

2

FR 840 2 5 2 8

CEA-N-2389

- Note CEA-N-2389 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques

**CORRECTION DE L'EFFET DE POISSON DANS UNE ANALYSE
ELASTIQUE DE LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE**

par

Roland ROCHE, Didier MOULIN

- Mai 1984 -

Note CEA-N-2389

DESCRIPTION-MATIERE (*mots clefs extraits du thesaurus SIDON/INIS*)

en français

FATIGUE
CORRECTIONS
COEFFICIENT DE POISSON
DEFORMATION
DEFORMATIONS PAR CONTRAINTE
PLASTICITE
ELASTICITE
FISSURES
CHOC THERMIQUE

en anglais

FATIGUE
CORRECTIONS
POISSON RATIO
DEFORMATION
STRAINS
PLASTICITY
ELASTICITY
CRACKS
THERMAL SHOCK

- Note CEA-N-2389 -

**Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques**

**CORRECTION DE L'EFFET DE POISSON DANS UNE ANALYSE
ELASTIQUE DE LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE**

par

Roland ROCHE, Didier MOULIN

NOTE CEA-N-2389 - Roland ROCHE - Didier MOULIN

CORRECTION DE L'EFFET DE POISSON DANS UNE ANALYSE ELASTIQUE DE LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE.

Sommaire. - Le dommage de fatigue dépend fortement de la variation de déformation réelle. La pratique courante est de faire appel à une analyse élastique pour évaluer ce dommage. Dans les conditions de fatigue oligocyclique où les déformations inélastiques sont prédominantes, l'analyse élastique sous-estime la valeur réelle de la variation de déformation. Pour néanmoins utiliser les résultats de cette analyse, diverses corrections doivent être faites. L'une d'entre elles concerne l'effet de Poisson (le coefficient de Poisson ν est plus grand quand le comportement est inélastique que lorsqu'il est élastique). Dans cette note une méthode de correction de l'effet de Poisson en plasticité est proposée. Elle consiste simplement à multiplier le résultat du calcul élastique par un coefficient baptisé $K\nu$. Une méthode de détermination de ce coefficient $K\nu$ en fonction du résultat de calcul élastique est développée. Elle repose sur de simples calculs analytiques et utilise la courbe cyclique uniaxiale du matériau. Des exemples sont donnés. La procédure proposée est facile d'emploi et très peu coûteuse.

1984 - Commissariat à l'Energie Atomique - France

41 p.

NOTE CEA-N-2389 - Roland ROCHE - Didier MOULIN

CORRECTION FOR POISSON'S EFFECT IN AN ELASTIC ANALYSIS OF LOW CYCLE FATIGUE.

Summary. - Fatigue behaviour is essentially dependent on the real strain range, but the current practice is the use of elastic analysis. In low cycle fatigue conditions where inelastic strains predominate, elastic analysis never gives the real value of the strain range. In order to use these results some corrections are necessary. One of these corrections is due to the Poisson's effect (the Poisson ratio in inelastic behaviour is higher than in elastic behaviour). In this paper a method of correction of this effect is proposed. It consists in multiplying the result of the elastic analysis by a coefficient called $K\nu$. A method to draw curves giving this coefficient $K\nu$ as a function of results of elastic analysis is developed. Only simple analytical computations using the uniaxial cyclic curve are needed to draw these curves. Examples are given. The proposed method is very convenient and low cost effective.

1984 - Commissariat à l'Energie Atomique - France

41 p.

RESUME

Le dommage de fatigue dépend fortement de la variation de déformation réelle. La pratique courante est de faire appel à une analyse élastique pour évaluer ce dommage. Dans les conditions de fatigue oligocyclique où les déformations inélastiques sont prédominantes, l'analyse élastique sous-estime la valeur réelle de la variation de déformation. Pour néanmoins utiliser les résultats de cette analyse, diverses corrections doivent être faites. L'une d'entre elles concerne l'effet de POISSON (le coefficient de POISSON ν est plus grand quand le comportement est inélastique que lorsqu'il est élastique). Dans cette note une méthode de correction de l'effet de POISSON en plasticité est proposée. Elle consiste simplement à multiplier le résultat du calcul élastique par un coefficient baptisé $K\nu$. Une méthode de détermination de ce coefficient $K\nu$ en fonction du résultat du calcul élastique est développée. Elle repose sur de simples calculs analytiques et utilise la courbe cyclique uniaxiale du matériau. Des exemples sont donnés. La procédure proposée est facile d'emploi et très peu coûteuse.

CORRECTION DE L'EFFET DE POISSON DANS UNE ANALYSE
ELASTIQUE DE LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE

R. ROCHE, D. MOULIN

TABLE DES MATIERES

I - INTRODUCTION

II - UNE CORRECTION DE L'ANALYSE ELASTIQUE EST NECESSAIRE POUR TENIR COMPTE DE LA VARIATION DU COEFFICIENT DE POISSON EFFECTIF

III - CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DU MATERIAU POUR L'ANALYSE A LA FATIGUE

III.1 Comportement cyclique du matériau

III.2 Courbe cyclique uniaxiale

III.3 Définition des deux quantités caractéristiques
 E_s et $\bar{\nu}$

III.4 Déduction du module sécant de la courbe cyclique

III.5 Expression du coefficient de Poisson effectif

III.6 Détermination du module sécant E_s et du coefficient
de Poisson effectif $\bar{\nu}$ en fonction de la variation
équivalente de déformation

IV - CRITERE MULTIAXIAL DE DOMMAGE EN FATIGUE

V - CAS DU CHOC THERMIQUE SUR UNE PAROI LIBRE. PARFAITE BIAXIALITE

V.1 Conditions du choc thermique

V.2 Définition du coefficient d'effet de Poisson K_v

V.3 Détermination du coefficient d'effet de Poisson K_v en
fonction de la variation de déformation calculée élas-
tiquement

V.4 Détermination du coefficient d'effet de Poisson K_v en
fonction de l'amplitude d'intensité de contrainte cal-
culée élastiquement

V.5 Recommandation

V.6 Travaux antérieurs

VI - CAS GENERAL DE LA SURFACE LIBRE

VI.1 Conditions de la surface libre

VI.2 Définition du coefficient d'effet de Poisson K_v

VI.3 Détermination du coefficient d'effet de Poisson en fonction de la variation équivalente de déformation calculée élastiquement

VI.4 Détermination du coefficient d'effet de Poisson en fonction de l'amplitude de l'intensité de contrainte calculée élastiquement

VII - CONCLUSIONS

ANNEXE 1 : Expressions générales de formules du texte

ANNEXE 2 : Exemple d'utilisation d'un autre critère pour le dommage de fatigue : distorsion dans un plan à 45° avec la surface libre

Liste des références

Liste des figures dans le texte

I - INTRODUCTION

Beaucoup d'appareils à pression endurent des transitoires thermiques qui peuvent conduire à des fissurations par fatigue. Il est donc nécessaire qu'une analyse à la fatigue oligocyclique soit effectuée de façon à prévoir leur durée de vie.

Depuis 30 ans il a été bien établi [1] [2] que l'analyse de fatigue doit être basée sur l'utilisation de la déformation cyclique. Ceci est particulièrement vrai pour la fatigue oligocyclique où les déformations inélastiques sont dominantes. En conséquence, la connaissance de la variation de déformation est un élément essentiel de l'analyse de la fatigue oligocyclique.

Il n'est malheureusement pas très facile d'obtenir une bonne connaissance de la variation réelle de déformation. Une analyse inélastique complète est très coûteuse. D'autre part les formulations mathématiques du comportement du matériau représentent bien souvent mal son comportement réel. Aussi la pratique courante est d'utiliser une analyse élastique linéaire. En d'autres mots, le calcul est effectué en supposant que le matériau respecte la loi de Hooke et est isotrope (c'est-à-dire que ses caractéristiques élastiques sont définies par le module d'Young E et par le coefficient de Poisson ν).

Malheureusement les variations de déformations obtenues par un calcul linéaire élastique ne sont pas égales aux variations de déformations réelles qui sont nécessaires pour évaluer la tenue à la fatigue oligocyclique. Il est donc indispensable de corriger le résultat de l'analyse élastique pour avoir une évaluation de la variation réelle de déformation. Les différences entre la valeur obtenue par un calcul élastique et la valeur réelle proviennent de deux origines distinctes.

La première est la non linéarité entre la contrainte et la déformation lorsque les phénomènes plastiques se produi-

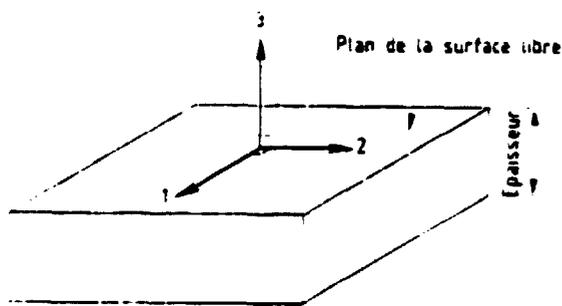
sent. De ce fait, la variation de déformation réelle est souvent supérieure à celle calculée en admettant que le matériau est élastique et linéaire. L'amplification due à cette non linéarité est particulièrement appréciable au voisinage des discontinuités géométriques. Des règles pratiques ont été proposées dans différents codes [3] [4] [5] où le résultat de l'analyse élastique doit être multiplié par un coefficient K_e . Cet effet ne sera pas développé ici, cependant le lecteur pourra se reporter à [6] pour de plus amples informations.

La seconde est relative aux différences de variation de volume entre le comportement élastique et le comportement inélastique. C'est cette seconde correction qui est l'objet du présent papier.

II - UNE CORRECTION DE L'ANALYSE ELASTIQUE EST NECESSAIRE POUR TENIR COMPTE DE LA VARIATION DU COEFFICIENT DE POISSON EFFECTIF

Les fissures de fatigue se produisent pratiquement toujours sur les surfaces de l'appareil à pression. C'est, en particulier, toujours le cas lorsqu'elles sont dues à des transitoires thermiques. Sauf pour des pressions exceptionnellement importantes, la contrainte normale à la surface est négligeable.

Sous les réserves exposées précédemment (concentration de déformation) l'analyse élastique fournit la déformation dans le plan parallèle à la surface (figure 1). (Tout au moins s'il s'agit de déformation imposée comme c'est le cas dans un choc thermique). Lors d'un choc thermique sur la surface d'un appareil à pression cette déformation dans le plan de la surface est bien connue, elle est égale à $\alpha \Delta T$ dans toutes les directions (où α est le coefficient de dilatation et ΔT la variation de température).



- 1 2 Directions perpendiculaires contenus dans le plan de la surface libre
- 3 Direction normale au plan de la surface libre

Figure 1 - DIRECTIONS PRINCIPALES 1, 2 ET 3 ET SURFACE LIBRE

Malheureusement il faut connaître également la composante de déformation ϵ_3 perpendiculaire à la surface pour effectuer l'analyse à la fatigue puisque cette dernière exige la connaissance de toutes les composantes de la déformation. Or cette composante est due à l'effet de Poisson, c'est-à-dire à la contraction dans une direction lorsque l'on provoque un allongement dans les deux autres. Cet effet, caractérisé par un coefficient dit coefficient de Poisson, exprime simplement les possibilités de variation de volume du solide. Celles-ci ne sont pas les mêmes suivant que la déformation est élastique ou pas. Ce coefficient de Poisson effectif dépendra donc de la déformation plastique éventuelle entraînant une valeur de ϵ_3 qui dépendra également de cette déformation plastique. En conséquence les données destinées à l'analyse à la fatigue dépendront de l'état de plasticité. Cela peut conduire à des calculs coûteux, aussi est-il préférable de disposer d'un moyen facile de tenir compte de l'effet de la plasticité sur le coefficient de Poisson : tel est le but du présent travail. En l'occurrence la valeur de la variation de déformation à utiliser dans les courbes de fatigue sera

la valeur calculée élastiquement et multipliée par un coefficient K_V . Les diagrammes donnant K_V sont mis en place dans ce papier.

III - CARACTERISATION DU COMPORTEMENT DU MATERIAU POUR L'ANALYSE A LA FATIGUE

Dans la présente section la notion de coefficient de Poisson effectif est définie et explicitée dans le cas du comportement cyclique qui est le seul intéressant pour l'analyse à la fatigue. Pour des raisons de simplicité la formulation est ici exprimée en se servant des directions principales appelées 1, 2 et 3 (figure 1). L'annexe 1 donne la transcription tensorielle des équations utilisées.

III.1 Comportement cyclique du matériau

Le comportement d'une éprouvette de traction soumise à un allongement cyclique d'amplitude donnée $\frac{\Delta \epsilon}{2}$, est bien connu. Après quelques cycles, ce comportement peut être décrit dans un diagramme contrainte-déformation par une boucle qui se répète à chaque cycle (cycle stabilisé). L'expérience étant faite pour des valeurs différentes de $\frac{\Delta \epsilon}{2}$, les extrémités de tous les cycles constituent une courbe dans le diagramme contrainte-déformation. Cette courbe est appelée courbe cyclique uniaxiale du matériau.

L'usage est de représenter non pas $\frac{\Delta \sigma_1}{2}$ en fonction de $\frac{\Delta \epsilon_1}{2}$ mais $\Delta \sigma_1$ en fonction de $\Delta \epsilon_1$. Par la suite pour indiquer que $\Delta \sigma_1$ et $\Delta \epsilon_1$ sont lues sur la courbe cyclique uniaxiale, ces deux quantités seront marquées d'un astérisque (figure 2).

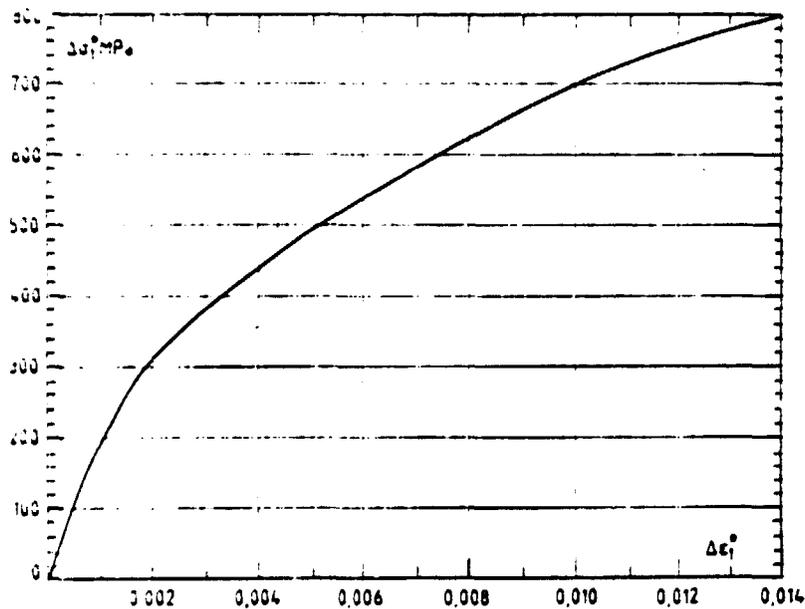


Figure 2 - COURBE CYCLIQUE UNIAXIALE $\Delta\sigma_1^0 - \Delta\epsilon_1^0$ D'UN ACIER AUSTENITIQUE 316L A LA TEMPERATURE AMBIANTE

III.2 Courbe cyclique uniaxiale

Dans l'analyse à la fatigue le dommage dépend de l'amplitude maximale de déformation du cycle. Cette amplitude du cycle étant sur la courbe cyclique, il va de soi que c'est cette courbe qui doit être utilisée pour apprécier le comportement du matériau dans ce type d'analyse.

La courbe cyclique obtenue sur des éprouvettes de traction est une courbe uniaxiale. Or dans les analyses à la fatigue on considère en général des cas multiaxiaux. Ces expériences suggèrent que la courbe cyclique est encore valable en remplaçant la contrainte de traction et l'allongement par une contrainte équivalente et une déformation équivalente définies ci-dessous :

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{2} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)^{1/2} \quad (1)$$

$$\epsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} ((\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2)^{1/2} \quad (2)$$

En réalité la courbe cyclique uniaxiale exprime bien une courbe entre $\Delta\sigma_{eq}$ et $\Delta\varepsilon_{eq}$, mais cette dernière quantité doit être multipliée par un coefficient voisin de un, ainsi qu'il va être montré. Par la suite, il sera toujours utilisé la courbe uniaxiale cyclique (figure 2) donnant $\Delta\sigma_1^*$ en fonction de $\Delta\varepsilon_1^*$.

III.3 Définition des deux quantités caractéristiques E_s et $\bar{\nu}$

Dans les états multiaxiaux qu'il est nécessaire de considérer pour les analyses à la fatigue, la variation de contrainte est exprimée par ses 3 composantes $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3$, ainsi que la variation de déformation $\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2, \Delta\varepsilon_3$. En un état donné (sur la courbe cyclique), il est possible d'écrire une relation entre ces quantités, qui soit analogue à la loi de Hooke [7]. Cette relation définira un module sécant E_s et un coefficient de Poisson effectif $\bar{\nu}$. Qu'il ne faille que deux coefficients pour cette relation provient de ce que le matériau est isotrope.

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon_1 &= \frac{\Delta\sigma_1 - \bar{\nu}(\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)}{E_s} \\ \Delta\varepsilon_2 &= \frac{\Delta\sigma_2 - \bar{\nu}(\Delta\sigma_3 + \Delta\sigma_1)}{E_s} \\ \Delta\varepsilon_3 &= \frac{\Delta\sigma_3 - \bar{\nu}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2)}{E_s} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Comme il vient d'être dit, ces relations sont la définition de E_s et $\bar{\nu}$. Si les valeurs de $\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2, \Delta\varepsilon_3$ et $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3$ sont connues, on peut en tirer E_s et $\bar{\nu}$. Pour ces deux inconnues on dispose de trois équations. Comme pour la loi de Hooke en élasticité, ces 3 équations sont compatibles avec deux valeurs seulement E_s et $\bar{\nu}$, car le matériau est isotrope.

Ainsi dans le cas uniaxial où seule la contrainte σ_1 est différente de zéro, $\Delta\varepsilon_2$ et $\Delta\varepsilon_3$ ne sont pas quelconques, ils

ont la même valeur du fait de cette isotropie. On a alors dans ce cas :

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{\Delta \sigma_1}{E_s}$$

$$\Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon_3 = - \frac{\bar{\nu}}{E_s} \Delta \sigma_1$$

et finalement en utilisant les équations (1) et (2) :

$$\Delta \sigma_{eq} = \Delta \sigma_1$$

et
$$\frac{3}{2(1+\bar{\nu})} \Delta \varepsilon_{eq} = \Delta \varepsilon_1$$

(4)

Ceci montre que la courbe cyclique uniaxiale donnant $\Delta \varepsilon_1^*$ en fonction de $\Delta \sigma_1^*$ est identique à la courbe donnant $\frac{3}{2(1+\bar{\nu})} \Delta \varepsilon_{eq}$ en fonction de $\Delta \sigma_{eq}$. Ceci met en évidence le coefficient correction de $\Delta \varepsilon_{eq}$ nécessaire à l'utilisation de la courbe cyclique uniaxiale.

III.4 Déduction du module sécant de la courbe cyclique

A partir des formules générales (3) il est aisé de calculer la variation équivalente de déformation $\Delta \varepsilon_{eq}$ et la variation équivalente de contrainte $\Delta \sigma_{eq}$. Ces deux quantités sont reliées par la formule (5) :

$$\Delta \sigma_{eq} = E_s \frac{3}{2(1+\bar{\nu})} \Delta \varepsilon_{eq} \quad (5)$$

Cette formule et la formule (4) montrent aisément que le module sécant est la pente de la droite joignant l'origine au point considéré de la courbe cyclique uniaxiale (figure 3).

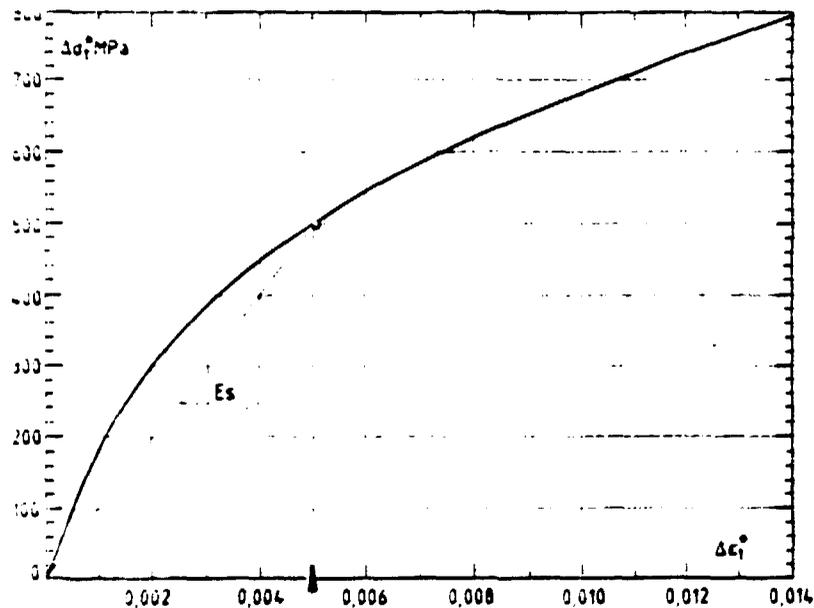


Figure 3 - DEFINITION D'UN MODULE SECANT E_s SUR UNE COURBE CYCLIQUE UNIAXIALE

III.5 Expression du coefficient de Poisson effectif

Le module sécant étant connu il reste à déterminer le coefficient de Poisson $\bar{\nu}$. L'expérience montre que les déformations inélastiques ne sont pas accompagnées de variation de volume. Donc la seule variation de volume est due à l'élasticité. Celle-ci est bien connue, elle est égale à :

$$\frac{\Delta V}{V} = \Delta \epsilon_1 + \Delta \epsilon_2 + \Delta \epsilon_3 = \frac{1-2\nu}{E} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \quad (6)$$

où E et ν sont le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau (élasticité).

Dans le cas où il existe des déformations plastiques avec la définition précédente de E_s et $\bar{\nu}$, la variation de volume se calcule de la même façon. Elle est égale à :

$$\frac{\Delta V}{V} = \Delta \epsilon_1 + \Delta \epsilon_2 + \Delta \epsilon_3 = \frac{1-2\bar{\nu}}{E_s} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \quad (7)$$

Ainsi qu'il vient d'être dit, ces variations de volume ont la même valeur. Ceci conduit à l'égalité suivante :

$$\frac{1-2\nu}{E} = \frac{1-2\bar{\nu}}{E_s}$$

d'où on déduit simplement la formule de Nadai [7,7] :

$$\bar{\nu} = \nu \frac{E_s}{E} + 0,5 \left(1 - \frac{E_s}{E} \right) \quad (8)$$

III.6 Détermination du module sécant E_s et du coefficient de Poisson effectif $\bar{\nu}$ en fonction de la variation équivalente de déformation

A partir de la courbe cyclique uniaxiale $\Delta\sigma_1^* - \Delta\varepsilon_1^*$, on peut déterminer le module sécant en fonction de $\frac{3}{2} \frac{1}{1+\bar{\nu}} \Delta\varepsilon_{eq}$ (formule (5)). La formule (8) ci-dessus nous donne la valeur du coefficient de Poisson effectif $\bar{\nu}$. Il est donc possible de calculer le $\Delta\varepsilon_{eq}$ et ainsi de déduire de la courbe cyclique uniaxiale le module sécant et le coefficient de Poisson effectif en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq}$. En d'autres mots, on peut donc en tirer, en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq}$, toute combinaison de celui-ci en fonction du coefficient efficace $\bar{\nu}$.

IV - CRITERE MULTIAXIAL DE DOMMAGE EN FATIGUE

Dans la précédente section ont été définies les quantités qui permettent de déterminer les composantes de la déformation. Il est bien connu que le dommage de fatigue dépend de l'amplitude de variation des composantes de la déformation. Le nombre de cycles admissibles de l'analyse à la fatigue ne peut être fonction que d'un seul paramètre (design curve) qui est évidemment un invariant (au sens tensoriel du mot) des amplitudes de variation de déformation. Il convient de connaître cet invariant, et celui-ci ne peut être obtenu que par l'expérience. De nombreuses études expérimentales et de nombreuses proposi-

tions de critères ont été faites [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14] et [15]. Il n'est pas dans l'intention des auteurs de faire ici une revue de ces travaux. D'excellentes revues ont d'ailleurs été faites [16], [17] et [18] à ce sujet.

Il apparaît quelques divergences entre les auteurs. Néanmoins, il ressort que lorsque le chargement est proportionnel, le critère basé sur le cisaillement octaédrique représente correctement les résultats expérimentaux [19]. C'est d'ailleurs celui qui figure dans les codes de construction [5]. En conséquence, il sera admis que le nombre de cycles admissibles de l'analyse à la fatigue dépend de la variation équivalente de déformation $\Delta \varepsilon_{eq}$ qui peut être calculée à l'aide de la formule (2) appliquée aux variations des composantes de déformation.

Néanmoins, à titre documentaire, l'utilisation d'un autre critère est présentée dans l'annexe 2 où l'on peut constater que les différences entre les deux résultats ne sont pas notables.

V - CAS DU CHOC THERMIQUE SUR UNE PAROI LIBRE (PARFAITE BIAxiaLITE)

V.1 Conditions du choc thermique

Le cas où ε_1 est toujours égal à ε_2 et où σ_3 est égal à zéro est le plus fréquent. En particulier, c'est celui du choc thermique sur une surface libre (figure 1).

Au cours du choc thermique, la plus grande partie de la paroi demeure à la température initiale à l'exception de la couche superficielle qui subit une variation de température ΔT . Cette couche superficielle aurait tendance à se dilater dans toutes les directions d'une quantité $\alpha \Delta T$, mais celle-ci est empêchée par la rigidité du reste de la paroi. En conséquence, elle est compensée par une déformation du matériau sur cette couche. Elle est caractérisée par :

$$\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_2 = \alpha \Delta T$$

La pression dans la direction 3 étant faible, la contrainte σ_3 est identique à zéro.

V.2 Définition du coefficient d'effet de Poisson K_v

La contrainte restant nulle dans la direction 3 dans le cas considéré, cette condition permet de déterminer $\Delta \varepsilon_3$. En effet d'après les formules (3) on peut calculer $\Delta \sigma_3$:

$$\Delta \sigma_3 = \frac{\bar{\nu} E s}{(1+\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})} (\Delta \varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_3) + \frac{E s}{1+\bar{\nu}} \Delta \varepsilon_3$$

Dans le cas du choc thermique les conditions supplémentaires :

$$\Delta \sigma_3 = 0 \quad \text{et} \quad \Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_2 = \alpha \Delta T$$

permettent de tirer la valeur particulière de $\Delta \varepsilon_3$ donnée par l'équation (8) :

$$\Delta \varepsilon_3 = \frac{-2\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} \alpha \Delta T$$

et la variation équivalente de déformation définie par la formule (2) est égale à :

$$\Delta \varepsilon_{eq} = \frac{2}{3} \frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} \alpha \Delta T \quad (9)$$

Il apparaît que pour la même donnée connue qui est la déformation thermique suivant les directions 1 et 2 ($\alpha \Delta T$), la valeur de la déformation à utiliser dans la courbe de fatigue dépend du coefficient de Poisson efficace $\bar{\nu}$ c'est-à-dire de la variation équivalente de déformation.

Cette constatation montre pourquoi le calcul élastique ne fournit pas la bonne valeur de la quantité $\Delta \varepsilon_{eq}$ à utiliser

dans l'analyse à la fatigue. En effet pour le calcul élastique on trouverait la même expression, mais avec la valeur du coefficient de Poisson élastique ν . Comme $\bar{\nu}$ est supérieur ou égal à ν , la valeur de $\Delta\varepsilon_{eq}$ réelle est supérieure ou égale à la valeur de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$ calculée élastiquement. Précisément, il sera majoré d'une quantité qui peut être appelée $K\nu$ et qui est évidemment égale à :

$$K\nu = \frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} \frac{1-\nu}{1+\nu} \quad (10)$$

Par conséquent, la quantité à entrer dans la courbe de fatigue doit être multipliée par le coefficient $K\nu$.

V.3 Détermination du coefficient d'effet de Poisson $K\nu$ en fonction de la variation de déformation calculée élastiquement $\Delta\varepsilon_{eq_e}$

Dans l'utilisation d'un code tel que [5] il est nécessaire de calculer le $\Delta\varepsilon_{eq}$. Pour une analyse élastique, celui-ci est égal à :

$$\Delta\varepsilon_{eq_e} = \frac{2}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha\Delta T$$

Il faut donc disposer d'une courbe donnant $K\nu$ en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$ calculée élastiquement.

Cette courbe se déduit de la courbe uniaxiale cyclique $\Delta\sigma_1^* - \Delta\varepsilon_1^*$, compte tenu qu'il est aisé d'établir une relation entre le $\Delta\varepsilon_1^*$ uniaxial en éliminant $\alpha\Delta T$ et $\Delta\varepsilon_{eq}$ entre les 3 relations suivantes :

$$\Delta\varepsilon_{eq_e} = \frac{2}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha\Delta T$$

$$\Delta\varepsilon_{eq} = \frac{2}{3} \frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} \alpha\Delta T$$

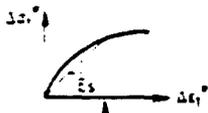
$$\Delta \epsilon_1^* = \frac{2}{3(1+\bar{\nu})} \Delta \epsilon_{eq}$$

On trouve : $\Delta \epsilon_{eq_e} = \frac{3}{2} (1-\bar{\nu}) \frac{1+\nu}{1-\nu} \Delta \epsilon_1^*$ (11)

Le procédé, présenté sous forme schématique dans l'organigramme de la figure 4 est le suivant : à partir d'une valeur $\Delta \epsilon_1^*$ de la courbe cyclique uniaxiale, on peut déterminer le module sécant E_s (voir figure 3) et l'équation (8) permet de calculer la valeur du coefficient de Poisson effectif $\bar{\nu}$.

1°) $\Delta \epsilon_1^*$

2°) E_s lu sur la courbe cyclique



3°) $\bar{\nu} = \nu E_s / E + 0,5(1 - E_s / E)$

4°) $K_v = (1 + \bar{\nu}) / (1 - \bar{\nu})(1 - \nu) / (1 + \nu)$

5°) $\Delta \epsilon_{eq_e} = 3/2 \cdot (1 - \bar{\nu})(1 + \nu) / (1 - \nu) \Delta \epsilon_1^*$

6°)



etc...

Figure 4 - ORGANIGRAMME DE LA METHODE DU TRACE DES DIAGRAMMES DONNANT K_v EN FONCTION DE $\Delta \epsilon_{eq_e}$ (cas de biaxialité parfaite)

De celle-ci, la formule (10) donne la valeur du coefficient K_v . Puis la formule (11) fournit la valeur de la variation équivalente de déformation calculée élastiquement $\Delta \epsilon_{eq_e}$. Ainsi, de la courbe cyclique présentée dans la figure 2, on peut tirer la courbe donnant K_v en fonction de $\Delta \epsilon_{eq_e}$. Elle est donnée dans la figure 5.

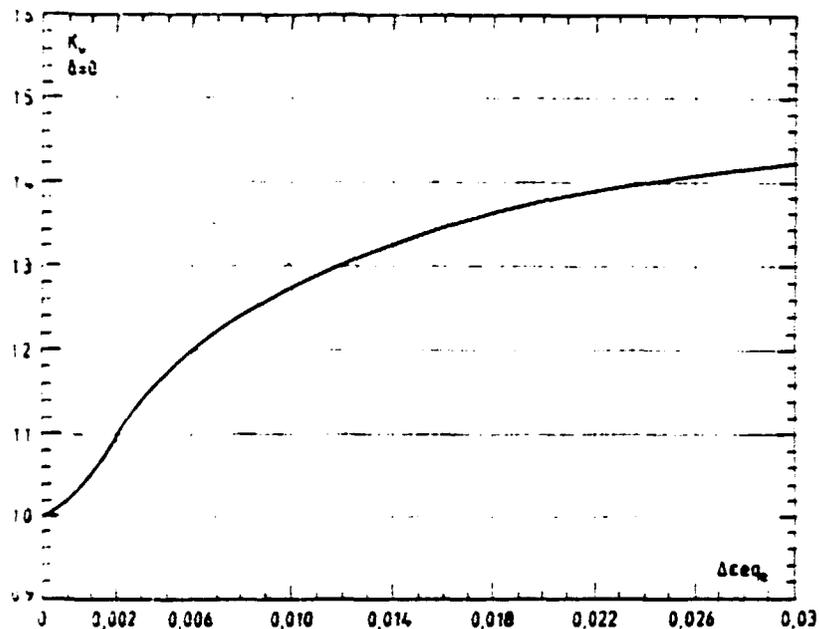


Figure 5 - COURBE DONNANT K_v (BIAXIALITE PARFAITE) EN FONCTION DE $\Delta\sigma_{eq}$ - UTILISATION DE LA COURBE DE LA FIGURE 2

V.4 Détermination du coefficient d'effet de Poisson K_v en fonction de l'amplitude d'intensité de contrainte calculée élastiquement

Dans l'utilisation d'un code tel que [3] [4] le calcul élastique sert à déterminer les amplitudes de variation de contrainte. Il est rappelé que par amplitude de contrainte on entend la moitié de la variation de contrainte.

Dans le cas présent du choc thermique, on trouve bien évidemment la même amplitude de contrainte suivant les axes 1 et 2, c'est-à-dire $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2$ qui peut être appelée $\Delta\sigma$. Comme $\Delta\sigma_3 = 0$, $\Delta\sigma$ est la variation d'intensité de contrainte au sens de TRESCA. Il est aisé d'en tirer les variations $\Delta\varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon_2$, $\Delta\varepsilon_3$ pour le comportement élastique et donc la variation de déformation équivalente calculée élastiquement dont on a besoin pour utiliser la procédure exposée ci-dessus :

$$\Delta \varepsilon_{eq_e} = \frac{4}{3} \frac{1+\nu}{E} \left(\frac{\Delta \sigma}{2} \right) \quad (12)$$

Il est donc possible d'utiliser la même courbe que tracée précédemment en calculant $\Delta \varepsilon_{eq_e}$ à partir de l'amplitude de variation d'intensité de contrainte calculée élastiquement. Ainsi une courbe donnant K_v en fonction de $\Delta \sigma$ peut être tracée à partir d'une courbe telle que celle de la figure 5 en effectuant un changement d'échelle des abscisses donné par la formule (12).

V.5 Recommandation

Pour tenir compte de l'effet de Poisson, dans le cas d'un choc thermique, la quantité calculée élastiquement (variation équivalente de déformation ou amplitude de variation de l'intensité de contrainte) doit être multipliée par un coefficient K_v avant d'être entrée dans la courbe de fatigue de l'analyse à la fatigue.

Ce coefficient K_v est donné en fonction de la variation équivalente de déformation calculée élastiquement (ou l'amplitude d'intensité de contrainte calculée élastiquement) grâce à une courbe déduite de la courbe cyclique uniaxiale en suivant le schéma de la figure 4. Cette procédure permet d'éviter un calcul élastique supplémentaire avec un coefficient de Poisson fictif, comme il est indiqué dans [3] et [4].

L'attention du lecteur est appelée sur le fait que le K_v est strictement différent du K_e employé dans les codes de construction cités. Il est à remarquer que lorsque le comportement est parfaitement élastique ($\nu = 0,3$) K_v est identique à 1 et lorsque le comportement est fortement plastique, il tend vers la valeur de 1,62 (coefficient de Poisson effectif $\bar{\nu} = 0,5$) ce qui est de nature à réduire le nombre de cycles admissibles dans une proportion non négligeable.

V.6 Travaux antérieurs

Il est à noter que des résultats analogues ont été obtenus par Houtman [20] et rappelés par Nickell [21]. Les calculs ont été effectués dans ce cas à l'aide d'un code d'éléments finis et avec un modèle simplifié du comportement du matériau pour tenir compte de la plasticité. Il en est de même de Prost [22] qui semble avoir assimilé les deux coefficients K_e et K_v .

Le problème de l'effet de Poisson en plasticité est d'ailleurs complètement exposé par Severud [23]. Néanmoins, il semble que tous ces auteurs n'aient pas considéré la courbe cyclique du matériau, mais une courbe simplifiée.

VI - CAS GENERAL DE LA SURFACE LIBRE

VI.1 Conditions de la surface libre

Quoique très fréquent, le cas du choc thermique est un cas particulier puisque $\Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon_2$. Il est donc utile d'étudier le cas plus général où $\Delta\varepsilon_1$ et $\Delta\varepsilon_2$ peuvent avoir des valeurs différentes mais où le chargement reste proportionnel ($\Delta\varepsilon_1$ reste proportionnel à $\Delta\varepsilon_2$ par exemple). Pour des raisons de simplicité il sera admis que σ_3 ne varie pas, ce qui est toujours le cas dans la pratique.

VI.2 Définition du coefficient d'effet de Poisson K_v

La condition sur $\Delta\sigma_3$ donne la valeur de $\Delta\varepsilon_3$ à partir de l'équation (7) :

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{-\nu}{1-\nu} (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2)$$

Il est commode de remplacer $\Delta\varepsilon_1$ et $\Delta\varepsilon_2$ par la distorsion d et l'expansion e définies dans ce cas par :

$$e = \frac{\Delta \varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_2}{2}$$

$$d = \frac{\Delta \varepsilon_1 - \Delta \varepsilon_2}{2} = \delta e$$

où δ est le rapport entre la distorsion et l'expansion. La variation équivalente de déformation est alors égale à :

$$\Delta \varepsilon_{eq} = \frac{2}{3} \frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} e \sqrt{1 + 3 \left(\frac{1-\bar{\nu}}{1+\bar{\nu}} \right)^2 \delta^2}$$

Cette expression indique clairement que pour les mêmes données $\Delta \varepsilon_1$ et $\Delta \varepsilon_2$ (c'est-à-dire e et δ), comme dans le cas de la biaxialité parfaite, la valeur de la variation de déformation à utiliser pour entrer dans les courbes de fatigue dépend du coefficient de Poisson effectif $\bar{\nu}$. En effet, si on avait fait le calcul élastiquement, on trouverait la même expression mais avec le coefficient de Poisson élastique.

$$\Delta \varepsilon_{eq_e} = \frac{2}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} e \sqrt{1 + 3 \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} \right)^2 \delta^2}$$

Comme le coefficient de Poisson effectif est toujours supérieur ou égal au coefficient de Poisson élastique, la valeur de $\Delta \varepsilon_{eq}$ est toujours supérieure ou égale à $\Delta \varepsilon_{eq_e}$. Il convient donc de majorer la quantité calculée élastiquement par une quantité K_v qui est égale à :

$$K_v = \frac{\mu}{\bar{\mu}} \sqrt{\frac{1 + 3\delta^2 \bar{\mu}^{-2}}{1 + 3\delta^2 \mu^2}} \quad (13)$$

avec $\mu = \frac{1-\nu}{1+\nu}$ et $\bar{\mu} = \frac{1-\bar{\nu}}{1+\bar{\nu}}$ et $\delta = \frac{d}{e} = \frac{\Delta \varepsilon_1 - \Delta \varepsilon_2}{\Delta \varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_2}$

On retrouve donc le même coefficient que dans le cas de biaxialité parfaite ($Kv = \frac{\mu}{\mu} = \frac{1-\bar{\nu}}{1+\bar{\nu}} \frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}}$) multiplié par un coefficient ($\sqrt{\frac{1+3\delta^2\bar{\mu}^2}{1+3\delta^2\mu^2}}$) qui varie de $\frac{\mu}{\mu}$ quand $\delta = 0$ (choc thermique) à 1 quand δ tend vers l'infini (cisaillement pur ne produisant pas d'effet de Poisson).

L'annexe 2 présente d'autres valeurs intermédiaires de ce coefficient Kv. Elle fournit aussi à titre de comparaison une autre expression différente de Kv basée sur un autre critère [15] que le cisaillement octaédrique. Elle montre que les résultats sont sensiblement voisins.

VI.3 Détermination du coefficient d'effet de Poisson en fonction de la variation équivalente de déformation calculée élastiquement

Le procédé pour tracer les diagrammes donnant le coefficient Kv dans le cas plus général est analogue à celui exposé dans le cas de biaxialité parfaite. De la courbe uniaxiale cyclique donnant $\Delta\sigma_1^*$ en fonction de $\Delta\varepsilon_1^*$ on tire la valeur de Es puis de $\bar{\nu}$, puis celle de Kv (puisque δ est une donnée du problème). Quant à la variation équivalente de déformation calculée élastiquement, elle est donnée par une formule analogue à la formule (11) :

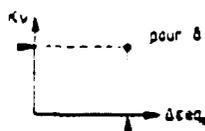
$$\Delta\varepsilon_{eq_e} = \frac{3}{2} \frac{1-\bar{\nu}}{Kv} \Delta\varepsilon_1^* \quad (14)$$

La méthode de construction des courbes donnant Kv en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$ et de δ est rappelée dans l'organigramme de la figure 6.

- 1°) δ
- 2°) $\Delta \epsilon_1^*$
- 3°) E_s lu sur la courbe cyclique



- 4°) $\bar{\nu} = \nu E_s / E + 0,5(1 - E_s / E)$
- 5°) $K_v = \mu / \bar{\mu} \sqrt{(1 + 3\delta^2 \bar{\mu}^2) / (1 + 3\delta^2 \mu^2)}$
- 6°) $\Delta \epsilon_{eq} = 3/2((1 - \bar{\nu}) / K_v) \Delta \epsilon_1^*$
- 7°)



etc...

Figure 6 - ORGANIGRAMME DE LA METHODE DU TRACE DES DIAGRAMMES DONNANT K_v EN FONCTION DE $\Delta \epsilon_{eq}$ ET δ (cas général)

Un exemple de tracé du réseau de telles courbes, obtenues à partir de la courbe cyclique uniaxiale de la figure 2 et de la procédure ainsi mise en place, est donné dans la figure 7.

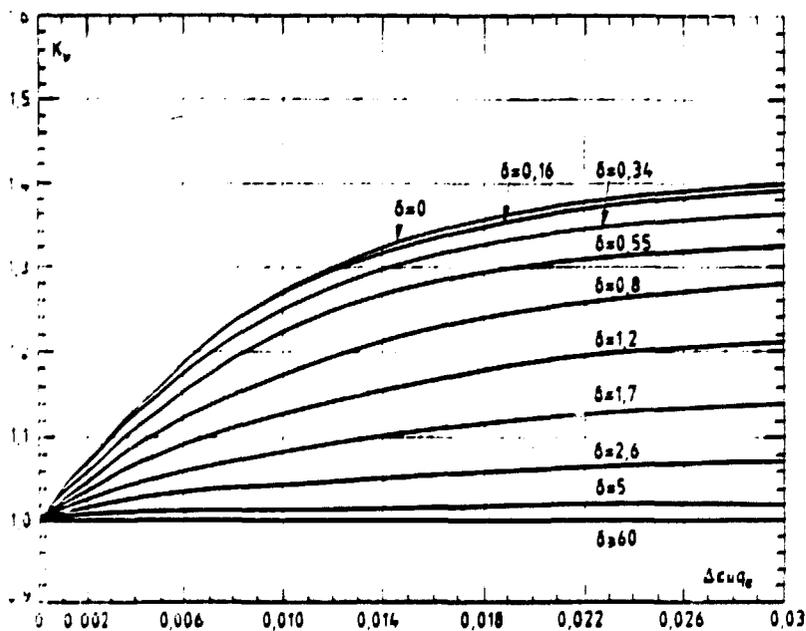


Figure 7 - COURBE DONNANT K_v EN FONCTION DE $\Delta \epsilon_{eq}$ ET δ - UTILISATION DE LA COURBE DE LA FIGURE 2

VI.4 Détermination du coefficient d'effet de Poisson en fonction de l'amplitude de l'intensité de contrainte calculée élastiquement

Les codes tels que /⁻³7 et /⁻⁴7 demandent d'effectuer le calcul élastique des amplitudes d'intensité de contrainte. Il est facile de calculer la variation de déformation calculée élastiquement à partir des variations des composantes de contraintes $\Delta\sigma_1$ et $\Delta\sigma_2$.

$$\Delta\varepsilon_{eq_e} = \frac{4}{3} \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma_1}{2}\right)^2 - \frac{\Delta\sigma_1}{2} \cdot \frac{\Delta\sigma_2}{2} + \left(\frac{\Delta\sigma_2}{2}\right)^2}$$

De même la valeur de δ qui permet la détermination complète de K_v est donnée par l'expression :

$$\delta = \frac{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_1} \frac{1+\nu}{1-\nu}$$

Il est alors possible de tracer des courbes donnant le coefficient d'effet de Poisson en fonction de l'amplitude de l'intensité de contrainte calculée élastiquement à partir de la courbe de la figure 5 et des deux expressions écrites ci-dessus.

VII - CONCLUSIONS

- L'effet de Poisson ne peut être négligé pour les analyses à la fatigue. Les déformations non élastiques (plasticité ou fluage) se produisant sans variations de volume, le coefficient de Poisson effectif risque de devenir voisin de 0,5 lorsqu'elles sont très importantes.

- En cas de chocs thermiques importants sur une surface, cet effet peut conduire à majorer de plus de 60% la valeur à entrer dans l'axe y des courbes de fatigue, réduisant ainsi le nombre de cycles admissibles de moins de 40% par rapport au cas uniaxial.

- Il est proposé de remplacer le calcul élastique, avec un coefficient de Poisson élastique fictif prescrit par les codes, par la majoration de la quantité à entrer à l'axe y de la design curve en multipliant celle-ci par un coefficient correctif baptisé K_v .

- Ce coefficient K_v n'est pas identique au coefficient K_e de l'analyse inélastique simplifiée des codes, qui lui ne concerne que les concentrations de déformations dans les discontinuités. Il convient donc de tenir compte simultanément de ces deux coefficients.

- En admettant les deux hypothèses physiques suivantes :

- le comportement cyclique peut être caractérisé par la contrainte équivalente et la déformation équivalente,
- le comportement à la fatigue peut être caractérisé par la déformation équivalente,

il est possible de calculer K_v .

- Une méthode complète pour tracer les courbes donnant K_v en fonction de la déformation équivalente calculée élastiquement et du rapport des déformations δ dans une surface libre est explicitée dans le texte (figure 6) (cas où la pression appliquée ne varie pas et où les chargements sont proportionnels). Un exemple complet de détermination est donné. Cette méthode est purement analytique et utilise simplement la courbe cyclique uniaxiale.

- Il est montré que cette courbe s'applique également quand il est utilisé l'amplitude d'intensité de contrainte pour effectuer l'analyse à la fatigue, ce qui est la pratique courante dans les cas où le fluage n'est pas significatif.

- Les résultats ne sont pas sensiblement modifiés si le critère utilisé ici pour la fatigue est remplacé par le critère γ^* basé sur la valeur maximale de la distorsion dans un plan à 45° de la surface libre.

ANNEXE I

EXPRESSIONS GENERALES DE FORMULES DU TEXTE

Si σ_{ij} et ϵ_{ij} sont les composantes cartésiennes de la contrainte et de la déformation, les expressions du texte s'écrivent de la façon suivante :

- Contrainte équivalente

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{1}{2} (\sigma_{kk})^2\right)} \quad (1)$$

- Déformation équivalente

$$\epsilon_{eq} = \sqrt{\left(\frac{2}{3} \epsilon_{ij} \epsilon_{ij} - \frac{2}{9} (\epsilon_{kk})^2\right)} \quad (2)$$

- Relation de Nadai entre variation de contrainte et variation de déformation (chargement proportionnel)

$$\Delta \epsilon_{ij} = \frac{1+\bar{\nu}}{Es} \Delta \sigma_{ij} - \frac{\bar{\nu}}{Es} \delta_{ij} \Delta \sigma_{kk} \quad (3)$$

où δ_{ij} est le tenseur de Kroneker.

- Variation de volume (1er ordre)

$$\frac{\Delta v}{v} = \Delta \epsilon_{kk} = \frac{1-2\bar{\nu}}{Es} \Delta \sigma_{kk} \quad (6)$$

ANNEXE 2

EXEMPLE D'UTILISATION D'UN AUTRE CRITERE POUR LE DOMMAGE
DE FATIGUE : DISTORSION DANS UN PLAN A 45°
AVEC LA SURFACE LIBRE

Brown et Miller [12] ont proposé une théorie basée sur les distorsions maximales et la déformation normale correspondante.

Plus récemment Lohr et Ellison [15] ont proposé une simplification de ce critère tenant compte d'une part, que l'effet de la déformation normale ne paraît pas notable, ni bien établi, et d'autre part que les fissures vraiment dangereuses sont celles qui peuvent se propager dans l'épaisseur. Avec cette simplification le critère baptisé γ^* est la variation de la distorsion maximale agissant sur un plan à 45° avec la surface libre.

Dans le cas présent le critère est donc la plus grande des valeurs absolues des 2 quantités suivantes :

$$\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_3$$

$$\Delta\varepsilon_2 - \Delta\varepsilon_3$$

En remplaçant ε_3 par sa valeur, il faut retenir la plus grande des deux quantités suivantes :

$$\left| \frac{\Delta\varepsilon_1 + \bar{\nu}\Delta\varepsilon_2}{1-\bar{\nu}} \right|$$

$$\left| \frac{\Delta\varepsilon_2 + \bar{\nu}\Delta\varepsilon_1}{1-\bar{\nu}} \right|$$

En reprenant les notations précédentes $2e = \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2$
et $2e\delta = \Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2$ ces deux quantités s'écrivent :

$$\left| \left(\frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} + \delta \right) e \right|$$

$$\left| \left(\frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} - \delta \right) e \right|$$

Comme par définition e est toujours positif ainsi que $\frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}}$ le critère peut s'écrire :

$$\Delta \gamma_e^* = e \left(\frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} + |\delta| \right)$$

Dans le cas élastique on aurait eu :

$$\Delta \gamma_e^* = e \left(\frac{1+\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} + |\delta| \right)$$

Il convient donc de majorer la quantité $\Delta \gamma_e^*$ calculée élastiquement en la multipliant par un coefficient qui peut être défini par la formule ci-dessous :

$$K_v = \frac{\mu}{\bar{\mu}} \frac{1 + \bar{\mu} |\delta|}{1 + \mu |\delta|}$$

où μ et $\bar{\mu}$ sont définis comme précédemment.

Cette expression définit le coefficient d'effet de Poisson correspondant au critère γ_e^* . Elle est différente de celle établie pour le critère du cisaillement octaédrique maximal (équation (13)). Cependant elle prend les mêmes valeurs pour le choc thermique ($\delta = 0$) et pour le cisaillement pur (δ tend vers l'infini). De plus les valeurs qu'elles fournissent sont proches pour $\nu = 0,3$ et $\bar{\nu} = 0,5$ qui est le cas le plus défavorable. En effet, si on calcule le rapport des deux quantités définies par ces deux expressions :

$$\frac{Kv(\gamma^*)}{Kv(\varepsilon_{eq})} = \frac{\frac{1 + \bar{\mu}|\delta|}{1 + \mu|\delta|}}{\sqrt{\frac{1 + 3\delta^2 \bar{\mu}^2}{1 + 3\delta^2 \mu^2}}}$$

pour $\bar{\nu} = 0,5$ on obtient les valeurs suivantes :

δ	0	0,5	1	2	5	10	∞
$\frac{Kv(\gamma^*)}{Kv(\varepsilon_{eq})}$	1	0,974	1,027	1,112	1,128	1,096	1

Il apparaît que la différence entre les deux critères n'est pas bien grande.

LISTE DES REFERENCES

- [1] Coffin, L.F., Jr., "A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 76, Aug. 1954, pp.931-950.
- [2] Manson, S.S., "Behavior of Materials under Conditions of Thermal Stress", Heat Transf. Symp., University of Michigan, June 27-28, (1952), University of Michigan Press.
- [3] "Section III. Division I - Nuclear Power Plant Components, Sub-section NB", ASME Boiler and Pressure Vessel Code, The American Society of Mechanical Engineers, New York, 1974.
- [4] AFCEN "Règles de Conception et de Construction des Matériels Mécaniques des Ilots nucléaires PWR", AFNOR Janvier 1983.
- [5] "CASES of ASME Boiler and Pressure Vessel Code CASE N47-19", ASME Boiler and Pressure Vessel Code. The American Society of Mechanical Engineers, New York, 1981.
- [6] Petrequin, P., Roche, R.L., Tortel, J., "Life Prediction in Low Cycle Fatigue Using Elastic Analysis, ASME Int. Conf. Advances in life Prediction methods, New York, April 18.20 (1983).
- [7] Nádai, A., "Theory of Flow and Fracture of Solids", Vol. 1, 2nd Ed., Mc Graw Hill Book Co., Inc., 1950.
- [8] Pascoe, K.J., de Villiers, J.W.R. "Low cycle fatigue of Steels under biaxial straining", Journal of Strain Analysis, Vol. 2, 1967, pp.117-126.

- [9] Zamrik, S.Y. and Goto, T., "The Use of Octahedral Shear Strain Theory in Biaxial Low Cycle Fatigue", in Proceedings. First Inter-American Conference on Materials Technology, American Society of Mechanical Engineers, 1968, pp.551-562.
- [10] Havard, D.G., Topper, T.H., "A Criterion for Biaxial Fatigue of Mild Steel at Low Endurance", Proc. 1st. Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin, 413-432, (1971).
- [11] Taira, S., Inoue, T., Yoshida, T., "Low Cycle Fatigue under Multiaxial Stresses", 11th Japan Cong. On Materials Research-Metallic Materials, 60-65, (Mar. 1968).
- [12] Brown, M.W. and Miller, K.J., "A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress-Strain Conditions". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 187, No 65, 1973, pp.745-755 and D229-D244.
- [13] Havard, D.G., Williams, T.H., and Topper, T.H., "Biaxial Fatigue of Mild Steel ; data compilation and Analysis", Proc. of the 3rd Int. Conf. on SMIRT, London, (1975).
- [14] Miller, K.J., "Multiaxial Fatigue", in "Fatigue Testing and Design" (R.G. Bathgate Ed.) Vol 1 Society of Environmental Engineers Fatigue Group (1976).
- [15] Lohr R.D., and Ellison E.G. "A simple Theory for low cycle multiaxial fatigue" Fatigue of Eng. Mat. and Structures 3 (1980) 1-7.
- [16] Krempl, E., The Influence of State of Stress on Low-Cycle Fatigue of Structural Materials, ASTM STP 549, American Society for Testing and Materials, 1974.

- /~17_7 Garud, Y.S., "Multiaxial Fatigue. A Survey of the State of the Art", J. of Testing and Evaluation 9, 3, May 1981 (165-178).
- /~18_7 Marloff, F.H., Johnson, R.L., "The Influence of Multiaxial stress on Low cycle Fatigue of Cr.Mo-V Steel at 1000°F", WRC Bulletin No 264, (1980).
- /~19_7 Langer, B.F., "Design of Pressure Vessels Involving Fatigue", in Pressure Vessel Engineering Technology. R.W. Nichols, Ed., Elsevier Publishing Co. Ltd. Amsterdam-London-New York, 1971, pp.59-100.
- /~20_7 Houtman, J.L., "Inelastic strain, from Thermal Shock", Mach. Design. 46 (1974), 190.
- /~21_7 Nickell, R.E., "A survey of simplified inelastic methods", WRC Bulletin No 253, Oct. (1979).
- /~22_7 Prost, J.P., Arnaudeau, F., "Elastic Plastic Strain correction factor in stainless steel pipes and nozzles subjected to thermal shocks", 4th Int. Conf. on Pressure Vessel Technology, Vol. II, C90/80, London (1980).
- /~23_7 Severud, L.K., "Background to the Elastic Creep-Fatigue Rules of the ASME B & PV Code Case 1592", Nuclear Engineering and Design, Vol. 45, Feb. 1978, pp.449-455.

LISTE DES FIGURES DANS LE TEXTE

1. Directions principales 1, 2 et 3 et surface libre.
2. Courbe cyclique uniaxiale $\Delta\sigma_1^* - \Delta\varepsilon_1^*$ d'un acier austénitique 316 L à température ambiante.
3. Définition d'un module sécant E_s sur une courbe cyclique uniaxiale.
4. Organigramme de la méthode du tracé des diagrammes donnant K_v en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$ (cas de biaxialité parfaite).
5. Courbe donnant K_v (biaxialité parfaite) en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$. Utilisation de la courbe de la figure 2.
6. Organigramme de la méthode du tracé des diagrammes donnant K_v en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$ et δ (cas général).
7. Courbe donnant K_v en fonction de $\Delta\varepsilon_{eq_e}$ et δ . Utilisation de la courbe de la figure 2.

Edité par
le Service de Documentation
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
91191 GIF-sur-YVETTE Cédex (France)