i, k+\ell}^{\ell}$, $V_{i, k-\ell}^{\ell}$. Вязкие силы таким образом обуславливают лишь трение между соседними слоями жидкости значительной протяженности. Переход от $\mu \nabla^2 V$ в (I) к выражению через средние скорости по элементам в (II) означает интегрирование по глубине проточной части (выполненное уже в (I)) и по площади элементов, т.е. в итоге, по объему элементов. Если внутри элемента содержатся гидравлические препятствия, то функция $\mu \nabla^2 V$ имеет разрывный характер и после интегрирования появляется дополнительный член $\nabla P_{i,k}^{\ell}$, обусловленный

силой сопротивления, действующей на поток со стороны гидравлических препятствий. Согласно [2] она имеет вид:

$$\nabla P_{тр,i,k}^e = - \frac{F(\bar{V})}{2} V_{i,k}^e |\bar{V}_{i,k}|, \quad F\left[\frac{1}{2}\right] \quad (12)$$

$$|\bar{V}_{i,k}|^2 = (V_{i,k}^e)^2 + (V_{i,k}^{nl} + V_{i+e,k+ke}^{nl} + V_{i-ke,k-ke}^{nl} + V_{i+e-k,k-i+e}^{nl})/4$$

$n=i$ при $e=k$, $n=k$ при $e=i$

Из сказанного ясно, что размер элементов должен превышать размер включенных в него гидравлических препятствий, чтобы можно было пользоваться экспериментальными данными по гидравлическим сопротивлениям.

Еще одно замечание относительно $\mu_{эл} [\sigma^2 V]_{i,k}^e$. Поведение этой величины вблизи границы проточной части зависит от определения скорости на границе: при условии $V_{zp} = 0$, относительно малых размерах элементов и допущении зависимости функции вязкости $\mu_{эл}$ от координаты можно рассматривать задачи пограничного слоя, при $\partial \mu_{эл} / \partial n = 0$ и значительных размерах элементов - задачи течения в узлах оборудования, когда толщиной пограничного слоя можно пренебречь.

В уравнении переноса вихревой функции (II) величина Ω в членах конвективного переноса вычисляется по ее значению в элементе из которого происходит истечение. Сделано это с той же целью, что и для температуры в уравнении энергии (8). Для достижения большей детальности описания, на гранях дополнительных элементов усредняется поток вихревой функции, а не расход жидкости.

4. УСЛОВИЯ ЗАМКНАНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Решение системы уравнений движения (7, 10, 11) связано с вычислением для каждого элемента значения $\partial \Omega_{i,x} / \partial \tau$ по известному на текущий момент τ распределению компонент векторов скорости в пространстве проточной части (начиная с известного состояния в момент $\tau = 0$). Затем по величине $\partial \Omega_{i,x} / \partial \tau$ нужно определить изменения скоростей, которые в свою очередь должны

удовлетворить соотношения неразрывности (7). То есть изменения скоростей определяются решением системы двух уравнений - (7) и (10), записанных для изменений компонент скорости при заданных граничных условиях для них.

Общее решение для векторного поля с заданными ротором и дивергенцией может быть представлено как суперпозиция двух полей [3]:

$$\rho \vec{v} = \nabla \times \vec{\psi} + \nabla \varphi$$

каждое из которых находится независимо, как решение одного уравнения.

Введем дискретные функции $F_{i,k}$ и $E_{i,k}$ (функция тока и потенциал) таким образом, что компоненты скорости равны:

$$V_{i,k}^e = \frac{(F_{i-k\ell, k-i\ell} - F_{i,k}) \cdot m\ell \cdot 2}{S_{i,k}^e \cdot E_{i,k}^e (\rho_{i,k} + \rho_{i+i\ell, k+k\ell})} + \frac{E_{i+i\ell, k+k\ell} - E_{i,k}}{\Delta z_{i,k}^e} \quad (13)$$

Расположение узлов, в которых определяются функции F и E показано на рис.3. При таком определении скорости уравнение неразрывности (7) превращается в уравнение для определения потенциала:

$$\sum_{\ell=i,k} (C_{i,k}^e - C_{i+i\ell, k+k\ell}^e) = \vartheta_{i,k}^e \cdot \Omega_{i,k}^e \quad (14)$$

где:

$$C_{i,k}^e = \frac{E_{i+i\ell, k+k\ell} - E_{i,k}}{\Delta z_{i,k}^e} \cdot \frac{S_{i,k}^e \cdot E_{i,k}^e (\rho_{i,k} + \rho_{i+i\ell, k+k\ell})}{2}$$

а выражение (II) - в уравнение для определения функции тока -

$$\sum_{\ell=i,k} (D_{i,k}^e - D_{i+i\ell, k+k\ell}^e) \cdot m\ell = \vartheta_{i,k}^e \cdot \Omega_{i,k}^e \quad (15)$$

где:

$$D_{i,k}^e = \frac{(F_{i-k\ell, k-i\ell} - F_{i,k}) \cdot m\ell \cdot 2 \cdot \Delta z_{i,k}^e}{S_{i,k}^e \cdot E_{i,k}^e (\rho_{i,k} + \rho_{i+i\ell, k+k\ell})}$$

Таким образом по изменениям вихревой функции $\partial \vartheta_{i,k} / \partial \tau$ могут быть найдены из решения системы уравнений (I) изменения функций тока $\partial F_{i,k} / \partial \tau$ при фиксированном потенциале $E_{i,k}$, если неизменны во времени объемные источники расхода и наоборот, при изменении источников меняется только потенциал. Изменения скоростей находятся по суммарным изменениям $F_{i,k}$ и $E_{i,k}$ и уравнению (13).

5. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Все границы, как внешние, так и внутренние, границы между элементами конструкции и элементами проточной части, границы между областями с отличающимися свойствами проводятся по граням основных элементов (рис. I).

Как следует из уравнений баланса тепловой энергии (8) и определения скорости (13) область определения температур и потенциала течения должна простираться за границы объекта. Поэтому элементы рассматриваемого объекта по внешней границе должны обязательно контактировать с элементами окружающей среды.

Граничные условия для температуры и потенциала могут быть двух типов:

- заданные (изменяющиеся во времени) значения в элементах окружающей среды,
- равенство значений внутри объекта и вне его в элементах, между которыми проходит граница.

Функция тока определена точно по границе и внешних элементов не требует. Граничные условия для нее состоят либо в задании значений (автоматически - профили скорости) по границе, либо равенстве значений на границе значениям по известному направлению внутри проточной части (условия типа адиабатных, при этом фиксируется направление скорости, но не ее величина). Как видно из (13), непроницаемость границ обеспечивается одновременным заданием граничных условий: для функции тока - постоянным значением вдоль границы, для потенциала - условия типа адиабатных. При этом разность значений функции тока на двух непроницаемых границах равна расходу, протекающему между этими границами, а знак разности определяет направление расхода (при нулевом потенциале). Граничные условия для касательной компоненты скорости вдоль границ (не только непроницаемых совсем, но и непроницаемых только для касательных компонент скорости), как уже говорилось, определяются модельными представлениями и могут задаваться любыми соотношениями. При расчетах аппаратов промышленного, энергетического назначения обычно требуются условия типа адиабатных - равенство нулю производной касательной компоненты по нормали к границе. Чаще всего в таких объектах течение определяется наличием гидравлических препятствий и в вязком взаимодействии можно пренебречь, вообще убрав из (11) член $\mu_{\text{вн}} [\nabla^2 v]$.

Для вихревой функции Ω специальных граничных условий не требуется так как уравнения переноса (II) определяются только внутри проточной части (рис.2), а скорости на границе определяют и требуемые значения Ω . В частности на рис.4 показано как ограничение потока на входе определяет входной граничный вихрь, транспорт которого по потоку и сохранение его в процессе этого транспорта по (I) обеспечивает струйный характер течения в области.

Принятое расположение компонент скорости по нормали к границам элементов и интегрирование уравнения переноса вихревой функции по областям, включающим внутри себя эти грани (рис.2), снимает вопрос о характере изменения касательной компоненты скорости на границе резкого изменения поперечного сечения, например, на входе в пучок труб, размещенный в одном из контактирующих элементов [6] - эти касательные компоненты не входят в уравнения. С другой стороны внутри области интегрирования вихревая функция всюду постоянна, вне зависимости от наличия препятствий, так как это сохраняющаяся величина (как, например, энергия, температура), в том числе и при течении внутри области интегрирования.

К граничным условиям относятся также особые случаи течения наличие в проточной части непроницаемых перегородок, значения функции тока по всей протяженности которых должны быть равными, но численно эта величина заранее не известна и находится в процессе расчета (например, путем усреднения всех изменений функции тока в узлах, через которые проходит перегородка).

6. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

Решение уравнений движения и энергии заключается в нахождении на каждом шаге (временном слое) значений функций $T_{i,k}^j$, $F_{i,k}^j$, $E_{i,k}^j$ - температуры, функции тока, потенциала скорости по их значениям на предыдущем шаге - $T_{i,k}^{j-1}$, $E_{i,k}^{j-1}$, $F_{i,k}^{j-1}$. Для этого производные по времени в (8), (II) заменяются разностями вида:

$$\frac{\partial X_{i,k}}{\partial \tau} = \frac{X_{i,k}^j - X_{i,k}^{j-1}}{\Delta \tau} \quad (16)$$

а в уравнения (I4, I5) вводятся фиктивные временные члены $\partial E_{i,k} / \partial \tau$ и $\partial F_{i,k} / \partial \tau$, которые заменяются разностями типа (16). Эти члены введены в (I4, I5) с целью придания уравнениям сходного вида с (8, II) и улучшения сходимости в процессе решения.

Порядок нахождения значений функций следующий:

а) по известным на предыдущий момент значениям $T_{i,k}$, $f_{i,k}$, $E_{i,k}$ определяются: плотности $\rho_{i,k}$ по уравнению состояния (4), которое может быть задано таблично, в виде полинома и т.п. и другие физические свойства жидкостей и материалов, компоненты скорости по уравнению (13), вихревые функции - по уравнению (10);

б) по скоростям и плотностям вычисляются вязкие силы, термоконвективные силы, силы трения о гидравлические препятствия и затем по уравнению (11) изменения вихревых функций;

в) по изменениям вихревых функций из уравнения (15) находятся изменения функции тока $\Delta F_{i,k}$ и новые значения функции тока определяются из соотношения:

$$F_{i,k}^j = F_{i,k}^{j-1} + \Delta F_{i,k}$$

г) далее процесс повторяется сначала и таким образом определяются последовательные наборы $F_{i,k}^j$;

д) по мере необходимости, после выполнения пункта а) производится расчет объемных источников тепла, например, по уравнению (6) и затем температур по уравнениям (8,9). Процесс может повторяться между пунктами а) и д);

е) по мере необходимости (в самом начале расчета объекта с заданными объемными источниками и стоками расхода, при изменении этих источников или резком изменении плотности) производится расчет потенциала $E_{i,k}$ по уравнению (14).

Все системы уравнений - (11, 15, 8, 14) имеют одинаковую структуру следующего вида:

$$\sum_{e=i,k} (\delta_{i,k}^e \cdot X_{i,k}^j - \alpha_{i,k}^e X_{i-1e,k-1e}^j - \beta_{i,k}^e X_{i+1e,k+1e}^j) + \frac{X_{i,k}^j - X_{i,k}^{j-1}}{\Delta \tau} = \delta_{i,k} \quad (16)$$

и поэтому решаются они одним способом.

Заметим, что уравнение (15) видоизменяется для получения выражения типа (16) не для функции $\Omega_{i,k}$, а для изменения $\partial \Omega_{i,k} / \partial \tau$. Для этого $\Omega_{i,k}^j$ выражается через

$$\Omega_{i,k}^j = \Omega_{i,k}^{j-1} + \frac{\partial \Omega_{i,k}}{\partial \tau} \cdot \Delta \tau$$

и члены, содержащие $\partial \Omega_{i,k} / \partial \tau$ в (II) выносятся в левую часть (I6), а содержание $\Omega_{i,k}^{j-1}$ - в правую (в член $\delta_{i,k}$).

С целью повышения точности расчета, обеспечения сходимости и устойчивости для решения системы типа (I6) используется неявный метод переменных направлений [4]. Для нахождения промежуточных решений по каждому из направлений применен метод одномерной прогонки [5]. Реализация указанных методов обеспечивается заменой системы (I6) двумя системами уравнений, каждая из которых характеризуется одним преимущественным направлением - "i" или "k", значение функции "X" вдоль которого (члены с $\ell = i$ или $\ell = k$ в (I6)) рассчитываются неявно, по значениям функции в момент j , в то время, как по другому направлению - явно, по значениям функции в предыдущий момент - $(j-1)$. То есть в (I6) для одной системы для $\ell = i \rightarrow X^j, \ell = k \rightarrow X^{j-1}$, для другой: $\ell = i \rightarrow X^{j-1}, \ell = k \rightarrow X^j$.

Обе системы рассматриваются последовательно, одна за другой через временной интервал $\Delta \tau / 2$ и, таким образом, определяются значения функций $X_{i,k}^j$. Для элементов, значения функций в которых являются граничными условиями, эти значения в процессе расчета постоянны либо меняются в соответствии с заданным законом изменения, либо определяются по значениям функций во внутренних элементах.

7. ФОРМИРОВАНИЕ РАСЧЕТНОГО АНАЛОГА ОБЪЕКТА

Для обеспечения возможности постановки широкого круга инженерных задач, алгоритм решения уравнений (раздел 6) реализуется в области, для которой границы и типы граничных условий на них, свойства и геометрия различных частей, определяются пользователем путем формирования расчетного аналога объекта. Это формирование включает установление принадлежности каждого из элементов определенной группе и описание свойств и характеристик групп.

Принадлежность группам вводится отдельно для основных элементов (рис.1) и дополнительных (рис.2) путем задания целочисленных значений конкретизирующих функций $M_{i,k}$ и $N_{i,k}$ в узлах согласно рис.3. Значения функций $M_{i,k}, N_{i,k}$ представляют собой номера групп.

Функция $M_{i,k}$ определяет положение границ проточной части и типы граничных условий на них, разделяет проточную часть и твердые тела. Например, $M_{i,k} = 1, 2, 3, 4+6$ - границы проточной части или твердые тела с различными, (фиксированными или меняющимися во времени) значениями функции тока (равными по всей границе с одним значением $M_{i,k}$), $M_{i,k} = 7$ - границы с нулевой производной функции тока перпендикулярно границе, $M_{i,k} = 8$ - внутренние перегородки, $M_{i,k} = 9$ - внутренние элементы проточной части. В этом случае действия, указанные в разделе 3 производятся для всех элементов, для которых, $M_{i,k} = 9, 8$, для $M_{i,k} = 7$ значения функции тока определяется по значениям внутри области, для элементов с $M_{i,k} = 1, \dots, 6$ в процессе решения $F_{i,k}$, например, не меняется.

Функция $N_{i,k}$ определяет положение границ решения температурной задачи, типы граничных условий на них, а также совокупность свойств для каждого из элементов. Например $N_{i,k} = 1$ - адиабатная граница, $N_{i,k} = 2, 3$ - границы с различными известными температурами, $N_{i,k} = 4, \dots, 9$ - внутренние элементы с различными свойствами. Расчет уравнения энергии производится только для тех элементов, которые не являются граничными. Группы с $M_{i,k} = 0$, $N_{i,k} = 0$ - элементы прямоугольной расчетной области, не участвующие в расчете.

Для каждой группы элементов определяются свойства:

- $\lambda(N)$ - теплопроводность элементов.
- $\mu(N)$ - вязкость.
- $c_p(N)$ - теплоемкость.
- $q(N), g(N)$ - объемные источники (стоки) тепла и расхода.
- $\xi(N_{i,k}, N_{i+1,k}, N_{i,k+1})$ - контактное термическое сопротивление на границе элементов.
- $\xi_c(N_{i,k}, N_{i+1,k}, N_{i,k+1})$ - коэффициент гидравлического сопротивления на границе элементов.
- $\xi(N_{i,k}, N_{i+1,k}, N_{i,k+1})$ - пористость на границе элементов и т.д.

Описанный способ формирования расчетного аналога объекта позволяет существенно сократить время пользователя на постановку задачи. В ряде случаев, однако, при большом разнообразии свойств элементов, целесообразно прямое задание некоторых свойств, например, $g_{i,k}$, без привлечения понятия групп.

Эксплуатация, разработанной в ФЭИ программы на основе списанной методики, подтвердила возможность решения разнообразных инженерных задач течения и теплообмена в узлах оборудования при незначительных затратах времени на постановку и удовлетворительном согласии полученных результатов с опытом.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. С.И.Щербаков. О форме уравнения переноса вихря для численного решения задач гидродинамики аппаратов. Препринт ФЭИ 1078, Обнинск, 1980.
2. Юзев Ю.С., Колмаков А.П. Уравнение усредненного движения жидкости в пористом теле, состоящем из пучков стержней. Препринт ФЭИ - 631, Обнинск, 1975.
3. Корн Г. и Т.Корн. Справочник по математике, Наука, М., 1974.
4. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М., Мир, 1972.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1976.
6. Юзев Ю.С. и др. Гидродинамика в неоднородной пористой среде. Препринт ФЭИ-1201, Обнинск, 1981.
7. Владимирова Л.И. и др. Результаты численного моделирования гидродинамики и теплопереноса при сложном течении в теплообменниках и реакторах. Материалы межотраслевой конференции "Теплофизические исследования". Часть I, Обнинск, 1980, с. 13-19.
8. Опанасенко А.Н., Селиванов В.М., Шенгун И.П. Влияние нестационарной естественной конвекции на структуру движения жидкости в горизонтальной смесительной камере". ИЖ, т.39, №4, 1980, с. 603-610.

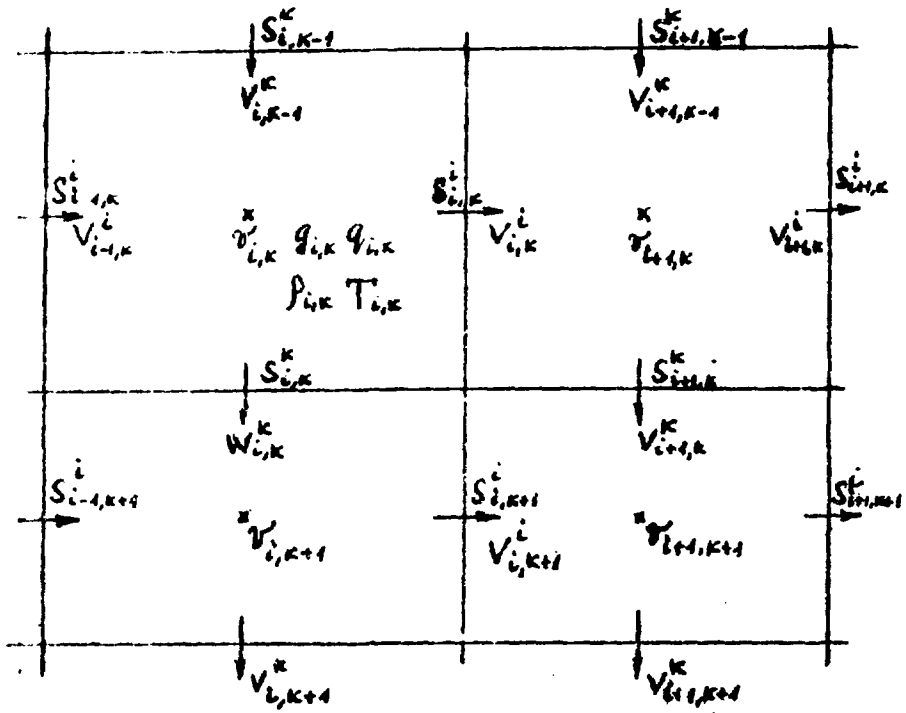


Рис. 1. Взаимоположение и нумерация граней элементов

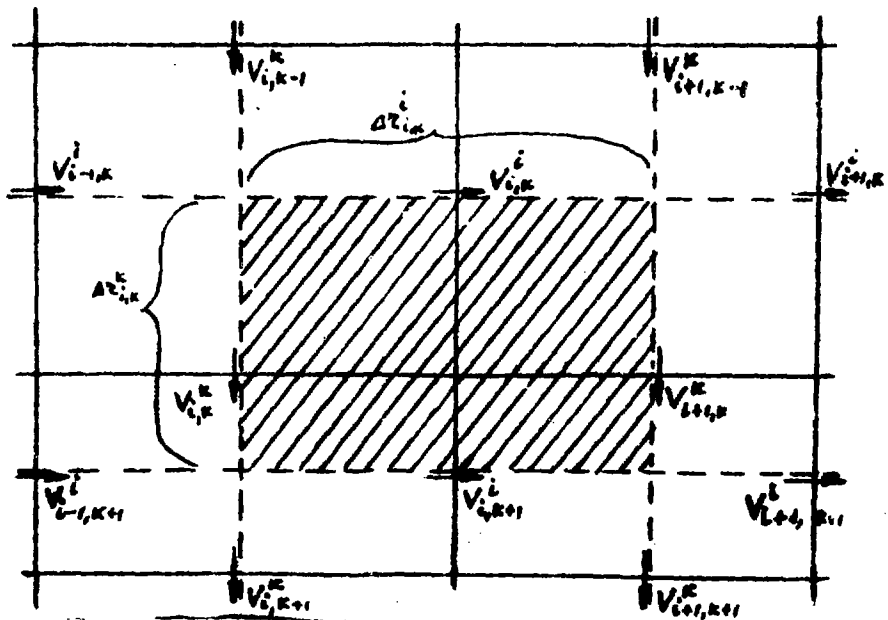


Рис. 2. Взаимоположение основных и дополнительных элементов

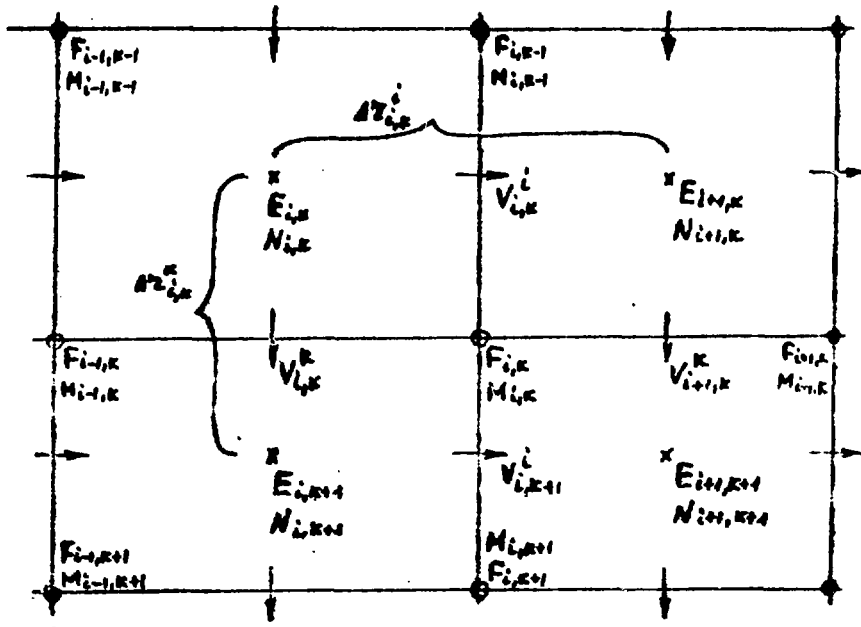


Рис.3. Расположение узлов определения функций тока- F , потенциала- E и конкретизирующих функций M, N .

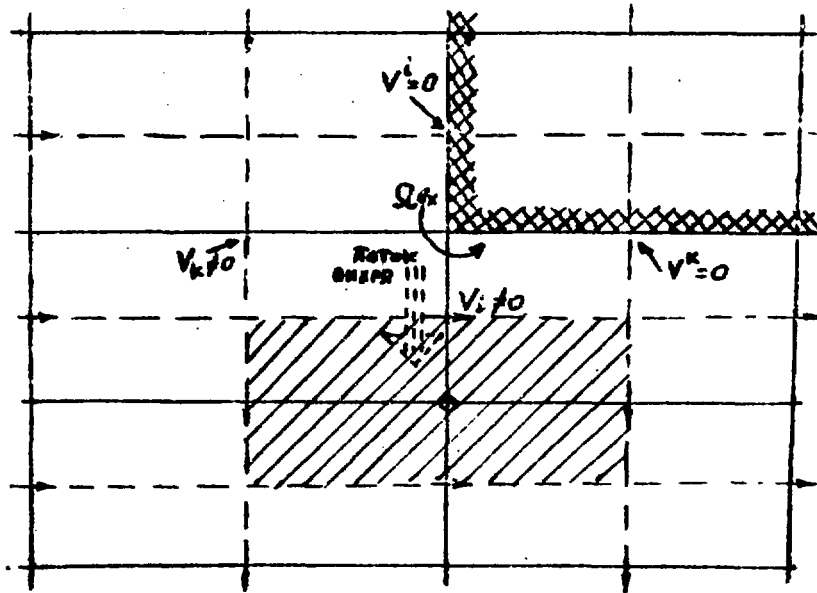


Рис.4. Определение граничного вихря на уступе и внесение его в поток.



Технический редактор Н.П.Герасимова

Подписано к печати 20/УЕ-1982 г. Т-14155 Формат 60 х 90 1/16
Сфотная печать Усл.п.л. 1,1. Уч.-изд.л.0,75 Тираж 97 экз.

Цена 12 коп. Индекс 3624 ФЭИ-1368

1025

Отпечатано на ротепринтере ФЭИ, г.Обнинск

12 коп.

Индекс 3624

**Расчет течения и температурных полей в проточных частях
и конструктивных элементах теплотехнического оборудова-
ния.**

ФЭИ-1368, 1982. 18с.