

862.04381

**НИИЭФА П-Б-0628**

**НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ  
им. Д.В.ЕФРЕМОВА**



---

**А.М.Астапкович, С.Н.Садаков**

**АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ  
СОБСТВЕННОЙ И ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ  
МАССИВНЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ КОНТУРОВ**

**Ленинград 1984**

Астахович А.М., Садаков С.Н. Алгоритмы расчета коэффициентов собственной и взаимной индуктивности массивных коаксиальных контуров. Препринт Б-0628. Л., НИИЭФА, 1984, 28 стр., с ил., цена 22к.

В работе проведено сопоставление различных методов расчета коэффициентов собственной и взаимной индуктивности массивных круговых коаксиальных контуров по точности и быстродействию. Определены границы применимости каждого метода и сформулированы критерии выбора наиболее эффективного из них в той или иной конкретной ситуации. Описана структура универсального алгоритма, обеспечивающего вычисление коэффициентов индуктивности коаксиальных контуров в общем случае трапециевидального сечения с заданной степенью точности.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

1. Постановка задачи . . . . .	3
2. Контурн с сильной индуктивной связью . . . . .	5
3. Контурн со средней индуктивной связью . . . . .	13
4. Контурн со слабой индуктивной связью. . . . .	20
5. Критерии выбора метода расчета. . . . .	22
З а к л ю ч е н и е . . . . .	26
Л и т е р а т у р а . . . . .	28

Государственный комитет по использованию  
атомной энергии СССР

Научно-исследовательский институт  
электрофизической аппаратуры  
им. Д. В. Ефремова

Препринт  
Б-0628

А. М. Астапкович, С. Н. Садаков

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ СОБСТВЕННОЙ И  
ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ МАССИВНЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ  
КОНТУРОВ

Ленинград  
1984

## І. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При решении многих задач анализа и синтеза осесимметричных магнитных систем возникает необходимость вычисления коэффициентов собственной и взаимной индуктивности массивных круговых коаксиальных контуров. Наиболее полно практические методы расчета коэффициентов индуктивности изложены в работе [1], однако каждый из них имеет свою, зачастую весьма ограниченную область применения.

В данной работе ставится задача разработки достаточно универсального алгоритма, обеспечивающего получение результата с заданной степенью точности независимо от взаимного расположения рассматриваемых коаксиальных контуров и в широком диапазоне величины и формы их поперечных сечений.

В качестве практического примера применения разрабатываемого алгоритма рассматривается задача расчета коэффициентов матрицы индуктивностей для системы коаксиальных контуров, предназначенной для моделирования нестационарных электромагнитных процессов в конструктивных элементах реактора-токамака [2]. Достаточно произвольное ограниченное замкнутой ломаной линией сечение кольцевого конструктивного элемента может быть адекватно передано набором коаксиальных контуров в общем случае трапецидального сечения (см. рис. I), поэтому в дальнейшем без потери общности целесообразно ограничиться рассмотрением контуров с сечением в виде трапеции, основания которой параллельны оси  $Z$ . Распределение плотности тока по сечению контура считается однородным.

Допустимый уровень погрешностей результата ограничивается величиной  $|\epsilon| \leq 10^{-4}$ , это примерно соответствует уровню конструктивных допусков на изготовление и установку основных элементов крупных магнитных систем, так как зависимость между размерами и индуктивностью системы носит в первом приближении линейный характер. Размерность матрицы индуктивностей системы контуров типа изображенной на рис. I при объеме оперативной памяти используемой ЭВМ  $\sim 500$  кБайт может достигать  $N_m \approx 250-350$ , что соответствует количеству входящих в матрицу коэффициентов  $N_k \approx 3-6 \cdot 10^4$ . Указанное обстоятельство накладывает весьма жесткие ограничения на время вычисления каждого коэффициента индуктивности, и критерием выбора метода расчета становится минимизация времени вычислений.

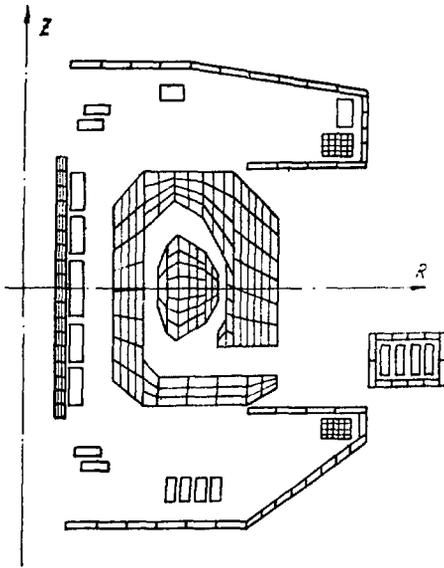


Рис.1. Описание типичной конструкции реактора-токамака системой круговых концентрических контуров

В зависимости от взаимного расположения контуров можно выделить пары с сильной ( $M_{1,2}^2 \approx L_1 L_2$ ), средней ( $M_{1,2}^2 < L_1 L_2$ ) и слабой ( $M_{1,2}^2 \ll L_1 L_2$ ) индуктивными связями. Проведенный анализ не выявил достаточно эффективного единого расчетного метода, который было бы целесообразно использовать во всех указанных диапазонах, однако для каждого из них был разработан свой метод, обеспечивающий наибольшую скорость счета при заданном уровне точности. Были также определены границы применимости всех рассмотренных методов

и сформулированы критерии выбора того или иного из них в зависимости от соотношения параметров данной пары контуров.

Все рассматриваемые в данной работе методы расчета имеют общее основание. С использованием известного выражения для векторного потенциала линейного проводника с током

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{idl}{r}$$

может быть получено строгое выражение для коэффициента взаимной индуктивности двух бесконечно тонких коаксиальных круговых контуров [1]:

$$M = \mu_0 \sqrt{R_1 R_2} \cdot \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) \cdot K(k^2) - \frac{2}{k} \cdot E(k^2) \right],$$

$$k^2 = \frac{4 R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}, \quad (1)$$

где  $R_1, Z_1, R_2, Z_2$  - координаты обоих контуров;  
 $K(k^2)$  и  $E(k^2)$  - полные эллиптические интегралы первого  
и второго рода.

Интегрирование выражения (I) по площадям поперечных сечений двух массивных контуров с однородной плотностью тока дает значение коэффициента их взаимной индуктивности.

Непосредственное численное интегрирование выражения (I) по сечениям обоих контуров связано с неоправданно большими затратами машинного времени, и поэтому оно применялось только для получения контрольных значений коэффициентов индуктивности при проведении поверочных расчетов. Значения полных эллиптических интегралов определялись при помощи аппроксимирующих функций, обеспечивающих точность вычисления в пределах  $|\varepsilon_{\text{эл}}| \leq 2 \cdot 10^{-8}$  [3].

## 2. КОНТУРЫ С СИЛЬНОЙ ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

При вычислении коэффициентов взаимной индуктивности близко расположенных контуров (и, в частном случае, собственной индуктивности контура) целесообразно использовать такие представления полных эллиптических интегралов, которые позволяют выполнять аналитическое интегрирование выражения (I) для некоторых простейших сочетаний поперечных сечений контуров.

Разложения полных эллиптических интегралов в ряды по малому параметру  $k'^2 = 1 - k^2$  выглядят следующим образом [3]:

$$\begin{aligned}
 K = & \ln \frac{4}{k'} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\ln\left(\frac{4}{k'}\right) - \frac{2}{1 \cdot 2}\right) \cdot k'^2 + \\
 & + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot \left(\ln\left(\frac{4}{k'}\right) - \frac{2}{1 \cdot 2} - \frac{2}{3 \cdot 4}\right) \cdot k'^4 + \\
 & + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \cdot \left(\ln\left(\frac{4}{k'}\right) - \frac{2}{1 \cdot 2} - \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{2}{5 \cdot 6}\right) \cdot k'^6 + \dots, \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E = & 1 + \frac{1}{2} \left(\ln\left(\frac{4}{k'}\right) - \frac{1}{1 \cdot 2}\right) \cdot k'^2 + \\
 & + \frac{1^2 \cdot 3}{2^2 \cdot 4} \cdot \left(\ln\left(\frac{4}{k'}\right) - \frac{2}{1 \cdot 2} - \frac{1}{3 \cdot 4}\right) \cdot k'^4 + \\
 & + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6} \cdot \left(\ln\left(\frac{4}{k'}\right) - \frac{2}{1 \cdot 2} - \frac{2}{3 \cdot 4} - \frac{1}{5 \cdot 6}\right) \cdot k'^6 + \dots. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Подстановка (2) и (3) в (1) с удержанием членов вплоть до  $k'^4$  дает следующее выражение для коэффициента взаимной индуктивности пары тонких коаксиальных контуров [1]:

$$M = \mu_0 \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{k} \left[ \left( 1 + \frac{k'^2}{4} + \frac{k'^4}{64} \right) \ln \left( \frac{4}{k'} \right) - 2 + \frac{k'^2}{4} - \frac{k'^4}{128} \right]. \quad (4)$$

Далее рассматривается несколько вариантов интегрирования выражения (4), основанных на различных упрощениях; сопоставление их по точности и по быстродействию позволяет обосновать выбор метода расчета для контуров с сильной индуктивной связью.

Расчетные выражения получены для контуров, сечения которых имеют вид двух отрезков, параллельных друг другу и оси  $Z$  (см. рис. 2). Трапециевидальные сечения реальных контуров могут быть представлены наборами узких вытянутых параллельно оси  $Z$  элементов равной ширины, каждый из которых заменяется соответствующим отрезком, и выражение для взаимной индуктивности  $i$ -го и  $j$ -го реальных контуров может быть записано следующим образом:

$$M_{ij} = \frac{\sum_m \sum_n M_{mn} \cdot \delta_m \cdot \delta_n}{\sum_m \sum_n \delta_m \delta_n} \quad (5)$$

где  $\delta_m$  и  $\delta_n$  - длины двух отрезков, принадлежащих соответственно  $i$ -му и  $j$ -му контурам;

$M_{mn}$  - коэффициент взаимной индуктивности  $m$ -го и  $n$ -го элементарных контуров.

Кратность разбиения сечений контуров определяется требованиями к точности результата и выбирается автоматически в пределах от 1 до 20.

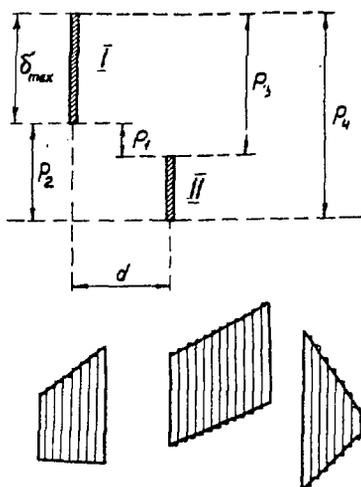


Рис.2. К расчету собственной и взаимной индуктивности контуров с сильной индуктивной связью

#### Метод "А"

С использованием упрощений  $k \approx 1$ ,  $k' \approx 0$ ,  $k'' \approx 0$ ,  $(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2 \approx 4 \cdot R_1 \cdot R_2 = 4 \cdot R_{cp}$ , выражение (4) сводится к известному виду:

$$M = \mu_0 \cdot R_{cp} \cdot \left( \ln \frac{8 \cdot R_{cp}}{\alpha} - 2 \right), \quad (6)$$

где  $\alpha = \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}$  - расстояние между точечными сечениями пары тонких контуров.

Интегрирование (6) по сечениям контуров, имеющих вид двух параллельных оси  $Z$  отрезков (I и II на рис.2), дает простейшее выражение для коэффициента их взаимной индуктивности:

$$M_A = \mu_0 \cdot R_{cp} \cdot (\ln 8 R_{cp} - \ln g - 2), \quad (7)$$

где  $R_{cp} = \sqrt{R_I \cdot R_{II}} \equiv \sqrt{R_I R_{II}}$  - средний геометрический радиус системы контуров I и II;

$g$  - среднее геометрическое расстояние между сечениями контуров I и II.

Несколько выражений  $\ln g$  для простейших сочетаний сечений приводятся в работе [1]; для рассматриваемого случая можно получить:

$$\begin{aligned} \ln g = & \ln |d| - \frac{3}{2} + \frac{1}{(P_2 - P_1)(P_3 - P_1)} \cdot \left\{ \frac{1}{4} \left[ (P_1^2 - d^2) \ln \left( 1 + \frac{P_1^2}{d^2} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (P_2^2 - d^2) \ln \left( 1 + \frac{P_2^2}{d^2} \right) - (P_3^2 - d^2) \ln \left( 1 + \frac{P_3^2}{d^2} \right) + (P_4^2 - d^2) \ln \left( 1 + \frac{P_4^2}{d^2} \right) \right] + \right. \\ & \left. + d \left[ P_1 \cdot \operatorname{arctg} \frac{P_1}{d} - P_2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{P_2}{d} - P_3 \cdot \operatorname{arctg} \frac{P_3}{d} + P_4 \cdot \operatorname{arctg} \frac{P_4}{d} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Смысл геометрических параметров  $d$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$  ясен из рис.2.

Результаты вычислений с использованием выражений (7) и (8) (см.рис.3,4, кривые  $\varepsilon_A$ , и рис.5, кривые А) показывают быстрое уменьшение точности как при увеличении относительного расстояния между центрами тяжести сечений контуров I и II -  $a_{из}/R_{cp}$ , так и при увеличении относительных размеров сечений -  $\delta_{max}/R_{cp}$  (см.рис.2). Заданный уровень точности  $|\varepsilon_A| \leq 10^{-4}$  обеспечивается, например, при  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,01$  только в области  $a_{из}/R_{cp} \leq 0,02$ .

Из примера описания конструкции реактора-токамака (см.рис.1) можно видеть, что относительные размеры сечений контуров достигают величины  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,05$ . Погрешность вычисления даже коэффициента собственной индуктивности таких контуров с использованием изложенного простейшего метода достигает величины  $|\varepsilon_A| \approx 3 \cdot 10^{-4}$ . Поэтому была поставлена задача получения более точных расчетных выражений, но при выводе их обращалось внимание на сохранение общего количества "длинных" вычислительных операций типа " $\ln X$ " или " $\operatorname{arctg} X$ " которое практически определяет необходимые затраты машинного времени.

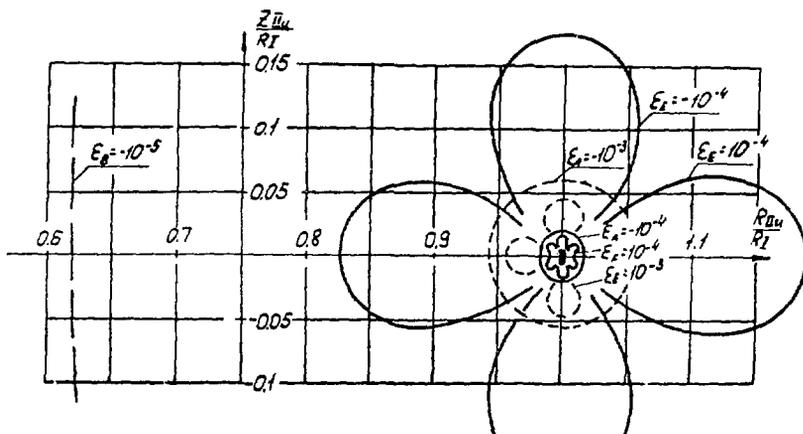


Рис.3. Уровни погрешностей методов "А", "В", "Е", "F" при максимальном относительном размере сечения  $\delta_{\max}/R_{cp} \approx 0,01$

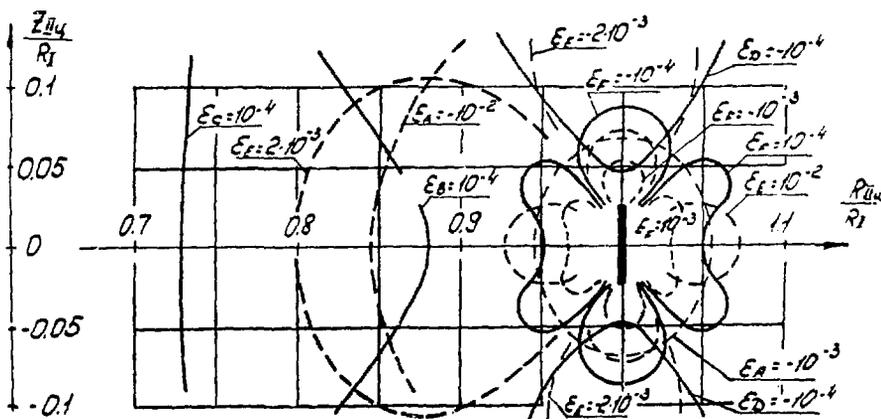


Рис.4. Уровни погрешностей методов "А", "В", "С", "D", "Е", "F" при максимальном относительном размере сечения  $\delta_{\max}/R_{cp} \approx 0,05$

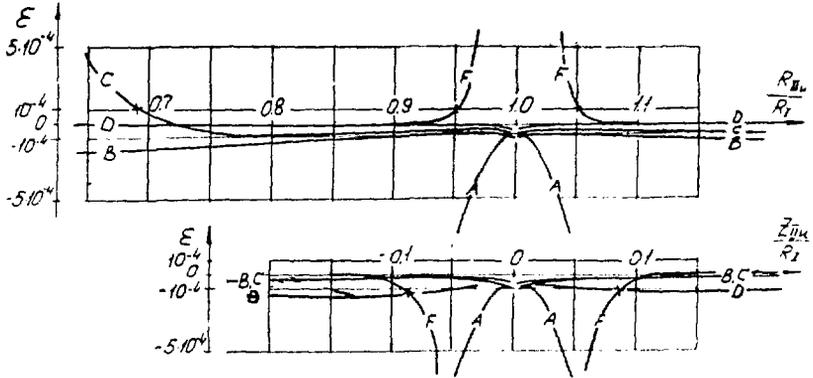


Рис. 5. Сопоставление погрешностей методов "А", "В", "С", "D", "F" при малых значениях  $(k')^2$  и максимальном размере сечения контуров  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,05$ .

### Метод "В"

Для достижения поставленной цели выражение (4) с использованием соотношения

$$k'^2 = \frac{a^2}{(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2} \quad (9)$$

может быть преобразовано к виду:

$$M = \mu_0 \frac{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}^{2'}}{2} \times \left[ \left( 1 + \frac{k'^2}{4} + \frac{k'^4}{64} \right) \cdot \ln \left( \frac{4 \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}^{2'}}{a} \right) - 2 + \frac{k'^2}{4} - \frac{k'^4}{128} \right]. \quad (10)$$

Интегрируя (10) в предположении  $R_1 = R_{Iy}$ ,  $R_2 = R_{IIy}$ ,  $Z_1 = Z_{Iy}$ ,  $Z_2 = Z_{IIy}$ ,  $k' \approx k'_{y}$ , (индексом "y" отмечаются координаты центров тяжести сечений), получаем:

$$M_B = \mu_0 \frac{\sqrt{(R_{Iy} + R_{IIy})^2 + (Z_{Iy} - Z_{IIy})^2}}{2} \times \left[ \left( 1 + \frac{k_y^2}{4} + \frac{k_y^4}{64} \right) \cdot (\ln(4\sqrt{(R_{Iy} + R_{IIy})^2 + (Z_{Iy} - Z_{IIy})^2}) - \ln g) - 2 + \frac{k_y^2}{4} - \frac{k_y^4}{128} \right], \quad (II)$$

где величина  $\ln g$  определяется из (8)

Результаты поверочных расчетов (см. рис. 3, 4, кривые  $\Sigma_B$ , и рис. 5, кривые  $B$ ) показывают значительное увеличение предельных значений  $\delta_{max}/R_{cp}$  и  $a_u/R_{cp}$ , достигающих при  $|\Sigma_B| \leq 10^{-4}$  соответственно  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,05$  и  $a_u/R_{cp} \approx 0,12$ .

#### Метод "С"

Дальнейшее уточнение расчетных формул производится за счет более корректного интегрирования всего выражения, стоящего под знаком логарифма в (10). После предварительного преобразования

$$\ln \left( \frac{4\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}}{a} \right) \approx \ln(8 \cdot R_{cp}) + \frac{a^2}{8 \cdot R_{cp}^2} - \ln a$$

можно получить

$$M_C = \mu_0 \frac{\sqrt{(R_{Iy} + R_{IIy})^2 + (Z_{Iy} - Z_{IIy})^2}}{2} \times \left[ \left( 1 + \frac{k_y^2}{4} + \frac{k_y^4}{64} \right) \ln C - 2 + \frac{k_y^2}{4} - \frac{k_y^4}{128} \right], \quad (I2)$$

где

$$\ln C = \ln 8 R_{cp} - \ln g + \frac{d^2 + \frac{p_2^3 - p_1^3}{3(p_2 - p_1)} + \frac{(p_2 - p_1)(2p_2^2 + 3p_2 + p_1)}{6}}{8 \cdot R_{cp}^2}$$

Поверочные расчеты (рис. 4, кривая  $\Sigma_C$ , и рис. 5, кривая  $C$ ) показывают, что в результате сделанного дополнения предельное значение относительного расстояния между контурами при

$\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,05$  и  $|\epsilon_c| \leq 10^{-4}$  увеличивается с  $a_4/R_{cp} \approx 0,12$  до  $a_4/R_{cp} \approx 0,3$ . Отношение расстояния между контурами к наибольшему размеру сечения при этом достигает величины  $a_4/\delta_{max} \approx 6$ .

В этой области методы "В" и "С", практически не уступая по быстродействию простейшему методу "А", превосходят его по точности более чем на два порядка.

### Метод "D"

Дальнейшее увеличение точности расчетных формул за счет более корректного интегрирования выражений (4) или (10) связано со значительным увеличением количества "длинных" вычислительных операций типа " $\ln x$ " или " $\arctg x$ " и поэтому в данной работе не рассматривается. Однако представляется целесообразным рассмотреть еще один метод расчета, который по затратам машинного времени практически не отличается от рассмотренных ранее.

Из (8) можно определить величину среднего геометрического расстояния между сечениями контуров:

$$g = \exp(\ln g). \quad (13)$$

Выражение, стоящее под знаком логарифма в (10), преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{4 \cdot \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}}{a} &= \frac{4 \cdot \sqrt{4R_1R_2 + (R_1 - R_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}}{a} \\ &= \frac{4 \cdot \sqrt{4R_1R_2 + a^2}}{a} \end{aligned} \quad (14)$$

Интегрируя (10) с учетом (14) в предположении  $R_1 \approx R_{I4}$ ,  $R_2 \approx R_{II4}$ ,  $Z_1 \approx Z_{I4}$ ,  $Z_2 \approx Z_{II4}$ ,  $4R_1R_2 + a^2 \approx 4R_{I4}R_{II4} + g^2$ ,  $a = var$  получаем

$$\begin{aligned} M_D &= \mu_0 \frac{\sqrt{(R_{I4} + R_{II4})^2 + (Z_{I4} - Z_{II4})^2}}{2} \times \\ &\times \left[ \left( 1 + \frac{k_{I4}^2}{4} + \frac{k_{II4}^4}{64} \right) \cdot (\ln(4\sqrt{4R_{I4}R_{II4} + g^2} - \ln g) - 2 + \frac{k_{I4}^2}{4} - \frac{k_{II4}^4}{128}) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где величины  $\ln g$  и  $g$  определяются соответственно из (8) и (13).

Результаты соответствующих поверочных расчетов приводятся на рис. 4, кривые  $\varepsilon_D$ , и на рис. 5, кривые  $D$ . Предельное значение относительного расстояния между контурами при  $|\varepsilon_D| \leq 10^{-4}$  и  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,05$  составляет величину  $a_{ii}/R_{cp} \approx 0,1$  и оказывается несколько меньшим, чем для методов "В" и "С". Однако потенциальное преимущество метода "D" заключается в том, что его погрешность с удалением контуров друг от друга нарастает значительно медленнее, чем у методов В и С, и при расстояниях порядка  $a_{ii}/R_{cp} \approx 0,5$  и  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,05$  оказывается наименьшей из всех  $|\varepsilon_D| \approx -1,5 \cdot 10^{-4}$ . Следовательно, метод "D" оказывается пригодным для расчета взаимной индуктивности контуров как с сильной, так и со средней индуктивной связью.

В предлагаемом универсальном алгоритме расчеты для контуров со средней индуктивной связью ведутся с применением описываемого в следующем разделе значительно более экономичного метода "F", и поэтому для пар контуров с сильной индуктивной связью предпочтение отдается наиболее точному в этой области методу "С".

### 3. КОНТУРЫ СО СРЕДНЕЙ ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

Для расчета взаимной индуктивности удаленных друг от друга контуров разложения полных эллиптических интегралов в ряды по параметру  $k'^2$  не могут быть применены, и поэтому целесообразно использовать те или иные аппроксимирующие функции, дающие значения эллиптических интегралов практически во всем диапазоне значений  $k'^2$  [3, 4]. Вычисления в этом случае проводятся непосредственно с использованием выражения (I). При простейшем подходе в качестве входящих в (I) координат тонких контуров принимаются координаты центров тяжести конечных сечений реальных контуров. Результаты пробных расчетов (см. рис. 3, 4, кривые  $\varepsilon_\varepsilon$ ) показывают быстрое уменьшение точности как с увеличением относительного размера вытянутого сечения  $\delta_{max}/R_{cp}$ , так и с приближением контуров друг к другу. Требуемый уровень точности  $|\varepsilon_\varepsilon| \leq 10^{-4}$  обеспечивается

при  $\delta_{\max}/R_{cp} \approx 0,01$  только на расстояниях  $a_0/R_{cp} \geq 0,18$ , т.е. при выполнении соотношения  $a_0/\delta_{\max} \geq 18$ .

Очевидно, повысить точность расчета можно путем разбиения больших сечений контуров на ряд элементарных площадок, для каждой из которых необходимо повторить вычисления с использованием (I). Так, сечение типичного контура с размерами  $\delta/R_{cp} \approx 0,05$  может быть представлено следующим количеством элементарных площадок:

$$n_E \approx \left( \frac{0,05}{0,01} \right)^2 = 25.$$

Количество "длинных" вычислительных операций типа " $\ln x$ ", выполняемых в этом случае при расчете коэффициента взаимной индуктивности пары контуров конечного сечения, возрастет в  $n_E^2 \approx 625$  раз.

Однако имеется возможность представления сечения реального контура только четырьмя тонкими контурами при сохранении требуемого уровня точности, для чего необходимо особым образом выбрать координаты этих тонких контуров.

Сначала рассмотрим упрощенный случай. Пусть один из пары рассматриваемых контуров имеет точечное сечение  $A$  (см.рис.6), а другой - сечение в виде отрезка прямой длиной  $\delta$ ;  $a$  - расстояние между точкой  $A$  и центром отрезка  $\delta$ . Ставится задача выделить на отрезке две равноудаленные от его центра точки  $B$  и  $C$  таким образом, чтобы средние геометрические расстояния от них до точки  $A$  и от всех точек отрезка  $\delta$  до точки  $A$  были равны между собой.

Используя выражение для  $\ln g$  в рассматриваемой геометрии (см.рис.6)

$$\ln g = \ln |d| - 1 + \frac{1}{(P_6 - P_5)} \times$$

$$\left[ \frac{1}{2} (P_6 \ln(1 + \frac{P_6^2}{a^2}) - P_5 \ln(1 + \frac{P_5^2}{a^2})) + d \cdot (\arctg \frac{P_6}{d} - \arctg \frac{P_5}{d}) \right] \quad (16)$$

и вводя дополнительное предположение о малости величины

$\delta/a \ll 1$ , можно получить следующее выражение для  $b$  - искомого расстояния между точками  $B$  и  $C$ :

$$b = 2a \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^2 + \frac{1}{5} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^4 - \frac{2}{21} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^6}}. \quad (17)$$

После дополнительного преобразования (17) в предположении  $\delta/a \ll 1$  получаем:

$$\frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^2 - \frac{1}{5} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^4 + \frac{2}{21} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^6 \right]},$$

или

$$\left( \frac{b}{\delta} \right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{10} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^2 + \frac{1}{21} \left( \frac{\delta}{2a} \right)^4. \quad (18)$$

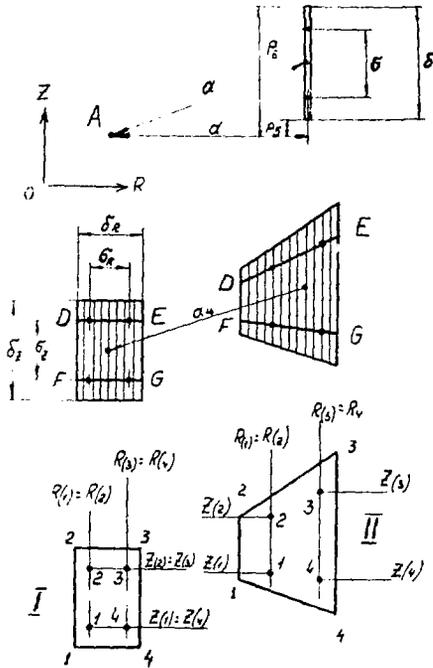


Рис.6. К выводу метода "четырёх точек" ("F") для контуров прямоугольного и трапецидального сечения

На рис.3, 4, кривые  $\epsilon_F$ , и на рис.5, кривые  $F$ , представлены результаты поверочных расчетов, проведенных с использованием соотношения (18) для сочетания сечений "точка-отрезок". Они показывают сохранение высокого уровня точности  $|\epsilon_F| \leq 10^{-4}$  вплоть до сближения контуров на расстояние  $a_u/\delta_{max} \approx 1,7$ . В области  $a_u/\delta_{max} \approx 2-10$  погрешность рассмотренного метода ("F") оказывается на два-три порядка ниже погрешности простейшего метода ("E").

Обобщить рассмотренный подход на случай контуров трапецидального сечения можно следующим образом. Сначала исходные сечения контуров разделяются на ряд узких параллельных оси

$Z$  элементарных полосок одинаковой ширины, как это показано на рис.6. Каждую из полосок можно заменить двумя точками  $B$  и  $C$  с использованием подобного (18) соотношения

$$\left(\frac{\bar{b}_z}{\delta_z}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{10} \left(\frac{\delta_{zx}}{2a_y}\right)^2 + \frac{1}{21} \left(\frac{\delta_{zx}}{2a_y}\right)^4, \quad (19)$$

- где  $\bar{b}_z$  - расстояние между точками  $B$  и  $C$  на каждой из полосок;  
 $\delta_z$  - длина каждой полоски;  
 $\delta_{zx}$  - характерный размер сечения контура в направлении оси  $Z$ ;  
 $a_y$  - расстояние между центрами тяжести сечений рассматриваемых контуров.

Геометрическое место точек  $B$  и  $C$ , принадлежащих всем элементарным полоскам, имеет вид двух отрезков прямых  $DE$  и  $FG$  на рис.6.

Каждый из этих отрезков также может быть заменен двумя точками с использованием аналогичного (19) соотношения:

$$\left(\frac{\bar{b}_R}{\delta_R}\right)^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{10} \left(\frac{\delta_{Rx}}{2a_y}\right)^2 + \frac{1}{21} \left(\frac{\delta_{Rx}}{2a_y}\right)^4. \quad (20)$$

Для наиболее распространенного частного случая, когда исходный контур имеет прямоугольное сечение, координаты заменяющих его четырех тонких контуров могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} R_{(1)} = R_{(2)} &= R_1 + (R_3 - R_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\bar{b}_R}{\delta_R}\right); \\ R_{(3)} = R_{(4)} &= R_3 - (R_3 - R_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\bar{b}_R}{\delta_R}\right); \\ Z_{(1)} = Z_{(4)} &= Z_1 + (Z_3 - Z_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\bar{b}_Z}{\delta_Z}\right); \\ Z_{(2)} = Z_{(3)} &= Z_3 - (Z_3 - Z_1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\bar{b}_Z}{\delta_Z}\right), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $R_1, Z_1$  и  $R_3, Z_3$  - координаты двух несмежных углов прямоугольного сечения исходного контура; порядок нумерации углов сечения и заменяющих контуров показан на рис.6.

Так как все четыре заменяющих контура несут равные токи, то коэффициент взаимной индуктивности пары исходных контуров записывается следующим образом

$$M_{I,II} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 M_{ij} \quad (22)$$

где  $i$  и  $j$  - номера тонких контуров, заменяющих соответственно I и II исходные контура.

Для контура произвольного трапециевидального сечения процедура замены отрезков  $DE$  и  $FG$  четырьмя точками несколько усложняется, так как в этом случае все элементарные полоски имеют разные длины и поэтому вносят различные вклады в суммарный коэффициент взаимной индуктивности. Полученные с учетом этого обстоятельства выражения для координат четырех тонких контуров, заменяющих исходный контур произвольного трапециевидального сечения, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} R_{(1)} = R_{(2)} &= \frac{1}{2} \left[ R_4 + R_1 - (R_4 - R_1) \cdot \left( \frac{\delta_R}{\delta_r} - \frac{1}{3} \left( \beta + \frac{\delta_R}{\delta_r} \cdot |\beta| \right) \right) \right] ; \\ R_{(3)} = R_{(4)} &= \frac{1}{2} \left[ R_4 + R_1 + (R_4 - R_1) \cdot \left( \frac{\delta_R}{\delta_r} + \frac{1}{3} \left( \beta + \frac{\delta_R}{\delta_r} \cdot |\beta| \right) \right) \right] ; \\ Z_{(1)} &= Z_1 + h_1 \cdot (Z_4 - Z_1) + \frac{h_2}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\delta_z}{\delta_2} \right) ; \\ Z_{(2)} &= Z_1 + h_1 \cdot (Z_4 - Z_1) + \frac{h_2}{2} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_z}{\delta_2} \right) ; \\ Z_{(3)} &= Z_1 + h_3 \cdot (Z_4 - Z_1) + \frac{h_4}{2} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_z}{\delta_2} \right) ; \\ Z_{(4)} &= Z_1 + h_3 \cdot (Z_4 - Z_1) + \frac{h_4}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\delta_z}{\delta_2} \right) , \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\beta = \frac{Z_3 - Z_4 - Z_2 + Z_1}{Z_3 - Z_4 + Z_2 - Z_1} ;$$

$$h_1 = \frac{R_{(1)} - R_1}{R_4 - R_1} ;$$

$$h_2 = Z_2 - Z_1 + h_1 \cdot (Z_3 - Z_4 - Z_2 + Z_1),$$

$$h_3 = \frac{R_{(3)} - R_1}{R_4 - R_1};$$

$$h_4 = Z_2 - Z_1 + h_3 \cdot (Z_3 - Z_4 - Z_2 + Z_1).$$

И в этом случае заменяющие контуры несут равные токи, в сумме составляющие ток исходного контура, поэтому для вычисления коэффициента взаимной индуктивности исходных контуров также используется выражение (22).

Высокая эффективность рассмотренного метода "четырёх точек" обусловлена тем, что, несмотря на некоторую громоздкость выражений (21) или (23), при его использовании для расчета одного коэффициента взаимной индуктивности необходимо выполнить всего  $4^2 = 16$  "длинных" вычислительных операций типа " $\ln X$ ". Если же четырьмя точками заменяется сечение только одного из исходных контуров, то количество операций типа " $\ln X$ " сокращается до четырех.

На рис.7 изображена система контуров различного поперечного сечения, которая была использована для проверки точности счета с использованием предлагаемого алгоритма.

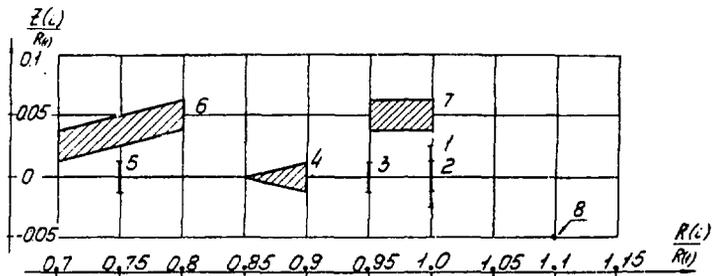


Рис.7. Набор контуров различного сечения для сопоставления результатов вычислений с использованием методов "С", "F" и контрольного.

Результаты серии поверочных расчетов приведены на рис.8, где в зависимости от величины параметра  $a_n/\delta_{max}$  показано либо взаимное отличие результатов, полученных с использованием методов "F" и "С" —  $\epsilon_{FC}$ , либо погрешность метода "С" в сравнении с результатами контрольных расчетов —  $\epsilon_{c0}$ , либо погрешность метода "F" —  $\epsilon_{F0}$ .

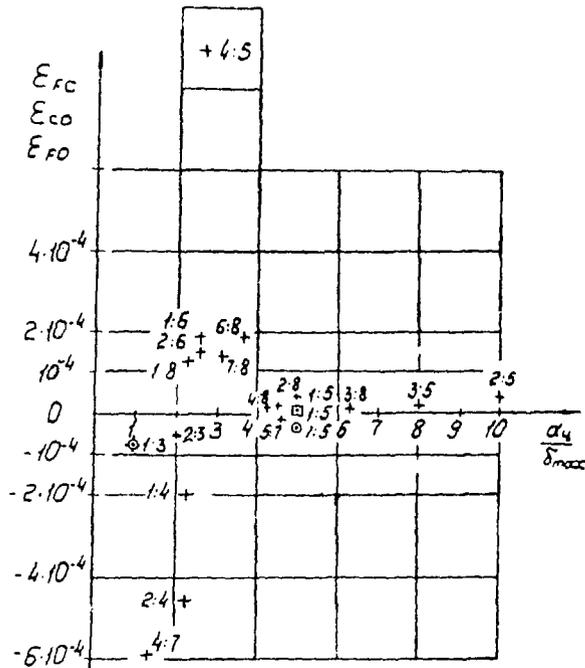


Рис.8. Сопоставление результатов вычислений коэффициентов взаимной индуктивности контуров различного поперечного сечения с использованием методов: - "F" и "C", взаимное расхождение  $E_{FC}$ , значок + ; - "C" и контрольного, погрешность  $E_{CO}$ , значок o ; - "F" и контрольного, погрешность  $E_{FO}$ , значок  $\square$  ;

Величины  $E_{CO}$  и  $E_{FO}$  не превышают уровня  $10^{-4}$  и соответствуют результатам поверочных расчетов (см.рис.4, 5). Граница точности метода "F" для контуров реального сечения отодвигается до значения  $a_4/\delta_{max} \Big|_{E_{FC} < 10^{-4}} \approx 4$  по сравнению с величиной  $a_4/\delta_{max} \Big|_{E_{FC} < 10^{-4}} \approx 1,7$ , полученной ранее для простейшего сочетания сечений "точка-отрезок". Это различие обусловлено усреднением значений  $a$ ,  $\delta$  и  $\frac{a}{\delta}$  для всех элементарных полосок, которыми при выводе метода "F" заменялось реальное трапецидальное сечение контура (см.рис.6.).

На основании изложенных результатов поверочных расчетов и из соображений минимизации общего времени вычислений стыковка методов "C" и "F" производится при  $a_4/\delta_{max} \approx 4$ .

## 4. КОНТУРЫ СО СЛАБОЙ ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

Использование выражения (I) для расчета коэффициентов взаимной индуктивности слабосвязанных контуров осложняется тем, что при малых значениях  $k$  оно содержит разность близких чисел:  $(2-k^2)K(k^2) - 2 \cdot E(k^2)$ , а при  $k \rightarrow 0$  - неопределенность вида  $0/0$ . В этом случае применяется разложение полных эллиптических интегралов в ряды по малому параметру  $k^2$  [1, 4]

$$K(k^2) = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 k^6 + \dots \right],$$

$$E(k^2) = \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{k^2}{1} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{k^4}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{k^6}{5} - \dots \right]. \quad (24)$$

После подстановки (24) в (I) с удержанием членов вплоть до  $k^7$  можно получить следующее лишенное особенности выражение для коэффициента взаимной индуктивности слабосвязанных контуров:

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi \sqrt{R_1 R_2}}{2} \cdot \left[ \left(\frac{k}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{k}{2}\right)^5 + 9 \cdot 375 \cdot \left(\frac{k}{2}\right)^7 \right]. \quad (25)$$

На рис.9 кривые  $G$ ,  $H$ ,  $I$  иллюстрируют результаты серии поверочных расчетов по формуле (25) с удержанием членов только до  $k^3$  - кривая  $G$ , до  $k^5$  - кривая  $H$  и вплоть до  $k^7$  - кривая  $I$ .

На этом же рисунке приводятся результаты вычислений непосредственно по (I) с использованием различных аппроксимирующих функций для полных эллиптических интегралов. Кривая  $J$  получена с применением аппроксимации из [3], обеспечивающей относительно невысокую точность вычисления эллиптических интегралов ( $|\epsilon_{\text{эл}}| \leq 3 \cdot 10^{-5}$ ). Кривая  $L$  соответствует аппроксимации из [4], обеспечивающей при счете с двойной точностью погрешность  $|\epsilon_{\text{эл}}| \leq 6 \cdot 10^{-7}$ .

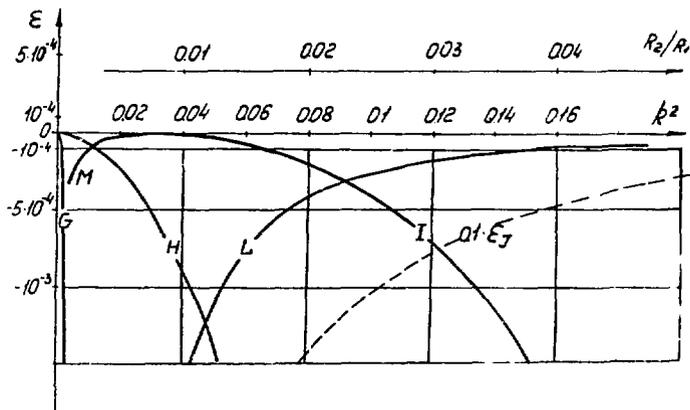


Рис. 9. Сопоставление погрешностей методов  $G$ ,  $H$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $L$ ,  $M$  при малых значениях  $k^2$ .

Последняя кривая -  $M$  получена с применением наиболее точной аппроксимации из [3], обеспечивающей также при счете с двойной точностью погрешность  $|\varepsilon_{\text{энал}}| \leq 2 \cdot 10^{-8}$ . При построении кривых на рис. 9 в качестве контрольных значений коэффициентов взаимной индуктивности в интервале  $0 \leq k^2 \leq 0,035$  были использованы результаты вычислений по методу "I", а при  $k^2 > 0,035$  - по методу "M". Отсутствие на кривых  $G$ ,  $H$ ,  $J$ ,  $L$  изломов или скачков при  $k^2 \approx 0,035$  подтверждает правильность такого выбора контрольных методов.

На основании анализа приведенных результатов можно заключить, что только совместное применение методов "I" и "M" обеспечивает требуемую точность результата  $|\varepsilon| \leq 10^{-4}$  при малых значениях  $k$ .

В предлагаемом алгоритме для расчета коэффициентов взаимной индуктивности контуров конечного сечения со средней или слабой индуктивной связью используются изложенные в разд. 3 методы "E" или "F", а необходимые при этом вычисления для пар тонких контуров проводятся при  $k^2 > 0,035$  по методу "M" и при  $k^2 \leq 0,035$  по методу "I".

Необходимо также отметить, что вычисления по методу "M" должны проводиться с использованием двойной точности машинного представления переменных  $k, k^2, k', k'^2, K, E$  в (I) и всех коэффициентов в аппроксимирующих функциях для эллиптических интегралов [3].

## 5. КРИТЕРИИ ВЫБОРА МЕТОДА РАСЧЕТА

На рис.10 приводится схема выбора наиболее эффективного в конкретных условиях метода расчета.

Сначала производится проверка правильности исходных данных и определяются относительные размеры сечения каждого контура. Если хотя бы один из них превышает величину  $\delta_{max}/R_{cp} = 0,05$ , то производится автоматическое дополнительное дробление соответствующего сечения на элементы с размерами порядка  $\delta_{max}/R_{cp} \leq 0,05$ . В результате этого погрешность результата оказывается ограниченной величиной ( $\epsilon \leq 10^{-4}$ ).

Критерием выбора между методами "С" и "F" служит величина параметра  $\delta_{max}/a_{14}$ , представляющего собой отношение наибольшего характерного размера сечения любого контура из данной пары к расстоянию между центрами тяжести их сечений. Граничная величина этого параметра выбирается близкой к пределу применимости метода "F" для минимизации времени вычислений (см. разд.3, рис.8):

$$\frac{\delta_{max}}{a_{14}} \Big|_{FC} \approx \frac{1}{4}.$$

Характерные размеры сечения контура - "вертикальный" ( $\delta_{zx}$ ) и "радиальный" ( $\delta_{rx}$ ) - определяются из следующих соотношений:

$$2 \cdot \delta_{zx}^2 = (Z_2 - Z_1)^2 + (Z_3 - Z_4)^2,$$

$$2 \cdot \delta_{rx}^2 = 2 \cdot (R_3 - R_1)^2 + (Z_3 - Z_2)^2 + (Z_4 - Z_1)^2.$$

В общем случае они не равны проекциям сечения на оси  $Z$  и  $R$ , причем  $\delta_{zx} \leq Z_{max} - Z_{min}$  и  $\delta_{rx} \geq R_{max} - R_{min}$ . Возвращаясь к рис.6, можно заметить, что  $\delta_{zx}$  примерно соответствует средней длине узких вертикальных полосок, которыми заменялось реальное сечение контура при выводе метода "F", а  $\delta_{rx}$  - средней длине отрезков  $DE$  и  $FG$ , показанных на этом же рисунке.



Расстояние между центрами тяжести сечений  $\alpha_u$  приближенно выражается через параметр  $k_u'^2 = 1 - k_u^2$  и средний геометрический радиус системы двух контуров  $\sqrt{R_{Iu} \cdot R_{IIu}}$

$$2\alpha_u^2 \approx k_u'^2 \cdot 4 \cdot R_{Iu} \cdot R_{IIu}.$$

Вводя более удобные обозначения:

$$P_z^2 = 2\delta_{zx}^2, \quad P_R^2 = 2\delta_{Rx}^2, \quad q^2 = 2\alpha_u^2, \quad P_{max} = \max(P_{zI}, P_{zII}, P_{RI}, P_{RII})$$

можно записать критерий выбора метода расчета. Если выполняется условие

$$\frac{q}{P_{max}} < 4 \quad \left( \frac{\delta_{max}}{\alpha_u} > 0.25 \right),$$

то для вычислений используется метод "С", в иных случаях применяются методы "F" или "E".

Выбор между методами "F" и "E" также определяется величиной параметра  $q/P_{max}$ , а граничная величина его соответствует пределу применимости простейшего и наиболее экономичного метода "E":

$$\frac{q}{P_{max}} \approx 18 \quad \left( \frac{\delta_{max}}{\alpha_u} \approx 0.057 \right).$$

При  $q/P_{max} < 18$  для вычислений применяется метод "F", а в других случаях - метод "E".

Кроме того, как указывалось в разд.4, необходимые в рамках методов "F" и "E" вычисления взаимной индуктивности тонких контуров проводятся при  $k^2 > 0,035$  - с применением аппроксимаций эллиптических интегралов (метод "M"), а при  $k^2 \leq 0,035$  - на основании разложения интегралов в ряды по малому параметру  $k^2$  (метод "I").

Необходимо рассмотреть также ряд вариаций расчетных выражений метода "С", возникающих при рассмотрении некоторых частных случаев.

Так, при  $(P_2 - P_1) \cdot (P_3 - P_1) \rightarrow 0$  ( $= 0$ ) в выражении (8) возникает неопределенность вида  $0/0$ . Фактически это означает, что длина хотя бы одного из пары рассматриваемых отрезков стремится к нулю или равна нулю.

В такой ситуации могут быть использованы соответствующие выражения типа (I6) или (I). Однако с учетом того обстоятельст-

ва, что доля вклада такой пары в суммарное значение коэффициента взаимной индуктивности контуров реального сечения, пропорциональная величине  $(p_2 - p_1) \cdot (p_3 - p_1)$ , также стремится к нулю или равняется нулю, может быть использовано следующее условие. Если  $(p_2 - p_1) \cdot (p_3 - p_1) < \varepsilon_1$  ( $\varepsilon_1 = 10^{-6}$ ), то расчеты для данной пары отрезков не ведутся и ее доля в результате принимается равной нулю (см. рис. 10).

Второй частный случай связан с совпадением радиусов отрезков:  $d^2 \rightarrow 0$  или  $d^2 = 0$ . При этом в выражении (8) появляется неопределенность вида  $0 \cdot \ln(1 + p_i^2/0)$ ,  $i=1 \div 4$ . Раскрывая ее, выражение (8) можно упростить до вида

$$\begin{aligned} \ln g = \frac{1}{4 \cdot (p_2 - p_1)(p_3 - p_1)} & \cdot \left[ (p_1^2 - d^2) \cdot \ln(p_1^2 + d^2) - (p_2^2 - d^2) \cdot \ln(p_2^2 + d^2) - \right. \\ & \left. - (p_3^2 - d^2) \cdot \ln(p_3^2 + d^2) + (p_4^2 - d^2) \cdot \ln(p_4^2 + d^2) \right] - \frac{3}{2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Это выражение используется при  $d^2 < \varepsilon_i^2$ , ( $\varepsilon_i^2 = 10^{-12}$ ).

Третий частный случай соответствует ситуации, когда одно или два из выражений  $p_1^2 + d^2$ ,  $p_2^2 + d^2$ ,  $p_3^2 + d^2$ ,  $p_4^2 + d^2$  стремятся к нулю или равны нулю (полностью или частично совпадающие отрезки). При этом в (26) появляются слагаемые вида  $0 \cdot \ln 0$  и при  $p_i^2 + d^2 < \varepsilon_i^2$ , ( $i=1 \div 4$ ,  $\varepsilon_i^2 = 10^{-12}$ ) значение таких слагаемых принимается равным нулю. При полном совпадении отрезков, т.е. в случае вычисления коэффициента собственной индуктивности контура с сечением в виде отрезка длиной  $\delta$  выражение (26) принимает следующий вид:

$$\ln g = \ln \delta - \frac{3}{2}.$$

Принятый при разработке универсального алгоритма уровень точности  $|\varepsilon| \leq 10^{-4}$  в отдельных конкретных случаях может оказаться недостаточным или избыточным. Поэтому предусматривается возможность повышения точности до  $|\varepsilon| \leq 10^{-5}$  путем более мелкого дополнительного дробления сечений исходных контуров на элементы с размерами не более  $\delta_{\max}/R_{cp} \approx 0,02$  и одновременного увеличения кратности разбиения контуров в рамках метода "С".

Для тех практических применений, где требуемый уровень точности относительно невелик  $|\varepsilon| \leq 10^{-3}$ , а на первый план выдвигается минимизация времени вычислений для систем контуров с относительно большими размерами сечений, целесообразно использовать другую модификацию рассмотренного алгоритма. Она отличается тем, что вместо метода "С" используется метод "D" и при заданном уровне точности  $|\varepsilon| \leq 10^{-3}$  допустимые размеры сечений контуров увеличиваются до  $\delta_{max}/R_{cp} \approx 0,2$ . Это влечет за собой значительное сокращение времени счета.

### В А К Л Ю Ч Е Н И Е

В работе описан универсальный алгоритм расчета коэффициентов собственной и взаимной индуктивности круговых коаксиальных контуров в общем случае трапециoidalного сечения. Максимальная погрешность результата практически не зависит от взаимного расположения контуров и размеров их сечений и для различных модификаций алгоритма находится в пределах  $|\varepsilon| \leq 10^{-5}$ ,

$|\varepsilon| \leq 10^{-4}$  и  $|\varepsilon| \leq 10^{-3}$ . Для пар контуров с сильной средней и со слабой индуктивными связями используются различные методы расчета, причем при заданном уровне точности критерием выбора метода расчета является минимизация необходимого времени вычислений.

К контурам с сильной индуктивной связью при  $|\varepsilon| \leq 10^{-1}$  относятся те, расстояние между центрами сечений которых не превышает четырех характерных размеров наибольшего сечения одного из них. При этом применяются модификации методов, основанные на аналитическом интегрировании выражений для коэффициента взаимной индуктивности тонких контуров с использованием разложений эллиптических интегралов в ряды по малому параметру  $k'^2$  (методы "С" и "D", см. разд.2).

Для расчета взаимной индуктивности контуров со средней индуктивной связью используется предложенный метод "четыре точек" ("F", см. разд.3), в котором исходный контур трапециoidalного или прямоугольного сечения заменяется четырьмя тонкими контурами. С целью минимизации погрешностей координаты тонких контуров выбираются специальным образом в зависимости от соотношения размеров сечений контуров и расстояния между ними.

Значения полных эллиптических интегралов определяются с применением достаточно точных аппроксимирующих функций, а в случае контуров со слабой индуктивной связью ( $k^2 \leq 0,035$ ) - с использованием разложения в ряды по малому параметру  $k^2$  (см.разд.4). Структура алгоритма (см.разд.5) предусматривает контроль правильности исходных данных, при необходимости - автоматическое дополнительное дробление слишком крупных сечений контуров на элементы допустимых размеров, выбор метода расчета в зависимости от конкретных параметров данной пары контуров и использование специальных модификаций расчетных выражений в определенных частных случаях геометрии системы.

Авторы выражают благодарность Н.И.Дойникову за проявленный интерес к работе и ряд высказанных ценных критических замечаний.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. - М.: Энергия, 1970.
2. INTOR, Phaze IIA Conceptual design. - IAEA, Vienna, 1982.
3. Справочник по специальным функциям/Под ред.М.А.Абрамовица И.Стигана. - М.: Наука, 1979.
4. Агеев М.И., Алик В.П., Марков Ю.И. Библиотека алгоритмов 516 - 1006. - М.: Советское радио, 1976.

А.М.Астапкович, С.Н.Садаков

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ СОБСТВЕННОЙ И ВЗАИМНОЙ  
ИНДУКТИВНОСТИ МАССИВНЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ КОНТУРОВ

Заказ № 63/618. Рукопись поступила на издание 28/VI 1983 г.  
Формат бумаги 60х90/16. Уч.-изд.л. 1,5. Отпечатано 150 экз.  
Ротапринт НИИЭФА. Цена 22к. Индекс 3624. Т-06421 2/II 1984 г.

Ответственная за выпуск В.Л.Гусева