ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э 84-170
ОТФ

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ

Серпухов 1984

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э 84-170
ОТФ

А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ

Серпухов 1984

УДК 530.12.550.831. М - 24

Аннотация

Логунов А.А., Меструришвили М.А. Релятивистская теория гравитации: Препринт ИФВЭ 84-170. - Серпухов, 1984. - 24 с., библиогр.: 10 назв.

На основании специального принципа относительности и принципа геометризации с помощью представления о гравитационном поле как физическом поле в духе Фарадея-Максвелла, обладающем энергией, импульсом и спином 2 и 0, в данной работе однозначно строится релятивистская теория гравитации (РТГ). Источником гравитационного поля является суммарный сохраняющийся тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского. В РТГ законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения вещества и гравитационного поля строго выполняются. Теория объясняет всю имеющуюся совокупность гравитационных экспериментов. В силу принципа геометризации риманово пространство в данной теории имеет полевое происхождение, поскольку как эффективное силовое пространство оно возникает в результате воздействия гравитационного поля на вещество. РТГ дает предсказание исключительной силы - Вселенная не замкнута и она только "плоская". Отсюда следует, что во Вселенной должна существовать "скрытая масса" в какой-либо форме материи.

Abstract

Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. Relativistic Gravitation Theory: IHEP Preprint 84-170.- Serpukhov, 1984. - p. 24, refs.: 10.

On the basis of the special relativity and geometrization principle we have unambiguously constructed a relativistic gravitation theory (RGT) with the help of a notion of a gravitational field as a physical field in Faraday-Maxwell spirit, which posesses energy momentum and spins 2 and 0. The source of gravitation field is a total conserved energy-momentum tensor for matter and for gravitation field in Minkowski space. In the RGT conservation laws for the energy momentum and angular momentum of matter and gravitational field hold rigorously. The theory explains the whole set of gravitation experiments. Here, due to the geometrization principle the Riemannian space is of a field origin since this space arises effectively as a result of the gravitation field action on the matter. The RGT astonishing prediction is that the Universe is not closed but "flat". It means that in the Universe there should exist a "missing" mass in some form of matter.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа подводит итоги предшествующих исследований[1] и завершает построение релятивистской теории гравитации (РТГ) в рамках специального принципа относительности, который ранее применялся только к механическим явлениям, а затем Анри Пуанкаре был выдвинут как всеобщий принцип для всех физических явлений и сформулирован следующим образом[2]: "Законы физических явлений будут одинаковыми как для покоящегося наблюдателя, так и для наблюдателя, находящегося в состоянии равномерного поступательного движения, так что мы не имеем и не можем иметь никаких средств, чтобы различить, находимся ли мы в таком движении или нет". Принято считать почти до сих пор, что содержание принципа относительности ограничено утверждением о существовании только одного класса координатных систем, так называемых инерциальных систем отсчёта, в которых физические процессы протекают одинаковым образом. Однако, как показано в работе[3], открытие Минковским псевдоевклидовой геометрии пространства-времени позволяет сформулировать обобщенный принцип относительности, справедливый не только для класса инерциальных систем отсчёта, но и для классов неинерциальных систем отсчёта. Обобщённый принцип относительности сформулирован нами в работах[3] следующим образом: "Какую бы физическую систему отсчёта мы ни избрали (инерциальную или неинерциальную), всегда можно указать бесконечную совокупность других систем отсчёта, таких, в которых все физические явления протекают одинаково с исходной системой отсчета; так что мы не имеем и не можем иметь никаких средств для различения на эксперименте, в какой именно системе отсчёта из этой бесконечной совокупности мы находимся".

Открытие псевдоевклидовой геометрии пространства-времени позволяет сформулировать законы как в инерциальных, так и в неинерциальных системах отсчёта и этим самым опровергнуть укоренившиеся ошибочные утверждения[4] о неприменимости специальной теории относительности к ускоренным системам отсчёта. Это означает, что при описании физических явлений в пространстве Минковского в зависимости от физической задачи мы можем выбрать любую подходящую систему отсчёта, адекватную данной задаче, а, следовательно, и задать соответствующий метрический тензор γ^{ik} пространства Минковского. Согласно идеологии общей теории относительности (ОТО) следует, что специальный принцип относительности не применим для гравитационных явлений. Именно в этом центральном пункте почти семьдесят лет назад Эйнштейн и Гильберт совершили при построении ОТО принципиальный отход от специальной теории относительности, который и привел к отказу от законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения, а также к возникновению нефизических понятий о нелокализуемости гравитационной энергии и многому другому, что не имеет никакого отношения к гравитации. Эти два великих учёных покинули удивительной простоты пространство Минковского, обладающее максимальной (десятипараметрической) группой движения пространства, и вошли в дебри римановой геометрии, которые затянули и последующие поколения физиков, занимающихся гравитацией. Некоторые авторы отказ от законов сохранения энергии-импульса в ОТО рассматривают как важнейший принципиальный шаг, который сделала эта теория, низвергнув такое понятие как энергия. Однако мы были бы слишком легкомысленны, если бы без должных экспериментальных оснований отказались от важнейшего закона природы - закона сохранения энергии-импульса и момента количества движения замкнутой системы. В работах/1/ было показано, что поскольку ОТО не имеет и не может иметь законов сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля вместе взятых, инертная масса, определенная в теории Эйнштейна, не имеет физического смысла, поток гравитационного излучения, как он определен в ОТО, всегда может быть уничтожен соответствующим выбором допустимой системы отсчёта, следовательно, квадрупольная формула Эйнштейна для излучения гравитационного поля не является следствием ОТО. Из общей теории относительности, в принципе, не следует, что двойная система теряет энергию из-за гравитационного излучения. ОТО не имеет классического ньютоновского предела, следовательно, она не удовлетворяет одному из наиболее фундаментальных принципов физики - принципу соответствия. Вот к чему приводит отсутствие в ОТО законов сохранения энергии-импульса, если отказаться от догматизма, серьёзно вдуматься в существо проблемы и провести почти элементарный анализ. Все это свидетельствует о том, что общая теория относительности не является удовлетворительной физической теорией, поэтому задача построения классической теории гравитации, которая удовлетворяла бы всем требованиям, предъявляемым к физической теории, является насущной проблемой.

В основе нашей теории, в противоположность ОТО, лежит специальный принцип относительности, который мы, следуя Пуанкаре, считаем всеобщим, следовательно, применимым и для гравитационных явлений. Таким образом, в нашем подходе законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения строго выполняются, имеют ковариантный характер, поэтому в теории не возникает каких-либо псевдотензоров, следовательно, и нефизических понятий о нелокализуемости гравитационной энергии. Образно говоря, наша задача заключается прежде всего в том, чтобы, не покидая пространства Минковского, с помощью тензорного гравитационного поля и принципа геометризации построить эффективное полевое риманово пространство со строгим соблюдением законов сохранения материи. Это позволит в необходимых случаях использовать риманово пространство, но уже освещенное законами сохранения материи. Заметим, что так построенное риманово пространство имеет, в буквальном смысле, полевую природу, поскольку это эффективное силовое пространство создается гравитационным полем типа Фарадея-Максвелла. Эту программу мы осуществим в данной статье, развивая работы/5/. При этом нам удастся с необходимостью сохранить уравнения Гильберта-Эйнштейна, дополнив их четырьмя новыми полевыми уравнениями, согласно которым гравитационное поле имеет в общем случае только спин 2 и 0. Такая теория изменяет сложившиеся под влиянием ОТО представления о пространстве-времени, выводит нас из дебрей римановой геометрии и по духу соответствует современным теориям физики элементарных частиц. Все оказывается удивительно просто и естественно, и приходится только удивляться, что путь к этой простоте и ясности занял почти семьдесят лет. Как следствие данной теории, общий принцип относительности Эйнштейна лишен физического смысла и не имеет никакого содержания/6/.

В основе развиваемой здесь теории лежит представление о гравитационном поле как физическом поле в духе Фарадея-Максвелла, обладающем энергией-импульсом. Таким образом, гравитационное поле, аналогично всем другим физическим полям, характеризуется своим тензором энергии-импульса системы. Гравитационное поле мы рассматриваем как физическое поле со спином 2 и 0, причём свободное гравитационное поле имеет спин 2. Геометрия пространства-времени для всех физических полей является псевдоевклидовой (пространство Минковского). Таким образом, законы сохранения энергии-импульса, момента количества движения для замкнутой системы ст..го выполняются. В этом состоит основное принципиальное отличие нашей теории от ОТО Эйнштейна. Другим важнейшим вопросом, возникающим при построении теории гравитации, является вопрос о взаимодействии гравитационного поля с веществом. Гравитационное поле, как мы сейчас представляем, является универсальным: оно действует на все виды материи. В основу теории положим принцип геометризации/1/, согласно которому уравнения движения вещества под действием тензорного гравитационного поля ϕ^{ik} в пространстве Минковского с метрическим тензором γ^{ik} могут быть тождественно представлены как уравнения движения вещества в эффективном римановом пространстве-времени с метрическим тензором g^{ik}, зависящим от гравитационного поля ϕ^{ik} и метрического тензора γ^{ik}. Этим самым мы вводим представление об эффективном римановом пространстве полевой природы. На основании пространства Минковского и принципа геометризации плотность лагранжиана имеет общий вид:

$$L = L_g(\tilde{\gamma}^{ik}, \tilde{\phi}^{ik}) + L_M(\tilde{g}^{ik}, \Phi_A), \qquad (A)$$

$\tilde{\phi}^{ik} = \sqrt{-\gamma}\,\phi^{ik}$ – плотность тензора полевой переменной гравитационного поля ϕ^{ik}; $\tilde{g}^{ik} = \sqrt{-g}\,g^{ik}$ – плотность метрического тензора риманова пространства g^{ik} ; $\tilde{\gamma}^{ik} = \sqrt{-\gamma}\, \gamma^{ik}$ – плотность метрического тензора пространства Минковского; Φ_A – поля вещества.

В данной теории плотность лагранжиана гравитационного поля зависит от метрического тензора γ^{ik} и гравитационного поля ϕ^{ik}, поэтому она принципиально отличается от ОТО, где плотность лагранжиана зависит только от метрического тензора риманова пространства g^{ik}. Таким образом, плотность лагранжиана гравитационного поля в нашей теории не полностью геометризована, тогда как в ОТО она полностью геометризована.

1. ПРИНЦИП ГЕОМЕТРИЗАЦИИ И ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ТЕНЗОРНОГО ПОЛЯ

Не ограничивая общности, будем считать, что тензорная плотность метрического тензора риманова пространства-времени $\tilde{g}^{ik}$ является локальной функцией, зависящей от плотности метрического тензора пространства Минковского $\tilde{\gamma}^{ik}$ и плотности тензора гравитационного поля $\tilde{\phi}^{ik}$. Плотность лагранжиана вещества L_M будем считать зависящей только от полей Φ_A, их ковариантных производных первого порядка, а также, в силу принципа геометризации, от плотности метрического тензора $\tilde{g}^{ik}$. Плотность лагранжиана гравитационного поля будем считать зависящей от плотности метрического тензора $\tilde{\gamma}^{ik}$, их частных производных первого порядка, а также от плотности гравитационного поля $\tilde{\phi}^{ik}$ и их ковариантных производных первого порядка по метрике Минковского. Для получения законов сохранения мы воспользуемся инвариантностью действия при ковариантном бесконечно малом смещении. Действительно, поскольку действие есть скаляр, то при произвольном бесконечно малом преобразовании координат вариации действия вещества δJ_M и гравитационного поля δJ_g будут равны нулю. Вычислим сначала вариацию действия вещества при преобразовании

$$x'^i = x^i + \xi^i(x), \tag{1.1}$$

где ξ^i – бесконечно малый четырёхвектор смещения.

$$\delta J_M = \int d^4x \left[\frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} \delta_L \tilde{g}^{\mu\nu} + \frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} \delta_L \Phi_A + \mathrm{div} \right] = 0, \tag{1.2}$$

где div – дивергенциальные члены, которые не существенны для нашего рассмотрения.

Эйлерова вариация определена как обычно:

$$\frac{\delta L}{\delta \phi} = \frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial_n \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_n \phi)} \right),$$

вариации $\delta_L \tilde{g}^{\mu\nu}$, $\delta_L \Phi_A$ при преобразовании координат (1.1) легко вычисляются, если использовать закон их преобразования:

$$\delta_L \tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{g}^{\alpha\nu} D_\alpha \xi^\mu + \tilde{g}^{\alpha\mu} D_\alpha \xi^\nu - D_\alpha (\xi^\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}), \tag{1.3}$$

$$\delta_L \Phi_A = -\xi^\alpha D_\alpha \Phi_A + F^{B;n}_{A;k} \Phi_B D_n \xi^k. \tag{1.4}$$

Здесь и далее D_ν – ковариантная производная по метрике Минковского. Подставляя эти выражения в (1.2) и интегрируя по частям, получим

$$\delta J_M = \int d^4x \{ -\xi^\mu [D_\alpha (2 \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} \tilde{g}^{\alpha\nu}) - D_\mu (\frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{\alpha\beta}}) \tilde{g}^{\alpha\beta} +$$

$$+ D_\nu (\frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} F^{B;\nu}_{A;\mu} \Phi_B) + \frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} D_\mu \Phi_A] + \mathrm{div} \} = 0 .$$

В силу произвольности вектора ξ^μ из условия $\delta J_M = 0$ находим сильное тождество

$$D_\alpha (2 \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} \tilde{g}^{\alpha\nu}) - D_\mu (\frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{\alpha\beta}}) \tilde{g}^{\alpha\beta} = -D_\nu (\frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} F^{B;\nu}_{A;\mu} \Phi_B) - \frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} D_\mu \Phi_A . \tag{1.5}$$

Введём обозначения:

$$\tilde{T}_{\mu\nu} = 2 \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} , \qquad T_{\mu\nu} = 2 \frac{\delta L_M}{\delta g^{\mu\nu}} , \tag{1.6}$$

тогда левая часть соотношения (1.5) может быть представлена в виде

$$D_\alpha (\tilde{T}_{\mu\nu} \tilde{g}^{\alpha\nu}) - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\alpha\beta} D_\mu \tilde{T}_{\alpha\beta} = \partial_\alpha (\tilde{T}_{\mu\nu} \tilde{g}^{\alpha\nu}) - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\alpha\beta} \partial_\mu \tilde{T}_{\alpha\beta} .$$

Правая часть этого равенства легко приводится к форме

$$\partial_\alpha (\tilde{T}_{\mu\nu} \tilde{g}^{\alpha\nu}) - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\alpha\beta} \partial_\mu \tilde{T}_{\alpha\beta} = \tilde{g}_{\mu\nu} \nabla_\alpha (\tilde{T}^{\alpha\nu} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\alpha\nu} \tilde{T}). \tag{1.7}$$

На этом основании сильное тождество (1.5) можно записать в виде

$$\tilde{g}_{\mu\nu} \nabla_\alpha (\tilde{T}^{\alpha\nu} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\alpha\nu} \tilde{T}) = -D_\nu (\frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} F^{B;\nu}_{A;\mu} \Phi_B) - \frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} D_\mu \Phi_A . \tag{1.8}$$

Из принципа наименьшего действия уравнения для полей вещества имеют вид

$$\frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A} = 0 . \tag{1.9}$$

Учитывая это уравнение, из сильного тождества (1.8) найдем слабое тождество

$$\nabla_\mu (\tilde{T}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\mu\nu} \tilde{T}) = 0 . \tag{1.10}$$

Заметим, что плотность тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве $T^{\mu\nu}$ выражается через $\tilde{T}^{\mu\nu}$ следующим образом:

$$\sqrt{-g}\,T^{\mu\nu} = \tilde{T}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{T}. \qquad (1.11)$$

Таким образом, из выражения (1.10) следует ковариантное уравнение сохранения вещества в римановом пространстве:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0. \qquad (1.12)$$

Если уравнений для вещества четыре, то в этом случае вместо уравнений для вещества (1.9) всегда можно пользоваться эквивалентными уравнениями (1.12).

Вариацию интеграла действия можно записать в эквивалентном виде:

$$\delta J_M = \int d^4x \left[\frac{\delta L_M}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}}\delta_L \tilde{\phi}^{\mu\nu} + \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{\gamma}^{\mu\nu}}\delta_L \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \frac{\delta L_M}{\delta \Phi_A}\delta_L \Phi_A + \mathrm{div}\right] = 0, \qquad (1.13)$$

при этом вариации $\delta_L\tilde{\phi}^{\mu\nu}$, $\delta_L\tilde{\gamma}^{\mu\nu}$ при преобразовании координат (1.1) равны:

$$\delta_L\tilde{\phi}^{\mu\nu} = \tilde{\phi}^{\alpha\nu}D_\alpha \xi^\mu + \tilde{\phi}^{\alpha\mu}D_\alpha \xi^\nu - D_\alpha(\xi^\alpha\tilde{\phi}^{\mu\nu}), \qquad (1.14)$$

$$\delta_L\tilde{\gamma}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\alpha\nu}D_\alpha \xi^\mu + \tilde{\gamma}^{\alpha\mu}D_\alpha \xi^\nu - \tilde{\gamma}^{\mu\nu}D_\alpha \xi^\alpha. \qquad (1.15)$$

Подставляя выражения для вариаций $\delta_L\tilde{\phi}^{\mu\nu}$, $\delta_L\tilde{\gamma}^{\mu\nu}$, $\delta_L\Phi_A$ в (1.13) и интегрируя по частям в силу произвольности ξ^μ , получим сильное тождество

$$D_\alpha\left(2\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}\tilde{\phi}^{\alpha\nu}\right) - D_\mu\left(\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\phi}^{\alpha\beta}}\right)\tilde{\phi}^{\alpha\beta} + D_\alpha\left(2\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\gamma}^{\mu\nu}}\tilde{\gamma}^{\alpha\nu}\right) - D_\mu\left(\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\gamma}^{\alpha\beta}}\tilde{\gamma}^{\alpha\beta}\right) =$$

$$= -D_\nu\left(\frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A}F^{B;\nu}_{A;\mu}\Phi_B\right) - \frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A}D_\mu\Phi_A. \qquad (1.16)$$

Следует отметить, что это тождество справедливо независимо от выполнения уравнений движения вещества и гравитационного поля.

Введём обозначения:

$$\tilde{t}^{\mu\nu}_M = -2\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\gamma}_{\mu\nu}}. \qquad (1.17)$$

Сравнивая тождества (1.8) и (1.16), найдем

$$\tilde{g}_{\mu\nu}\nabla_\alpha\left(\tilde{T}^{\alpha\nu} - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\nu}\tilde{T}\right) = \tilde{\gamma}_{\mu\nu}D_\alpha\left(\tilde{t}^{\alpha\nu}_M - \frac{1}{2}\tilde{\gamma}^{\alpha\nu}\tilde{t}_M\right) + \qquad (1.18)$$

$$+D_\alpha\left(2\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}\tilde{\phi}^{\alpha\nu}\right)-D_\mu\left(\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\phi}^{\alpha\beta}}\right)\tilde{\phi}^{\alpha\beta}. \quad (1.18)$$

Аналогичным образом из инвариантности действия гравитационного поля относительно преобразований координат (1.1) имеем

$$\tilde{\gamma}_{\mu\nu}D_\alpha[\tilde{t}_g^{\alpha\nu}-\frac{1}{2}\tilde{\gamma}^{\alpha\nu}\tilde{t}_g]+D_\alpha\left(2\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}\tilde{\phi}^{\alpha\nu}\right)-D_\mu\left(\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{\phi}^{\alpha\beta}}\right)\tilde{\phi}^{\alpha\beta}=0. \quad (1.19)$$

Здесь
$$\tilde{t}_g^{\mu\nu}=-2\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{\gamma}_{\mu\nu}}. \quad (1.20)$$

Складывая выражения (1.18) и (1.19), найдем

$$\tilde{g}_{\mu\nu}\nabla_\alpha(\tilde{T}^{\alpha\nu}-\frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\nu}\tilde{T})=\tilde{\gamma}_{\mu\nu}D_\alpha(\tilde{t}^{\alpha\nu}-\frac{1}{2}\tilde{\gamma}^{\alpha\nu}\tilde{t})+D_\alpha\left(2\frac{\delta L}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}\tilde{\phi}^{\alpha\nu}\right)-D_\mu\left(\frac{\delta L}{\delta\tilde{\phi}^{\alpha\beta}}\right)\tilde{\phi}^{\alpha\beta}. \quad (1.21)$$

Здесь
$$\tilde{t}^{\mu\nu}=\tilde{t}_g^{\mu\nu}+\tilde{t}_M^{\mu\nu}. \quad (1.22)$$

Из принципа наименьшего действия уравнения для гравитационного поля имеют вид

$$\frac{\delta L}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}=\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}+\frac{\delta L_M}{\delta\tilde{\phi}^{\mu\nu}}=0. \quad (1.23)$$

Учитывая эти уравнения, из (1.21) получим важнейшее равенство

$$\tilde{g}_{\mu\nu}\nabla_\alpha(\tilde{T}^{\alpha\nu}-\frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\nu}\tilde{T})=\tilde{\gamma}_{\mu\nu}D_\alpha(\tilde{t}^{\alpha\nu}-\frac{1}{2}\tilde{\gamma}^{\alpha\nu}\tilde{t}). \quad (1.24)$$

Легко убедиться, что плотность тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве равна

$$\sqrt{-g}\,T^{\mu\nu}=\tilde{T}^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{T}, \quad (1.25)$$

аналогично плотность полного тензора энергии-импульса в пространстве Минковского равна

$$\sqrt{-\gamma}\,t^{\mu\nu}=\tilde{t}^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\tilde{\gamma}^{\mu\nu}\tilde{t}. \quad (1.26)$$

Используя эти выражения, запишем соотношение (1.24):

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu=D_\mu t^\mu_\nu. \quad (1.27)$$

Это равенство является отражением принципа геометризации.

Ковариантная дивергенция в псевдоевклидовом пространстве от суммы плотностей тензоров энергии-импульса вещества и гравитационного поля точно равна ковариантной дивергенции в эффективном римановом пространстве только от плотности тензора энергии-импульса вещества. При выполнении уравнений движения вещества имеем

$$D_\mu t^\mu_\nu=\nabla_\mu T^\mu_\nu=0. \quad (1.28)$$

Из ковариантного уравнения сохранения вещества в римановом пространстве не ясно, что сохраняется, тогда как из закона сохранения полного тензора энергии-импульса t^{μ}_{ν} в пространстве Минковского ясно, что речь идёт о сохранении энергии-импульса вещества и гравитационного поля вместе взятых. Таким образом, в данной теории риманово пространство возникает как результат воздействия гравитационного поля на все виды материи, поэтому оно является эффективным римановым пространством полевого происхождения. Пространство Минковского находит своё точное физическое отражение в законах сохранения тензора энергии-импульса и момента количества движения вещества и гравитационного поля вместе взятых.

Поскольку в плоском пространстве существуют десять векторов Киллинга, то, следовательно, имеют место и десять сохраняющихся интегральных величин для замкнутой системы полей. Если число уравнений движения вещества равно четырём, то вместо них можно взять уравнения сохранения полного тензора энергии импульса в пространстве Минковского:

$$D_{\mu}(t^{\mu}_{g\nu} + t^{\mu}_{M\nu}) = 0 . \tag{1.29}$$

Это уравнение совместно с уравнениями гравитационного поля определяет все искомые характеристики вещества и гравитационного поля. Следует особо отметить, что как вещество, так и гравитационное поле в данной теории характеризуются тензорами энергии-импульса, поэтому у нас, в отличие от ОТО, в принципе не возникают какие-либо псевдотензоры, следовательно, и отсутствуют нефизические понятия о нелокализуемости гравитационной энергии.

Если бы мы, следуя Гильберту и Эйнштейну, взяли плотность лагранжиана гравитационного поля в полностью геометризованном виде, т.е. зависящем только от метрического тензора риманова пространства g^{ik} и их производных (например,

$$L = \sqrt{-g}R,$$

R – скалярная кривизна риманова пространства), то плотность тензора энергии-импульса свободного гравитационного поля в пространстве Минковского, в силу уравнений поля, всегда была бы равна нулю:

$$\frac{\delta L_g}{\delta \gamma^{\mu\nu}} = \frac{\delta L_g}{\delta g^{\sigma\tau}} \frac{\partial g^{\sigma\tau}}{\partial \gamma^{\mu\nu}} = 0 . \tag{1.30}$$

Таким образом, на основе пространства Минковского, с помощью тензорного физического поля, обладающего энергией и импульсом, в принципе, нельзя построить полностью геометризованный лагранжиан гравитационного поля.* Поэтому теория, построенная на основе полностью геометризованного лагранжиана, не может описать физическое гравитационное поле в духе Фарадея–Максвелла в пространстве Минковского.

*) В литературе ранее утверждалось (см., например,/10/), что в пространстве Минковского с помощью тензорного поля спина 2 однозначно находится лагранжиан гравитационного поля ОТО, равный скалярной кривизне R . Однако эти работы не имеют никакого физического содержания, так как для введенного в них гравитационного поля тензор энергии-импульса всегда равен нулю, как это видно из (1.30). Поэтому эти работы физически бессмысленны и результаты их ошибочны.

2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ КАНОНИЧЕСКИМ ТЕНЗОРОМ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА И ТЕНЗОРОМ ГИЛЬБЕРТА

Плотность лагранжиана гравитационного поля зависит от плотности метрического тензора $\tilde{\gamma}^{\mu\nu}$, плотности тензорного гравитационного поля $\tilde{\phi}^{\mu\nu}$ и их первых производных. При преобразовании координат (1.1) вариация действия δJ_g равна нулю, следовательно

$$\delta J_g = \int_\Omega d^4x \cdot [D_\lambda J^\lambda + \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}} \delta_L \tilde{\phi}^{\mu\nu} + \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\mu\nu}} \delta_L \tilde{\gamma}^{\mu\nu}] = 0 . \qquad (2.1)$$

Здесь

$$J^\lambda = -\xi^\alpha \tau_\alpha^\lambda + K_\mu^{\alpha\lambda} D_\alpha \xi^\mu, \qquad (2.2)$$

где плотность канонического тензора τ_α^λ равна

$$\tau_\alpha^\lambda = -\delta_\alpha^\lambda L_g + D_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu} \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\phi}^{\mu\nu})} = -\delta_\alpha^\lambda L_g + D_\alpha g^{\mu\nu} \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda g^{\mu\nu})}, \qquad (2.3)$$

а плотность тензора третьего ранга $K_\mu^{\alpha\lambda}$ имеет вид

$$K_\mu^{\alpha\lambda} = 2\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\phi}^{\mu\nu})} \tilde{\phi}^{\alpha\nu} - \delta_\mu^\alpha \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\phi}^{\sigma\tau})} \tilde{\phi}^{\sigma\tau} + 2\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\gamma}^{\mu\nu})} \tilde{\gamma}^{\alpha\nu} - \delta_\mu^\alpha \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\gamma}^{\sigma\tau})} \tilde{\gamma}^{\sigma\tau}. \qquad (2.4)$$

Подставляя в выражение (2.1) формулы для вариаций $\delta_L \tilde{\phi}^{\mu\nu}$, $\delta_L \tilde{\gamma}^{\mu\nu}$ (1.14) и (1.15), в силу произвольности объёма Ω получим сильное тождество

$$0 = \xi^\alpha [D_\alpha \tilde{\phi}^{\mu\nu} \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}} + D_\lambda \tau_\alpha^\lambda] - K_\mu^{\alpha\lambda} D_\alpha D_\lambda \xi^\mu + D_\alpha \xi^\mu [\tau_\mu^\alpha - D_\lambda K_\mu^{\alpha\lambda} - \qquad (2.5)$$

$$-2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}} \tilde{\phi}^{\alpha\nu} + \delta_\mu^\alpha \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\sigma\tau}} \tilde{\phi}^{\sigma\tau} - 2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\mu\nu}} \tilde{\gamma}^{\alpha\nu} + \delta_\mu^\alpha \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\sigma\tau}} \tilde{\gamma}^{\sigma\tau}] .$$

Так как вектор смещения ξ^α произволен, из последнего выражения следуют тождества

$$D_\lambda \tau_\alpha^\lambda = -\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}} D_\alpha \tilde{\phi}^{\mu\nu}, \qquad (2.6)$$

$$\tau_\mu^\alpha - D_\lambda K_\mu^{\alpha\lambda} = 2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}} \tilde{\phi}^{\alpha\nu} - \delta_\mu^\alpha \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\sigma\tau}} \tilde{\phi}^{\sigma\tau} + 2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\mu\nu}} \tilde{\gamma}^{\alpha\nu} - \delta_\mu^\alpha \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\sigma\tau}} \tilde{\gamma}^{\sigma\tau}, \qquad (2.7)$$

$$K_\mu^{\alpha\lambda} = -K_\mu^{\lambda\alpha}. \qquad (2.8)$$

В дальнейшем в основу теории мы положим линейную связь между плотностью метрического тензора, эффективного риманова пространства $\tilde{g}^{\mu\nu}$ и плотностью тензорного гравитационного поля $\tilde{\phi}^{\mu\nu}$:

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\phi}^{\mu\nu}. \tag{2.9}$$

В этом случае мы будем иметь равенства

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}} = \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}}, \quad \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\sigma \tilde{\phi}^{\mu\nu})} = \frac{\partial L_g}{\partial(D_\sigma \tilde{g}^{\mu\nu})}.$$

Используя эти равенства, найдем

$$\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\gamma}^{\mu\nu})} = \frac{\partial L_g}{\partial(D_\lambda \tilde{g}^{\mu\nu})} - \tilde{g}^{\alpha\beta} \frac{\partial L_g}{\partial(D_\tau \tilde{g}^{\alpha\beta})} \cdot \frac{\partial \Gamma^\sigma_{\sigma\tau}}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\gamma}^{\mu\nu})} + \tilde{g}^{\sigma\beta} \frac{\partial L_g}{\partial(D_\tau \tilde{g}^{\alpha\beta})} \cdot \frac{\partial \Gamma^\alpha_{\sigma\tau}}{\partial(\partial_\lambda \tilde{\gamma}^{\mu\nu})}.$$

Здесь $\Gamma^\sigma_{\mu\nu}$ – символы Кристоффеля пространства Минковского:

$$\Gamma^\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\gamma^{\sigma\tau}\,[\partial_\mu \gamma_{\tau\nu} + \partial_\nu \gamma_{\tau\mu} - \partial_\tau \gamma_{\mu\nu}].$$

После элементарных вычислений имеем для $K^{\alpha\lambda}_\mu$ следующее выражение:

$$K^{\alpha\lambda}_\mu = \frac{\partial L_g}{\partial(D_\lambda \tilde{g}^{\mu\nu})}\tilde{g}^{\alpha\nu} - \frac{\partial L_g}{\partial(D_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu})}\tilde{g}^{\lambda\nu} +$$
$$+ \tilde{g}^{\sigma\nu}\tilde{\gamma}_{\sigma\mu}\left[\frac{\partial L_g}{\partial(D_\alpha \tilde{g}^{\tau\nu})}\tilde{\gamma}^{\lambda\tau} - \frac{\partial L_g}{\partial(D_\lambda \tilde{g}^{\tau\nu})}\tilde{\gamma}^{\alpha\tau}\right] + \frac{\partial L_g}{\partial(D_\tau \tilde{g}^{\sigma\nu})}\tilde{\gamma}_{\tau\mu}\,(\tilde{g}^{\alpha\nu}\tilde{\gamma}^{\lambda\sigma} - \tilde{g}^{\lambda\nu}\tilde{\gamma}^{\alpha\sigma}). \tag{2.10}$$

Поскольку плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля равна

$$t^\alpha_{g\mu} = 2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\mu\nu}}\tilde{\gamma}^{\alpha\nu} - \delta^\alpha_\mu \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\gamma}^{\sigma\tau}}\tilde{\gamma}^{\sigma\tau}, \tag{2.11}$$

тождество (2.7) можно записать в виде

$$t^\alpha_{g\mu} = r^\alpha_\mu - D_\lambda K^{\alpha\lambda}_\mu - 2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\mu\nu}}\tilde{\phi}^{\alpha\nu} + \delta^\alpha_\mu \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{\sigma\tau}}\tilde{\phi}^{\sigma\tau}, \tag{2.12}$$

оно и устанавливает связь между плотностью тензора Гильберта в пространстве Минковского и плотностью канонического тензора энергии-импульса.

Для дальнейшего удобно ввести в качестве характеристики гравитационного поля величину

$$\overset{\circ}{t}{}^\alpha_{g\mu} = r^\alpha_\mu - D_\lambda K^{\alpha\lambda}_\mu, \tag{2.13}$$

которая в случае свободного гравитационного поля точно совпадает в силу тождества (2.12) с плотностью тензора энергии-импульса Гильберта.

3. ОСНОВНОЕ ТОЖДЕСТВО

Как показано в работах[7], симметрический тензор второго ранга ϕ_{ik} может быть представлен в виде суммы неприводимых представлений: одного представления со спином 2, одного – со спином 1 и двух представлений со спином 0:

$$\phi_{ik} = [P_2 + P_1 + P_o + P_{o'}]^{\ell m}_{ik}\,\Phi_{\ell m}\,. \tag{3.1}$$

Величины P_s удобно записать в импульсном представлении. Введём вспомогательные операторы

$$X_{ik} = \frac{1}{\sqrt{3}}[\gamma_{ik} - \frac{q_i q_k}{q^2}],\quad Y_{ik} = \frac{q_i q_k}{q^2}\,, \tag{3.2}$$

с помощью которых операторы P_s могут быть представлены в виде

$$P_o = X_{ni}X^{m\ell},\quad P_{o'} = Y_{ni}Y^{m\ell}, \tag{3.3}$$

$$P_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}[X^\ell_i Y^m_n + X^m_n Y^\ell_i + X^m_i Y^\ell_n + X^\ell_n Y^m_i], \tag{3.4}$$

$$P_2 = \frac{3}{2}[X^\ell_i X^m_n + X^m_i X^\ell_n] - X_{ni}X^{m\ell}. \tag{3.5}$$

В x-представлении проекционные операторы P_s являются нелокальными интегродифференциальными операторами:

$$P^{m\ell}_{ni}\,\phi_{m\ell} = \int d^4y P^{m\ell}_{ni}(x, y)\,\phi_{m\ell}(y)\,.$$

Используя выражения (3.3)-(3.5), легко убедиться, что сохраняющимися являются только операторы P_2 и P_o :

$$q_\ell P^{m\ell}_{2\,ni} = q_\ell P^{m\ell}_{o\,ni} = 0,\quad q_m P^{m\ell}_{2\,ni} = q_m P^{m\ell}_{o\,ni} = 0\,. \tag{3.6}$$

Легко убедиться, что для тензорного поля существует единственный, локальный линейный по полю, оператор низшего порядка, равный

$$f_{ik} = \Box\,[(P_2 - 2P_o)\phi\,]_{ik}\,, \tag{3.7}$$

дивергенция которого тождественно равна нулю.

$$\partial^i f_{ik} = 0\,. \tag{3.8}$$

Поле f_{ik} описывает только спин 2 и 0, или в развернутой форме

$$f_{ik} = \Box\,\theta_{ik} - \partial_i\,\partial^m\theta_{mk} - \partial_k\partial^m\theta_{mi} + \gamma_{ik}\,\partial^m\partial^\ell\theta_{m\ell}\,, \tag{3.9}$$

$$\theta_{ik} = \phi_{ik} - \frac{1}{2}\,\gamma_{ik}\,\phi\,. \tag{3.10}$$

В ковариантных производных этот оператор имеет вид

$$J^{mn} = D_\mu D_\sigma (\tilde{g}^{\sigma n}\gamma^{\mu m} + \tilde{g}^{\sigma m}\gamma^{\mu n} - \tilde{g}^{mn}\gamma^{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma}\gamma^{mn}) \tag{3.11}$$

или в другой форме

$$J^{mn} = -\gamma^{\mu\sigma} D_\mu D_\sigma \tilde{g}^{mn} + D^m D_\sigma \tilde{g}^{\sigma n} + D^n D_\sigma \tilde{g}^{\sigma m} - \gamma^{mn} D_\mu D_\sigma \tilde{g}^{\mu\sigma}.$$

Легко убедиться, что имеет место тождество

$$D_m J^{mn} \equiv 0, \tag{3.12}$$

которое мы назвали основным, поскольку оно имеет фундаментальное значение при построении релятивистской теории гравитации.

4. УРАВНЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

В настоящем разделе мы построим в рамках специальной теории относительности и принципа геометризации релятивистские уравнения для вещества и гравитационного поля.

Связь между эффективной метрикой полевого риманова пространства и гравитационным полем всегда можно выбрать в простейшем виде:

$$\sqrt{-g}\, g^{ik} = \sqrt{-\gamma}\,\gamma^{ik} + \sqrt{-\gamma}\,\phi^{ik}. \tag{4.1}$$

Полевой переменной гравитационного поля в нашей теории является тензор ϕ^{ik}. Мы будем считать, что гравитационное поле в общем случае имеет только спин 2 и 0, причём свободное гравитационное поле имеет спин 2. Такие физические требования, как мы видели в разд. 3, приводят в галилеевых координатах к следующим четырём уравнениям гравитационного поля:

$$\partial_i \phi^{ik} = \partial_i \tilde{g}^{ik} = 0. \tag{4.2}$$

Аналогичные условия иногда использовались ранее /6,8,9/ в ОТО в качестве особого класса координатных гармонических условий для решения задач островного типа. Принципиальное отличие данной теории состоит, в частности, в том, что выбор системы координат у нас является произвольным и задается только метрическим тензором γ^{ik} пространства Минковского, как это обычно принято в теории элементарных частиц. Уравнения же (4.2) в нашей теории являются всеобщими и универсальными, поскольку они являются уравнениями гравитационного поля. Они никакого отношения не имеют к выбору системы координат. Эти уравнения в ковариантной форме имеют вид

$$\sqrt{-\gamma}\, D_i \phi^{ik} = D_i \tilde{g}^{ik} = 0. \tag{4.3}$$

Наиболее общая плотность лагранжиана гравитационного поля ϕ^{ik}, описывающего спин 2 и 0, квадратичная по первым производным поля, имеет вид

$$L_g = a\tilde{g}_{km}\tilde{g}_{nq}\tilde{g}^{\ell p} D_\ell \tilde{g}^{kq} D_p \tilde{g}^{mn} +$$

$$+b\tilde{g}_{kq}D_m\tilde{g}^{pq}D_p\tilde{g}^{mk}+c\tilde{g}_{mk}\tilde{g}_{nq}\tilde{g}^{\ell p}D_\ell\tilde{g}^{mk}D_p\tilde{g}^{nq}. \qquad (4.4)$$

Свертку ковариантных производных, взятых по метрике Минковского, осуществляем с помощью эффективного метрического тензора $\tilde{g}^{ik}$ риманова пространства,этим самым мы обеспечиваем воздействие гравитационного поля на себя,аналогичное воздействию гравитационного поля на вещество. Постоянные a, b и c в лагранжиане пока произвольны.

Плотность лагранжиана вещества имеет вид

$$L_M = L_M(\tilde{g}^{ik}, \Phi_A). \qquad (4.5)$$

Как известно, уравнения электродинамики в ковариантной форме можно записать в виде

$$\gamma^{ik}D_i D_k A^\nu - D^\nu D_k A^k = \frac{4\pi}{c} j^\nu. \qquad (4.6)$$

В силу сохранения электромагнитного тока имеем

$$D_\nu j^\nu = 0. \qquad (4.7)$$

В уравнениях Максвелла (4.6) левая часть построена таким образом, что дивергенция её тождественно равна нулю. Этим самым из векторного поля, содержащего спин 1 и 0, исключается спин 0. По аналогии с электродинамикой построим уравнения для тензорного гравитационного поля. Единственным сохраняющимся тензором второго ранга является тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского:

$$D_\mu(t_g^{\mu\nu} + t_M^{\mu\nu}) = 0, \qquad (4.8)$$

поэтому естественно его взять в качестве полного источника гравитационного поля. Так как мы уже имеем четыре уравнения (4.3) для гравитационного поля, нам необходимо для полного описания искомых десяти переменных поля и четырёх переменных вещества написать еще десять уравнений. Поскольку единственным тождественно сохраняющимся тензорным линейным оператором, как мы установили в разд. 3, является оператор $J^{\mu\nu}$, то в качестве остальных десяти уравнений, по аналогии с электродинамикой, с необходимостью следует взять следующие уравнения:

$$D_\sigma D_\tau[\tilde{g}^{\sigma\nu}\gamma^{\tau\mu}+\tilde{g}^{\sigma\mu}\gamma^{\tau\nu}-\tilde{g}^{\mu\nu}\gamma^{\sigma\tau}-\tilde{g}^{\tau\sigma}\gamma^{\mu\nu}]=\lambda(t_g^{\mu\nu}+t_M^{\mu\nu}). \qquad (4.9)$$

Такой вид уравнений автоматически обеспечивает выполнение закона сохранения тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского:

$$D_\mu(t_g^{\mu\nu}+t_M^{\mu\nu}) = 0, \qquad (4.10)$$

а также, как следствие, и выполнение ковариантного уравнения сохранения вещества в римановом пространстве:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0. \qquad (4.11)$$

Следует особо отметить, что выбор уравнений (4.9) обязательно накладывает ограничения на выбор плотности лагранжиана гравитационного поля. Поскольку дивергенция от левой части уравнения тождественно равна нулю, из тензорного поля ϕ^{ik}, содержащего представления со спином $2,1,0,0'$, исключаются четыре компоненты, соответствующие спину 1 и $0'$. Системы уравнений (4.3) и (4.9) полностью определяют искомые переменные вещества и гравитационного поля.

С другой стороны, система уравнений для гравитационного поля в силу принципа наименьшего действия равна

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{\phi}^{ik}} + \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{\phi}^{ik}} = \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{ik}} + \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{ik}} = 0. \qquad (4.12)$$

Здесь учтена связь (4.1). Чтобы эта система уравнений могла быть представлена в форме (4.9), необходимо выбрать постоянные a, b и c в плотности лагранжиана определенным и единственным образом. Отсюда следует, что лагранжиан гравитационного поля со спином 2 и 0 в пространстве Минковского определяется однозначно. Для того чтобы осуществить этот выбор коэффициентов a, b и c, вычислим плотность тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля.

Введем обозначения:

$$\tilde{t}^{mn}_M = -2\frac{\delta L_M}{\delta \tilde{\gamma}_{mn}}, \quad \tilde{t}_M = -2\tilde{\gamma}_{mn}\frac{\delta L_M}{\delta \tilde{\gamma}_{mn}}. \qquad (4.13)$$

Учитывая определения $\tilde{\gamma}^{mn}$, найдём

$$\frac{\partial \tilde{\gamma}^{mn}}{\partial \gamma^{pq}} = \sqrt{-\gamma}\,(\delta^{mn}_{pq} - \frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma_{pq}), \qquad (4.14)$$

аналогично

$$\frac{\partial \tilde{g}^{mn}}{\partial g^{pq}} = \sqrt{-g}\,(\delta^{mn}_{pq} - \frac{1}{2}g^{mn}g_{pq}). \qquad (4.15)$$

Используя равенство (4.14), имеем

$$t^{mn}_M = \frac{1}{\sqrt{-\gamma}}\,[\tilde{t}^{mn}_M - \frac{1}{2}\tilde{\gamma}^{mn}\tilde{t}_M]. \qquad (4.16)$$

Вычисляя вариацию от полного лагранжиана по $\tilde{\gamma}_{mn}$ и учитывая уравнения поля

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{mn}} + \frac{\delta L_M}{\delta \tilde{g}^{mn}} = 0, \qquad (4.17)$$

найдём

$$t^{mn} = D_\sigma\{(2a+b)[H^{\sigma n}_\nu \gamma^{\nu m} + H^{\sigma m}_\nu \gamma^{\nu n} - H^{mn}_\nu \gamma^{\nu\sigma}] + 2bJ^{mn} -$$

$$-2(a+2c)\tilde{g}^{\nu\sigma}\tilde{g}_{\lambda k}\gamma^{mn}D_\nu \tilde{g}^{\lambda k}\}, \qquad (4.18)$$

где

$$H_{\nu}^{\sigma n} = (\tilde{g}^{\sigma \ell} D_{\ell} \tilde{g}^{kn} + \tilde{g}^{n\ell} D_{\ell} \tilde{g}^{k\sigma}) \tilde{g}_{k\nu} . \qquad (4.19)$$

Для того чтобы из равенства

$$D_m t^{mn} = 0$$

не возникало какого-либо нового уравнения на поле ϕ^{ik}, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты a, b и c удовлетворяли условиям:

$$a = -\frac{b}{2}, \quad c = \frac{b}{4}. \qquad (4.20)$$

Таким образом, при этом выборе постоянных мы имеем тождество

$$D_m t^{mn} \equiv 0,$$

которое нами было заложено в уравнениях (4.9). С учётом выбора коэффициентов (4.20) выражение (4.18) принимает вид

$$D_{\sigma} D_{\nu} (\tilde{g}^{\sigma n} \gamma^{\nu m} + \tilde{g}^{\sigma m} \gamma^{\nu n} - \tilde{g}^{mn} \gamma^{\nu\sigma} - \tilde{g}^{\nu\sigma} \gamma^{mn}) = \frac{1}{2b} (t_g^{mn} + t_M^{mn}), \qquad (4.21)$$

что совпадает с написанными нами ранее по аналогии с электродинамикой уравнениями (4.9), если положить

$$2b = 1/\lambda .$$

Таким образом, единственная плотность лагранжиана вида

$$L_g = -\frac{1}{32\pi} [\tilde{g}_{kq} D_m \tilde{g}^{pq} D_p \tilde{g}^{mk} - \frac{1}{2} \tilde{g}_{km} \tilde{g}_{nq} \tilde{g}^{\ell p} D_{\ell} \tilde{g}^{kq} D_p \tilde{g}^{mn} +$$

$$+ \frac{1}{4} \tilde{g}_{mk} \tilde{g}_{nq} \tilde{g}^{\ell p} D_{\ell} \tilde{g}^{mk} D_p \tilde{g}^{nq}] \qquad (4.22)$$

приводит нас к уравнениям поля в форме (4.21). Из принципа соответствия постоянная λ выбрана равной

$$\lambda = -16\pi . \qquad (4.23)$$

Эта плотность лагранжиана может быть представлена в виде

$$L_g = \frac{1}{32\pi} [\tilde{G}_{mn}^{\ell} D_{\ell} \tilde{g}^{mn} - \tilde{g}^{mn} \tilde{G}_{mk}^{k} \tilde{G}_{n\ell}^{\ell}], \qquad (4.24)$$

где тензор третьего ранга $\tilde{G}_{m\ell}^{k}$ определен по формуле

$$\tilde{G}_{m\ell}^{k} = \frac{1}{2} \tilde{g}^{pk} (D_m \tilde{g}_{\ell p} + D_{\ell} \tilde{g}_{mp} - D_p \tilde{g}_{\ell m}) . \qquad (4.25)$$

Ее также можно записать в форме

$$L_g = -\frac{1}{16\pi} \sqrt{-g}\, g^{mn} [G_{m\ell}^{k} G_{nk}^{\ell} - G_{mn}^{\ell} G_{\ell k}^{k}] . \qquad (4.26)$$

Такой лагранжиан впервые рассматривался Розеном/9/. В (4.26) тензор третьего ранга $G_{m\ell}^{k}$ равен

$$G_{m\ell}^{k} = \frac{1}{2} g^{pk} (D_m g_{p\ell} + D_{\ell} g_{pm} - D_p g_{\ell m}). \qquad (4.27)$$

На основании уравнений (4.3) полная система уравнений для вещества и гравитационного поля имеет вид/5/

$$\gamma^{\mu\sigma} D_\mu D_\sigma \tilde{g}^{mn} = 16\pi (t_g^{mn} + t_M^{mn}), \tag{4.28}$$

$$D_m \tilde{g}^{mn} = 0. \tag{4.29}$$

Если бы мы ограничились только первой системой уравнений,то деление метрики риманова пространства на метрику пространства Минковского и тензорное гравитационное поле носило бы условный характер и не имело какого-либо физического смысла.Вторая система (4.29) четырех полевых уравнений принципиально отделяет все,что относится к силам инерции,от всего,что имеет отношение к гравитационному полю. Обе системы уравнений (4.28) и (4.29) общековариантны. На поведение гравитационного поля, как обычно, накладываются соответствующие физические условия при заданной, например, галилеевой системе координат. В ОТО невозможно сформулировать физические условия на метрику g^{ik} , оставаясь в римановом пространстве, поскольку асимптотика метрики всегда зависит от выбора трёхмерной системы координат. Следует также отметить, что уравнения движения вещества содержатся в данной системе уравнений. Плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля в пространстве Минковского для плотности лагранжиана (4.22) равна

$$\begin{aligned} t_g^{mn} = &-\frac{1}{16\pi} D_\sigma D_\nu (\tilde{g}^{\sigma n}\gamma^{\nu m} + \tilde{g}^{\sigma m}\gamma^{\nu n} - \tilde{g}^{mn}\gamma^{\nu\sigma} - \tilde{g}^{\nu\sigma}\gamma^{mn}) - \\ &- \frac{\sqrt{-\gamma}}{8\pi}\gamma^{mp}\gamma^{nq}[R_{pq} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\gamma}}\gamma_{pq} R]. \end{aligned} \tag{4.30}$$

Здесь у нас, как мы видим, автоматически возник тензор кривизны второго ранга R_{pq} риманова пространства. Аналогично плотность тензора энергии-импульса вещества в пространстве Минковского для плотности лагранжиана (4.5) равна

$$t_M^{mn} = \sqrt{\frac{\gamma}{g}}\gamma^{mp}\gamma^{nq}[T_{pq} - \frac{1}{2} g_{pq} T] + \frac{1}{2}\gamma^{mn} T. \tag{4.31}$$

При выводе выражений (4.30) и (4.31) мы использовали тождество

$$\frac{\delta L_M}{\delta \gamma_{pq}} = \frac{\delta L_M}{\delta g^{mn}} \frac{\partial g^{mn}}{\partial \gamma_{pq}}, \tag{4.32}$$

а также равенство

$$\frac{\partial g^{mn}}{\partial \gamma_{pq}} = -\sqrt{\frac{\gamma}{g}}\gamma^{pi}\gamma^{qk}[\delta_{ik}^{mn} - \frac{1}{2} g_{ik} g^{mn}] - \frac{1}{2}\gamma^{pq} g^{mn}, \tag{4.33}$$

которое непосредственно следует из выражения для связи (4.1). Подставляя выражения для тензоров энергии-импульса вещества и гравитационного поля в уравнения поля (4.9), преобразуем их к виду уравнений Гильберта-Эйнштейна

$$\sqrt{-g}\,R_{\mu\nu} = 8\pi\,(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T). \qquad (4.34)$$

Таким образом, система уравнений (4.9) точно эквивалентна системе уравнений Гильберта-Эйнштейна. Полная система уравнений вещества и гравитационного поля (4.28)-(4.29) эквивалентна системе уравнений

$$\sqrt{-g}\,R_{\mu\nu} = 8\pi\,(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T), \qquad (4.35)$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \qquad (4.36)$$

Следует особо отметить, что уравнения (4.36) являются всеобщими и универсальными, поскольку это полевые уравнения, описывающие гравитационное поле со спином 2 и 0. Выбор системы отсчёта (или системы координат) задается метрическим тензором $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского. Таким образом, уравнения (4.36) не накладывают никаких ограничений на выбор системы координат. Итак, система уравнений (4.36) исключает в плотности тензорного поля $\tilde{\phi}^{ik}$ спин 1 и 0′, оставляя только спин 2 и 0. Искомые шесть компонент гравитационного поля, соответствующие этим спинам, и четыре компоненты вещества определяются из уравнений поля (4.28) или эквивалентных им уравнений Гильберта-Эйнштейна (4.35). Систему уравнений гравитационного поля (4.28)-(4.29) можно записать в другой форме через плотность тензора энергии-импульса Гильберта в римановом пространстве. Однако для этой цели необходимо получить некоторые соотношения, если использовать конкретное выражение для плотности лагранжиана гравитационного поля, полученного нами ранее (4.24):

$$L_g = \frac{1}{32\pi}\,[\tilde{G}^{\ell}_{mn} D_\ell \tilde{g}^{mn} - \tilde{g}^{mn} \tilde{G}^{k}_{mk} \tilde{G}^{\ell}_{n\ell}],$$

где

$$\tilde{G}^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \tilde{g}^{\lambda\sigma} (D_\mu \tilde{g}_{\sigma\nu} + D_\nu \tilde{g}_{\sigma\mu} - D_\sigma \tilde{g}_{\mu\nu}).$$

Используя эти выражения, вычислим теперь плотность тензора третьего ранга $K^{\alpha\lambda}_{\mu}$ по формуле (2.10). Учитывая равенство

$$\frac{\partial L_g}{\partial (D_\lambda \tilde{g}^{\mu\nu})} = \frac{1}{16\pi}\,[\tilde{G}^{\lambda}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \tilde{g}^{\lambda\sigma} \tilde{g}_{\mu\nu} \tilde{G}^{\tau}_{\tau\sigma}],$$

имеем

$$16\pi K^{\alpha\lambda}_{\mu} = [\tilde{g}^{\alpha\nu} \tilde{G}^{\lambda}_{\mu\nu} - \tilde{g}^{\lambda\nu} \tilde{G}^{\alpha}_{\mu\nu}] + \tilde{g}^{\sigma\nu} \tilde{\gamma}_{\sigma\mu} [\tilde{\gamma}^{\lambda\tau} \tilde{G}^{\alpha}_{\tau\nu} - \tilde{\gamma}^{\alpha\tau} \tilde{G}^{\lambda}_{\tau\nu}] +$$

$$+ \tilde{\gamma}_{\mu\tau} \tilde{G}^{\tau}_{\sigma\nu} [\tilde{g}^{\alpha\nu} \tilde{\gamma}^{\lambda\sigma} - \tilde{g}^{\lambda\nu} \tilde{\gamma}^{\alpha\sigma}].$$

Подставляя в это равенство значение для $\tilde{G}^{\lambda}_{\mu\nu}$, получим

$$16\pi K^{\alpha\lambda}_{\mu} = \tilde{g}_{\mu\nu} D_\sigma (\tilde{g}^{\lambda\sigma} \tilde{g}^{\alpha\nu} - \tilde{g}^{\alpha\sigma} \tilde{g}^{\lambda\nu}) - \gamma_{\mu\nu} D_\beta [\tilde{g}^{\lambda\beta} \gamma^{\alpha\nu} + \tilde{g}^{\alpha\nu} \gamma^{\lambda\beta} - \qquad (4.37)$$

$$- \tilde{g}^{\alpha\beta} \gamma^{\lambda\nu} - \tilde{g}^{\lambda\nu} \gamma^{\alpha\beta}].$$

Используя это выражение, на основании определения (2.13) имеем для $\overset{\circ}{t}{}^{a}_{g\mu}$ следующее выражение:

$$\overset{\circ}{t}{}^{a}_{g\mu} = \tau^{a}_{\mu} - \frac{1}{16\pi} D_{\lambda} \sigma^{a\lambda}_{\mu} - \frac{1}{16\pi} \gamma_{\mu\nu} J^{a\nu}, \tag{4.38}$$

где плотность антисимметричного тензора $\sigma^{a\lambda}_{\mu}$ равна

$$\sigma^{a\lambda}_{\mu} = \tilde{g}_{\mu\nu} D_{\sigma}[\tilde{g}^{\lambda\sigma}\tilde{g}^{a\nu} - \tilde{g}^{a\sigma}\tilde{g}^{\lambda\nu}], \tag{4.39}$$

а через $J^{a\nu}$ обозначено известное выражение (3.11).

Выражение (4.38) нам и понадобится в дальнейшем. В качестве подготовительной работы выведем теперь тождество, часто используемое в литературе. В галилеевых координатах плотность лагранжиана гравитационного поля (4.24) принимает вид

$$L_g = \frac{1}{32\pi}[\tilde{G}^{\ell}_{mn}\partial_{\ell}\tilde{g}^{mn} - \tilde{g}^{mn}\tilde{G}^{k}_{mk}\tilde{G}^{\ell}_{n\ell}],$$

где в данном случае

$$\tilde{G}^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\tilde{g}^{\lambda\sigma}(\partial_{\mu}\tilde{g}_{a\nu} + \partial_{\nu}\tilde{g}_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}\tilde{g}_{\mu\nu}).$$

Величины $\tilde{G}^{\lambda}_{\mu\nu}$ являются тензорами третьего ранга относительно линейных преобразований координат, поэтому L_g будет скалярной плотностью относительно этих же преобразований. Из инвариантности действия относительно линейных преобразований имеем

$$\delta J_g = \int_{\Omega} d^4x[\partial_{\lambda} J^{\lambda} + \frac{\delta L_g}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}}\delta_L \tilde{g}^{\mu\nu}] = 0. \tag{4.40}$$

Здесь

$$J^{\lambda} = -\xi^{a}\tau^{\lambda}_{a} + \tilde{K}^{a\lambda}_{\mu}\partial_{a}\xi^{\mu}, \tag{4.41}$$

где плотность канонического тензора τ^{λ}_{a} равна

$$\tau^{\lambda}_{a} = -\delta^{\lambda}_{a} L_g + \partial_{a}\tilde{g}^{\mu\nu}\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_{\lambda}\tilde{g}^{\mu\nu})}, \tag{4.42}$$

а плотность тензора третьего ранга $\tilde{K}^{a\lambda}_{\mu}$ в этом случае равна

$$\tilde{K}^{a\lambda}_{\mu} = 2\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_{\lambda}\tilde{g}^{\mu\nu})}\tilde{g}^{a\nu} - \delta^{a}_{\mu}\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_{\lambda}\tilde{g}^{\sigma\tau})}\tilde{g}^{\sigma\tau} \tag{4.43}$$

Подставляя в выражение (4.40) формулу для вариации $\delta_L\tilde{g}^{\mu\nu}$ относительно линейных преобразований в силу произвольности объёма Ω, получим тождество

$$\xi^{a}[\partial_{\lambda}\tau^{\lambda}_{a} + \frac{\delta L_g}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}}\partial_{a}\tilde{g}^{\mu\nu}] + \partial_{a}\xi^{\mu}[\tau^{a}_{\mu} - \partial_{\lambda}\tilde{K}^{a\lambda}_{\mu} - 2\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}}\tilde{g}^{a\nu} + \delta^{a}_{\mu}\frac{\delta L_g}{\delta\tilde{g}^{\sigma\tau}}\tilde{g}^{\sigma\tau}] = 0. \tag{4.44}$$

Отсюда непосредственно следуют тождества:

$$\partial_\lambda \tau^\lambda_\alpha = -\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} \partial_\alpha \tilde{g}^{\mu\nu}, \tag{4.45}$$

$$\tau^\alpha_\mu - \partial_\lambda \tilde{K}^{\alpha\lambda}_\mu = 2\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} \tilde{g}^{\alpha\nu} - \delta^\alpha_\mu \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\sigma\tau}} \tilde{g}^{\sigma\tau}. \tag{4.46}$$

Поскольку

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} = -\frac{1}{16\pi} R_{\mu\nu}, \tag{4.47}$$

из тождества (4.46) имеем

$$\tau^\alpha_\mu - \partial_\lambda \tilde{K}^{\alpha\lambda}_\mu = -\frac{\sqrt{-g}}{8\pi} [R^\alpha_\mu - \frac{1}{2}\delta^\alpha_\mu R]. \tag{4.48}$$

Учитывая равенство

$$\frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda \tilde{g}^{\mu\nu})} = \frac{1}{16\pi}[\tilde{G}^\lambda_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\tilde{g}^{\lambda\tau}\tilde{g}_{\mu\nu}\tilde{G}^\sigma_{\tau\sigma}]$$

и выражения для $\tilde{G}^\lambda_{\mu\nu}$ в галилеевых координатах, после некоторых вычислений найдём

$$16\pi \tilde{K}^{\alpha\lambda}_\mu = \partial_\nu(\delta^\lambda_\mu \tilde{g}^{\alpha\nu} - \delta^\nu_\mu \tilde{g}^{\alpha\lambda}) + \sigma^{\alpha\lambda}_\mu, \tag{4.49}$$

где $\sigma^{\alpha\lambda}_\mu$ – плотность антисимметричного тензора

$$\sigma^{\alpha\lambda}_\mu = -\sigma^{\lambda\alpha}_\mu = \tilde{g}_{\mu\nu}\partial_\sigma(\tilde{g}^{\lambda\sigma}\tilde{g}^{\alpha\nu} - \tilde{g}^{\alpha\sigma}\tilde{g}^{\lambda\nu}). \tag{4.50}$$

Подставляя выражение для $\tilde{K}^{\lambda\alpha}_\mu$ в (4.48), получим тождество

$$\tau^\alpha_\mu - \frac{1}{16\pi}\partial_\lambda \sigma^{\alpha\lambda}_\mu = -\frac{\sqrt{-g}}{8\pi}[R^\alpha_\mu - \frac{1}{2}\delta^\alpha_\mu R]. \tag{4.51}$$

В тензоре кривизны всегда можно тождественно, не изменяя его, заменить обычные производные на ковариантные по метрике Минковского, поэтому выражение (4.51) можно записать в ковариантном виде

$$\tau^\alpha_\mu - \frac{1}{16\pi} D_\lambda \sigma^{\alpha\lambda}_\mu = -\frac{\sqrt{-g}}{8\pi}[R^\alpha_\mu - \frac{1}{2}\delta^\alpha_\mu R], \tag{4.52}$$

при этом плотность канонического тензора в (4.52) будет равна выражению (2.3):

$$\tau^\alpha_\mu = -\delta^\alpha_\mu L_g + \frac{\partial L_g}{\partial(\partial_\lambda g^{\mu\nu})} D_\alpha g^{\mu\nu},$$

где плотность лагранжиана L_g будет уже записана в ковариантных производных по метрике Минковского (4.24).

Используя тождество (4.52), мы можем выражение для $\overset{\circ}{t}{}^{\alpha}_{g\mu}$ (4.38) записать в форме

$$\overset{\circ}{t}{}^{\alpha}_{g\mu} = -\frac{\sqrt{-g}}{8\pi}\left[R^{\alpha}_{\mu} - \frac{1}{2}\delta^{\alpha}_{\mu} R\right] - \frac{1}{16\pi}\gamma_{\mu\nu} J^{\alpha\nu}. \qquad (4.53)$$

Мы установили ранее, что система уравнений вещества и гравитационного поля (4.28) и (4.29) эквивалентна системе уравнений (4.35) и (4.36). С помощью выражения (4.53) система уравнений вещества и гравитационного поля может быть записана в другой эквивалентной форме /5/:

$$\gamma_{\nu\sigma}\gamma^{\alpha\beta}D_{\alpha}D_{\beta}\tilde{g}^{\mu\sigma} = 16\pi\,[T^{\mu}_{\nu} + \overset{\circ}{t}{}^{\mu}_{g\nu}]\,, \qquad (4.54)$$

$$D_{\mu}\tilde{g}^{\mu\nu} = 0\,. \qquad (4.55)$$

Здесь T^{μ}_{ν} – плотность тензора энергии-импульса Гильберта (1.6) для вещества в римановом пространстве. Совершенно очевидно, что в силу уравнений (4.54) и (4.55) закон сохранения тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля имеет вид

$$D_{\mu}(T^{\mu}_{\nu} + \overset{\circ}{t}{}^{\mu}_{g\nu}) = 0\,. \qquad (4.56)$$

Ковариантный закон сохранения вещества в римановом пространстве может быть тождественно представлен в виде

$$\nabla_{\mu}T^{\mu}_{\nu} = \partial_{\mu}T^{\mu}_{\nu} - \frac{1}{2}T^{\mu\sigma}\partial_{\nu}g_{\mu\sigma} \equiv D_{\mu}T^{\mu}_{\nu} - G^{\lambda}_{\mu\nu}T^{\mu}_{\lambda} = 0\,. \qquad (4.57)$$

Сравнивая (4.56) и (4.57), получим

$$G^{\lambda}_{\mu\nu}T^{\mu}_{\lambda} = -D_{\mu}\overset{\circ}{t}{}^{\mu}_{g\nu}\,. \qquad (4.58)$$

Мы видим из этого выражения, что вещество получает энергию и импульс непосредственно от гравитационного поля, причём суммарный тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля всегда строго сохраняется. Построение релятивистской теории гравитации на основе пространства Минковского и принципа геометризации позволило нам на каждом этапе рассуждений иметь дело только с ковариантными величинами. Приведём теперь кратко некоторые результаты, которые следуют из данной теории. Постньютоновские параметры в ней равны следующим значениям:

$$\gamma = \beta = 1, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi_4 = \xi_w = 0\,.$$

Поэтому теория описывает всю имеющуюся в настоящее время совокупность гравитационных экспериментов. Она строго удовлетворяет принципу соответствия и предсказывает существование гравитационных волн в духе Фарадея – Максвелла, обладающих энергией и импульсом. Кривизна эффективного полевого риманова пространства появляется в силу принципа геометризации как результат воздействия гравитационного поля на вещество. Гравитационные волны в данной теории распространяются так же, как и электромагнитные. Поскольку в основе нашей теории гравитации лежит специальный принцип относительности, инертная масса системы строго определена:

$$m = \int d^3x \cdot [t_g^{oo} + t_M^{oo}]$$

и является скаляром относительно трёхмерных преобразований координат. Величина

$$p^{\nu} = \int d^3x \{ t_g^{o\nu} + t_M^{o\nu}]$$

является четырёхвектором энергии-импульса относительно любых преобразований координат, аналогично момент количества движения системы также является тензором относительно любых преобразований координат в четырёхмерном пространстве Минковского. Можно показать, что для любой островной статической системы инертная масса точно равна её активной гравитационной массе. Данная теория дает предсказание исключительной силы: она приводит к строго определенному развитию Вселенной /5/. Согласно ей Вселенная не замкнута, она в силу уравнений (4.29) является "плоской":

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - V(\tau)(dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

Расширение Вселенной определяется функцией $V(\tau)$, которая легко вычисляется из уравнений поля. На основании уравнений (4.21) легко убедиться, что суммарная плотность энергии вещества и гравитационного поля в любой момент развития Вселенной всегда равняется нулю. Современная плотность всех форм вещества ρ должна быть равна её критической плотности ρ_o :

$$\rho = \rho_o = 3H^2/8\pi G,$$

где H - постоянная Хаббла.

Вселенная бесконечно расширяется, причём параметр замедления q точно равен

$$q = 1/2$$

Возраст Вселенной T определяется формулой

$$T = 2/3H$$

Плотность наблюдаемого обычного вещества во много раз меньше критической плотности ρ_o . Поскольку данная теория основана на фундаментальных общих физических принципах и построена однозначно, её предсказания о характере развития Вселенной столь общи, что с необходимостью требуют обязательного существования во Вселенной "скрытой массы" в какой-либо форме материи. Итак, во Вселенной должна существовать "скрытая масса", чтобы полная плотность вещества была равна критическому значению ρ_o .

Авторы выражают глубокую благодарность А.А.Власову, С.С.Герштейну за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Логунов А.А. и др. – ТМФ, 1979, т. 40, № 3, с. 291.
   Денисов В.И., Логунов А.А. – ТМФ, 1982, т. 50, № 1, с. 3.
   Денисов В.И., Логунов А.А. – ЭЧАЯ, 1982, т. 13, вып. 4, с. 757.
   Денисов В.И., Логунов А.А. Современные проблемы математики. – М.: ВИНИТИ АН СССР, 1982, т. 21.
2. Пуанкаре А. Настоящее и будущее математической физики. – Bulletin des Sciences Mathematiques, December, 1904, vol.28 ser.2, p. 302; The monist, January, 1905, vol. XV, No. 1; Принцип относительности./Под редакцией А.А.Тяпкина. – М.: Атомиздат, 1973.
3. Логунов А.А. Лекция по теории относительности. – М.: МГУ, 1984.
4. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – М., Наука, 1965. т. 1.
   Паули В. Теория относительности. – М., Наука, 1983.
   Мёллер К. Теория относительности – М., Атомиздат, 1975.
   Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. – М., Наука, 1972, с. 218–219.
5. Логунов А.А., Власов А.А. Пространство Минковского как основа физической теории гравитации. – М.: МГУ, 1984.
   Логунов А.А., Власов А.А. Сферически-симметричное решение в теории гравитации на основе пространства Минковского. – М.: МГУ, 1984.
   Власов А.А., Логунов А.А., Мествиришвили А.А. – Препринт ИФВЭ 84–156, Серпухов, 1984.
6. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М.: ГИФМЛ, 1961.
7. Fronsdal C. – Sup. Nuovo Cimento, 1958, v. 9, p. 416.
   Barnes K.J. – J. Math. Phys., 1965, v. 6, p. 788.
8. De-Donder: La Gravifique Einsteinienne, – Paris, 1921.
   Theorie des Champs Gravifiques, – Paris, 1926.
   Papapetrou A. – Proc. Roy. Irish. Acad., 1948, v.A52, p.11.
   Фок В.А. – Journ. of Phys., 1939; v. 1, p. 81.
   Rev. Modern Phys., 1957, v. 29, p. 235.
   Gupta S. – Proc. Phys. Soc., 1952, v. A65, p. 608.
9. Rosen N. – Phys. Rev., 1940, v. 57, p. 147;
   Ann. of Phys., 1963, v. 22, p. 1.
10. Ogievetsky V.I., Polubarinov I.V. – Ann. of Phys., 1965, v. 35, No 2, p. 167; Препринт ОИЯИ Р-2106, 1965.

Рукопись поступила 13 августа 1984 года.

А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили
Релятивистская теория гравитации.
Редактор В.В.Герштейн. Корректор Л.Ф.Васильева

Подписано к печати 15.08.84. Т-17459. Формат 60x90/16.
Офсетная печать. Печ.л. 1,50. Уч.-изд.л. 1,87. Тираж 150.
Заказ 729. Индекс 3624. Цена 28 коп.
Институт физики высоких энергий, 142286, Серпухов Московской обл.

Цена 28 коп.

Индекс 3624

ПРЕПРИНТ 84-170, ИФВЭ, 1984.