

2

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э 84-121
ОП

Ю.А.Ласточкин, В.Л.Михалев, И.Ю.Пономарёв
В.Л.Рыков, Ю.С.Ходырев

ОСЛАБЛЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ПОЛЯ
В МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТАХ

Серпухов 1984

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ СССР
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

И Ф В Э 84-121
ОП

Ю.А.Ласточкин, В.Л.Михалев, И.Ю.Пономарёв
В.Л.Рыков, Ю.С.Ходырев

ОСЛАБЛЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ПОЛЯ
В МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТАХ

Направлено в ЖТФ

Серпухов 1984

Аннотация

Ласточкин Ю.А., Михалев В.Л., Пономарев И.Ю. и др. Ослабление пульсаций поля в магнитооптических элементах: Препринт ИФВЭ 84-121. - Серпухов, 1984. - 20 с., 9 рис., библиогр.: 6.

В работе рассмотрена качественная картина и получены приближенные формулы для оценки степени ослабления пульсаций поля в отклоняющих магнитах. Проведенное сравнение этих оценок с экспериментом свидетельствует об их хорошем взаимном согласии.

Показано, что на частотах 50-300 Гц вихревые токи в магнитопроводах ослабляют пульсации поля в апертурах магнитооптических элементов в два-три раза и до нескольких десятков раз в зависимости от параметров и режима работы конкретных устройств. Использование простейших проводящих экранов обеспечивает подавление пульсаций в сотни и тысячи раз.

Abstract

Lastochkin Yu.A., Mikhalev V.L., Ponomarev I.Yu. et al. Field Pulsation Attenuation in Magnetic Optical Units; Preprint IHSP 84-121. - Serpukhov, 1984.- p. 20., figs. 9., refs. 6.

The problem of field pulsations in bending magnets has been examined and approximate formulas for the estimation of the suppression power have been obtained in this paper. These estimations are in a good agreement with experiment.

It is shown that at frequencies 50-300 Hz eddy currents in the magnet cores attenuate the field pulsation in the apertures of magnetic optical elements by a factor of 2 or 3 down to several tens in dependence on parameters and conditions of real devices. The use of simplest conducting screens provides suppression of the pulsations by hundreds and thousands of time.

1. Обеспечение высокой стабильности поля магнитооптических элементов в каналах заряженных частиц является необходимым условием для получения высококачественных пучков частиц на ускорителях. Как правило, допустимые относительные нестабильности (пульсации) поля ограничиваются величиной $\sim 10^{-4}/1$. Создание мощных источников питания с такой стабильностью тока в широком диапазоне частот представляет собой достаточно сложную техническую задачу. Однако в наиболее распространённых магнитах с нешихтованным магнитопроводом вихревые токи ослабляют пульсации поля. Значительного подавления пульсаций можно добиться, используя специальные экраны, роль которых выполняют, в частности, размещённые в апертуре проводящие ионопроводы. Настоящая работа посвящена исследованию этих эффектов, которые важно учитывать при обосновании требований к источникам питания магнитооптических элементов. Подробно рассматриваются только дипольные магниты.

2. Поперечное сечение типового магнита, предназначенного для использования в каналах частиц высоких энергий, показано на рис. 1. Магнитное поле возбуждается током, протекающим по обмоткам 4, и формируется в апертуре 1 плоскими ферромагнитными полдосами 2. Как правило, длины магнитов значительно превышают размеры их апертур. Поэтому поле на основной части длины не зависит от продольной координаты z и имеет только две ненулевые компоненты H_x и H_y . Зависимость тока от времени можно представить в виде ряда Фурье

$$I(t) = I_0 + \sum_{\omega \neq 0} I_{\omega} e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

где I_0 — постоянная составляющая тока; I_{ω} — амплитуда пульсации тока на частоте ω (обычно $|I_{\omega}| \ll |I_0|$). Магнитное поле в апертуре также может быть представлено рядом Фурье

$$\vec{H}(x, y, t) = \vec{H}_0(x, y) + \sum_{\omega \neq 0} \vec{H}_{\omega}(x, y) e^{-i\omega t}. \quad (2)$$

В пренебрежении эффектами в железе, нелинейными по переменному полю малой величины, амплитуды $\vec{H}_{\omega}(x, y)$ пропорциональны I_{ω} :

$$\vec{H}_{\omega}(x, y) = \vec{G}_{\omega}(x, y) I_{\omega}.$$

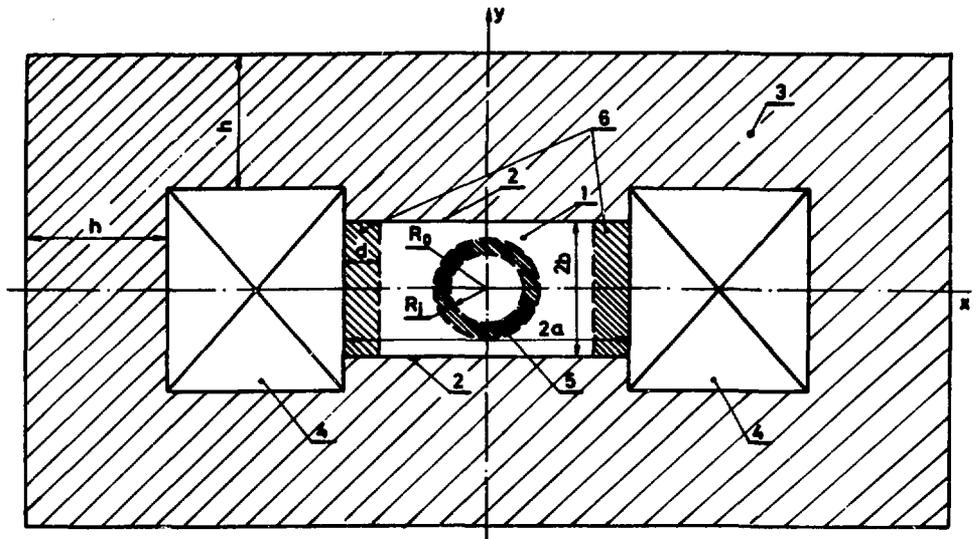


Рис. 1. Сечение типовой магнита. 1 - апертура; 2 - полюса; 3 - магнитопровод; 4 - токовая обмотка; 5 - цилиндрический экран; 6 - плоский экран (короткозамкнутый виток).

Таким образом, частотные свойства собственно магнитного элемента естественно характеризовать функциями $\vec{G}_\omega(x, y)$, не зависящими от параметров источника тока. В дипольных магнитах рассматриваемого типа с практически однородным полем $\vec{H}_0(x, y)$ в апертуре в качестве нормированных коэффициентов ослабления пульсаций будем использовать функции

$$\vec{K}_\omega(x, y) = \vec{G}_\omega(x, y) / G_{0y}(0, 0). \quad (3)$$

3. В отсутствие проводящих экранов амплитуда поля $\vec{H}_\omega(x, y)$ в зазоре $|x| < a, |y| \leq b$ с учетом симметрии относительно осей x и y представляется в виде разложения по собственным функциям:

$$H_{\omega x}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{\omega n} \operatorname{sh}(\lambda_{\omega n} x) \sin(\lambda_{\omega n} y), \quad (4)$$

$$H_{\omega y}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{\omega n} \operatorname{ch}(\lambda_{\omega n} x) \cos(\lambda_{\omega n} y).$$

Собственные значения $\lambda_{\omega n}$ определяются граничными условиями на поверхностях полюсов при $y = \pm b$.

В режиме, когда статическая магнитная проницаемость полюсов $\mu_s \gg 1$, для постоянного поля ($\omega = 0$) приближенно выполняется граничное условие $H_{0s} = 0$, где H_{0s} - касательная к поверхности

полюса составляющая поля. Тогда константы λ_{on} определяются формулой $\lambda_{on} = \frac{\pi n}{b}$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Вдали от краев зазора в рабочей области статическое поле определяется только одной амплитудой A_{oo} : $H_{oy} \approx A_{oo}$, $H_{ox} \approx 0$, а оставшиеся части сумм от $n = 1$ до ∞ описывают краевой эффект в области $|a - \frac{b}{\pi}| \leq |x| < a$.

Решение при $\omega \neq 0$ найдём, используя на поверхностях полюсов граничное условие Леонтовича^{2/}, которое в данном случае удобно написать в виде

$$H_{\omega n} = -\frac{\mu \delta}{1-i} \frac{\omega}{\partial s} \frac{\partial H}{\omega s}. \quad (5)$$

Здесь $\delta_{\omega} = \sqrt{\frac{c^2}{2\pi \sigma_0 \mu \omega}}$ - классическая глубина скин-слоя на частоте ω в проводнике с проводимостью σ_0 и динамической магнитной проницаемостью μ ; $H_{\omega n}$ - компонента поля вдоль внешней нормали к поверхности проводника, а $\frac{\partial H}{\partial s} \frac{\omega s}$ - производная от тангенциальной компоненты вдоль поверхности (орты \vec{s} и \vec{n} задают правую систему координат в плоскости (x, y)). Условие (5) даёт следующее уравнение для собственных значений $\lambda_{\omega n}$:

$$(\lambda_{\omega n} b) \operatorname{tg}(\lambda_{\omega n} b) = (1-i)a, \quad (6)$$

где $a = b / \mu \delta_{\omega}$ - безразмерный параметр.

Результаты численного решения уравнения (6) для $0 \leq n \leq 5$ приведены на рис. 2. В случае, когда $a \ll 1$ с точностью до членов первого порядка по малому параметру включительно, корни $\lambda_{\omega n}$ выражаются следующими приближёнными формулами:

$$\lambda_{\omega 0} \approx e^{-i\frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{a} \sqrt{2}}{b} = e^{-i\frac{\pi}{8}} \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\mu \delta_{\omega} b}}, \quad (7)$$

$$\lambda_{\omega n} \approx \frac{\pi n}{b} \left[1 + (1-i) \frac{a}{\pi^2 n^2} \right], \quad n = 1, 2, \dots$$

Видно, что, как и в статике, в рабочей области $|x| \leq |a - \frac{b}{\pi}|$ остаются только функции, пропорциональные $A_{\omega 0}$, а оставшиеся части сумм (4) от $n = 1$ до ∞ описывают краевое поле. Однако, при $\omega \neq 0$ поле в рабочей апертуре не однородно, а экспоненциально падает вглубь зазора при уменьшении $|x|$ с характерной длиной

$$(\operatorname{Re} \lambda_{\omega 0})^{-1} \approx \sqrt{\frac{2\mu \delta_{\omega} b}{1+\sqrt{2}}} \approx 0,91 \sqrt{\mu \delta_{\omega} b}. \quad (8)$$

В другом предельном случае, когда $a \gg 1$, приближенные решения уравнения (6) для $|\lambda_{\omega n} b| \ll a$ и $|\lambda_{\omega n} b| \gg a$ выглядят так:

$$\lambda_{\omega n} \approx \frac{\pi}{b} \left(n + \frac{1}{2} \right) \left[1 - \frac{1}{(1-i)^a} \right], \quad \pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \ll a;$$

$$\lambda_{\omega n} \approx \frac{\pi n}{b} \left[1 + (1-i) \frac{a}{\pi^2 n^2} \right], \quad \pi n \gg a.$$

(9)

В этом случае в зазоре присутствует фактически только "краевое поле", которое по конфигурации, вообще говоря, может сильно отличаться от статического.

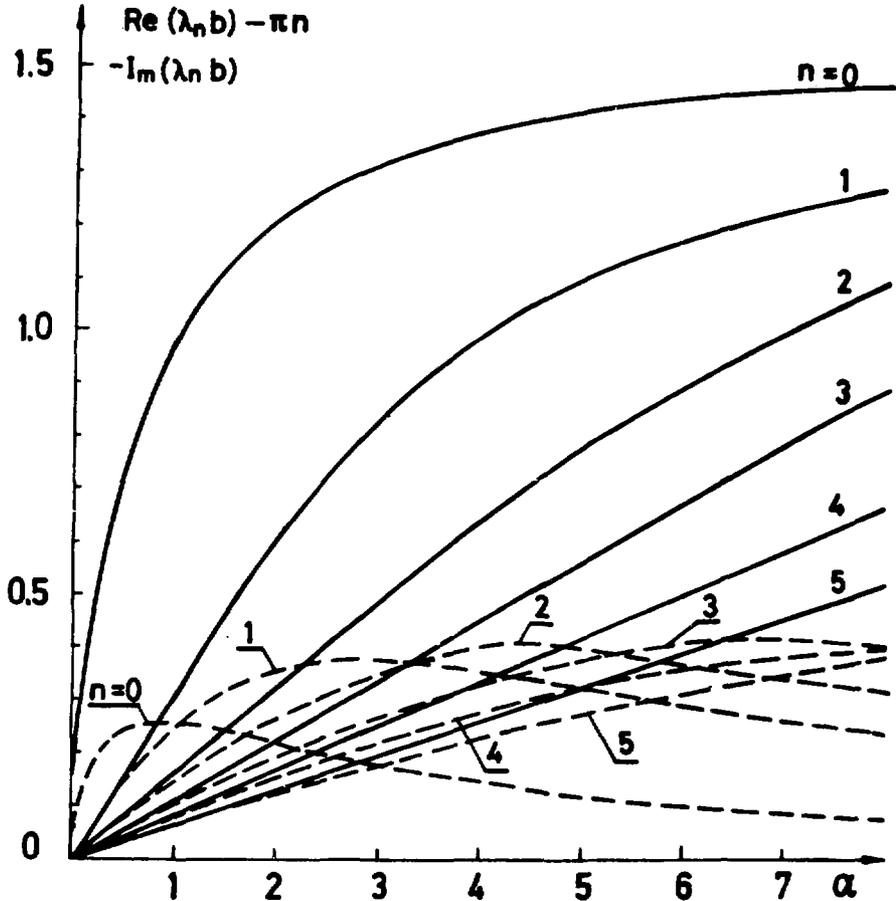


Рис. 2. Корни уравнения $(\lambda b) \text{tg}(\lambda b) = (1-i)a$. Сплошные кривые $-\text{Re}(\lambda_n b) - \pi n$, пунктирные $-\text{Im}(-\lambda_n b)$.

Чтобы определить коэффициенты ослабления пульсаций, необходимо связать амплитуды A_{ω_0} и A_{ω} с амплитудами токов I_0 и I_{ω} . Воспользуемся для этого уравнением

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} NI. \quad (10)$$

Интеграл берется по контуру, охватывающему обмотку с током (N - число витков в обмотке). Для статического поля

$$\oint_{Fe} \vec{H}_0 d\vec{l} = 2b A_{\omega_0} + \int_{Fe} \vec{H}_0 d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} NI_0,$$

где $\int_{Fe} \vec{H}_0 d\vec{l}$ - интеграл по части контура, проходящей в железе. Для него возможна оценка $\int_{Fe} \vec{H}_0 d\vec{l} \approx A_{\omega_0} F_0 \frac{\ell_0 a}{h \mu_s}$, где ℓ_0 - эффективная длина силовой линии в магнитопроводе; h - эффективная толщина магнитопровода (см. рис. 1); множитель F_0 даёт поправку, связанную с тем, что магнитопровод собирает поток не только из апертуры, но и из области, занятой обмоткой (для реальных магнитов с геометрией типа показанной на рис. 1 коэффициент $F_0 \approx 1,2+2/3,4/$). Некоторая неопределённость в оценке ℓ_0 , h и F_0 здесь несущественна, поскольку обычно $F_0 \frac{\ell_0 a}{h \mu_s} \ll 2b$ (неверно при $\omega \neq 0$). Таким образом, для коэффициента $G_{\omega y}^s(0,0)$ имеем

$$G_{\omega y}^s(0,0) = \frac{A_{\omega_0}}{I_0} = \frac{4\pi N}{c(2b + F_0 \frac{\ell_0 a}{h \mu_s})}. \quad (11)$$

В случае переменного поля выберем контур, который пересекает зазор по прямой $x=a$ и далее проходит вплотную к поверхности магнитопровода, охватывая обмотку. Уравнение (10) для этого контура с учётом (4) приобретает вид

$$2 \sum_{n=0}^{\infty} A_{\omega n} \operatorname{ch}(\lambda_{\omega n} a) \frac{\sin(\lambda_{\omega n} b)}{\lambda_{\omega n}} + \int_{Fe} \vec{H}_{\omega} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} NI_{\omega}. \quad (12)$$

Естественно предположить, что составляющие поля на границе апертуры при $x=a$ удовлетворяют условию: $|A_{\omega_0} \operatorname{ch}(\lambda_{\omega_0} a)| \gg |A_{\omega n} \operatorname{ch}(\lambda_{\omega n} a)|$, $n = 1, 2, \dots$. Учтём кроме этого, что для реальных магнитов ($b \approx 2-10$ см; $a \approx (1-3)b$; $\mu \approx 100-1000$; $\sigma_0^{-1} \approx 10^{-5}$ Ом·см) в диапазоне частот $\frac{\omega}{2\pi} \approx 50-300$ Гц параметр $a \approx (0,03-1)$. Тогда в сумме в левой части равенства (12) первое слагаемое ($n=0$) не менее, чем в 7-10 раз превосходит остальные. Поэтому вместо (12) можно оставить

$$2 A_{\omega_0} \operatorname{ch}(\lambda_{\omega_0} a) \frac{\sin(\lambda_{\omega_0} b)}{\lambda_{\omega_0}} + \int_{Fe} \vec{H}_{\omega} d\vec{l} \approx \frac{4\pi}{c} NI_{\omega}. \quad (13)$$

Обратимся к оценке интеграла $\int_{F_e} \vec{H}_\omega d\vec{\ell} = \bar{H}_{\omega_s} \ell_\omega$ по поверхности железа. Здесь \bar{H}_{ω_s} — усреднённая по контуру интегрирования тангенциальная составляющая напряжённости поля; ℓ_ω — длина контура (для магнита на рис. 1 ℓ_ω равна периметру сечения обмотки Р за вычетом высоты зазора; на практике обычно $P \approx (20-40)\sqrt{b}$, Р и b здесь в сантиметрах). При $\omega \neq 0$ магнитное поле ослаблено в глубине магнитопровода и сосредоточено в скин-слое толщиной $\sim \delta_\omega$. Тангенциальная компонента поля H_{ω_s} у поверхности пропорциональна потоку псля Φ_ω , проходящему по скин-слою: $H_{\omega_s} \approx \frac{1-i}{\mu \delta_\omega} \Phi_\omega$. В качестве оценки потока, среднего по длине интегрирования, примем

$$\frac{\mu \delta_\omega}{1-i} \bar{H}_{\omega_s} = \bar{\Phi}_\omega \approx F_\omega \int_0^a H_{\omega_y}(x, 0) dx \approx A_{\omega_0} F_\omega \frac{\text{sh}(\lambda_{\omega_0} a)}{\lambda_{\omega_0}}. \quad (14)$$

Коэффициент F_ω здесь имеет тот же смысл, что и F_0 в статике. Для его вычисления можно использовать приближенное соотношение $F_\omega \approx 1 + (F_0 - 1) \lambda_{\omega_0} a / \text{th}(\lambda_{\omega_0} a)$. При проведении оценок мы не делаем различия между усреднённым по поверхности магнитопровода значением параметра $\mu \delta_\omega$ в левой части равенства (14) и эффективным значением $\mu \delta_\omega$ на полюсах в граничном условии (5), которые, вообще говоря, могут не совпадать друг с другом.

Используя соотношения (4), (11), (13) и (14), для коэффициентов ослабления пульсаций (3) получаем формулы

$$K_{\omega_y} \approx \frac{(2b + F_0 \frac{\ell_0 a}{h \mu_s}) \text{ch}(\lambda_{\omega_0} x) \cos(\lambda_{\omega_0} y)}{2 \text{ch}(\lambda_{\omega_0} a) \frac{\sin(\lambda_{\omega_0} b)}{\lambda_{\omega_0}} + F_\omega \frac{(1-i)\ell}{\mu \delta_\omega \lambda_{\omega_0}} \text{sh}(\lambda_{\omega_0} a)}, \quad (15)$$

$$K_{\omega_x} \approx K_{\omega_y} \text{th}(\lambda_{\omega_0} x) \cdot \text{tg}(\lambda_{\omega_0} y).$$

Оценки показывают, что на практике вихревые токи в магнитопроводе ослабляют пульсации поля в рабочей апертуре в два-три раза и до нескольких десятков раз в зависимости от параметров и режима работы конкретных магнитов. Основной вклад в подавление пульсаций даёт эффект вытеснения магнитного потока из магнитопровода на участке вне полюсов (второе слагаемое в знаменателе формулы (15) для K_{ω_y}). Экспоненциальное падение переменного поля от краев зазора к центру обеспечивает не более чем 1,5-2-кратное ослабление, поскольку, как правило, выполняется условие $a \sim b \ll (\text{Re } \lambda_{\omega_0})^{-1}$.

4. Можно добиться более значительного подавления пульсаций, охватывая рабочий зазор короткозамкнутым проводящим витком из нефер-

ромагнитного материала (проводимость σ , глубина скин-слоя $\Delta = \sqrt{\frac{c^2}{2\pi\sigma\omega}}$, толщина d (см. рис. 1)). Приведем формулу для коэффициента ослабления пульсаций поля таким экраном K_{ω}^{\ominus} в случае, когда переменное поле в зазоре можно считать однородным, т. е. $|\lambda_{\omega_0} b| \ll 1$, $|\lambda_{\omega_0} a| \ll 1$,

$$K_{\omega}^{\ominus} = \frac{\Delta(1+\mathcal{X})}{(1-i)(a-d) \operatorname{sh} \frac{1-i}{\Delta} d + \Delta \left(\operatorname{ch} \frac{1-i}{\Delta} d + \mathcal{X} \right)}, \quad (16)$$

где $\mathcal{X}^{-1} \approx F'_{\omega} - 1 + \frac{2\mu\delta_{\omega} b}{(1-i)\ell(a-d)}$; $F'_{\omega} \approx F_{\omega}$ - безразмерный геометрический фактор. Полные коэффициенты подавления пульсаций есть произведения K_{ω}^{\ominus} и коэффициентов (15). На низких частотах при $d \ll \Delta$ пульсации уменьшаются $\sim \omega^{-1}$:

$$K_{\omega}^{\ominus} \approx \left(1 - \frac{i\omega}{c^2} \frac{L}{R}\right)^{-1}, \quad (17)$$

где $L = \frac{8\pi(a-d)\ell_M}{2b(1+\mathcal{X})}$ - индуктивность витка, $R = \frac{2\ell_M}{2bd\sigma}$ - его сопротивление (ℓ_M - длина магнита). В противоположном пределе $d \gg \Delta$ имеет место экспоненциальное падение поля:

$$K_{\omega}^{\ominus} \approx \frac{(1+i)\Delta(1+\mathcal{X}) \exp\left(\frac{i-1}{\Delta} d\right)}{a-d + (1-i)\frac{\Delta}{2} [1 + 2\mathcal{X} \exp\left(\frac{i-1}{\Delta} d\right)]}. \quad (18)$$

Хорошее подавление пульсаций поля в апертуре происходит и в том случае, когда вместо размещения витка в зазоре обмотку целиком заключают в экран: низкочастотные пульсации уменьшаются согласно (17) при соответствующих значениях L и R , а для высоких частот $K_{\omega}^{\ominus} \approx \frac{\Delta}{\gamma a + \beta \Delta} \exp\left(\frac{i-1}{\Delta} d\right)$ (здесь d - толщина экрана; γ и β -

безразмерные комплексные коэффициенты, которые определяются геометрией магнита и слабо зависят от частоты). Методика расчёта K_{ω}^{\ominus} в этом случае рассмотрена на конкретном примере в приложении 2.

Для витка, охватывающего магнитопровод, но не экранирующего полностью ни зазор, ни обмотку, таким же зависимостям подчиняется изменение потока через этот виток. Следует, однако, иметь в виду, что даже при полном подавлении этого потока рассеянное поле обмотки будет проникать в апертуру и создавать там ненулевые пульсации.

Приведём, наконец, приближенные формулы для коэффициентов ослабления дипольной составляющей переменного поля проводящими цилиндрическими ионопроводами, размещёнными в апертуре (рис. 1). На низких частотах, когда толщина стенки трубы $d \ll \Delta$, имеем

$$K_{\omega}^{\ominus} \approx \left\{ 1 - \frac{id(R_i + R_o)}{2\Delta^2} \left[1 + \frac{\pi^2 R_o^2}{6(2b)^2} \left(1 + \frac{R_i^2}{R_o^2} \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (19)$$

где R_i и R_o - соответственно внутренний и внешний радиусы трубы; $d = R_o - R_i$. На высоких частотах при выполнении условия $d \gg \Delta$ формула для K_{ω}^{\ominus} приобретает вид

$$K_{\omega}^{\ominus} \approx \frac{2(1+i)}{1 + \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{R_o}{2b}\right)^2} \cdot \frac{\Delta}{R_i} \sqrt{\frac{R_o}{R_i}} \exp\left(\frac{i-1}{\Delta} d\right). \quad (20)$$

Заметим, однако, что в трубах предельно больших поперечных размеров ($R_o \sim b$) с ростом частоты происходит сильное искажение конфигурации переменного поля. Поэтому для аккуратной оценки $K_{\omega}^{\ominus}(x, y)$ кроме дипольной необходимо учитывать и более высокие пространственные гармоники, вклад которых при $r \sim R_i$ сравним с вкладом диполя. Подробное рассмотрение этой задачи содержится в приложении 1.

5. Для сопоставления полученных соотношений с экспериментом были проведены измерения коэффициентов ослабления пульсаций магнитного поля в различных условиях.

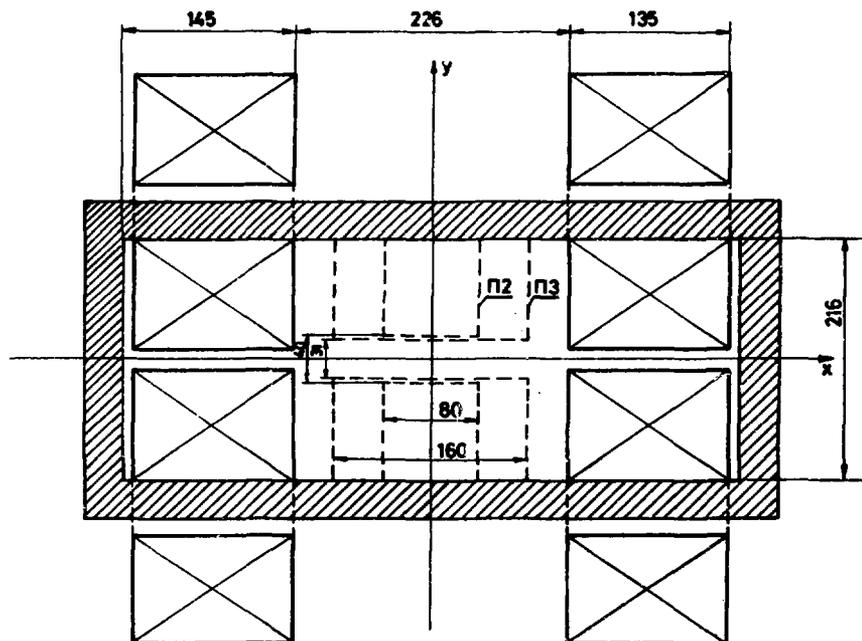


Рис. 3. Сечение магнита-корректора (размеры даны в миллиметрах).

Влияние вихревых токов в магнитопроводе и экранировка цилиндрическими экранами изучались на магните-корректоре, поперечное сечение которого показано на рис. 3. Для измерения геометрии применялись две пары сменных полюсов П2 и П3. Питание магнита осуществлялось от сети 50 Гц через регулируемый однополупериодный выпрямитель. Результаты измерения частотного состава пульсаций тока приведены в таблице.

Магнит-корректор		$H_0 = 1000 \text{ Э}$		
$\nu = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ Гц}$	50	100	200	300
$\left \frac{I_{\omega}}{I_0} \right , \%$	1,63	0,47	0,06	0,02

Для измерения тока использовалось малоиндуктивное сопротивление ($R = 20 \text{ мОм}$, $L \ll 10^{-7} \text{ Гн}$), включенное в цепь питания магнита. Измерение постоянной составляющей поля производилось холловским магнитометром типа Ш1-8, а переменных компонент - калиброванной индукционной катушкой. Принципиальные схемы измерения пульсаций показаны на рис. 4. Выделение из сигнала пульсации на определенной частоте производилось селективным микровольтметром типа В6-9. Использование входного дифференциального усилителя и (при измерении поля) размещенной вне магнита компенсирующей катушки, которая идентична измерительной, позволило отстроиться от наводок на сигнальные провода до уровня порядка $(1-5) \cdot 10^{-3}$ от измеряемых сигналов. Суммарная погрешность определения коэффициентов ослабления пульсаций, включая погрешности использовавшихся приборов, составляла, как правило, 3-5%.

На рис. 5 приведены результаты измерений $|K_{\omega y}(x, y)|$ и $|K_{\omega x}(x, y)|$ на частоте 200 Гц в апертуре магнита без дополнительных полюсов и с полюсами П3. Характер распределений вполне удовлетворительно описывается расчётными зависимостями с параметром $\mu \delta_{\omega} \approx 25 \text{ см}$, что согласуется с разумными значениями удельного сопротивления железа $\sigma_0^{-1} \approx 10^{-5} \text{ Ом}\cdot\text{см}$ и магнитной проницаемости $\mu \approx 500$ (при обработке учитывалось смещение экстремумов $|K_{\omega y}|$ относительно геометрического центра апертуры, связанное с неидентичностью токовых обмоток).

На рис. 6 показаны частные зависимости величины $|K_{\omega y}|$ в центре апертуры для всех трёх вариантов геометрии. Расчётные кривые построены по формулам (15). Коэффициенты F_0 для статического поля были рассчитаны с использованием программы POISSON^{5/}. Видно, что и по частотным зависимостям имеется удовлетворительное согласие расчёта с экспериментом при разумных значениях параметра $M = \mu \delta_{\omega} \sqrt{\nu} \approx 220-270 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1/2}$.

Частотные зависимости степени ослабления пульсаций поля цилиндрическими экранами из алюминиевых сплавов приведены на рис. 7. Расчётные кривые вычислены для $\sigma^{-1} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{см}$.

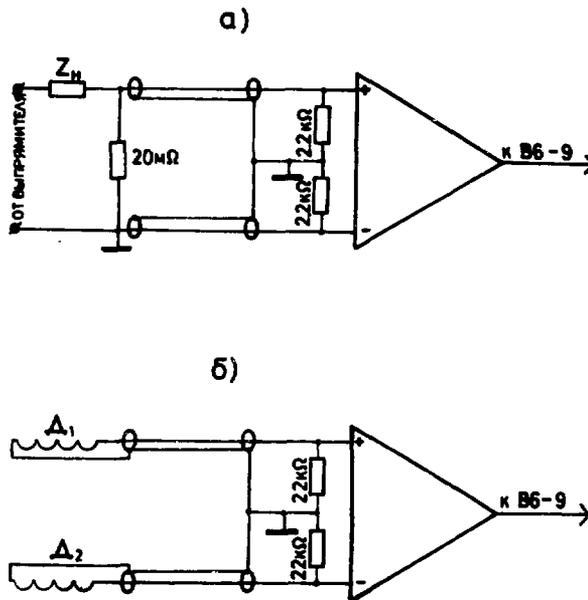


Рис. 4. Схемы измерения пульсирующего тока (а) и магнитного поля (б). Z_H - нагрузка выпрямителя (магнит); Δ_1 - основной измерительный датчик; Δ_2 - компенсирующий датчик.

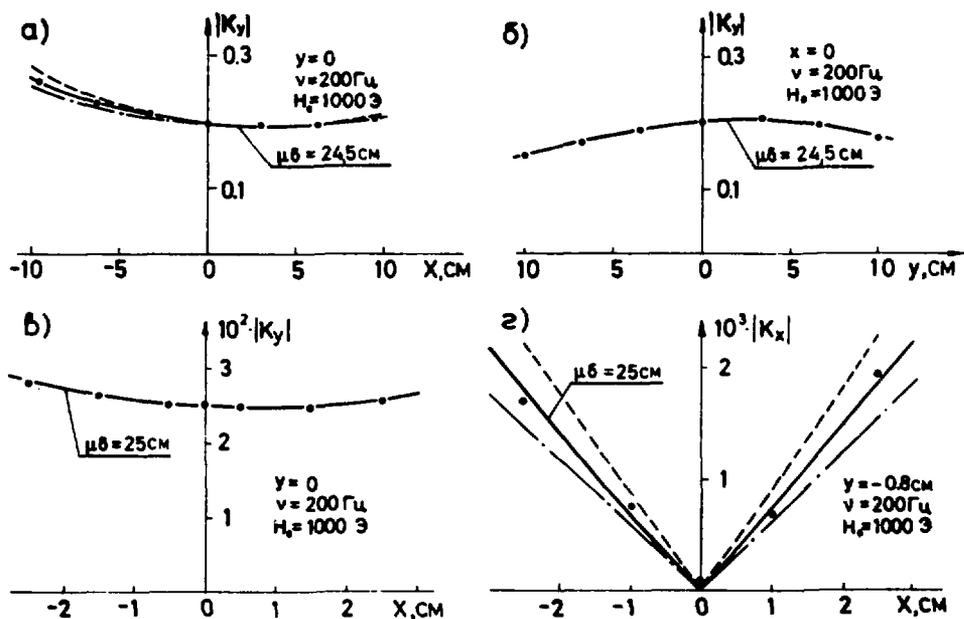


Рис. 5. Распределения $|K_{\omega_x}(x, y)|$ и $|K_{\omega_y}(x, y)|$ в апертуре магнита-корректора без дополнительных полюсов (а, б) и с полюсами ПЗ (в, г). Сплошные кривые - результаты подгонки расчетных зависимостей к экспериментальным точкам. Свободные параметры при подгонке: $\mu \delta_{\omega}$, общий нормирующий множитель и смещение экстремумов $|K_{\omega_y}|$ и нуля $|K_{\omega_x}|$ от центра апертуры. Пунктир - $\mu \delta_{\omega} = 20$ см, штрих-пунктир - 30 см.

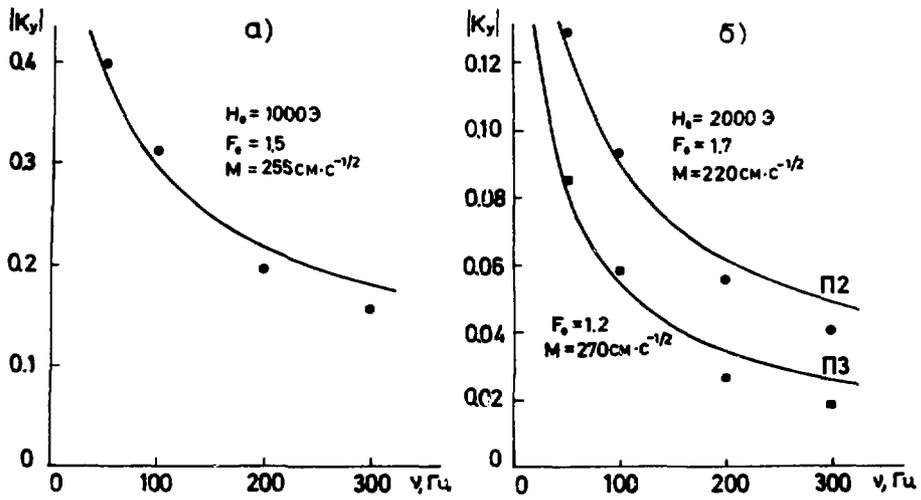


Рис. 6. Частотные зависимости коэффициентов ослабления пульсаций поля в центре апертуры магнита-корректора без дополнительных полюсов (а) и с полюсами (б). Кривые - результаты подгонки расчётных формул к экспериментальным точкам с одним свободным параметром $M = \mu \delta \sqrt{\nu}$.

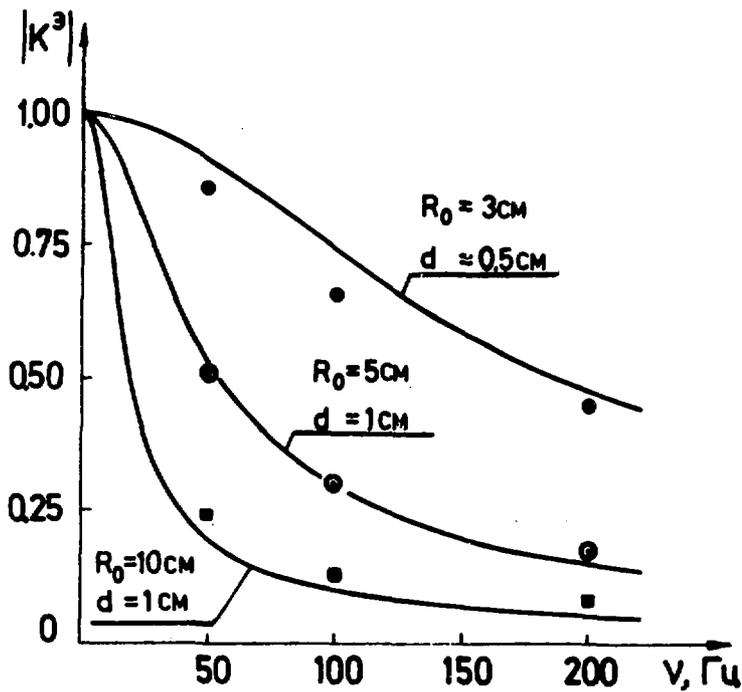


Рис. 7. Частотные зависимости коэффициентов ослабления поля цилиндрическими экранами, размещёнными в апертуре магнита-корректора.

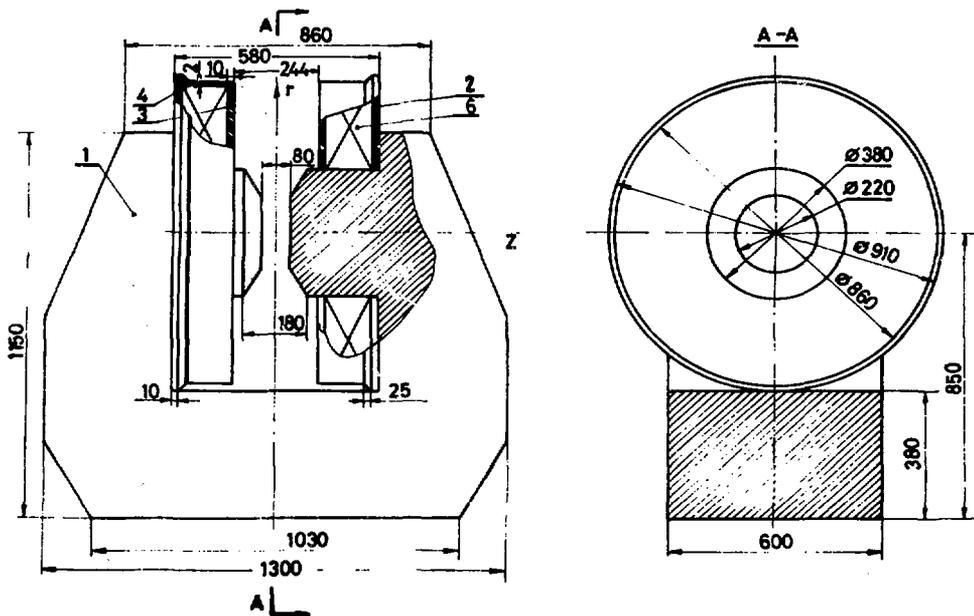


Рис. 8. Калибровочный магнит. 1 - ярмо (сталь); 2 - токовая обмотка; 3 - проводящее кольцо (сплав АМГ); 4 - обечайка (сплав АМГ); 5 - кольцо (сталь). Размеры даны в миллиметрах.

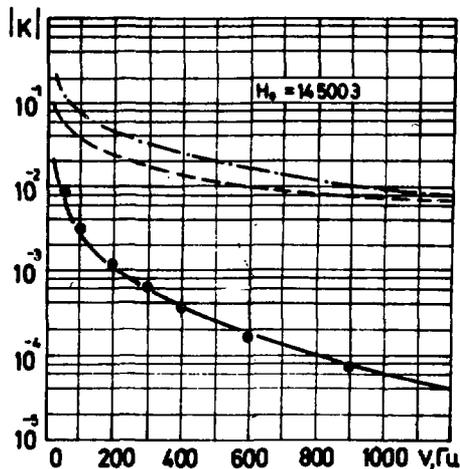


Рис. 9. Результаты измерений пульсации поля в центре зазора калибровочного магнита и подгонка их расчетными зависимостями при $M = 180 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1/2}$ (сплошные кривые). Пунктир - расчетное ослабление пульсаций вихревыми токами только в магнитопроводе, штрих-пунктир - только в проводящих экранах.

Экспериментальное исследование совместного влияния вихревых токов в магнитопроводе и короткозамкнутых витках производилось на калибровочном магните, геометрия которого показана на рис. 8. Обмотки этого магнита помещены в экраны (кольцо 3 и обечайка 4) из алюминиевого сплава АМГ ($\sigma^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-6}$ Ом·см); толщина колец - 1 см, обечайки - 2 мм. Результаты измерений и сравнение их с расчётом приведены на рис. 9. Расчётные формулы, полученные в рамках описанного выше подхода применительно к конкретной геометрии калибровочного магнита, содержатся в приложении 2. Имеется хорошее согласие расчёта с экспериментом во всем диапазоне частот от 50 до 900 Гц. Оно достигается варьированием в формулах единственного параметра $M = \mu \delta_{\omega} \sqrt{\nu}$.

6. В заключение сформулируем основные результаты.

В работе рассмотрена качественная картина и получены приближенные формулы для оценки степени ослабления пульсаций поля в отклоняющих магнитах. Проведенное сравнение этих оценок с экспериментом свидетельствует о хорошем их взаимном согласии.

Показано, что на частотах 50–300 Гц вихревые токи в магнитопроводах ослабляют пульсации поля в апертуре в два-три и до нескольких десятков раз в зависимости от параметров и режима работы реальных магнитов. Использование простейших проводящих экранов обеспечивает подавление пульсаций в сотни и тысячи раз.

Эти выводы в полной мере относятся и к другим типам магнитооптических элементов с нешихтованными магнитопроводами, в том числе и к квадрупольным линзам. В рамках использованных в работе приближений не составляет труда получить требуемые формулы и провести оценки применительно к каждому конкретному случаю.

Авторы выражают благодарность В.И. Котову за поддержку работы, К.И. Губриенко за полезные стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернард Ф. и др. - АЭ, 1973, т. 35, вып. 4, с. 227.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука, 1982.
3. Дайковский А.Г., Ершов С.Ю., Португалов Ю.И. - Препринт ИФВЭ 79-14, Серпухов, 1979.
4. Абрамов А.Г. и др. - Препринт ИФВЭ 82-87, Серпухов, 1982.
5. Дайковский А.Г., Португалов Ю.И. - Препринт ИФВЭ 78-68, Серпухов, 1978.
6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. - М.: Наука, 1968.

Рукопись поступила 20 апреля 1984 года.

ОСЛАБЛЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ЭКРАНОМ

Рассмотрим задачу для бесконечно широкого зазора ($a \rightarrow \infty$) в приближении $\mu = \infty$. Известно, что поперечное магнитное поле $\vec{H} = (H_x(x, y), H_y(x, y), 0)$ вдали от концов магнита можно описать в калибровке с единственной отличной от нуля продольной компонентой вектор-потенциала $\vec{A}_z(x, y)$ (множитель $e^{-i\omega t}$ и индекс "ω" здесь и далее опущены). Следовательно, требуется найти антисимметричную по x и симметричную по y функцию $\vec{A}_z(x, y)$, удовлетворяющую при $y = \pm b$ граничному условию $H_x = -\frac{\partial \vec{A}_z}{\partial y} = 0$, а при $|x| \rightarrow \infty$ - асимптотическим условиям $H_x \rightarrow 0, H_y = -\frac{\partial \vec{A}_z}{\partial x} \rightarrow H_0$.

Общее решение в области $r = \sqrt{x^2 + y^2} \geq R_0$ можно найти методом отражений. Как функция комплексного переменного $\zeta = x + iy$ потенциал $\vec{A}_z(x, y)$ выражается формулой

$$\vec{A}_z = -H_0 \operatorname{Re} \zeta - H_0 R_0 \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{C_{\ell}}{2\ell+1} \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{R_0}{\zeta} \right)^{2\ell+1} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{R_0}{\zeta+2ikb} \right)^{2\ell+1} + \left(\frac{R_0}{\zeta-2ikb} \right)^{2\ell+1} \right] \right\},$$

где C_{ℓ} - комплексные безразмерные константы. В кольце $R_0 \leq r < 2b$ эту функцию можно разложить в ряд по степеням r :

$$\vec{A}_z = -H_0 r \cos \phi - H_0 R_0 \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\cos(2\ell+1)\phi}{2\ell+1} \left[C_{\ell} \left(\frac{R_0}{r} \right)^{2\ell+1} + \left(\frac{r}{R_0} \right)^{2\ell+1} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \eta_{\ell n} \right] \quad (\text{П1.1})$$

где

$$\eta_{\ell n} = \frac{2(-1)^{\ell+n} (2\ell+2n+1)!}{(2\ell)!(2n+1)!} \left(\frac{R_0}{2b} \right)^{2(\ell+n+1)} \sum_{k=1}^{\infty} k^{-2(\ell+n+1)}; \quad \phi = \arg \zeta.$$

Общее решение в стенках трубы при $R_1 \leq r \leq R_0$ представляется следующим рядом:

$$\vec{A}_z = H_0 R_0 \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{\cos(2\ell+1)\phi}{2\ell+1} \left[g_{\ell} I_{2\ell+1} \left(\frac{1-i}{\Delta} r \right) + f_{\ell} K_{2\ell+1} \left(\frac{1-i}{\Delta} r \right) \right]. \quad (\text{П1.2})$$

Здесь $I_{2\ell+1}$ и $K_{2\ell+1}$ - функции Бесселя мнимого аргумента^{/6/}. Наконец, внутри трубы при $r \leq R_1$

$$\vec{A}_z = -H_0 R_0 \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{D_{\ell} \cos(2\ell+1)\phi}{2\ell+1} \left(\frac{r}{R_0} \right)^{2\ell+1}. \quad (\text{П1.3})$$

Конечной целью решения задачи является вычисление коэффициентов \mathcal{D}_ℓ , которыми полностью определяется поле внутри трубы.

Сшивая функции (П1.1)–(П1.3) и их производные по радиусу при $r = R_i$ и $r = R_o$, получаем систему линейных уравнений для коэффициентов C_ℓ :

$$q_o C_o + p_o \sum_{n=0}^{\infty} C_n \eta_{on} = -p_o, \quad (П1.4)$$

$$q_\ell C_\ell + p_\ell \sum_{n=0}^{\infty} C_n \eta_{\ell n} = 0, \quad \ell = 1, 2, \dots,$$

$$\text{где } q_\ell = I_{2\ell} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_o \right) K_{2\ell+2} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_i \right) - K_{2\ell} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_o \right) I_{2\ell+2} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_i \right);$$

$$p_\ell = I_{2\ell+2} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_o \right) K_{2\ell+2} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_i \right) - K_{2\ell+2} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_o \right) I_{2\ell+2} \left(\frac{1-i}{\Delta} R_i \right).$$

В рассматриваемом случае только первое из уравнений (П1.4) неоднородно. Если, однако, в асимптотическом условии при $|x| \rightarrow \infty$ кроме дипольной присутствуют и другие составляющие поля, соответствующие этим гармоникам уравнения также станут неоднородными. Решив систему уравнений (П1.4), можно найти коэффициенты \mathcal{D}_ℓ по формулам

$$\mathcal{D}_o = \frac{i \Delta^2}{q_o R_i^2} \left(1 + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \eta_{on} \right), \quad (П1.5)$$

$$\mathcal{D}_\ell = \frac{i(2\ell+1)\Delta^2}{q_\ell R_i^2} \left(\frac{R_o}{R_i} \right)^{2\ell} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \eta_{\ell n}, \quad \ell = 1, 2, \dots$$

Константы C_ℓ быстро падают с ростом ℓ : для $\ell \geq 1$ отношение C_ℓ/C_o является величиной порядка $(R_o/2b)^{2(\ell+1)}$. Поэтому несмотря на то, что система уравнений (П1.4) имеет бесконечный порядок для расчёта поля с любой конечной точностью достаточно вычислить лишь несколько первых коэффициентов C_ℓ , а остальные положить равными нулю. Так, в формулах (19), (20) для коэффициента ослабления дипольной составляющей $K^\ominus = \mathcal{D}_o$ использованы только первые из соотношений (П1.4), (П1.5), в которых приняты равными нулю все C_ℓ при $\ell \geq 1$. Погрешность вычисления \mathcal{D}_o в этом приближении во всем диапазоне параметров не превосходит 3%.

ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ ОСЛАБЛЕНИЯ ПУЛЬСАЦИЙ ПОЛЯ
В АПЕРТУРЕ КАЛИБРОВОЧНОГО МАГНИТА

Ввиду того, что калибровочный магнит имеет довольно сложную геометрию, речь в данном случае идет о весьма грубых оценках.

1. Рассмотрим сначала ослабление пульсаций поля вихревыми токами в магнитопроводе. В зазоре между круглыми полюсами при $r < a = 11$ см, $|z| \leq b = 4$ см в пренебрежении краевым эффектом радиальная H_r и продольная H_z компоненты поля описываются формулами (аналог формул (4))

$$\begin{aligned} H_r &\approx A I_1(\lambda r) \sin(\lambda z), \\ H_z &\approx A I_0(\lambda r) \cos(\lambda z), \end{aligned} \quad (\text{П2.1})$$

где I_0 и I_1 - функции Бесселя мнимого аргумента^{6/}; $\lambda = \lambda_{\omega}$ - наименьший по абсолютной величине корень уравнения (6) (здесь и в дальнейшем индексы " ω ", " ω_0 ", как правило, опускаем). Для интеграла $\int H dz$ по границе зазора можно написать

$$\int_{-b}^b H_z(a, z) dz \approx 2 A b I_0(\lambda a) \frac{\sin(\lambda b)}{\lambda b}. \quad (\text{П2.2})$$

Поток поля в зазоре $\Phi' \approx 2 \pi a^2 A I_1(\lambda a) / \lambda a$. В качестве оценки потока Φ'' , проникающего в ярмо из пространства вне зазора, примем $\Phi'' \approx A I_0(\lambda a) \cdot (700 \text{ см}^2)$.

Таким образом, полный поток $\Phi = \Phi' + \Phi''$ выражается формулой

$$\Phi = A S_{\omega}, \text{ где } S_{\omega} \approx \left[760 \frac{I_1(\lambda a)}{\lambda a} + 700 I_0(\lambda a) \right] \text{ см}^2. \text{ В магнитопроводе}$$

этот поток сосредоточен вблизи поверхности в слое толщиной $\sim \delta$, эффективная площадь которого равна $\sim \delta P_M$; $P_M \approx 150$ см - усредненный по длине магнитопровода периметр его сечения.

Следуя далее логике вывода соотношений (15), для коэффициента ослабления пульсаций в центре зазора получим формулу

$$K_z \approx \left[I_0(\lambda a) \frac{\sin(\lambda b)}{\lambda b} + \frac{(1-i) \ell_{\omega} S_{\omega}}{2b \mu \delta P_M} \right]^{-1}, \quad (\text{П2.3})$$

где $\ell_{\omega} \approx 280$ см.

2. Для оценки степени ослабления пульсаций поля проводящими экранами прибегнем к следующему приёму. Мысленно разрежем экраны (кольца - по радиусу, обечайки - по образующей), т.е. устраним короткозамкнутые витки и рассмотрим сначала тот случай, когда переменный ток течёт только по обмоткам 2 (все величины, относящиеся к такому включению отметим верхним индексом (1)). При этом на

разрезах экранов возникает электрическое напряжение $U^{(1)}$. В пределе больших частот ($\Delta \ll d$; $d = 1$ см — толщина кольца) напряжение $U^{(1)}$ можно оценить по формуле

$$U^{(1)} \approx -\frac{i\omega}{c} A^{(1)} S_{\omega} + 2\pi R E_{\phi}^{(1)}. \quad (\text{П2.4})$$

Здесь R — расстояние от оси кольца до какой-либо окружности на его поверхности, обращенной в сторону зазора (поверхности $|z| = z_0 = 12,2$ см; для определенности далее рассматриваем только правый экран, см. рис. 8), а $E_{\phi} \equiv E_{\phi}(R, z_0)$ — азимутальная компонента электрического поля на этой окружности вдали от разреза.

Зафиксируем $R = 31$ см (середина кольца) и оценим $E_{\phi}^{(1)}(R, z_0)$, в пределе $\Delta \ll d$ вблизи этой окружности как вне, так и внутри проводника радиальная компонента магнитного поля H_r доминирует над продольной H_z . Внутри проводника её распределение имеет вид

$$H_r^{(1)}(R, z) \approx [A_e^{(1)} \text{sh} \frac{1-i}{\Delta}(z-z_0-d) - A_i^{(1)} \text{sh} \frac{1-i}{\Delta}(z-z_0)] / \text{sh} \frac{1-i}{\Delta} d. \quad (\text{П2.5})$$

Константы $A_e^{(1)}$ и $A_i^{(1)}$ имеют следующий физический смысл:

$A_e^{(1)} = -H_r^{(1)}(R, z_0)$; $A_i^{(1)} = -H_r^{(1)}(R, z_0 + d)$. Используя соотношение $E_{\phi} \approx \frac{c}{4\pi\sigma} \frac{\partial H_r}{\partial z}$, найдём выражение для $E_{\phi}^{(1)}(R, z_0)$:

$$E_{\phi}^{(1)}(R, z_0) \approx -\frac{i\omega}{c} \frac{\Delta}{(1-i) \text{sh} \frac{1-i}{\Delta} d} (A_e^{(1)} \text{ch} \frac{1-i}{\Delta} d - A_i^{(1)}). \quad (\text{П2.6})$$

Константы $A_e^{(1)}$ и $A_i^{(1)}$, очевидно, пропорциональны $A^{(1)}$. В частности, для отношения $A_e^{(1)}/A_i^{(1)}$ можно дать оценку $\epsilon = A_e^{(1)}/A_i^{(1)} \approx \frac{1}{4} I_0(\lambda a)$. $A_i^{(1)} \approx A_e^{(1)}$, так как ток в кольце в данном случае отсутствует. С использованием этих оценок формула (П2.4) приобретает вид

$$U^{(1)} \approx -\frac{i\omega}{c} A^{(1)} \left(S_{\omega} + \frac{2\pi R \Delta}{1-i} \epsilon \text{th} \frac{1-i}{2\Delta} d \right). \quad (\text{П2.7})$$

В другом случае, когда обмотки обесточены, а к разрезам экранов приложено переменное напряжение $U^{(2)}$ от внешнего источника и по ним течёт азимутальный ток, все соотношения, за исключением одного, остаются в силе. Отличие состоит только в том, что теперь связь между $A_i^{(2)}$ и $A_e^{(2)}$ задается таким приближённым равенством:

$$A_i^{(2)} = -\xi A^{(2)} \approx -\frac{(1-i) S \omega}{2 \pi R \mu \delta} A^{(2)}. \quad \text{С учётом этого изменения}$$

электрическое напряжение $U^{(2)}$ выражается через напряжённость магнитного поля $A^{(2)}$ следующей формулой:

$$U^{(2)} \approx -\frac{i\omega}{c} A^{(2)} \left[S \omega + \frac{2 \pi R \Delta}{(1-i) \operatorname{sh} \frac{1-i}{\Delta} d} (\epsilon \operatorname{ch} \frac{1-i}{\Delta} d + \xi) \right]. \quad (\text{П2.8})$$

В реальной ситуации разрезов нет и при наличии переменного тока в обмотке по экранам также течёт азимутальный ток. Напряжённость поля в центре зазора является суммой $A^{(1)}$ и $A^{(2)}$. Они связаны друг с другом условием короткозамкнутости ветков $U^{(1)} + U^{(2)} = 0$. Используя это равенство, получим формулу для коэффициента ослабления пульсаций, определенного как отношение $(A^{(1)} + A^{(2)}) / A^{(1)}$:

$$K^{\ominus} \approx \frac{\epsilon + \xi}{\frac{(1-i) S \omega}{2 \pi R \Delta} \operatorname{sh} \frac{1-i}{\Delta} d + \epsilon \operatorname{ch} \frac{1-i}{\Delta} d + \xi}. \quad (\text{П2.9})$$

Частотная зависимость полного коэффициента ослабления, являющегося произведением (П2.3) и (П2.9), с 15-25%-ной точностью согласуется с экспериментом (рис. 9), если выбрать $M = \mu \delta \sqrt{\nu} \approx 180 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1/2}$.

Методику расчёта K^{\ominus} , изложенную здесь применительно к конкретному случаю, можно использовать для решения других аналогичных задач.

Ю.А.Ласточкин и др.

Ослабление пульсаций поля в магнитооптических элементах.

Редактор Н.В.Ежела. Технический редактор Л.П.Тимкина.
Корректор М.И.Онегина.

Подписано к печати 8.06.1984 г. Т-13238. Формат 80х90/16.

Офсетная печать. Печ. л. 1,25. Уч.-изд.л. 1,49. Тираж 250.

Заказ 567. Индекс 3624. Цена 22 коп.

Институт физики высоких энергий, 142284, Серпухов Московской обл.

Цена 22 коп.

Индекс 3624

ПРЕПРИНТ 84-121, ИФВЭ, 1984.