

FR 8403325

institut de physique nucléaire

LABORATOIRE ASSOCIE A L'IN2P3



IPNO.GBPL 83-10

SPECTROMETRIE HAUTE RESOLUTION :
COMMENT LES QUALITES DE L'ANALYSEUR, CELLES DU
SPECTROMETRE ET L'EMITTANCE MACHINE CONTRIBUENT-
ILS AUX PERFORMANCES OBTENUES.

P. ROUSSEL

UNIVERSITE PARIS-SUD

I.P.N. BP n° 1 - 91406 ORSAY

SPECTROMETRIE HAUTE RESOLUTION :
COMMENT LES QUALITES DE L'ANALYSEUR, CELLES DU SPECTROMETRE
ET L'EMITTANCE MACHINE CONTRIBUENT-ILS AUX
PERFORMANCES OBTENUES.

Résumé

Par des calculs au premier ordre établis pour un système achromatique A) ($\Delta x_f / \Delta E_f = 0$) ou optimisé O) (x_f minimum), on montre que la résolution finale obtenue dans le plan focal du spectromètre ne dépend que de l'émittance de la machine (exclusivement géométrique pour A), également énergétique pour O) et de la surface polaire utilisable de l'analyseur, à l'exclusion donc des propriétés du spectromètre. On insiste sur la nécessaire prise en compte de ce résultat peut-être un peu paradoxal dont l'utilisation est évidemment limitée par l'intervention des termes d'ordre supérieur ou d'éléments d'une autre nature (taille de cible, tenue au faisceau, etc...).

Abstract

Using first order calculations derived for an achromatic system A) ($\Delta x_f / \Delta E_f = 0$) or an optimised system O) (x_f minima), it is shown that the final resolution measured in the focal plane of the spectrometer depends only on the emittance of the accelerator and of the efficient area of the analyser, exclusive of the properties of the spectrometer. The use of this result is only limited by higher order terms in the calculation or considerations out of this scope like target effects etc...

I - LES ELEMENTS DU CALCUL

1. NOTATIONS

Les notations sont celles du code TRANSPORT réduites aux seules variables du plan horizontal. Une trajectoire est définie en chaque point par x et θ , les écarts linéaire et angulaire à la trajectoire centrale et par δ , l'écart relatif en rigidité magnétique (les unités les plus utilisées* sont respectivement le cm, le mr, le % $\Delta p/p$).

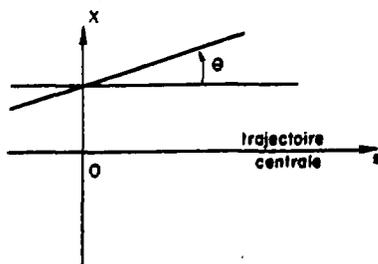


Fig. 1

Le vecteur qui définit la trajectoire en un point F ($s=s_F$) se déduit de celui qui décrit la trajectoire en un point I ($s=s_I$) par une relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} x_F \\ \theta_F \\ \delta_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{IF} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_I \\ \theta_I \\ \delta_I \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad R_{IF} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{16} \\ R_{21} & R_{22} & R_{26} \\ R_{61} & R_{62} & R_{66} \end{pmatrix} \quad **$$

* Il est en fait plus cohérent d'utiliser le mètre, le radian, le nombre sans dimension.

** La troisième dimension ici est la sixième du code transport (2 dimensions verticales et 1 longitudinales sont manquantes).

Pour les cas qui nous intéressent, si la portion de trajet IF contient des éléments dispersifs (aimants dipôles) la matrice s'écrit :

$$R_{IF} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{16} \\ R_{21} & R_{22} & R_{26} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sinon, les deux termes R_{16} , (dispersion $D = (x/\delta)$) et R_{26} , (dispersion angulaire $D' = (\theta/\delta)$) sont nuls. Dans les deux cas $\det R_{IF} = R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21} = 1$ (théorème de Liouville).

R_{11} est le grandissement linéaire (G)

R_{22} est le grandissement angulaire

R_{21} est la puissance, soit l'inverse de la distance focale

Si R_{12} est nul, il y a focalisation en F. F est le point conjugué de

1. On a alors : $R_{22} = 1/R_{11} = 1/G$.

2 - POUVOIR D'ANALYSE D'UN SYSTEME DISPERSIF

La matrice qui conduit du point objet au plan focal d'un système dispersif (analyseur, spectromètre) s'écrit :

$$\begin{pmatrix} G & 0 & 0 \\ P & 1/G & D' \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Un objet monochromatique de taille x_1 donne dans le plan focal une tache de dimension Gx_1 . Un objet de même taille mais d'énergie légèrement différente (δ) pourra être distingué si $D \cdot \delta \geq Gx_1$. Pour x_1 donné, δ est d'autant plus petit que D/G est grand. C'est ce paramètre ($Q = D/G$) qui mesurera donc la "qualité" du système d'analyse.

Q n'est généré qu'à l'intérieur des dipoles et plus précisément, on a* :

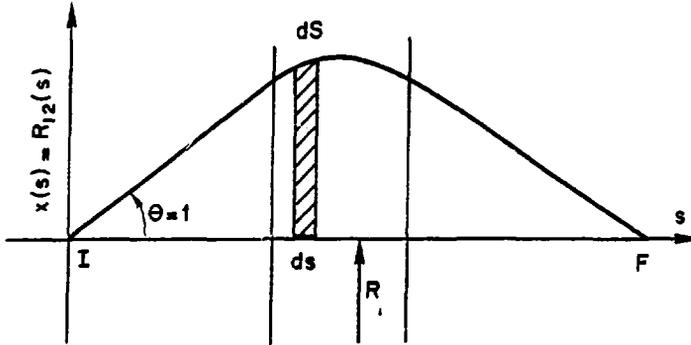


Fig. 2

$$Q = \frac{D}{G} = \frac{R_{16}}{R_{11}} = \int_{IF} -R_{12} \, d\alpha = \int_{IF} -R_{12} \frac{ds}{R} = \int_{IF} -\frac{ds}{R} \quad (1)$$

* Les relations générales sont :

$$R_{16} = R_{12} \int_{IF} R_{11} \, d\alpha - R_{11} \int_{IF} R_{12} \, d\alpha$$

$$R_{26} = R_{22} \int_{IF} R_{11} \, d\alpha - R_{21} \int_{IF} R_{12} \, d\alpha$$

mais on a utilisé ici le fait que $R_{12} = 0$ (focalisation).

**Il est clair que c'est la valeur absolue de D/G qui caractérise le pouvoir d'analyse. par commodité, on gardera ou on ne gardera pas Q avec son signe.

où $d\alpha$ est la rotation correspondant à l'élément ds de trajectoire et dS est donc l'élément de surface comprise entre la trajectoire qui part de l avec l'angle unité et la trajectoire centrale (voir figure).

On a noté \overline{dS} pour la mesure algébrique de dS positif au-dessus de l'axe, négatif en dessous. De la même façon, R et $d\alpha$ doivent être comptés positif pour une rotation à droite, et négatif pour une rotation à gauche. Ceci est très important si on combine des dipôles avec des rotations opposées ou/et avec une focalisation intermédiaire.

3 - MATRICE CIBLE

Pour des raisons de simplicité (et de réalisme), on va se limiter ici aux observations à petit angle pour lesquelles la correction des effets d'épaisseur par les rotations de cibles ont des effets négligeables (diffusion élastique) ou nuis (correction conduisant à des angles irréalistes et donc non pratiqués).

Même pour une réaction donnée, une cible fait correspondre à un rayon incident une infinité de rayons sortants. Elle ne peut donc être simulée par une matrice. On peut cependant utiliser le calcul matriciel à condition de fractionner le problème et d'utiliser deux matrices différentes, l'une pour les réglages du spectromètre, l'autre pour les réglages de tout ce qui précède. Pour la première, on utilise la matrice ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & K & 1 \end{pmatrix}$$

qui permet de déterminer l'emplacement du "plan focal déplacé" correspondant. Pour la seconde, on prend :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K & C \end{pmatrix}$$

où K est le facteur cinématique de la réaction :

$$|K| = \frac{1}{p} \frac{dp}{d\theta_R}$$

qui doit être pris avec le signe + si le diaphragme d'entrée du spectromètre est vu sur la droite par le faisceau, avec le signe - dans le cas inverse.

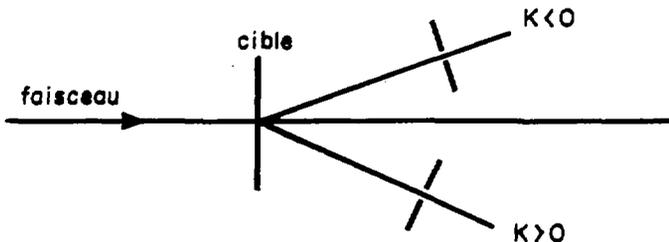


Fig. 3

et où :

$$C = (dp_1/p_1) / (dp_1/p_1)$$

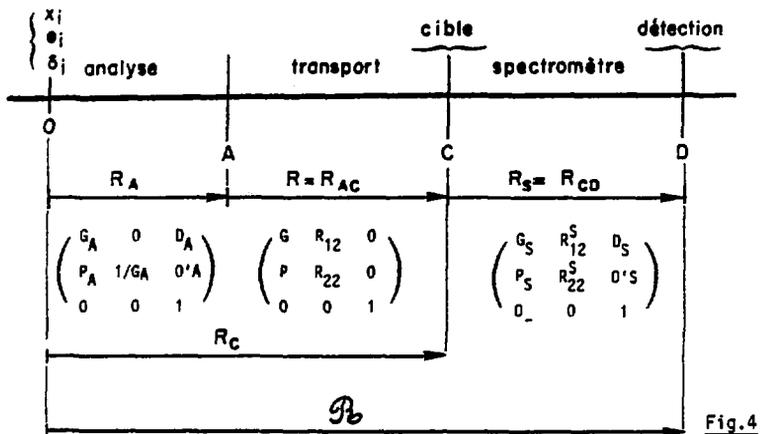
est le rapport des variations relatives des rigidités magnétiques entre la sortie et l'entrée de la cible (après et avant la réaction).

On examinera d'abord le problème de la haute résolution pour le cas où $K = 0$ et $C = 1$, c'est-à-dire pour la diffusion élastique ou faiblement inélastique $\alpha^0 O^+$ (aux tous petits angles).

II - L'ENSEMBLE DU TRANSPORT ET SES DIFFERENTS REGLAGES

Au départ, on considère un accélérateur qui produit en un point O , un faisceau de dimensions x_1 , θ_1 , δ_1 et dont le volume de phase sera ou non considéré comme un ellipsoïde droit. Ce faisceau traverse d'abord une section d'analyse qui contient des éléments dispersifs (dipôles) et possède un plan focal (A). Elle est suivie d'une section de transport (non dispersif) qui

amène le faisceau sur la cible (C). Enfin, on dispose un spectromètre dont l'espace focal est équipé d'un détecteur (D). Cela donne le schéma ci-dessous où la matrice cible n'est pas indiquée.



Il y a bien sûr une part d'arbitraire dans le découpage analyse /transport, il peut cependant correspondre dans la pratique à une partie fixe et une partie où sont effectués les réglages.

Les propriétés essentielles du système étant le mieux mises en valeur dans le cas déjà indiqué où $K = 0$ $C = 1$, on va tout de suite prendre en compte ce qui en découle : il y a focalisation ($R_{12} = 0$) sur la cible (C) et dans le plan de détecteur (D). On peut alors tout simplement ignorer la cible. On a alors :

$$R_A = \begin{pmatrix} G_A & 0 & D_A \\ P_A & 1/G_A & D'A \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; R = \begin{pmatrix} G & 0 & 0 \\ P & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; R_S = \begin{pmatrix} G_S & 0 & D_S \\ P_S & 1/G_S & D'S \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$R_C = \begin{pmatrix} GG_A & 0 & GD_A \\ PG_A + \frac{P_A}{G} & \frac{1}{GGA} & PDA + \frac{D'A}{G} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{pmatrix} G_S G_A G & 0 & G_S G D_A + D_S \\ P_S G G_A + \frac{1}{G_S} \left(P_G A + \frac{P_A}{G} \right) & 1/G_S G G_A & P_S G D_A + \frac{1}{G_S} \left(P_D A + \frac{D'A}{G} \right) + D'S \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

1 - SYSTEME ACHROMATIQUE

On veut qu'en sortie du spectromètre, les trajectoires soient indépendantes de l'énergie. Cela suppose que les deux termes \mathcal{D} et \mathcal{D}' soient nuls. Remarquons que si \mathcal{D}' la dispersion angulaire résultante n'est pas nulle, \mathcal{D} la dispersion spatiale résultante n'est nulle que dans le plan de détection (ici plan focal). On a alors le schéma suivant pour deux trajectoires d'énergie légèrement supérieure (δ^+) ou inférieure δ^- à la trajectoire centrale.

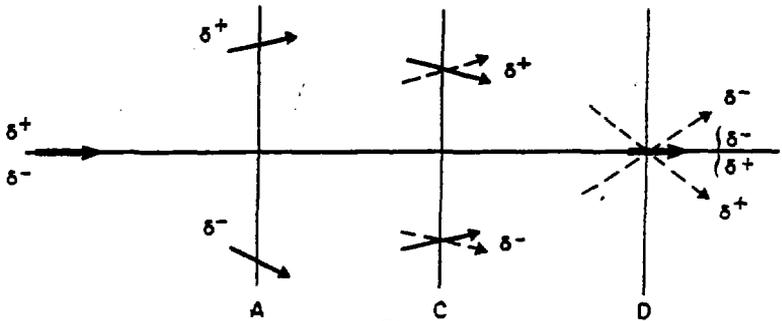


Fig. 5

en pointillé, le cas où seul l'achromatisme spatial est assuré.

Du point de vue des matrices, on a :

$$\mathcal{D} = 0 = G_S G D_A + D_S \quad (5)$$

soit $G = - \frac{D_S}{G_S D_A} = - Q_S / D_A$

on a alors :

$$Q = - G_A \frac{D_S}{D_A} = - Q_S / Q_A \quad (6)$$

Le pouvoir d'analyse de l'ensemble par rapport à la source initiale (l'accélérateur) est évidemment nul puisque $D = 0$. Mais ce qui nous intéresse, c'est l'analyse de ce qui se passe dans la cible. On a alors :

$$Q = \frac{D_S}{D_A} = - Q_A \quad |Q| = |Q_A| \quad (7)$$

Ce pouvoir d'analyse de l'ensemble est donc celui de l'analyseur et pas celui du spectromètre.

Pour l'achromatisme angulaire, on veut en plus, $D' = 0$ qui détermine la valeur de P :

$$P = \frac{D'_A G_S}{D_S} + \frac{G_S}{D_A} \left(\frac{P_S D_S}{G_S} - D'_S \right) \quad (8)$$

Il est intéressant de regarder ce qui se passe sur la cible :

- l'achromatisme spatial impose :

$$\begin{cases} D_C = G D_A = - \frac{D_S}{G_S} = - Q_S \\ G_C = G G_A = - Q_S / Q_A \end{cases} \quad (9)$$

- et pour l'achromatisme angulaire, on vérifie qu'on a simplement en plus :

$$P_S D_C + \frac{D'_C}{G_S} + D'_S = 0 \quad (10)$$

Insistons sur le fait que ce résultat obtenu dans les conditions du réglage achromatique est comme ce dernier indépendant de toutes hypothèses sur la forme de la surface de phase initiale.

qui exprime la relation angulaire entre l'entrée et la sortie du spectromètre pour les trajectoires δ^* (ou $\delta \rightarrow$) issues de l'accélérateur sans écart géométrique (trait continu dans la fig. 5).

$$R_{21}^s x_C^s + R_{22}^s \delta_C^s + R_{23}^s \delta_C = 0. \quad (11)$$

Intéressons-nous maintenant à la tache du faisceau sur la cible (qui reste la même qu'on soit en achromatique total ou seulement spatial). Elle comporte deux contributions :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{11} x_i = -\frac{Q_S}{Q_A} x_i \\ \text{et } R_{16} \delta_i = -Q_S \delta_i \end{array} \right. \quad (12)$$

(La taille résultante dépend de la forme du volume de phase ; on examinera plus loin le cas d'un ellipsoïde).

Ce qu'on remarque, c'est que l'utilisation d'un mauvais spectromètre (Q_S petit) conduit à des faisceaux très petits sur la cible, et c'est une des bornes qui limite l'utilisation de la relation (7) ! mais cela indique aussi l'utilité d'avancer dans la réalisation de cibles tournantes etc...

2 - SYSTEME OPTIMISE

Faut-il travailler en achromatique ? non : ce qu'on recherche, ce n'est pas l'indépendance par rapport à l'énergie, mais c'est la meilleure résolution, c'est-à-dire la tache la plus petite possible dans le plan de détection.

On peut faire diverses hypothèses sur la forme de la surface de phase (x_i, δ_i) qui conduisent à des optimisations différentes. Avec une ellipse droite, on a :

$$x_{DM} = \sqrt{\frac{C^2}{j} x_i^2 + (0) + D^2 \delta_i^2} \quad (13)$$

où x_{DM} est la valeur maximum de x_D , c'est-à-dire la taille de la tâche observée sur le détecteur.

Les coefficients \mathcal{D} et \mathcal{Q} dépendent du même paramètre G . La valeur de G qui donne $\mathcal{D} = 0$ ne conduit évidemment pas à x_{DM} minimum. On trouve pour x_{DM} minimum :

$$G = - \frac{D_S}{G_S D_A} \frac{1}{\left[1 + \frac{x_i^2}{\delta_i^2} \times \frac{Q_A^2}{D_A^2} \right]} = G_{achr.} \times \frac{1}{\left[1 + \frac{v^2}{Q_A^2} \right]} \quad (14)$$

$$\text{où } v = \frac{x_i}{\delta_i}$$

On a alors :

$$x_{DM} = \frac{D_S x_i}{Q_A \left[1 + \frac{v^2}{Q_A^2} \right]^{1/2}} \quad (15)$$

Pour garder au pouvoir d'analyse \mathcal{Q} la même signification physique, on va remplacer \mathcal{Q} par le rapport de la taille de la tâche dans le plan du détecteur x_{DM} à la taille initiale x_i , soit :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}^{opt.} \frac{D_S}{x_{DM}/x_i} &= Q_A \left[1 + \frac{v^2}{Q_A^2} \right]^{1/2} = \left[Q_A^2 + v^2 \right]^{1/2} \quad ** \\ &= v \left[1 + \frac{Q_A^2}{v^2} \right]^{1/2} = \frac{x_i}{\delta_i} \left[1 + \frac{Q_A^2}{(x_i/\delta_i)^2} \right]^{1/2} = \dots \end{aligned} \quad (16)$$

* $Q_A = \mathcal{Q}_{achr.}$

**A titre d'exemple, sur le tandem MP d'Orsay, on a $Q_A \approx 5 \text{ cm}/\%$;
 $v = 0.050/0.015 \approx 3.3$; $\mathcal{Q}^{opt.}/\mathcal{Q}_{achr.} \approx 1.2$.

Ce qui est intéressant, c'est que cette optimisation peut (évidemment) améliorer le résultat, mais elle le fait en fonction des qualités du faisceau ($v = \frac{x_i}{\delta_i}$) mais toujours indépendamment de celles du spectromètre ! (Notons également que plus le faisceau est monoénergétique, plus on s'éloigne de l'achromatisme).

On retrouve, bien sûr, l'influence du spectromètre sur la cible :

On aurait en achromatique :

$$\begin{aligned}
 x_{CM}^{achr.} &= \sqrt{\left(\frac{Q_S}{Q_A} x_i\right)^2 + (Q_S \delta_i)^2} = Q_S \sqrt{\left(\frac{x_i}{Q_A}\right)^2 + \delta_i^2} \\
 &= Q_S \delta_i \sqrt{1 + \frac{v^2}{Q_A^2}} = \frac{Q_S}{Q_A} x_i \sqrt{1 + \frac{Q_A^2}{v^2}} \\
 &= \frac{Q_S}{Q_A} \delta_i \sqrt{Q_A^2 + v^2} = \frac{Q_S x_i}{\sqrt{Q_A^2 + v^2}}
 \end{aligned} \tag{17}$$

où x_{CM} est la valeur max. de x_C et $v = x_i/\delta_i$.

On a maintenant après optimisation :

$$x_{CM}^{opt.} = \frac{x_{CM}^{achr.}}{1 + \frac{v^2}{Q_A^2}} = \frac{Q_S \delta_i}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{Q_A^2}}} = \text{etc ...} \tag{18}$$

c'est-à-dire que la tache sur la cible est modifiée dans le même sens que la tache sur le détecteur et on a :

$$\frac{x_{CM}^{opt.}}{x_{CM}^{achr.}} = \left(\frac{x_{DM}^{opt.}}{x_{DM}^{achr.}} \right)^2 = \left(\frac{r^{opt.}}{r^{achr.}} \right)^2 = \frac{1}{1 + \frac{v^2}{Q_A^2}} \tag{19}$$

3 - ROLE DE L'EMITTANCE MACHINE

On a considéré jusqu'ici x_i et Q_A comme des données indépendantes. x_i produit par la machine. Q_A une donnée du système d'analyse. En fait, on peut faire précéder l'analyseur proprement dit d'un système de transport non dispersif de grandissement g et (par exemple) télescopique de matrice :

$$\begin{pmatrix} g & 0 & 0 \\ 0 & 1/g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et c'est l'ensemble de ces deux parties qui devra être considéré comme analyseur mais avec un paramètre ajustable g .

On peut aussi - et les résultats finaux seront évidemment les mêmes - considérer l'ensemble de l'accélérateur et du transport préliminaire comme un accélérateur comportant cette fois le paramètre ajustable g , c'est ce que nous allons faire.

On a alors le schéma suivant où on a mis en évidence dans l'analyseur deux trajectoires particulières : I) celle qui part du point central objet avec un angle unité (et qui sous tend la surface polaire s) ; II) celle qui part du même point avec un angle maximum θ_U - compte tenu des dimensions utiles des pièces polaires de l'analyseur - (et qui engendre la surface S avec $S/s = \theta_U$).

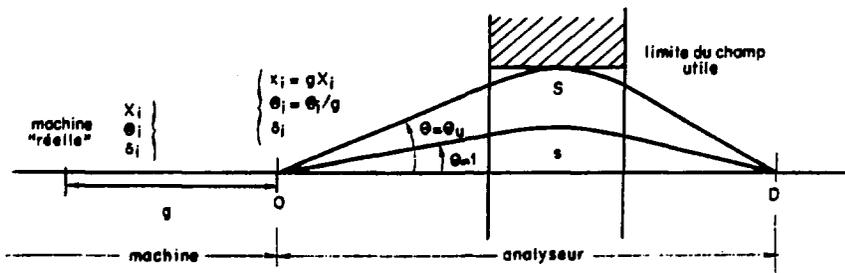


Fig. 6

La résolution finale sera d'autant meilleure que x_i sera petit et donc θ petit. La limite tient à l'émission du faisceau qui donne une ouverture angulaire θ_i d'autant plus grande que x_i est petit. Si dans la région centrale de l'analyseur, on néglige les termes $R_{11}x_i$ et $R_{16}\theta_i$ devant le terme $R_{12}\theta_i$, la limite supérieure de θ_i peut être prise égale à θ_u .

Si $\mathcal{E}/\pi = \varepsilon = \theta_i x_i = \theta_u x_i$ est l'émission du faisceau (divisée par π), on a alors :

$$x_i = \varepsilon / \theta_u$$

$$Q_A = \int R_{12} d\alpha = \int \frac{ds}{R} = \frac{s}{R} = \frac{S}{\theta_u R} \quad (20)$$

et ainsi

$$Q_A = \frac{S}{R} \frac{x_i}{\varepsilon} \quad (21)$$

La résolution finale obtenue qui s'exprime comme x_i/q ou q est le pouvoir d'analyse défini précédemment est alors :

$$\mathcal{R}_{\text{achr.}} = q \frac{x_i}{\text{achr.}} = \frac{x_i}{Q_A} = \frac{\varepsilon}{S/R} = \frac{\varepsilon}{\Sigma_A} \quad (22)$$

pour le réglage achromatique.

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\text{opt.}} &= \frac{x_i}{q_{\text{opt}}} = \frac{x_i}{\left[\left(\frac{S}{R} \right)^2 \frac{x_i^2}{\varepsilon^2} + \frac{x_i^2}{\delta_i^2} \right]^{1/2}} = \frac{1}{\left[\left(\frac{S/R}{\varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{1}{\delta_i} \right)^2 \right]^{1/2}} \\ \mathcal{R}_{\text{opt.}} &= \frac{\delta_i}{\left[1 + \left(\frac{\delta_i}{\varepsilon/\Sigma_A} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{\varepsilon/\Sigma_A}{\left[1 + \left(\frac{\varepsilon/\Sigma_A}{\delta_i} \right)^2 \right]^{1/2}} = \left[\left(\frac{\Sigma_A}{\varepsilon} \right)^2 + \frac{1}{\delta_i^2} \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (23)$$

pour le réglage optimisé.

Les trois éléments déterminants sont donc l'émittance géométrique du faisceau ϵ , la largeur en énergie δ_1 de ce faisceau, la surface polaire utile $\Sigma_A = S/R^2$ de l'analyseur et toujours rien qui concerne le spectromètre !

4 - MATRICES DE CIBLES

Introduisant en C une matrice cible :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K & C \end{pmatrix}$$

Examinons comment sont modifiées les conclusions précédentes, et pour cela examinons d'abord séparément l'intervention de C et de K.

$$\text{Pour } C = (dp_1/p_1)/(dp_1/p_1)$$

la combinaison de [c] avec le spectromètre donne :

$$\begin{pmatrix} G_s & 0 & CD_s \\ F_s & 0 & CD'_s \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$$

Pour le réglage achromatique, la dispersion du spectromètre est multipliée par C. Il en résulte un réglage différent pour G mais les performances obtenues, indépendantes du spectromètre, sont donc inchangées.

Pour le réglage optimisé, δ_1 est remplacé par $C\delta_1$, et donc ν par $\nu/C = \delta_1/C\delta_1$ et cette fois, réglage et performances sont différentes.

*De fait, la détermination de Σ sera plutôt effectuée à partir des paramètres théoriques D_A et G_A et de l'évaluation de l'angle limite θ_U (par $S/R = \theta_U \times \frac{D_A}{G_A}$). Il est cependant utile de retenir la signification physique de S/R.

En ce qui concerne l'achromatisme angulaire, (le spatial étant supposé réalisé) dans la relation (10) D_c et D'_s multipliés par C impose que D'_c soit lui aussi multiplié par C , de telle sorte que la relation (11) et sa signification géométrique sont inchangées. Simplement x , θ et δ sont tous multipliés par C .

L'effet du facteur cinématique $K = \frac{dp/p}{d\theta}$ est bien connu, il est traité par ailleurs, mais on montre que les conclusions des § précédents ne sont pas altérées par la présence de K .

III - CONCLUSION

Une seule formule peut résumer ce qui a été trouvé pour la résolution :

$$R_{opt.} = \left[\left(\frac{\Sigma_A}{E} \right)^2 + \frac{1}{\delta_1^2} \right]^{-1/2} \quad (24)$$

- où $\Sigma_A = S/R$ caractérise l'analyseur de surface polaire utile S et de rayon de courbure moyen R .

- où $\epsilon^2 \pi$ est l'émittance géométrique du faisceau, δ_1 sa largeur en énergie. R_{opt} correspond alors à une optimisation de la résolution pour un volume de phase initial ellipsoïdal. Il suffit de faire $\delta_1 \rightarrow \infty$ pour avoir le cas achromatique.

Dans tous les cas, ce sont donc les qualités de l'analyseur qui apparaissent comme essentielles et non celles du spectromètre pour déterminer la résolution en énergie obtenue.

L'émittance du faisceau (ϵ_1 , δ_1) est également déterminante.

*Notons que Σ_A et ϵ ont les mêmes dimensions - par exemple mm.mr.

Les limites de validité de ce résultat qui peut paraître paradoxal sont diverses.

1) au premier ordre, et pour une résolution donnée, la tache sur la cible est d'autant plus petite que le spectromètre est mauvais : cela peut rapidement conduire à des problèmes de tenue de cible au faisceau. En même temps, la largeur angulaire du faisceau peut devenir prohibitive : soit pour le transport du faisceau, soit parce qu'elle nuit à la précision de la distribution angulaire du phénomène étudié.

2) les termes d'ordre supérieur vont aussi limiter l'utilisation de grandissements trop différents de 1.

3) enfin, on a implicitement supposé que la précision du détecteur dans le plan focal du spectromètre ne limitait jamais la résolution obtenue, ni la stabilité des éléments magnétiques utilisés, ni les effets de ralentissement différentiels dans la cible etc...

Malgré ces limites, il semble important de tenir compte de la réalité du résultat au moment de la conception d'une ligne pour haute résolution, d'un spectromètre ... ou celle d'un accélérateur.

REMERCIEMENTS

D. Potaux est remercié pour sa lecture détaillée du manuscrit et les suggestions qui en ont résulté.