

542004010

НИИЭФА П-Б-0636

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ  
им. Д.В.ЕФРЕМОВА



---

А.М.Астапкович, С.Н.Садаков

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
ПРОЦЕССОВ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СИСТЕМАХ  
МЕТОДОМ СВЯЗАННЫХ КОНТУРОВ

Ленинград - 1984

А.М. Астапкович, С.Н. Садаков. Численное моделирование нестационарных электромагнитных процессов в осесимметричных системах методом связанных контуров. Препринт Б-0636. Л., НИИЭФА, 1984, 16 стр., с ил., цена 13 к.

Для численного моделирования нестационарных электромагнитных процессов применяется подход связанных электрических контуров. Рассматривается осесимметричная расчетная модель, предназначенная для анализа наиболее интенсивных электромагнитных процессов, происходящих в конструктивных элементах реактора-токамака при перестройке полоидального магнитного поля. Решение задачи Коши для получающейся системы линейных дифференциальных уравнений находится путем численного интегрирования с применением неявного метода Эйлера. Рассматриваются вопросы автоматического выбора шага интегрирования и проводится сравнение с результатами решения модельной задачи.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

В в е д е н и е . . . . .	I
1. Постановка задачи . . . . .	2
2. Метод численного интегрирования. . . . .	5
3. Решение модельной задачи. . . . .	10
З а к л ю ч е н и е . . . . .	15
Л и т е р а т у р а . . . . .	17

## В В Е Д Е Н И Е

В настоящее время начато проектирование установок типа токамак реакторного масштаба [1],[2]. Анализ нестационарных электромагнитных процессов в их проводящих конструкциях лежит в основе определения важных инженерных параметров, которые существенно влияют на выбор конструктивных решений многих узлов и режимов работы реактора. К таким параметрам можно отнести, например, оценки деионизации изменений полоидального магнитного поля и уровня тепловыделений от вихревых токов в конструкциях сверхпроводниковой электромагнитной системы, экстремальные значения электродинамических нагрузок на элементы blankets, защиты и первой стенки и т.п.

Наиболее интенсивные электромагнитные процессы в установке типа токамак обусловлены перестройкой осесимметричного полоидального магнитного поля. Во всех основных режимах работы реактора: на старте разряда, при стабилизации положения и формы плазменного шнура на плато тока и при срыве тока плазмы - характерное время изменения полоидального магнитного поля ( $t_x$ ) оказывается соизмеримым с постоянными времени затухания вихревых токов ( $\tau_B$ ) в массивных конструктивных элементах. По этой причине возможности применения "резистивного приближения", справедливого при  $\tau_B \ll t_x$  и описанного в [3, 4], оказываются ограниченными. Анализ с учетом реакции вихревых токов, основанный на использовании аналитических методов [5], позволяет рассматривать только уединенные проводящие тела достаточно простой формы.

В данной работе излагаются результаты разработки метода численного моделирования нестационарных электромагнитных процессов с применением подхода связанных контуров [6]. Рассматривается расчетная модель, пригодная для моделирования различных вариантов конструкции и режимов работы реактора-токамака. Основное внимание уделяется выбору наиболее эффективного в условиях ограниченного объема оперативной памяти ЭВМ метода численного интегрирования системы линейных дифференциальных уравнений, а также вопросам автоматического выбора шага интегрирования. Проводится также сравнение результатов расчетов, выполненных с помощью предложенного метода, с имеющимся решением для модельной задачи [7].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Моделирование электромагнитных процессов методом связанных контуров приводит к необходимости решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} L_H \frac{dI_H}{dt} = -R_H I_H + V(t) - L_3 \frac{dI_3}{dt}, \\ I_H(0) = I_0, \\ I_3 = I_3(t), \end{cases} \quad (I)$$

где  $L_H$  - симметричная матрица коэффициентов собственной и взаимной индуктивности системы контуров с неизвестными токами  $I_H$ ;  $R_H$  - симметричная матрица активных сопротивлений контуров с неизвестными токами;

$V(t)$  - матрица-столбец задаваемых напряжений источников в контурах с неизвестными токами;  $L_3$  - прямоугольная матрица коэффициентов взаимной индуктивности между контурами с заданными токами  $I_3$  и контурами с неизвестными токами;  $I_0$  - начальные значения токов в контурах с неизвестными законами изменения токов.

Описание типичной конструкции реактора-токамака набором круговых коаксиальных контуров различного поперечного сечения иллюстрируется рис.1. Часть этих контуров может быть подключена к источникам известных токов  $I_3(t)$ , а остальные - к источникам известных напряжений  $V(t)$ . Можно выделить два частных случая: контур с постоянным током ( $I_{3i}(t) = const$ ) не оказывает влияния на переходные процессы в системе и поэтому может быть исключен из рассмотрения; контур, включенный на источник нулевого напряжения  $V_i(t) = 0$ , моделирует пассивный короткозамкнутый элемент. При последовательном соединении нескольких кольцевых контуров получается один электрический контур, которому соответствует одно уравнение в системе (I). Параметры его получаются суммированием соответствующих параметров составляющих кольцевых контуров. Характеристики перемычек между кольцевыми контурами могут быть переданы соответствующими сосредоточенными параметрами - индуктивностью  $L_{ik}(i)$  и активным

сопротивлением  $R_{BH}(i)$ , величины которых дополнительно суммируются с соответствующими диагональными элементами матриц  $L_H$  и  $R_H$ .

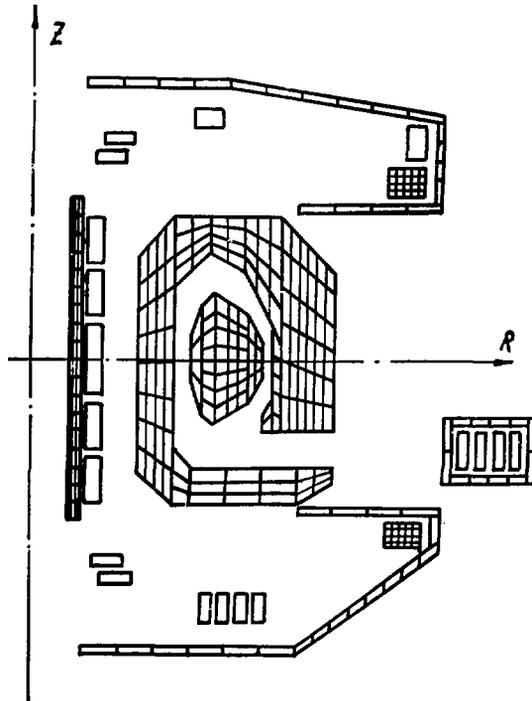


Рис.1.

Несколько электрических контуров могут быть соединены параллельно на общий источник питания с определенным законом изменения напряжения  $V_{ист}(n) = f(t)$ , внутренним сопротивлением  $R_{ист}(n)$  и индуктивностью  $L_{ист}(n)$ . В простейшем частном случае (при  $V_{ист}(n) = 0$ ,  $R_{ист}(n) = 0$ ,  $L_{ист}(n) = 0$ ,  $R_{BH}(i) = 0$ ,  $L_{BH}(i) = 0$ ) описывается набор замкнутых азимутально однородных колец.

В ином, весьма важном на практике частном случае (при  $V_{ист}(n) = 0$ ,  $R_{ист}(n) \neq 0$ ,  $L_{ист}(n) \neq 0$ ,  $R_{BH}(i) \neq 0$ ,  $L_{BH}(i) \neq 0$ ) описывается набор разрезных колец, каждое из которых через сосредоточенное сопротивление  $R_{BH}(i)$  и индуктивность  $L_{BH}(i)$  замкнуто на общий пассивный элемент с сосредоточенными параметрами  $R_{ист}(n)$  и  $L_{ист}(n)$  — см. рис.2.

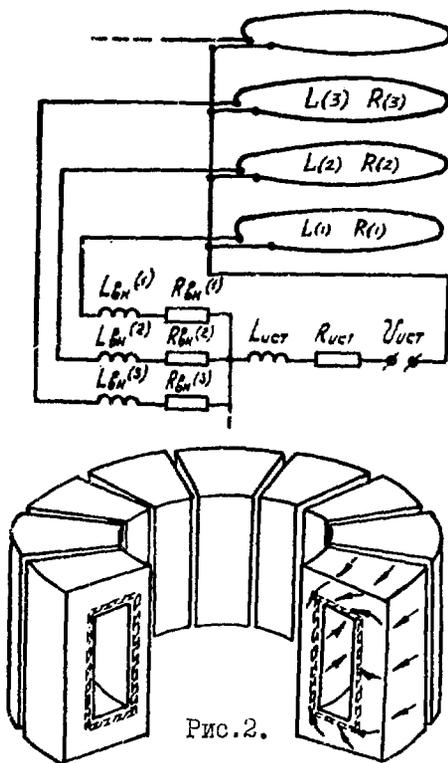


Рис. 2.

Такие группы контуров могут имитировать соединенные параллельно катушки полоидального поля. При выполнении соотношений

$L_{вн}(i) \ll L(i)$  и  $R_{вн}(i) \ll R(i)$  они позволяют также передавать свойства азимутально секционированных конструкций типа изображенной на рис. 2, где сравнительно низкоомные протяженные в азимутальном направлении участки разделяются между собой узкими зазорами с относительно высокоомными вставками (сильфонами). Величины  $R_{вн}(i)$  и  $L_{вн}(i)$  при этом приближенно учитывают активное сопротивление и индуктивность участков пути вихревых токов, лежащих на смежных торцевых участках соседних секций, а величины  $R_{вст}(n)$  и  $L_{вст}(n)$  — параметры сильфонов.

Введение ненулевых параметров  $R_{вст}(n)$  и  $L_{вст}(n)$  приводит к необходимости соответствующего изменения коэффициентов матриц  $L_n$  и  $R_n$ . При этом матрицы остаются симметричными и не изменяют свою размерность, однако в матрице  $R_n$  появляются внедиагональные элементы.

Выбранная расчетная модель позволяет анализировать электромагнитные процессы, протекающие в основных конструктивных элементах реактора-токамака в различных режимах его работы.

## 2. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Отметим ряд особенностей системы (I), проявляющихся при расчете переходных процессов в конструктивных элементах токамаков и существенно влияющих на выбор метода и построение алгоритма решения.

Матрица  $L_n$  является плотно заполненной, и поэтому размерность систем (I) жестко ограничена объемом оперативной памяти используемой ЭВМ. Так, например, при счете с одинарной точностью для хранения матрицы  $L_n$  размерностью  $500 \times 500$  с учетом ее симметрии требуется объем оперативной памяти:

$$N_{\text{чозу}} = \left( \frac{500 \cdot 500 - 500}{2} + 500 \right) \cdot 4 \approx 500 \text{ к Байт.}$$

Матрица  $R_n$  симметричная и существенно разреженная. Небольшое количество внедиагональных элементов появляется только при рассмотрении набора контуров, подключенных параллельно на один источник питания. Поэтому в целях экономии памяти целесообразно применять специальную технику программирования, учитывающую разреженность матрицы  $R_n$ .

Для обеспечения универсальности программы необходима разработка алгоритма автоматического выбора шага интегрирования, так как возможные законы изменения напряжений и токов в контурах при решении конкретных задач могут иметь достаточно произвольный характер. Необходимо также учитывать жесткость задачи Коши для системы (I), обусловленную значительным различием постоянных времени контуров, описывающих конструктивно реактора-токамака.

С математической точки зрения формальный анализ решения задачи (I) затруднений не представляет. Она сводится к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = -L^{-1}RI + L^{-1}B(t), \\ I(0) = I_0. \end{cases} \quad (2)$$

Известно несколько способов представления аналитического решения для (2) [8]. Рассмотрим наиболее распространенные из них.

На представлении решения (2) в виде

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-L^{-1}Rt} + \int_0^t e^{-L^{-1}R(t-s)} L^{-1} B(s) ds \quad (3)$$

базируются системные методы [9]. Как отмечалось, основной критерий выбора метода решения – объем необходимой оперативной памяти для реализации метода. С этой точки зрения построение методов на основе представления решения в виде (3) имеет следующие недостатки. Во-первых, матрица  $L^{-1}R$ , несмотря на симметричность исходных матриц  $L$  и  $R$ , в общем случае несимметрична, что вдвое увеличивает необходимый объем памяти; во-вторых, для построения решения в этом случае необходимо вычисление матрицы  $e^{-L^{-1}Rt}$ , для чего обычно используется соотношение

$$\begin{cases} \exp(At) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{A^s t^s}{s!} \\ A^0 = E \end{cases} \quad (4)$$

а это обуславливает необходимость хранения еще одной матрицы размерностью  $N \cdot N$ .

Возможно и другое представление решения (2) в аналитическом виде. Например, для случая  $B = \text{const}$  в [7] используется соотношение

$$I(t) = I_{\infty} + \sum_k^N I_k e^{-\lambda_k t} = I_{\infty} + \sum_k^N C_k u_k e^{-\lambda_k t}, \quad (5)$$

где  $\lambda_k, u_k$  – собственные числа и соответствующие собственные векторы матрицы  $-L^{-1}R$ ;

$$I_{\infty} = \frac{V_i}{\lambda_i} \quad (\text{в предположении, что матрица } R \text{ является диагональной}).$$

Как отмечается в [7], к достоинствам такого подхода следует отнести возможность анализа временных характеристик переходных процессов на этапе подготовки к вычислениям по формуле (5). Однако, как и в методах, основанных на представлении (3), требуется обращение матрицы  $L$ , хранение несимметричной матрицы  $-L^{-1}R$  и матрицы собственных векторов. Кроме

этого, необходимо решение полной проблемы собственных чисел для матрицы  $L^{-1}R$  размерности 250-500, что в настоящее время с учетом имеющегося программного обеспечения и возможностей применяемых ЭВМ представляет собой достаточно длительную процедуру.

Необходимо также отметить, что в общем случае несимметричная матрица может не обладать полной системой ортогональных векторов, что приводит к трудностям при определении коэффициентов

$C_k$  в (5), а при наличии кратных собственных чисел представление (5) вообще несправедливо [8].

В силу указанных выше недостатков, характерных для подходов, основанных на том или ином аналитическом представлении решения системы (2), более целесообразным представляется использование численных методов.

Центральный вопрос при применении численных методов к системам вида (2) связан с жесткостью задачи Коши. Несмотря на довольно большое количество работ по этому вопросу [9, 11, 12], в настоящее время имеются разногласия в определении явления жесткости.

Явление жесткости для задачи Коши можно описать, используя представление решения (5). Предположим, что в спектре матрицы  $-L^{-1}R$  имеются два сильно различающихся по модулю собственных числа. Как известно, для линейных явных методов численного интегрирования ограничение на шаг интегрирования по критерию устойчивости метода имеет вид

$$h_t \leq \frac{c}{|\lambda_{max}|} \quad (6)$$

Интервал моделирования для автономных систем уравнений определяется величиной минимального собственного числа

$$\Delta t \approx \frac{1}{|\lambda_{min}|} \quad (7)$$

Как можно видеть из (5), решение жесткой задачи Коши характеризуется быстрым изменением компонент решения на начальном этапе, который иногда называют "погранслоем" [12], и медленным изменением решения на оставшейся части интервала моделирования. Строгая классификация, однако, требует учета влияния начальных условий и вида функций, входящих в правую часть системы дифференциальных уравнений. Достаточное количество примеров и особенностей жестких задач рассмотрено

в [9].

Число шагов, необходимых для получения решения задачи Коши для автономной системы уравнений при "разумных" начальных условиях, характеризуется следующим соотношением:

$$\frac{\Delta t}{h_t} \approx N(J), \quad (8)$$

где  $N(J)$  - обусловленность матрицы  $J$  для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Имеются разнообразно определены жесткой системы дифференциальных уравнений. Большинство из них базируется на оценке (8) [12, 13]. Имеется также определение, связывающее между собой поведение производных в "погранслое" и вне его [9, 14]. Все эти определения относятся к системе дифференциальных уравнений. Однако терминологически правильнее было бы говорить о жесткости задачи Коши для системы дифференциальных уравнений, что позволит естественным образом включить в определение жесткости величину интервала моделирования, начальные условия и вид функций, входящих в правую часть системы уравнений.

Физические причины жесткости задачи Коши применительно к расчету переходных процессов в ЭМС реактора-токамака заключаются в необходимости описания в рамках одной расчетной модели ряда процессов, протекающих с существенно различными характерными временами. Причем существует необходимость получения достаточно точного решения именно в "погранслое", так как на этом интервале времени достигаются экстремальные значения механических и тепловых нагрузок на конструктивные элементы реактора.

Для снятия связанных устойчивостью метода ограничений на шаг интегрирования (6) применяются либо неявные методы интегрирования, либо специализированные методы, обладающие жесткой устойчивостью [11].

Для удобства дальнейшего изложения перепишем систему (I) в виде:

$$\begin{aligned} L \frac{dI}{dt} &= -RI + \theta(t), \\ I(0) &= I_0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\theta(t) = V(t) - L_3 \frac{dI_3}{dt}$

Применение к (9) неявного метода Эйлера приводит к системе линейных алгебраических уравнений, которую необходимо решать на каждом временном шаге:

$$L \frac{I_{k+1} - I_k}{h_t} = -R I_{k+1} + B(t_{k+1}), \quad (10)$$

$$\begin{cases} (L + h_t R) I_{k+1} = L I_k + h_t B(t_{k+1}), \\ I_1 = I_0. \end{cases} \quad (11)$$

Матрица  $(L + h_t R)$  из (11) является симметричной и заполненной. Следует отметить, что и система (9) является не разрешенной относительно производной, поэтому применение к ней явного метода тоже потребовало бы обращения матрицы  $L$ .

Рассмотрим множество моментов времени  $t_j$  ( $j=1, K_m$ ), для которых требуется получить распределение токов в конструктивных элементах реактора. Набор  $t_j$  определяется на этапе формулировки задачи и может недостаточно точно соответствовать характеру рассматриваемого электромагнитного процесса, поэтому универсальный алгоритм, реализующий метод (11), должен предусматривать возможность интегрирования с переменным шагом.

Далее описывается один из возможных алгоритмов, реализующий метод (11).

На каждом интервале  $(t_j - t_{j-1})$  выбирается шаг интегрирования  $h_{tj}$  по традиционной схеме шаг-полшага, и в пределах одного интервала полученная матрица  $(L + h_{tj} R)^{-1}$  используется для интегрирования с постоянным шагом. С целью экономии памяти для обращения матрицы  $(L + h_{tj} R)$  целесообразно использовать компактную схему обращения по методу квадратного корня [10].

Были использованы следующие правила выбора шага интегрирования:

1. На каждом интервале  $(t_j - t_{j-1})$  начальный шаг выбирается из условия

$$h_0 = \frac{t_j - t_{j-1}}{10}.$$

2. Затем проводится интегрирование на интервале от  $t_{j-1}$  до  $(t_{j-1} + 2h_0)$  с шагами  $h_0$  и  $2h_0$ .

Полученные результаты сравниваются между собой по относительной величине для компонент с  $|I_i| > 1$  и по абсолютной величине для  $|I_i| < 1$

3. В том случае, когда различие между решениями превышает заданную величину  $\varepsilon$ , проводится деление начального шага пополам и вся процедура повторяется. Максимальная кратность деления шага интегрирования ограничивается величиной  $n = 5$  с целью предотвращения "зацикливания" при неверно заданной исходной информации.

Для реализации метода (II) по такому алгоритму требуется с учетом симметрии матрицы  $(L + h_t R)$  при сжатой форме хранения матрицы приблизительно  $(N^2 - N)/2 + N = (N^2 + N)/2$  ячеек.

Алгоритм автоматического выбора шага требует еще столько же ячеек, и общая потребность в оперативной памяти определяется на уровне  $(N^2 + N)$ . Таким образом, предложенный алгоритм, реализующий численный метод (II), позволяет как минимум вдвое уменьшить объем необходимой оперативной памяти по сравнению с методами, основанными на представлениях (3) и (5).

### 3. РЕШЕНИЕ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Для проверки разработанного алгоритма была использована модельная задача из [7]. Ее исходные данные - матрицы  $L$ ,  $R$  и  $U$  - приводятся в табл. I, а эскиз взаимного расположения контуров  $OH$ ,  $CS$  и  $PF$  дается на рис. 3. Полученное в [7] решение имеет следующий вид.

$$\begin{aligned} I_{OH} &= 10^6 - 995 \cdot 10^3 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 4946 \cdot e^{-\lambda_2 t} - 0.07 \cdot e^{-\lambda_3 t}, \\ I_{CS} &= 0 + 155 \cdot 10^3 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 155 \cdot 10^3 \cdot e^{-\lambda_2 t} - 1.48 \cdot e^{-\lambda_3 t}, \\ I_{PF} &= 0 + 11.45 \cdot e^{-\lambda_1 t} + 11.48 \cdot e^{-\lambda_2 t} - 22.93 \cdot e^{-\lambda_3 t} \quad (I2) \end{aligned}$$

где  $\lambda_1 = \frac{1}{0,005} = 200$ ;  $\lambda_2 = \frac{1}{0,162} = 6,1728$ ;  $\lambda_3 = \frac{1}{3564} = 2.805836 \cdot 10^{-4}$ .

(Различие максимального и минимального собственных чисел достигает величины  $\lambda_1/\lambda_3 \approx 7 \cdot 10^5$ ).

Сопоставление результатов вычислений по разработанному алгоритму с решением (I2) (см. табл. 2 и рис. 4) показывает удовлетворительное совпадение значений токов в контурах  $OH$  и  $CS$ , однако в контуре  $PF$  они различаются примерно на три порядка.

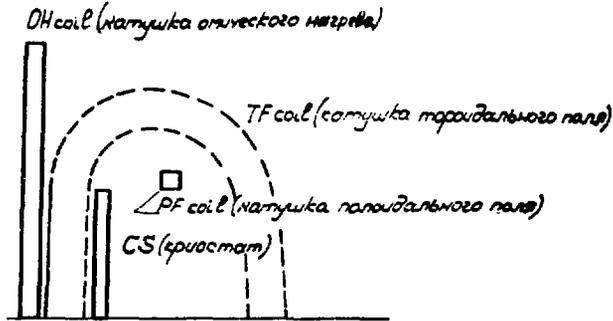


Рис. 3

Таблица I

$L_{ij}$ ( $10^{-6}$ Гн)	OH	CS	PF
OH	0,6	0,65	I, I4
CS	0,65	3,92	4,7
PF	I, I4	4,7	35,64
Активное сопротивление $R_i$ , $10^{-6}$ Ом	100	20,4	0,01
Напряжение источника $V_i$ , В	100	0	0
Начальный ток $I_0$ , А	0	0	0

В такой ситуации естественно предположить, что в записи (I2) просто утерян множитель  $10^3$ ; для проверки этого предположения было получено непосредственное аналитическое решение модельной задачи:

$$\begin{aligned}
 I_{OH} &= 10^6 - 995055 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 4945 \cdot e^{-\lambda_2 t} - 0,102 \cdot e^{-\lambda_3 t}, \\
 I_{CS} &= 0 + 155317 \cdot e^{-\lambda_1 t} - 155315 \cdot e^{-\lambda_2 t} - 2,068 \cdot e^{-\lambda_3 t}, \\
 I_{PF} &= 0 + 11346 \cdot e^{-\lambda_1 t} + 20641 \cdot e^{-\lambda_2 t} - 31987 \cdot e^{-\lambda_3 t},
 \end{aligned} \quad (I3)$$

$$\text{где } \lambda_1 = \frac{1}{0,00485536} = 205,9547 ; \lambda_2 = \frac{1}{0,1625537} = 6,15181 ;$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3564} = 2,805836 \cdot 10^{-4}.$$

(В записи (I3) приводится избыточное количество значащих цифр с целью уменьшения возможных ошибок округления).

Результаты вычислений с применением (I3) также приводятся в табл.2, причем необходимо отметить, что взаимное отличие решений (I2) и (I3) отчасти может быть объяснено округлением значений собственных векторов и собственных чисел в записи (I2).

В качестве критерия точности разумно принять наибольшую относительную погрешность определения максимальных значений токов в контурах  $\varepsilon \approx |\Delta I_{max} / I_{max}|$ . Принимая в качестве эталона решение (I3), можно получить для рассматриваемого алгоритма  $\varepsilon \approx |\Delta I_{cs} / I_{cs}|_{t=0,01c} \approx 1,5\%$ , а для решения (I2) -  $\varepsilon \approx |\Delta I_{pf} / I_{pf}|_{t=1,3c} \approx 25\%$ . К моменту времени  $t = 1,3$  с величина загрузающего тока  $I_{cs}$  составляет менее 0,1% максимального значения, поэтому большая величина относительной погрешности, даваемая рассматриваемым алгоритмом  $|\Delta I_{cs} / I_{cs}|_{t=1,3c} \approx 30\%$ , не может служить серьезной помехой для его применения.

В целом из сопоставления трех имеющихся решений можно сделать вывод о хорошей точности рассматриваемого алгоритма.

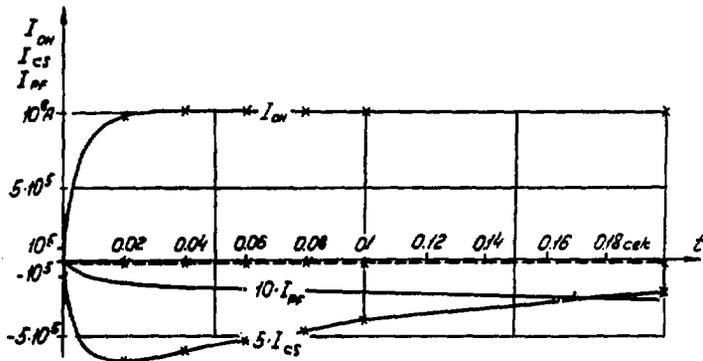


Рис.4.

Таблица 2

Сопоставление результатов вычислений для модельной задачи

Момент времени $t$ , с	+ 0			0,01			0,2			1,3		
Сопоставляемая величина	Скорость нарастания тока, $10^7$ А/с			Ток, $10^5$ А			Ток, $10^5$ А			Ток, $10^3$ А		
Наименование контура	OH	CS	PF	OH	CS	PF	OH	CS	PF	OH	CS	PF
Решение (I2)	19,1	-3,004	$-2,36 \cdot 10^{-3}$	8,60	-1,247	$-0,106 \cdot 10^{-3}$	9,98	-0,451	$-0,196 \cdot 10^{-3}$	1000	-0,052	$-22,9 \cdot 10^{-3}$
Рассматриваемый алгоритм	20,24	-3,064	-2,435	8,57	-1,245	-0,100	9,98	-0,471	-0,256	1000	-0,065	-21,965
Аналитическое решение (I3)	20,49	-3,103	-2,463	8,68	-1,262	-0,111	9,98	-0,454	-0,260	1000	-0,054	-21,968

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование нестационарных электромагнитных процессов в основных конструктивных элементах реактора-токамака может быть достаточно эффективно выполнено с использованием подхода связанных электрических контуров. Рассмотренная расчетная модель позволяет анализировать процессы как в осесимметричных, так и (более приближенно) в секционированных по азимуту конструкциях. Она обеспечивает возможность анализа различных режимов работы реактора.

На основании сопоставления различных методов интегрирования получающейся системы дифференциальных уравнений можно сделать следующие выводы.

1. Для создания вычислительной программы, наиболее экономно использующей оперативную память ЭВМ, целесообразно применение конечно-разностных методов для интегрирования не разрешенной относительно производной системы уравнений.

2. Специфика моделирования электромагнитных процессов в токамаках обуславливает необходимость решения жестких задач Коши, что требует применения неявных или специализированных методов.

3. Для избежания ошибок, связанных с моделированием нестационарных процессов с заранее неизвестными характерными временами изменения переменных, применяемые вычислительные программы должны обеспечивать автоматический выбор шага интегрирования.

Анализ результатов контрольных расчетов позволяет сделать вывод об эффективности предлагаемого метода для моделирования электромагнитных процессов в основных конструктивных элементах реактора-токамака.

Авторы признательны Н.И.Дойникову за проявленный интерес к работе и ряд ценных критических замечаний.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. **International tokamak reactor. Phase one.**—IAEA, Vienna, 1982.
2. Пистунович В.И., Шаталов Г.Е. Термоядерный реактор на основе токамака. — В сб. Итоги науки и техники. Серия Физика плазмы. Т.2. — М.: ВИНТИ АН СССР, с.138—189.
3. Одинцов В.Н. Инженерно-физические аспекты проектирования вакуумных камер термоядерных установок токамак: Автореферат диссертации. — Л.: НИИЭФА, 1977.
4. Бондарчук Э.Н., Шмалко Г.И. Численное моделирование и результаты расчета срыва тока плазмы в установке Токамак-15.— Л., 1981 (Препринт/НИИЭФА:Б-0526).
5. Трохачев Г.В. Распределение магнитной индукции и потери на вихревые токи в полом цилиндрическом проводнике, находящемся в произвольно меняющемся во времени магнитном поле. Л., 1976 (Препринт/НИИЭФА: Б-0277).
6. Thome R.J., Pillsbury R.D. and Langton W.G. Eddy Current Load Estimation for Toroidal Shells as a Result of Plasma Disruptions: 9<sup>th</sup> Symposium on Engineering Problems in Fusion Research, Chicago, Oct., 1981.
7. Kalsi S.S. Calculation of Transient Current Response of a Set of Coupled Circuits Using an Eigenvalue Technique: 9<sup>th</sup> Symposium on Engineering Problems in Fusion Research, Chicago, Oct., 1981.
8. Беллман Р. Введение в теорию матриц. — М.: Наука, 1969.
9. Численные методы решения жестких систем/Ю.В.Ракитский, С.М.Устинов, И.Г.Черноруцкий. — М.: Наука, 1979.
10. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. — М.—Л.: Физматгиз, 1963.
11. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений/Под ред. Дж.Холл и Дж.Уатт. — М.: 1979.
12. Stiff differential system — Proc. Int.Symp. — N.Y — London, 1974.
13. Самарский А.А. Введение в численные методы. — М.: Наука, 1982.
14. Ракитский Ю.В. Жесткая дифференциальная система: Математическая энциклопедия. Т.2. — М.: Советская энциклопедия, 1979.

15. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Вып.6.- Минск:  
Институт математики АН БССР, 1975.
16. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Вып.5. - Минск:  
Институт математики АН БССР, 1975.

А.М.Астапкович, С.Н.Садаков

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
ПРОЦЕССОВ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СИСТЕМАХ МЕТОДОВ СВЯЗАННЫХ  
КОНТУРОВ

Заказ № 71/837. Рукопись поступила на издание 17/УИ 1983 г.  
Формат бумаги 60x90/16. Уч.-изд.л.С,С. Отпечатано 150 экз.  
Ротапринт НИИЭФА. Цена 13 к. Индекс 3624.  
Т-06476 14/II 1984 г.

Ответственная за выпуск В.Л.Гусева