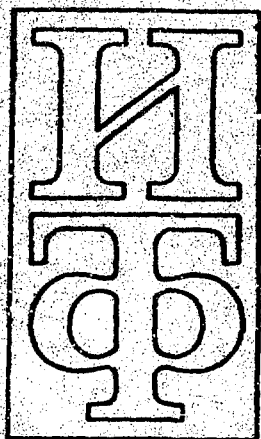


818505520



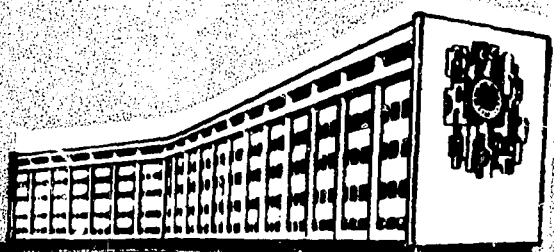
АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР

**ИНСТИТУТ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
ФИЗИКИ**

ИТФ-84-74Р

**М.К.Алиев, А.Н.Валл, Л.Л.Енковский,  
Б.В.Струминский**

**О МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ В МОДЕЛИ  
ДИПОЛЬНОГО ПОМЕРОНА**



**Академия наук Украинской ССР  
Институт теоретической физики**

**Препринт  
ИТФ-84-74Р**

**М.К.Алиев, А.Н.Валл, Л.Д.Енковский,  
Б.В.Струмшинский**

**О МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ В МОДЕЛИ  
ДИПОЛЬНОГО ПОМЕРОНА**

**Киев - 1984**

УДК 539.12.01

М.К.Алиев, А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский

О множественном рождении в модели дипольного померона

В рамках модели дипольного померона получено распределение по множественности адронов и изучена его зависимость от поведения траекторий Редже.

M.K.Aliev, A.N.Wall, L.L.Jenkowsky, B.V.Struminsky

On Multiple Production in the Dipole Pomeron Model

We have obtained the multiplicity distribution of hadrons in the framework of the dipole Pomeron model. The dependence on the form of Regge trajectories is studied.

Рассеяние адронов при высоких энергиях является существенно многочастичным процессом. Амплитуда упругого рассеяния связана с амплитудами неупругих процессов через условие унитарности. Вклад неупругих процессов в условие унитарности для амплитуды упругого рассеяния дается так называемой функцией перекрытия  $G_{in}$ , которая выражается через интегралы от неупругих амплитуд. Связь ее с характеристиками многочастичных процессов, таких как функция распределения по множественности, корреляционные коэффициенты, — далеко не очевидна и для установления ее требуются дополнительные модельные представления.

В работах А.А. Логунова и О.А. Хрусталева [1] был развит вероятный подход к описанию рассеяния адронов при высокой энергии. На основе этого подхода можно установить связь между характеристиками упругих и неупругих процессов при высоких энергиях. В частности, в этой работе было получено интегральное уравнение, связывающее квазипотенциал и неупругую функцию перекрытия. В дальнейшем этот подход был развит в работе [2], где установлена связь между неупругой функцией перекрытия и функцией распределения КНО.

В работе [3] эта задача рассматривалась с учетом абсорбтивных поправок в неупругих процессах. Однако отметим, что в работах [2, 3] не используется функция перекрытия, полученная из фазы рассеяния, поскольку она имеет очень сложный вид и не позволяет провести вычисления до конца. В этих работах для описания многочастичных процессов используется приближенное выражение для функции перекрытия, удовлетворяющее некоторым общим требованиям и позволяющее выписать обратное преобразование Лапласа.

В настоящей работе мы рассматриваем связь упругих и неупругих процессов в модели дипольного померона [4].

Как было показано в работах [4], эта модель позволяет наиболее экономно описать основные характеристики упругого рассеяния: рост полного сечения рассеяния, структуру в диффе-

ренциальном сечении рассеяния, отношение упругого сечения рассеяния к полному сечению рассеяния. В работе [5] дипольный померон получается в  $U$  - матричном подходе, явно учитывающем упругое условие унитарности. Было показано, что поправки к затравочному диполю (выбираемому в качестве  $U$  - матрицы) малы и сводятся лишь к перенормировке эффективной константы взаимодействия.

В этой работе мы сначала воспользуемся подходом работ [2,3] и найдем функции распределения по множественности. Затем рассмотрим процесс множественного рождения в более наглядной модели, где предполагается, что число вторичных частиц, рожденных при заданном прицельном параметре  $q$ , пропорционально функции перекрытия  $G_{in}(q, s)$ . Будем также предполагать, что распределение  $n(q, s)$  имеет вид  $\delta$  - функции, а распределение по  $V(s)$  возникает из-за того, что адрон является протяженным объектом. Такой подход был развит в работах [6,7].

Амплитуда рассеяния с обменом дипольного померона в представлении прицельного параметра в случае линейной траектории Редне имеет вид

$$u(q, s) = \frac{ia}{16\pi\alpha'b} \sum_{i=1}^2 c_i \exp\left(-\frac{q^2}{4R_i^2}\right),$$

где

$$c_1 = 1, \quad c_2 = \lambda b - 1 = -\varepsilon, \quad (I)$$

$$R_1^2(s) = \alpha' \left( b + \ln \frac{s}{s_0} - \frac{i\pi}{2} \right), \quad R_2^2(s) = \alpha' \left( \ln \frac{s}{s_0} - \frac{i\pi}{2} \right).$$

Функция перекрытия  $G_{in}(g, s)$  находится из условия унитарности и выражается через  $u$  - матрицу соотношением

$$G_{in}(g, s) = \frac{Y_m u(g, s)}{1 + 2Y_m u + |u|^2} \quad (2)$$

В работе [5] все вычисления были выполнены с точностью до  $(\ln s/s_0)^{-1}$ . В этом приближении из (1) и (2) получаем

$$G_{in}(g, s) = \frac{g \exp(-x)}{(1 + g \exp(x))^2}, \quad (3)$$

где

$$x = \frac{s^2 (b^2 + \ln s/s_0)}{4\alpha' [\alpha' (b + \ln s/s_0)^2 + \pi^2/4]}, \quad g = \frac{a\lambda}{16\pi\alpha'}$$

Постоянная  $g$  была определена из соотношения  $\sigma_{el}/\sigma_{tot}$  и оказалась равной 0,5. Согласно работе [3], следует учитывать поправки на перерассеяние в многочастичных процессах. Эта процедура далеко не однозначна. Один из способов, использованный в работе [3], состоит в том, что рассматривается функция  $G_{in}(g, s)$ , связанная с  $\tilde{g}_m(g, s)$  соотношением

$$G_{in}(g, s) = |S(g, s)| \tilde{G}_{in}(g, s), \quad (4)$$

где  $S(g, s)$  есть  $S$  - матрица упругого рассеяния, связанная с  $u(g, s)$  соотношением

$$S(q, s) = \frac{1 + iu(q, s)}{1 - iu(q, s)}. \quad (5)$$

Далее предполагается, что функция  $\tilde{G}_{in}(q, s)$  может быть найдена в вероятной модели высокоэнергетического рассеяния адронов [1, 2]. Согласно этой модели, для функции  $\tilde{G}_{in}(q, s)$  имеет место представление

$$\tilde{G}_{in}(q, s) = \frac{\gamma}{4\pi a} \sum_n n \sigma^{(n)} \exp\left(-\frac{ng^2}{2a}\right), \quad (6)$$

где  $\sigma^{(n)}$  есть сечение рождения  $n$  частиц. В нашей модели, воспользовавшись (3) и (5), находим

$$\tilde{G}_{in}(q, s) = \frac{g \exp(-\kappa)}{1 - g^2 \exp(-2\kappa)}. \quad (7)$$

Представив выражение (7) в виде (6), получаем

$$\sigma_{(2n+1)} = \frac{g^{2n+1}}{2n+1} \frac{8\pi a' (b + \ln \frac{s}{s_0})}{\gamma}. \quad (8)$$

Отсюда находим неупругое сечение

$$\sigma_{in}(s) = \sum \sigma_{(2n+1)} = \left( \frac{1}{2} \ln \frac{1+g}{1-g} - g \right) \frac{8\pi a' (b + \ln \frac{s}{s_0})}{\gamma} \quad (9)$$

и среднюю множественность

$$\bar{n} = \frac{\sum (2n+1) \sigma_{(2n+1)}}{\sigma_{in}} = \frac{q^3}{(1-q^2) \left( \frac{1}{2} \ln \frac{1+q}{1-q} - q \right)}. \quad (10)$$

Таким образом, средняя множественность в данном подходе не зависит от энергии. Отметим, что в работах [2,3] зависимость средней множественности от энергии не изучалась. Отметим также, что учет поглощения в многочастичных процессах, согласно формуле (4), является неоднозначным и мы будем учитывать поглощение по формуле

$$G_{in}(q, s) = |S(q, s)|^{\alpha \sim (\alpha)} G_{in}^{(\alpha)}(q, s), \quad (11)$$

где  $0 \leq \alpha \leq 1$ . (На эту возможность нам любезно указал Г.Г. Арушанов). Далее будем исследовать задачу о множественном рождении в рамках геометрической модели. В геометрической модели вводится величина  $n(q, s)$ , т.е. число частиц, рожденных при прицельном параметре  $q$ . Следуя работе [6], предполагаем, что

$$\langle n(q, s) \rangle = N(s) G_{in}^{(\alpha)}(q, s), \quad (12)$$

где  $G_{in}^{(\alpha)}(q, s)$  определяется формулой (11).

В работе [6] поглощение не учитывалось, что соответствует случаю  $\alpha = 0$  в (11). Предположение (12) означает,



что число вторичных частиц, рожденных с прицельным параметром  $\varrho$ , пропорционально количеству адронного вещества, сталкивающегося с прицельным параметром  $\varrho$ .

Далее предполагаем, что

$$\langle n^k(\varrho, s) \rangle = \langle n(\varrho, s) \rangle^k. \quad (13)$$

Это означает, что при заданном значении прицельного параметра рождается определенное число частиц (распределение по  $n(\varrho, s)$  является  $\delta$ -функцией). Теперь перейдем к вычислению моментов распределения по множественности. Из наших предположений (12) и (13) следует выражение для моментов

$$\langle n^k(s) \rangle = \frac{N^k(s) \int G_{in}(\varrho, s) (G_{in}^{(a)}(\varrho, s))^k d^2\varrho}{\int G_{in}(\varrho, s) d^2\varrho}. \quad (14)$$

Используя формулы (3), (5), находим

$$\langle n^k(s) \rangle = \frac{N^k(s)(1+g)}{g} \int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2} \left[ \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha \frac{x}{(1+x)^2} \right]^k. \quad (15)$$

Средняя множественность  $\langle n(s) \rangle$  дается как

$$\langle n(s) \rangle = \frac{N(s)(1+g)}{g} \int_0^g \frac{x dx}{(1+x)^4} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha. \quad (16)$$

Таким образом в нашем подходе зависимость средней множественности от энергии определяется функцией  $N(s)$ , которая в этой модели не определяется. Корреляционные коэффициенты

$$C_k = \frac{\langle n^k(s) \rangle}{\langle n(s) \rangle^k} = \left( \frac{q}{1+q} \right)^{k-1} \frac{I_k}{I_1^k}, \quad (17)$$

где

$$I_k = \int_0^q \frac{dx}{(1+x)^2} \left[ \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha \frac{x}{(1+x)^2} \right]^k.$$

Интегралы  $I_k$  были вычислены при нескольких значениях  $\alpha$ ; результаты вычисления приведены в таблице I.

ТАБЛИЦА I.

$k \backslash C_k$	$\alpha=0$	0.1	0,25	0,5	I	Формула (25В)	ISR Эксп. sps
2	1.24	1.26	1.31	1.37	1.44	2.28	1,24 ± 0.66 1.31 ± 0.05
3	1.69	1.79	1.92	2.13	2.92	4.97	1.86 2.12 ± 0.01
4	2.41	2.58	3.04	3.58	6.05	16.5	3.97 4.05 ± 0.4
5	3.54	3.94	4.95	6.7	13.02	57.4	5.36 8.8 ± 1
6	5.31	6.2	8.35	11.7	28.1	165	10.43
7	7.95	9.6	14.3	21.7	68	595	21.6
8	12.27	15.5	25.1	42	305	2180	42

Из сравнения результатов вычисления с экспериментальными данными [8] видно, что учет абсорбции в некоторых случаях улучшает согласие, в других — ухудшает. Отсюда мы делаем вывод, что учет абсорбтивных поправок необходим, однако вводить их нужно более сложным путем, чем в [11].

Имея в своем распоряжении выражения для моментов (15), можно найти функцию распределения по множественности  $P(n)$ . Для этой цели вычислим сначала характеристическую функцию

$F(\sigma)$ :

$$F(\sigma) = \sum_{k=0}^{\infty} \langle n^k \rangle \frac{(i\sigma)^k}{k!} = \frac{1+g}{g} \int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2} \exp \left[ i\sigma N \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^{\alpha} \frac{x}{(1+x)^2} \right]. \quad (18)$$

Функция распределения  $P(n)$  является преобразованием фурье-функции  $F(\sigma)$

$$P(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\sigma) e^{-i\sigma n} d\sigma = \frac{1+g}{g} \int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2} S \left( n - N \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^{\alpha} \frac{x}{(1+x)^2} \right). \quad (19)$$

В дальнейшем для краткости введем обозначение  $\langle n \rangle = a = N$ ; значение  $a$  определяется из (16).

Выполнив интегрирование в (19), находим

$$\Psi(z) = \bar{n} P(n) = \frac{1+g}{g} \frac{x(1-x)}{z(1+x)[(1-x)^2 + 2\alpha x]}, \quad (20)$$

где  $z = n/\bar{n}$ , а  $x$  связан с  $z$  уравнением

$$z = \frac{\alpha x}{(1+x)^{2-\alpha} (1-x)^{\alpha}}. \quad (21)$$

Из формул (20), (21) видно, что распределение  $P(n)$  удовлетворяет КНО скейлингу, т.е.  $\bar{n} P(n)$  есть функция лишь от переменной  $z$ . Приведем окончательные результаты для случая  $\alpha = 1$ . Из (16) находим

$$\bar{n}(s) = \frac{N(1+g)}{4g} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{1+g}{1-g} - \frac{g}{(1+g)^2} \right]. \quad (22)$$

Уравнение (21) решается в явной форме

$$\Psi(z) = \frac{1+g}{g} \frac{z(\sqrt{a^2+4z^2} + a - 2z)}{\sqrt{z^2+4a^2}(\sqrt{a^2+4z^2} + a + 2z)}. \quad (23)$$

Функция  $\Psi(z)$  из (23) имеет интересную структуру: на типичную колоколообразную кривую КНО накладываются осцилляции. Такая структура предсказывалась в работе [10] на основе другой модели. Детальный анализ с использованием такого выражения для дипольного померона (I) и различных выборах поглощения требует машинных расчетов, и мы намерены провести его в следующей работе.

Отметим связь между геометрическим скейлингом (ГС) и скейлингом КНО, которую можно проследить в наших результатах. Модель дипольного померона (I) обладает свойством ГС в пределе высоких энергий, когда два радиуса  $R_1$  и  $R_2$  становятся одинаковыми. Масштабно-инвариантная форма (20) получена в приближении амплитуды (I) одним гауссианом. Учет отклонения от ГС в (I) приведет к отклонению от скейлинга КНО в форме (20).

Приведенные нами результаты получены в предположении о линейном поведении траекторий Редже. В таком приближении амплитуда в представлении прицельного параметра имеет гауссову форму. Аналитичность, как известно, требует более медленного - экспоненциального убывания при больших  $Q$ . В реджевских моделях такое поведение достигается использованием корневых траекторий. Простейшая траектория Редже, учитывающая вклад порогового ветвления, имеет вид [4]

$$\alpha_p(t) = \alpha_0 - \alpha_1 \sqrt{4m_T^2 - t}.$$

В этом случае амплитуда в представлении прицельного параметра вычисляется явно [9]

$$h(s, \varrho) = c s^{\alpha_0} \exp\left(-2m \sqrt{\varrho^2 + d_1^2}\right) \frac{\alpha_1 (1 + 2m \sqrt{\varrho^2 + d_1^2})}{(\varrho^2 + d_1^2)^{3/2}}. \quad (24)$$

Дальнейшие вычисления аналитически удается провести только для  $M=0$  и без учета перерассеяния, т.е. в предположении, что диполь (I) является не  $U$  - матрицей, а амплитудой рассеяния. Подставив (24) в (14), получим

$$\langle n^k(s) \rangle = \left(\frac{N}{\alpha^2}\right)^k \frac{1}{3k+1}, \quad (25a)$$

$$\bar{n}(s) = \frac{N}{4\alpha^2}, \quad (25б)$$

$$C_k = \frac{4^k}{3k+1}. \quad (25в)$$

Значения моментов  $C_k$ , вычисленные с помощью (25в), приведены в табл. I.

Для функции распределения  $P(n)$  получим

$$P(n) = \frac{1}{12\bar{n}} \left(\frac{4\bar{n}}{n}\right)^{2/3}, \quad n < 4\bar{n}. \quad (26)$$

Отсюда получим функцию распределения КНО

$$\Psi(z) = \frac{1}{12} \left(\frac{4}{z}\right)^{2/3}. \quad (27)$$

Полученные нами функции распределения зависят от формы траекторий Редже. Мы привели результаты вычислений с двумя простейшими примерами траекторий, соответствующими двум предельным случаям и допускающим вычисления в явном виде, а именно: 1) порог определяется безмассовыми частицами (корневая траектория с  $M=0$ ) и 2) бесконечно тяжелый порог (линейная траектория). Для лучшего согласия с данными следует использовать более сложные реалистические параметризации траекторий, например,

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t - \alpha_2 \sqrt{4m_\pi^2 - t}.$$

Соответствующие вычисления в явном виде проводить не удается, поэтому следует использовать численные методы и ЭВМ.

Отметим, что наши результаты существенным образом зависят от принятого нами предположения о  $\delta$ -образном распределении множественности от  $S$  и  $Q$ . Следующий шаг в развитии данной модели и использования ее для описания реальных процессов может состоять во введении функции распределения

$$w(Q, S).$$

В данной работе мы не преследовали цель детального описания экспериментальных данных. Основным результатом мы считаем найденную в работе связь между упругим рассеянием и множественным рождением адронов. Эта связь контролируется поведением траектории Редже, которая, в свою очередь, связана со спектром масс наблюдаемых частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Догунов, О.А.Хрусталеv. Вероятное описание рассеяния при высоких энергиях и гладкий квазипотенциал. ЭЧАЯ, т. I. вып. I, 71-90, Атомиздат, 1970.
2. С.В.Семенов, С.М.Трошин, Н.Е.Турин, О.А.Хрусталеv. Связь упругих и неупругих процессов при высоких энергиях. ЯФ, 22, с.792-800, 1975.
3. С.В.Семенов. Прицельные параметры неупругих взаимодействий адронов при высоких энергиях. ЯФ, т.30, с.748-753, 1973.
4. L.L.Jenkovszky, A.N.Wall, The Dipole Pomeron and  $pp$  - Scattering. Czech. J.Phys. B26, 447-450 (1976).
5. А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. Условие унитарности в высокоэнергетическом рассеянии адронов. Труды Международной конференции по нелинейным и турбулентным процессам в физике. Киев 1983.
6. S.Barshay. Multiplicity moments and transverse momentum distributions. Phys.Lett. 42B, 457-460 (1970).
7. T.T.Chen Ning Yang. Remarks on the multiplicity fluctuations and KNO scaling. Phys.Lett. 116B, 301-304 (1982).
8. UAS Collab., G.J.Alper et al. Scaling violation favouring high multiplicity events at 540 GeV cms energy. Preprint CERN-EP/84-04.
9. L.L.Jenkovszky, F.Paccanoni. Protons Opacity in a Dual Model. Nuovo Cim 62A, 133-144 (1981).
10. В.А.Абрамовский, О.В.Канцели. Реджевские ветвления и распределение множественности адронов при высоких энергиях. Письма в ЖЭТФ, 15, 1972, с.553-563.

Рукопись поступила 7 мая 1984 года





**5 коп.**

Препринты Института теоретической физики АН УССР  
рассылаются научным организациям и отдельным ученым  
на основе взаимного обмена.

Наш адрес: 252130, Киев-130  
ИТФ АН УССР  
Информационный отдел

The preprints of the Institute for Theoretical Physics  
are distributed to scientific institutions and individual  
scientists on the mutual exchange basis.

Our address:

Information Department  
Institute for Theoretical Physics  
252130, Kiev-130, USSR