

- Note CEA-N-2426 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques
Service d'Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées

**ETUDE DES METHODES DE CALCUL DE L'AUTOPROTECTION
DANS LES RESONANCES**

1ère partie

**CALCUL DE L'AUTOPROTECTION AVEC L'HYPOTHESE «RESONANCE ETROITE»
EN MILIEU HOMOGENE DANS LE DOMAINE DES RESONANCES NON RESOLUES**

par

Pierre RIBON, Vincent SAUVINET, Pierre MOUSSALEM

- Mai 1985 -

Note CEA-N-2426

DESCRIPTION-MATIERE (*mots clefs extraits du thesaurus SIDON/INIS*)

en français

en anglais

AUTOPROTECTION

SELF - SHIELDING

RESONANCE

RESONANCE

PRECISION

ACCURACY

REACTEURS A NEUTRON RAPIDES

FAST REACTORS

REACTEURS THERMIQUES

THERMAL REACTORS

CODES POUR ORDINATEURS

COMPUTER CODES

SECTIONS EFFICACES

CROSS SECTIONS

REACTIONS PAR NEUTRONS

NEUTRON REACTIONS

URANIUM 238

URANIUM 238

DONNEES THEORIQUES

THEORETICAL DATA

1 NOTE CEA-N-2426 - Pierre RIBON - Vincent SAUVINEL - Pierre MOUSSEM

ETUDE DES METHODES DE CALCUL DE L'AUTOPROTECTION DANS LES RESONANCES
1ère Partie : CALCUL DE L'AUTOPROTECTION AVEC L'HYPOTHESE "RESONANCE
ETROITE" EN MILIEU HOMOGENE DANS LE DOMAINE DES RE-
SONANCES NON RESOLUES.

Sommaire - L'autoprotection des résonances dans le domaine statisti-
que est généralement calculée en simulant la réalité (inconnue) par
des jeux de paramètres aléatoires : d'où une dispersion des résul-
tats, inhérente à toute méthode de MONTE-CARLO. Différentes méthodes
ont été proposées pour réduire cette dispersion, mais elles intro-
duisent un biais. Nous en proposons une - régularisation de l'échan-
tillonnage des largeurs partielles - fondamentalement exempte
de biais.

Nous rappelons que, pour les énergies des résonances, la méthode la
plus exacte - valeurs propres d'une matrice aléatoire - réduit sen-
siblement la dispersion.

Nous comparons à quelques autres méthodes de calcul - notamment aux
méthodes analytiques, qui paraissent trop approchées aux dilutions.

NOTE CEA-N-2426 - Pierre RIBON - Vincent SAUVINEL - Pierre MOUSSEM

RESONANCES SELF SHIELDING COMPUTATIONAL METHODS STUDIES

1st Part. : CALCULATION OF SELF-SHIELDING WITH THE NARROW RESO-
NANCE APPROXIMATION FOR UNRESOLVED RESONANCES IN A
HOMOGENEOUS MEDIUM.

Summary - The resonance self-shielding in the statistical energy
range is generally treated by generating ladders of resonances, based
upon the average value of parameters. From this statistical approach
results dispersion inherent to Monte-Carlo methods. Several methods
have been proposed to reduce this dispersion, but they introduce a
bias. We propose a method - regularisation of the partial width
sampling - which is basically exempt of bias.

For resonance energies the most exact method - eigenvalues of a ran-
dom matrix - greatly reduces the dispersion, and has to be recommen-
ded.

We compare our results to few other calculations - in particular to
values obtained by analytical methods, which appear to be too much
approximate for medium and low dilutions.

moyennes et faibles.

La précision possible est limitée par l'insuffisante connaissance des données, et des calculs n'y peuvent rien. Le seul moyen d'améliorer cette précision est de fournir davantage d'informations - en l'occurrence de donner les paramètres des plus grandes résonances résolues, même s'il y en a peu, les autres étant traitées statistiquement.

1985

42 p.

Commissariat à l'Énergie Atomique - France.

The possible accuracy is limited by the knowledge of data, and cannot be improved by calculations. The only way to improve this accuracy is to provide more information - in the circumstances to provide the parameters of the greatest resonances, even if they are few, the others being statistically treated.

1985

42 p.

Commissariat à l'Énergie Atomique - France.

- Note CEA-N-2426 -

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques
Service d'Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées

ETUDE DES METHODES DE CALCUL DE L'AUTOPROTECTION
DANS LES RESONANCES

1ère partie

CALCUL DE L'AUTOPROTECTION AVEC L'HYPOTHESE «RESONANCE ETROITE»
EN MILIEU HOMOGENE DANS LE DOMAINE DES RESONANCES NON RESOLUES

par

Pierre RIBON, Vincent SAUVINET, Pierre MOUSSALEM

Pour toutes ces raisons nous proposons les objectifs suivants, pour les principaux isotopes (tels 238 U) ;

- erreur aléatoire sur F : $3 \cdot 10^{-3}$
- erreur systématique sur F : 10^{-3}

2 - LES LOIS STATISTIQUES

Nous rappellerons seulement quelques faits bien connus et acceptés par la communauté scientifique :

2.1 - Energies : Elles sont distribuées comme les valeurs propres d'une matrice dont les éléments sont aléatoires [Po 65] (*). Il apparaît que la distribution de $D_\lambda = E_{\lambda+1} - E_\lambda$ est très bien décrite par la loi de Wigner :

$$p(x) = \frac{\pi}{2} x e^{-\frac{\pi}{4} x^2} \quad x = \frac{D}{D}$$

approximation souvent utilisée pour générer les énergies. Mais cette méthode simplifiée néglige les corrélations entre E_λ .

Prenant en compte ces corrélations, la méthode exacte (valeurs propres) réduit la dispersion sur le nombre de résonances dans une zone ΔE , et donc sur $\langle \sigma(\Delta E) \rangle$, et sur $F(\Delta E)$ (Tableau 1).

Tableau 1. Dispersion théorique δN du nombre N de niveaux

| \bar{N} , nombre moyen de niveaux | 25 | 50 | 100 |
|--|------|------|------|
| δN , loi de Wigner | 2.61 | 3.70 | 5.23 |
| δN , valeurs propres d'un ensemble G.O.E.(+) | 1.05 | 1.11 | 1.17 |

* mieux : distribués suivant des lois normales. Cette distribution normale, que nous avons utilisée, n'est sans doute pas strictement nécessaire [Po 60].

+ G.O.E.: Gaussian Orthogonal Ensemble, cf [Dy 62].

La définition du coefficient d'autoprotection (et sa valeur) est dépendante du formalisme neutronique employé : nous utiliserons celui dit de BONDARENKO, avec une comparaison avec un autre formalisme, utilisé à Saclay, celui dit de LIVOLANT et JEANPIERRE [Li 74] (§ 14).

Il faut noter l'apparition de méthodes de calcul analytique visant à supprimer le caractère aléatoire des méthodes de Monte Carlo, et donc la dispersion en résultant. Ces méthodes sont forcément approchées : nous examinerons les résultats de la plus connue d'entre elles (§ 13.1).

L'essentiel de cette étude porte sur les méthodes permettant de réduire la dispersion des résultats: nous serons amenés à distinguer deux cas, selon que l'on a à traiter un domaine vraiment statistique, ou qui n'est que non résolu ; des informations nucléaires supplémentaires, actuellement non disponibles dans les bibliothèques de données évaluées, sont alors nécessaires (§ 15).

1 LA PRECISION REQUISE

Il nous paraît nécessaire d'essayer de situer l'ordre de grandeur de la précision requise sur le facteur d'autoprotection F.

Une première réponse est basée sur la précision obtenue sur $\langle \sigma \rangle$ dans les domaines non résolus ou statistiques : rarement mieux que 3 %. Il paraît alors inutile de connaître F à mieux que 1 %.

A cela nous ferons 3 remarques :

1.1 - La précision sur la section effective autoprotégée, $\langle \sigma_{x,eff} \rangle$ peut être meilleure que celle sur $\langle \sigma_{x,\infty} \rangle$. Cela peut se justifier en remarquant, par exemple, que dans des intégrales comme :

$$\int \frac{\sigma_x(E)}{\sigma_t(E) + d} dE$$

σ_x et σ_t sont fortement corrélées et que les erreurs se compensent d'autant plus que la dilution est faible.

Cet effet de compensation est d'ailleurs bien connu mais dépend des cas d'espèces.

1.2 - Le développement des moyens de calcul devrait permettre d'éliminer de plus en plus les effets des approximations de calcul et ce, dès à présent, chaque fois que le coût n'en est pas prohibitif. Outre le caractère général

et "philosophique" de cet argument, on peut faire remarquer que les divergences entre les résultats de calculs de différents laboratoires sont explicables par trois causes : les données, les hypothèses de calculs (modèles ou approximations physiques), les méthodes de calcul. L'interprétation de ces divergences sera facilitée si on peut éliminer certaines causes - en l'occurrence les erreurs dues aux calculs numériques.

Signalons aussi que les calculs d'effets différentiels (coefficients de température) peuvent exiger des résultats très précis.

1.3 - En réalité les données nucléaires importantes sont "ajustées" d'après des expériences intégrales, et la précision réelle sur leur moyenne est donc, implicitement, nettement améliorée.

Par exemple, l'ajustement par la méthode de "recherche de tendances" de $I_{c,eff}(238 U)$ a donné :

$$\delta I = + 0.060 \pm 0,020 \text{ barns}$$

portant sur un $I_{c,eff}$ d'environ 20 barns, soit une précision relative de 10^{-3} [Te 84].

Dans un réacteur rapide de grande puissance (Super-Phénix par exemple) une variation de 1 % de la section efficace de capture du 238 U induit une variation de 200 pcm de la réactivité [Sa 84]. L'ajustement de l'ensemble des données permet de calculer k_{eff} à 200 pcm, estime-t-on [Pa 84], sans qu'il soit alors possible de répartir cette erreur entre ses différentes causes. Mais cela implique que l'erreur implicite sur σ_c (ajustée) du 238 U est sensiblement inférieure au pour cent.

On peut également noter que la contribution de la capture à k_{eff} dans un réacteur thermique est de 30 000 pcm. Si on veut obtenir une précision sur ce facteur de 30 pcm, cela implique une connaissance à 10^{-3} près de la capture moyenne [Re 84].

Ces différents éléments nous conduisent à conclure que la précision recherchée est plutôt de l'ordre du %, en moyenne, ce qui est loin d'être toujours possible, nous le verrons.

Cette notion de "précision en moyenne" fait intervenir 2 éléments :

- on peut distribuer les erreurs inégalement entre les moyennes et les énergies ,
- on peut raisonnablement escompter une compensation des erreurs si celles-ci sont du même ordre et de signes différents.

Pour toutes ces raisons nous proposons les objectifs suivants, pour les principaux isotopes (tels 238 U) ;

- erreur aléatoire sur F : $3 \cdot 10^{-3}$
- erreur systématique sur F : 10^{-3}

2 - LES LOIS STATISTIQUES

Nous rappellerons seulement quelques faits bien connus et acceptés par la communauté scientifique :

2.1 - Energies : Elles sont distribuées comme les valeurs propres d'une matrice dont les éléments sont aléatoires [Po 65] (*). Il apparaît que la distribution de $D_\lambda = E_{\lambda+1} - E_\lambda$ est très bien décrite par la loi de Wigner :

$$p(x) = \frac{\pi}{2} x e^{-\frac{\pi}{4} x^2} \quad x = \frac{D}{D}$$

approximation souvent utilisée pour générer les énergies. Mais cette méthode simplifiée néglige les corrélations entre E_λ .

Prenant en compte ces corrélations, la méthode exacte (valeurs propres) réduit la dispersion sur le nombre de résonances dans une zone ΔE , et donc sur $\langle \sigma(\Delta E) \rangle$, et sur $F(\Delta E)$ (Tableau 1).

Tableau 1. Dispersion théorique δN du nombre N de niveaux

| \bar{N} , nombre moyen de niveaux | 25 | 50 | 100 |
|--|------|------|------|
| δN , loi de Wigner | 2.61 | 3.70 | 5.23 |
| δN , valeurs propres d'un ensemble G.O.E.(+) | 1.05 | 1.11 | 1.17 |

* mieux : distribués suivant des lois normales. Cette distribution normale, que nous avons utilisée, n'est sans doute pas strictement nécessaire [Po 60].

+ G.O.E.: Gaussian Orthogonal Ensemble, cf [Dy 62].

En pratique, pour $\bar{N} = 25$, nous avons observé lors de tirages par Monte-Carlo :

- loi de Wigner $\delta N = 2.90 \pm 0.15$

- valeurs propres d'un G.O.E. $\delta N = 1.075 \pm 0.031$

en bon accord avec les prévisions théoriques.

Afin de ne pas avoir à calculer les valeurs propres d'une matrice à chaque tirage, nous avons constitué un tableau de 608 énergies dans lesquels nous prenons, aléatoirement, les énergies de l'échantillon à générer.

2.2 - Largeurs partielles : Chaque largeur partielle élémentaire (correspondant à 1 voie de réaction) est distribuée suivant une loi en χ^2 à 1 degré de liberté (loi de Porter et Thomas). Une largeur neutronique partielle, composée d'une seule largeur élémentaire, ou quelques fois de 2 (alors égales en moyenne), est distribuée suivant une loi en χ^2 à 1 ou 2 degrés de liberté.

La situation n'est pas aussi simple pour les autres largeurs partielles (capture, fission, ...) qui sont généralement composées de plusieurs largeurs élémentaires de moyennes inégales. La description par une loi en χ^2 n'est alors qu'une approximation, qui doit avant tout conserver la variance ($= 2/\nu$). Lorsque le nombre de voies est grand (cas de la capture) la loi en χ^2 peut être remplacée par la gaussienne donnant la même variance. Des perfectionnements sont possibles : par exemple, décrire Γ_γ par la somme d'une constante (contribution d'un très grand nombre de voies ayant chacune une faible largeur élémentaire: très peu de fluctuations), et d'une partie fluctuante, décrite par une loi en χ^2 à faible nombre de degrés de liberté (5 à 10 : cette seconde composante représentant la contribution des 10-20 plus grandes largeurs partielles élémentaires). Mais d'une part aucune bibliothèque de données ne permet la présentation de ces informations, d'autre part on ignore les conséquences pratiques qui résulteraient d'une prise en compte plus exacte de l'information nucléaire dans ce domaine.

3 - LA METHODE DE CALCUL

L'organigramme des sous-programmes utilisés est donné par la figure 1 : d'un cas à l'autre, seuls changent les sous-programmes générant les jeux de paramètres. Des erreurs éventuelles auront donc le même effet dans tous les cas.

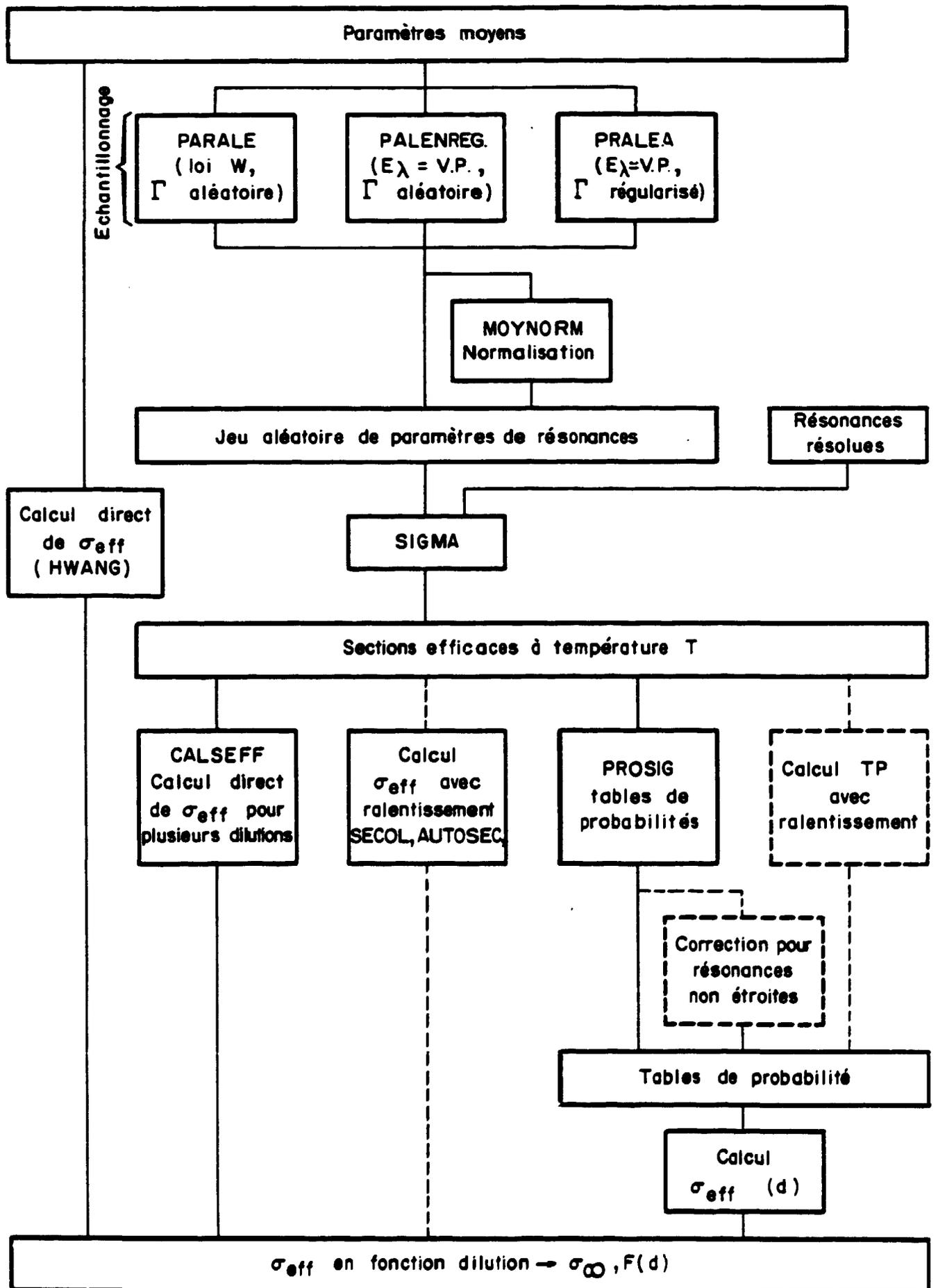


Figure 1 - Organigramme des S.P. de calcul de σ effectif.

La précision numérique est limitée par la finesse du maillage. Les calculs peuvent être effectués avec plusieurs précisions (faibles, moyenne, grande) : nous avons travaillé avec la précision "moyenne". La comparaison avec des calculs plus précis a permis de déterminer :

$$\epsilon = x(\text{précision moyenne}) - x(\text{exact})$$

La valeur moyenne de ϵ et sa dispersion autour de cette moyenne sont donnés pour σ_{eff} dans le tableau 2.

Tableau 2.- Erreur relative sur σ_{eff} en fonction de la dilution (en 10^{-3})

| Dilution (barns) | 1 | 20 | 500 | ∞ |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Capture | $-,60 \pm ,055$ | $-,36 \pm ,053$ | $-,18 \pm ,020$ | $-,13 \pm ,018$ |
| Diffusion | $-,19 \pm ,056$ | $-,12 \pm ,023$ | $-,09 \pm ,035$ | $-,08 \pm ,022$ |

Il apparait que les calculs avec la précision "moyenne" induisent :

- un biais sur σ_{eff} compris entre -6.10^{-4} et -1.10^{-4} (donc inférieur à -5.10^{-4} pour F) ,
- une dispersion moyenne inférieure ou égale à $0,56.10^{-4}$.

Cela signifie que les valeurs des sections efficaces effectives que nous calculons doivent être majorées de 1 à 6.10^{-4} ; mais ce biais s'élimine lors de la comparaison des résultats obtenus à partir de jeux différents de paramètres. Seule subsistera la dispersion qui, dans la comparaison de 2 résultats, sera en moyenne inférieure ou égale à :

$$\sqrt{2} * 0.56 \cdot 10^{-4} = 0.8 \cdot 10^{-4}$$

4 - METHODES DE REDUCTION DE LA DISPERSION

Le gros inconvénient des calculs impliquant un échantillonnage par Monte Carlo est, bien sûr, la dispersion des résultats. Comment le réduire ?

4.1 - En améliorant la statistique : i.e. en prenant plusieurs échantillons. Cette méthode, lourde mais sûre, sera la référence.

4.2 - En "normalisant" l'échantillon généré : Par exemple, dans le cas de la largeur neutronique, qui présente le plus de fluctuations, on génère N valeurs $\Gamma_{n_i}^0$ ayant une moyenne $\langle \Gamma_n^0 \rangle$ différente de la vraie valeur Γ_n^0 . Si on multiplie chaque largeur partielle par $k = \Gamma_n^0 / \langle \Gamma_n^0 \rangle$, on obtient un nouveau jeu de largeurs $\Gamma_{n_i}^{0'}$ tel que $\langle \Gamma_n^{0'} \rangle = \Gamma_n^0$. On peut espérer que cela donnera moins de dispersion des sections efficaces, et donc de l'autoprotection.

Le même processus peut être appliqué à une section partielle, caractérisée par :

$$\left\langle \frac{\Gamma_n \Gamma_x}{\Gamma} \right\rangle$$

les Γ_{x_i} seront normalisés (par itération, car ils interviennent dans Γ_i) jusqu'à ce que cette moyenne soit égale à la vraie valeur.

4.3 - En "sélectionnant" les jeux de paramètres : On ne retiendra, pour les calculs, que ceux ayant certaines propriétés, par exemple :

$$\begin{array}{rcccl} 0.9 \frac{\Gamma_n^0}{\sigma_c} & < & \langle \Gamma_{n_i}^0 \rangle & < & 1.1 \frac{\Gamma_n^0}{\sigma_c} \\ 0.95 \frac{\sigma_c}{\sigma_c} & < & \langle \sigma_c \rangle & < & 1.05 \frac{\sigma_c}{\sigma_c} \end{array}$$

(conditions de sélection du programme TIMS [Ta 80]).

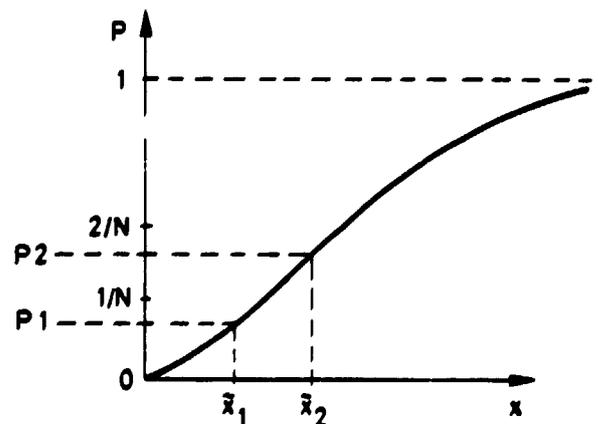
Les méthodes 2 et 3 introduisent forcément un biais : il faut connaître son importance.

4.4 - En régularisant le tirage : au lieu de tirer N nombres aléatoires sur l'intervalle de probabilité 0.-1., on divise cet intervalle en N sous-intervalles de probabilités :

$$(0., 1/N), (1/N, 2/N), (2/N, 3/N), \dots ((N-1)/N, 1.)$$

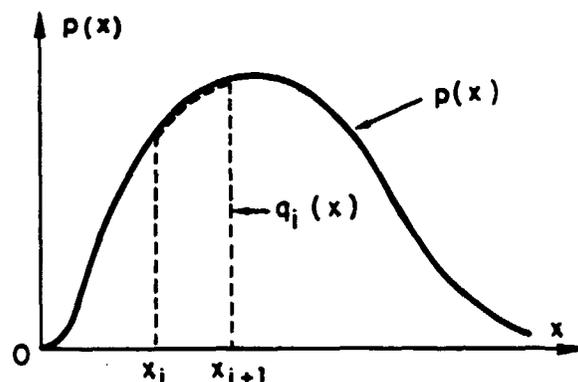
et on tire un nombre aléatoire P_i dans chaque sous-intervalle : d'où une valeur \tilde{x}_i de x, comprise entre x_i et x_{i+1} . Cette méthode, classique en statistique, régularise la distribution du paramètre x sans introduire de biais sur $f(x)$ quelle que soit cette fonction. On calcule en effet :

$$\sum_{i=1}^{i=N} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) p(x) dx$$



en introduisant $q_i(x)$, égale à $p(x)$ entre x_i et x_{i+1} , nulle partout ailleurs, et évidemment telle que $\sum q_i(x) = p(x)$, on a :

$$\begin{aligned} \sum_i \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) p(x) dx &= \sum_i \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) q_i(x) dx \\ &= \sum_i \int_0^{\infty} f(x) q_i(x) dx = \int_0^{\infty} f(x) \sum_i q_i(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} f(x) p(x) dx = \langle f(x) \rangle \end{aligned}$$



Nous avons comparé cette méthode, que nous utilisons depuis 1980, avec la méthode purement aléatoire pour vérifier l'absence de biais.

Remarque : Nous avons, dans le passé, envisagé d'autres méthodes de régularisation [Sa 81] :

. on prend \tilde{x}_i correspondant à la probabilité médiane de chaque sous intervalle :

$$p(\tilde{x}_i) = (2i+1)/N$$

Cette méthode ne donne pas de dispersion, mais un biais sur $\langle x \rangle$ et sur $\langle f(x) \rangle$.

. On prend la valeur moyenne de x dans chaque sous-intervalle, i.e. \tilde{x}_i tel que :

$$\tilde{x}_i = \bar{x}_i = \frac{\int_{x_i}^{x_{i+1}} x p(x) dx}{\int_{x_i}^{x_{i+1}} p(x) dx}$$

Cette méthode ne donne pas de dispersion, pas de biais sur $\langle x \rangle$ mais un biais sur $\langle f(x) \rangle$.

Nous avons préféré la méthode "régularisée" afin d'éviter tout biais.

Remarque : En pratique on n'appliquera la méthode "régularisée" qu'aux largeurs partielles, car l'utilisation des valeurs propres d'une matrice aléatoire constitue la régularisation à apporter aux espacements ; l'application de la méthode de régularisation précédente à la loi de Wigner, qui est parfaitement envisageable, diminuerait bien la fluctuation du nombre N de résonances sur l'intervalle ΔE , mais serait une erreur au point de vue nucléaire (il n'y aurait pas de prise en compte des corrélations entre espacements), et la régularisation ainsi obtenue ne serait pas meilleure que celle résultant de la loi nucléaire.

5 - LES SOUS-PROGRAMMES DE GENERATIONS DES JEUX DE PARAMETRES

Le tableau 3 présente les 3 sous-programmes essayés.

Tableau 3.- Sous-programmes de génération des jeux de paramètres de résonance.

| Sous-programme | PARALE | PALENREG | PRALEA |
|---|--|--|--|
| Energies | D_λ d'après loi de Wigner | E_λ d'après valeurs propres de matrice aléatoire | |
| Largeurs partielles | D'après probabilités sur intervalle 0.-1. | | régularisée : N sous intervalles |
| Statut de la méthode | la plus utilisée mondialement | Référence, car la plus proche de la réalité nucléaire | était préconisée à SACLAY avec normalisation |
| Essais comparatifs | Calculs pour 25 résonances sur l'intervalle 4250-4750 eV (238 U, résonances 1 = 0) | | |
| Sans normalisation | 1600 jeux | 1600 jeux | 1600 jeux |
| avec normalisation | 400 jeux | 1600 jeux | 800 jeux |
| avec contrainte sur S_0 | | 400 jeux | |
| avec contrainte sur S_0 et $\langle \sigma_c \rangle$ | | 400 jeux | |

Les valeurs des facteurs d'autoprotection F_d que nous donnons sont :

$$F_d = \langle \sigma_{d,eff,j} \rangle / \langle \sigma_{\infty,j} \rangle$$

la moyenne étant prise sur les jeux j , la moyenne des $F_{d,j} = \sigma_{d,eff,j} / \sigma_{\infty,j}$ est biaisée. Par contre, la dispersion et la précision sur F sont calculées à partir de $F_{d,j}$ (voir § 12).

6 - COMPARAISON DES 3 METHODES (SANS NORMALISATION)

Ces résultats sont donnés dans le tableau 4 (les 3 premières colonnes) : valeurs de σ_{∞} ou de $F(d)$, avec l'erreur et la dispersion pour ~ 25 résonances.

Toutes les valeurs de σ_{∞} et de F sont compatibles entre elles. Le plus grand écart est entre PARALE et PRALEA pour F (diffusion, 1 barn) : la différence représente 2.5 écarts type.

Les dispersions de PALENREG sont un peu inférieures à celles de PARALE : cela est normal, puisque la distribution des énergies est "régularisée" dans PALENREG.

Les dispersions de PRALEA sont de 2.2 à 5 fois plus faibles que celles de PALENREG : effet très bénéfique de la "régularisation" de la distribution des Γ_n^0 .

Il faut souligner qu'il si on s'attend bien à l'absence de biais entre PALENREG et PRALEA, (§ 4), il n'y a pas d'argument théorique pour dire que PARALE ne présente pas de biais (génération des énergies non conformes au modèle nucléaire) : ces calculs montrent que ce biais, s'il existe, est inférieur à $2.5 \cdot 10^{-3}$.

7 - EFFET DE LA NORMALISATION

Les résultats avec normalisation sont donnés dans les colonnes 4 et 5 du tableau 4 : valeurs de σ_{∞} ou de $F(d)$ avec l'erreur et la dispersion pour ~ 25 résonances.

Il apparaît que pour PALENREG, la normalisation des Γ_n^0 diminue la dispersion (et donc l'erreur statistique) d'un facteur 1.5 à 10 (surtout pour la diffusion). Mais elle introduit un biais : les résultats de la colonne 4 ne sont pas compatibles avec ceux de la colonne 3 (les plus précis sans normalisation). Le tableau 5, établi par comparaison des résultats de PALENREG avec et sans normalisation, donne des valeurs de ce biais.

Dans le cas de PRALEA l'effet de la normalisation est très faible sur F et sur σ_{∞} , et ne permet pas de mettre un biais en évidence. Par contre la dispersion est réduite d'un facteur 3 pour la diffusion, mais toujours augmentée (jusqu'à un facteur 1,5) pour la capture.

Tableau 4.- Résultats des calculs avec et sans normalisation : valeurs de σ_{∞} (en barns) ou de F_d + erreur (+dispersion).

| | | PARALE | PALENREG | PRALEA | PALENREG | PRALEA |
|----------------------------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | | 1600 cas | 1600 cas | 1600 cas | 1600 cas | 800 cas |
| | | sans normalisation | | | avec normalisation | |
| CAPTURE F pour $\sigma_d =$ | σ_{∞} | .6701 + .0026 (+ .104) | .6724 + .0018 (+ .074) | .6689 + .0007 (+ .030) | .6786 + .0014 (+ .056) | .6658 + .0009 (+ .026) |
| | 500 | .9468 + .00027 (+ .0107) | .9407 + .00026 (+ .0105) | .9407 + .00005 (+ .0021) | .9406 + .00012 (+ .0045) | .9405 + .00010 (+ .0028) |
| | 100 | .8069 + .00068 (+ .027) | .8065 + .00067 (+ .027) | .8067 + .00013 (+ .0050) | .8057 + .00034 (+ .014) | .8063 + .00027 (+ .0077) |
| | 20 | .6060 + .00096 (+ .038) | .6079 + .00094 (+ .038) | .6078 + .00020 (+ .0081) | .6058 + .00055 (+ .022) | .6074 + .00042 (+ .012) |
| | 5 | .4872 + .0010 (+ .039) | .4873 + .00098 (+ .039) | .4869 + .00025 (+ .0101) | .4849 + .00060 (+ .024) | .4866 + .00047 (+ .013) |
| | 1 | .4320 + .0010 (+ .040) | .4321 + .00099 (+ .039) | .4316 + .00030 (+ .0119) | .4299 + .00058 (+ .023) | .4315 + .00048 (+ .014) |
| DIFFUSION F pour $\sigma_d =$ | σ_{∞} | 16.087 + .045 (+ 1.81) | 16.139 + .043 (+ 1.73) | 16.101 + .014 (+ .55) | 16.093 + .0041 (+ .163) | 16.097 + .006 (+ .17) |
| | 500 | .9575 + .00039 (+ .0157) | .9568 + .00039 (+ .0157) | .9565 + .00018 (+ .0073) | .9584 + .00016 (+ .0063) | .9566 + .00012 (+ .0033) |
| | 100 | .8765 + .00097 (+ .039) | .8744 + .00096 (+ .038) | .8742 + .00036 (+ .014) | .8772 + .00029 (+ .012) | .8740 + .00019 (+ .0054) |
| | 20 | .7781 + .0015 (+ .060) | .7742 + .0015 (+ .059) | .7744 + .0005 (+ .019) | .7773 + .00031 (+ .012) | .7740 + .00019 (+ .0055) |
| | 5 | .7202 + .0018 (+ .072) | .7155 + .0018 (+ .070) | .7157 + .0006 (+ .023) | .7189 + .00033 (+ .013) | .7153 + .00023 (+ .0065) |
| | 1 | .6867 + .0020 (+ .082) | .6817 + .0020 (+ .080) | .6814 + .0007 (+ .029) | .6859 + .00042 (+ .017) | .6810 + .00034 (+ .0097) |

Tableau 5.- Biais introduit par la normalisation des largeurs neutroniques dans PALENREG.

$$\text{Biais} = \frac{F(\text{approché}) - F(\text{exact})}{F(\text{exact})} \text{ et erreur, en } 10^{-3}$$

| Dilution (barn) | 1 | 5 | 20 | 100 | 500 |
|-----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| Capture | -5,1 _{+1,2} | -4,9 _{+1,0} | -3,5 _{+0,8} | -1,0 _{+0,4} | -0,1 _{+0,15} |
| Diffusion | +6,2 _{+1,6} | +4,8 _{+1,3} | +4,0 _{+1,0} | +3,2 _{+0,6} | +1,6 _{+0,2} |

Comme il est probable que la "normalisation" des Γ_n^0 apporte un petit biais dans le cas de PRALEA, alors qu'elle n'améliore pas la qualité des résultats, nous avons décidé de la proscrire.

8 - AMELIORATION DE LA DISPERSION PAR SELECTION DES ECHANTILLONS

Nous avons travaillé avec PALENREG, en prenant 800 cas de 25 résonances, pour 2 contraintes différentes.

8.1 - Contrainte $\pm 5\%$ sur $\langle \Gamma_n^0 \rangle$

C'est-à-dire ne sont retenus que les jeux tels que :

$$0.001993 < \langle \Gamma_n^0 \rangle < 0.0022028 \text{ eV}$$

Les résultats sont donnés dans le tableau 6, colonne 1. Il apparaît :

- par rapport à PALENREG sans contrainte, une diminution de la dispersion : d'un facteur 1.2 à 2.2 pour la capture, 1.2 à 5 pour la diffusion ; mais elle reste toujours supérieure à celle donnée par PRALEA.
- un biais incontestable pour la diffusion : pour $F(d = 500)$ l'écart avec PRALEA (colonne 3 du tableau 4) atteint 4.8 écart type. Ce biais est probable pour la capture : on atteint 2.9 écarts type pour $d = 5$. Le tableau 7 donne un ordre de grandeur de ce biais.

Tableau 6.- Résultats de calculs divers (voir texte) : valeurs de σ_{ω} (en barns) ou de $F_d \pm$ erreur (\pm dispersion).

| | PALENREG | | METHODE de HWANG | | | | PALENREG | PRALEA |
|----------------------------------|--|---|------------------|-------|-------|--------------|---|---|
| | Contrainte $\pm 5\%$ sur $\langle \Gamma_n^0 \rangle$ | Contrainte $\pm 10\%$ sur $\langle \Gamma_n^0 \rangle$ $\pm 5\%$ sur $\langle \frac{\Gamma_n \Gamma_Y}{\Gamma} \rangle$ | les 2 cor. | cor. | cor. | sans cor. | Contrainte $\pm 42\%$ à $\pm 58\%$ sur $\langle \Gamma^0 \rangle$ | $\overline{\Gamma_n^0} = 1.5 \overline{\Gamma_n}$ |
| CAPTURE F pour $\sigma_d =$ | σ_{ω} | .6761 \pm .0021 (+ .0590) | ← .6684 → | | | | .7299 \pm .0042 (+ .060) | .7285 \pm .0022 (+ .031) |
| | 500 | .9406 \pm .00017 (+ .0048) | .9402 | .9418 | .9400 | .9417 | .9268 \pm .0004 (+ .0056) | .9267 \pm .0002 (+ .0023) |
| | 100 | .8058 \pm .00048 (+ .0135) | .8096 | .8101 | .8087 | .8093 | .7750 \pm .0011 (+ .016) | .7744 \pm .0004 (+ .0054) |
| | 20 | .6056 \pm .00077 (+ .022) | .6121 | .6121 | .6127 | .6127 | .5688 \pm .0017 (+ .024) | .5677 \pm .0006 (+ .0089) |
| | 5 | .4844 \pm .00083 (+ .024) | .4870 | .4870 | .4963 | .4963 | .4478 \pm .0018 (+ .025) | .4469 \pm .0008 (+ .012) |
| | 1 | .4292 \pm .00081 (+ .023) | .4269 | .4269 | .4465 | .4465 | .3902 \pm .0017 (+ .024) | .3897 \pm .0010 (+ .015) |
| DIFFUSION F pour $\sigma_d =$ | σ_{ω} | 16.098 \pm .012 (+ .34) | ← 16.09 → | | | | 19.033 \pm .036 (+ .50) | 19.190 \pm .056 (+ .79) |
| | 500 | .9579 \pm .00023 (+ .0066) | .9559 | .9564 | .9594 | .9600 | .9321 \pm .0006 (+ .0083) | .9312 \pm .0006 (+ .0085) |
| | 100 | .8765 \pm .00044 (+ .0125) | .8725 | .8731 | .8850 | .8855 | .8154 \pm .0010 (+ .014) | .8139 \pm .0011 (+ .016) |
| | 20 | .7766 \pm .00051 (+ .0145) | .7688 | .7688 | .8021 | .8021 | .6859 \pm .0011 (+ .015) | .6844 \pm .0015 (+ .021) |
| | 5 | .7180 \pm .00058 (+ .0163) | .7032 | .7032 | .7635 | .7635 | .6100 \pm .0012 (+ .017) | .6067 \pm .0017 (+ .024) |
| | 1 | .6846 \pm .00070 (+ .0199) | .6637 | .6637 | .7490 | .7490 | .5607 \pm .0016 (+ .022) | .5597 \pm .0021 (+ .030) |

Tableau 7.- Biais introduit par une contrainte ± 5 sur Γ_n^0 (en 10^{-3})

$$\text{Biais} = \frac{\text{Valeur calculée} - \text{Valeur référence}}{\text{Valeur référence (non biaisée)}} \text{ et erreur, (en } 10^{-3}\text{)}$$

| Dilution (barns) | 1 | 5 | 20 | 100 | 500 |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Capture | -5,6 \pm 2,0 | -5,1 \pm 1,8 | -3,6 \pm 1,3 | -1,1 \pm 0,6 | -0,1 \pm 0,2 |
| Diffusion | +4,7 \pm 1,5 | +3,2 \pm 1,2 | +2,8 \pm 0,9 | +2,6 \pm 0,7 | +1,5 \pm 0,3 |

8.2 - Contraintes simultanées

± 10 % sur $\langle \Gamma_n^0 \rangle$

+ 5 % sur $\langle \sigma_c \rangle$ (en fait, sur $\langle \Gamma_n \Gamma_\gamma / \Gamma \rangle$).

Les résultats sont donnés dans le tableau 6, colonne 2. Ils sont très semblables aux précédents : il faut seulement noter que la dispersion est plus faible sur $\langle \sigma_c \rangle$, et plus grande sur $\langle \sigma_n \rangle$, ce qui est normal puisque l'on introduit une contrainte sur $\overline{\sigma_c}$, alors que l'on élargit celle sur Γ_n^0 .

Comme précédemment, il apparait un biais sur les valeurs moyennes de F (tableau 8)

Tableau 8.- Biais introduit par les 2 contraintes simultanées :

± 10 % sur Γ_n^0

± 5 % sur $\overline{\sigma_c}$

$$\text{Biais} = \frac{F \text{ calculé} - F \text{ référence}}{F \text{ référence (non biaisé)}} \text{ et erreur, en } 10^{-3}$$

| Dilution (barns) | 1 | 5 | 20 | 100 | 500 |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Capture | -3,5 \pm 2,3 | -3,9 \pm 1,8 | -3,3 \pm 1,3 | -1,6 \pm 0,6 | -0,4 \pm 0,2 |
| Diffusion | +5,1 \pm 1,5 | +3,5 \pm 1,2 | +2,7 \pm 1,0 | +2,5 \pm 0,6 | +1,5 \pm 0,3 |

Cette seconde contrainte est à très peu près celle proposée par les Japonais [Ta 80].

Conclusions : L'imposition d'une contrainte sur une moyenne réduit la dispersion (moins que PRALEA) mais introduit un biais négatif pour la capture, positif pour la diffusion, de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3}$ pour une dilution de 20 barns dans le cas des résonances "s" du ^{238}U à 4.5 keV.

9 - DEPENDANCE DE LA PRECISION AVEC LE NOMBRE DE NIVEAUX

La réponse est simple pour PALENRE : la précision varie comme $1/\sqrt{N}$, N étant le nombre de résonances dans l'intervalle E étudié. On peut s'attendre à ce que la précision s'améliore beaucoup plus vite dans une méthode régularisée.

9.1 - Etude de la dispersion de $\langle \Gamma_n^0 \rangle$. Pour cela, nous avons procédé à des tirages aléatoires régularisés de N valeurs de Γ_n^0 : d'où, pour chaque jeu j , une valeur $\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle$. Nous avons étudié la distribution de ces valeurs $\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle$:

$$\text{variance} = \frac{1}{J} \sum_j (\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle - \overline{\Gamma_n^0})^2$$

$$M^{(3)} = \text{moment centré 3ème ordre} = \frac{1}{J} \sum_j (\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle - \overline{\Gamma_n^0})^3$$

$$M^{(4)} = \text{moment centré 4ème ordre} = \frac{1}{J} \sum_j (\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle - \overline{\Gamma_n^0})^4$$

Nous avons fait de même pour des jeux non régularisés (totalement aléatoires). Les résultats en sont présentés sur la figure 2.

9.1.1 - Distribution aléatoire de Γ_n^0 : Rappelons que, Γ_n^0 étant distribué suivant une loi en χ^2 à 1 degré de liberté, $\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle$ (aléatoire) doit être distribué suivant une loi en χ^2 à N degrés de libertés, laquelle tend vers une gaussienne.

C'est bien ce que l'on constate : pour $N > 10$, le moment vrai du 4ème ordre est indiscernable de la valeur théorique pour une gaussienne. De même, la décroissance plus rapide de $M^{(3)}$ est l'indice d'une symétrisation de la distribution de $\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle$, i.e. de la convergence vers une gaussienne.

9.1.2 - Distribution régularisée de Γ_n^0 : Au contraire, le tirage par la méthode régularisée montre :

- surtout, que l'écart type décroît comme $1/N$,
- mais aussi que le moment du 4ème ordre décroît comme $1/N^4$, comme le carré de la variance; celui du 3ème ordre comme $1/N^3$, montrant que l'asymétrie ne disparaît pas lorsque N augmente,
- que le rapport entre le moment du 4ème ordre et le carré de la variance est de 8,6 environ.

Ces 2 derniers éléments montrent que la distribution de $\langle \Gamma_{n,j}^0 \rangle$ ne tend pas vers une gaussienne mais est plus dispersée.

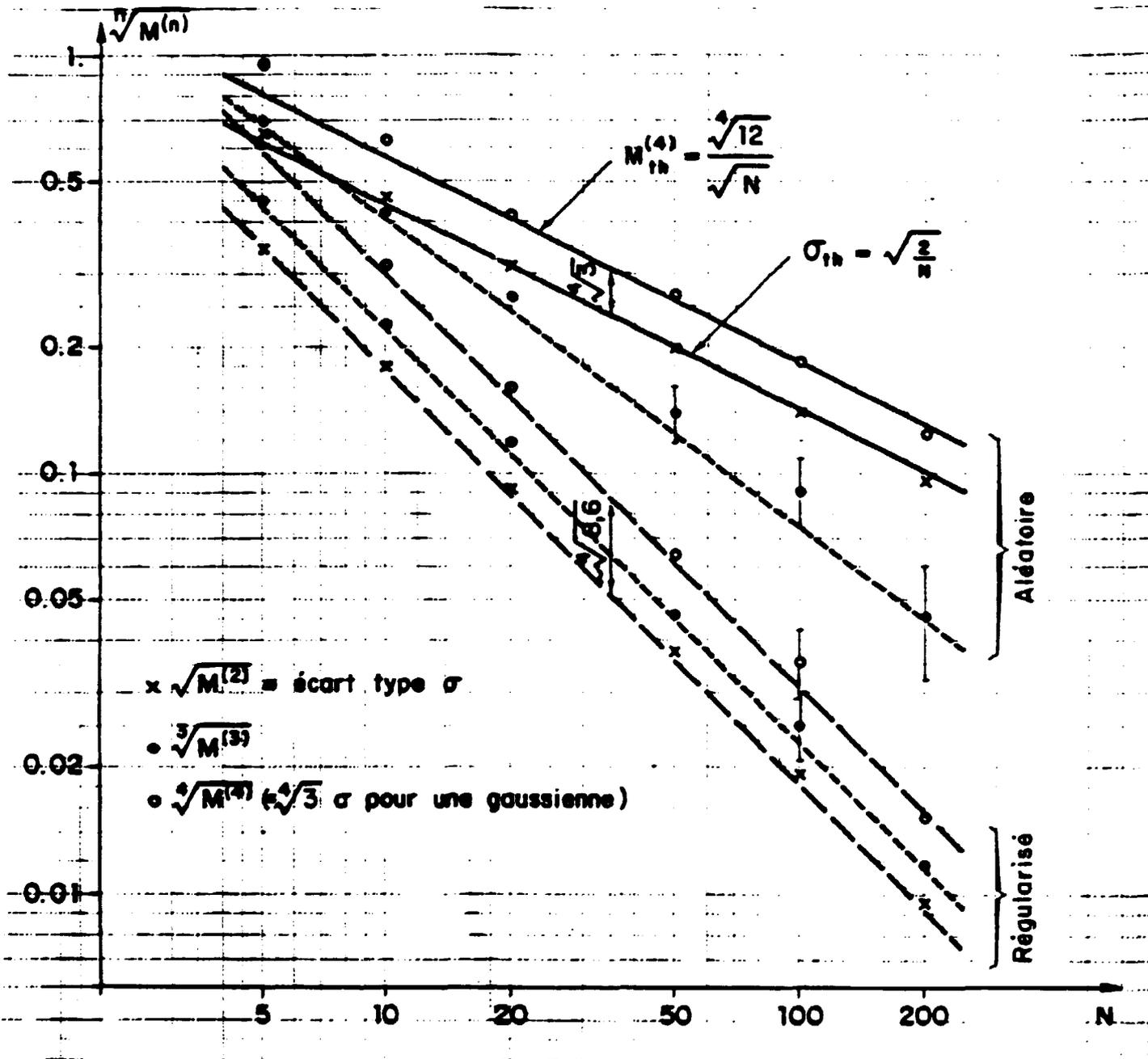


Figure 2 - Etude des moments centrés des distributions de $\langle \Gamma_n \rangle$ pour des échantillons de N valeurs de Γ_n^0 . Les 3 courbes supérieures correspondent à des tirages aléatoires, les 3 courbes inférieures à des tirages régularisés.

9.2 - Pour étudier la dispersion du facteur d'autoprotection avec tirage régularisé, nous avons passé :

400 cas avec 12,5 résonances ($\Delta E = 250$ eV),

200 cas avec 37,5 résonances ($\Delta E = 750$ eV),

200 cas avec 50 résonances ($\Delta E = 1000$ eV),

ces cas étant toujours centrés sur 4500 eV.

Les résultats - normalisés sur les dispersions pour $N = 25$ et moyennés sur les dilutions - sont représentés par la figure 3 : on constate que la dispersion varie comme $1/N$ pour la diffusion, un peu moins vite pour la capture. Ce résultat peut être qualitativement compris en remarquant que la section efficace de diffusion, $\sim 4\pi\lambda^2 \Gamma_{\lambda,n}^2 / \Gamma_{\lambda}$, est en première approximation indépendante de E_{λ} : σ_{eff} et donc l'autoprotection seront à peu près les mêmes quelle que soit la distribution des énergies (à $\Gamma_{n,\lambda}^0$ constants). Au contraire, $\sigma_{c,\lambda}$ varie comme $1/\sqrt{E_{\lambda}}$: la même largeur neutronique ne donnera pas le même effet à des énergies différentes, ce qui accroît la dispersion.

En conclusion, la précision due à une méthode régularisée varie comme $1/N$, sous réserve qu'il n'y ait pas d'autre facteur contribuant à la dispersion. Il faut prendre garde du fait que la fonction de la variable aléatoire est plus dispersée qu'une gaussienne.

10 - VARIATION DE F EN FONCTION DE ΔE

L'étude précédente permet ainsi de déterminer l'influence de ΔE sur F . Elle est faible, ainsi que le montre le tableau 9 : la variation maximum de F_c est de $8 \cdot 10^{-3}$ pour une dilution de 1 à 5 barns lorsque ΔE passe de 250 à 1000 eV. Les fluctuations observées de F en fonction de ΔE ne paraissent pas statistiquement significatives (figure 4).

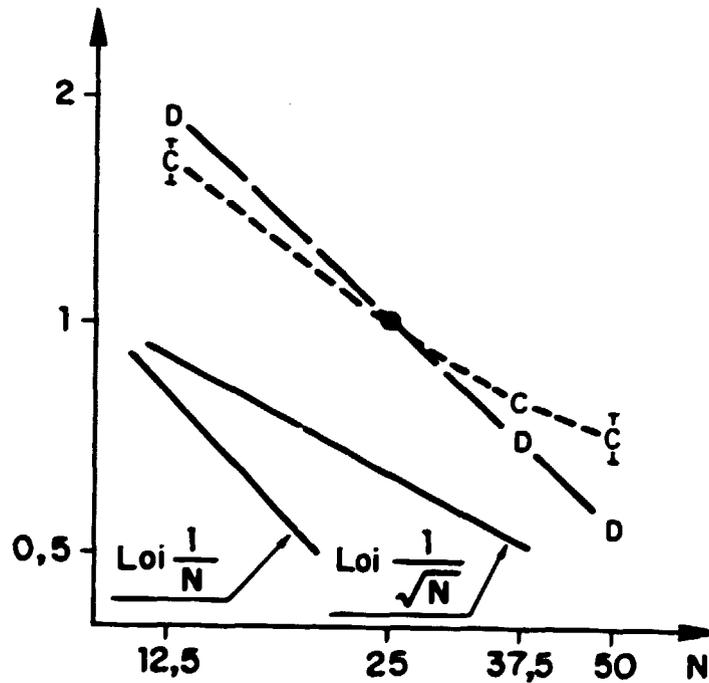


Figure 3

Dépendance relative de la dispersion de F avec le nombre de résonances prises en compte dans la méthode régularisée (PRALEA). Les valeurs portées (C pour capture, D pour diffusion) sont la moyenne des dispersions obtenues pour les dilutions 1,5,20,100 et 500 barns, après normalisation sur la dispersion obtenue pour $N = 25$.

Il apparaît que la dispersion pour la diffusion varie comme $1/N$, alors que pour la capture cette variation est intermédiaire entre les lois $1/N$ et $1/\sqrt{N}$.

Tableau 9.- Variation de F (4500 eV) avec la valeur de ΔE , domaine d'étude.

| | | Capture | | | | Diffusion | | | |
|-----------------|-----|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| ΔE (eV) | | 250 | 500 | 750 | 1000 | 250 | 500 | 750 | 1000 |
| F pour dilution | 500 | .9410 2 | .9407 1 | .9406 1 | .9403 1 | .9567 6 | .9565 2 | .9566 4 | .9564 3 |
| | 100 | .8076 4 | .8067 1 | .8066 1 | .8058 1 | .8746 13 | .8742 4 | .8742 7 | .8738 6 |
| | 20 | .6095 7 | .6078 2 | .6078 5 | .6074 4 | .7750 18 | .7744 5 | .7766 10 | .7739 7 |
| | 5 | .4887 8 | .4869 3 | .4871 8 | .4849 5 | .7164 22 | .7157 6 | .7159 11 | .7150 8 |
| | 1 | .4335 9 | .4316 3 | .4318 7 | .4299 5 | .6825 26 | .6814 7 | .6816 14 | .6805 11 |

11 - DEPENDANCE DE σ_{eff} ET DE F AVEC LA FONCTION DENSITE LOCALE

La valeur théorique de S_0 est : $1,05 \cdot 10^{-4}$.

Chaque jeu aléatoire donne une valeur expérimentale $\tilde{S}_0 = \langle \Gamma_n^0 \rangle / \langle D \rangle$ qui est distribuée aléatoirement autour de S_0 . Cela illustre ce qui se passe pour le noyau réel 238 U : dans tout intervalle de 500 eV, la valeur locale de \tilde{S}_0 (réel) est distribuée comme le \tilde{S}_0 calculé.

La figure 5 représente la distribution de σ_c et de F_c , pour une dilution de 20 barns. La statistique porte sur 200 résonances, le nombre de niveaux dans chaque intervalle de S_0 est donné dans le bas de la figure.

Cette figure montre que la dispersion de $\sigma_{c,eff}$ est beaucoup plus grande que celle de F_c , ce que nous savions déjà ; elle montre que $\langle \sigma_{c,eff} \rangle$ varie beaucoup moins avec \tilde{S}_0 que F_c , ce qui peut paraître paradoxal : si on pouvait exclure les valeurs extrêmes de \tilde{S}_0 , on pourrait en conclure que $\langle \sigma_{c,eff} \rangle$ est indépendant de \tilde{S}_0 , donc de l'échantillon. Mais rappelons que $\sigma_{c,eff}$ est très dispersé : 10 % (écart type) contre 3,2 % pour F_c .

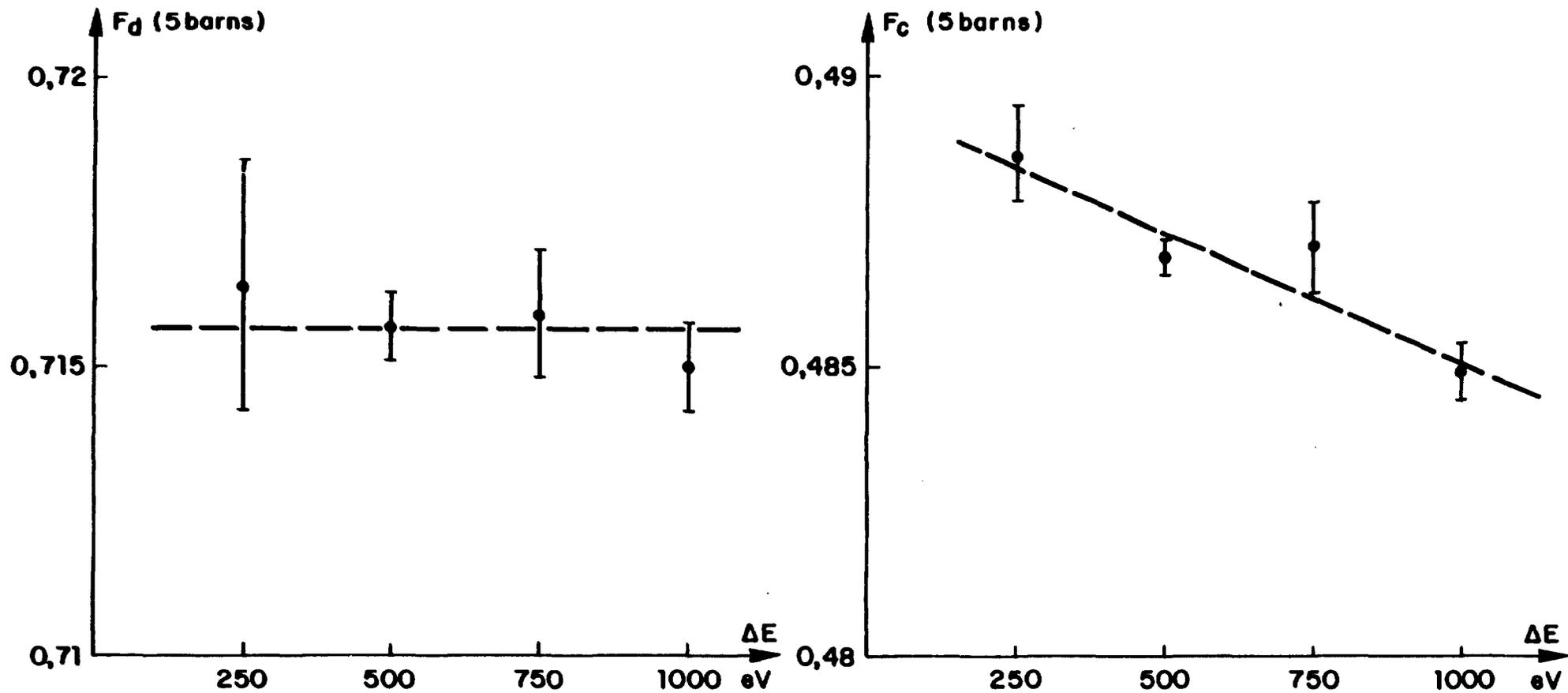


Figure 4 - Valeur de F pour une dilution de 5 barns en fonction de la largeur ΔE de la zone, centrée sur 4 500 eV.
(d : diffusion, c : capture)

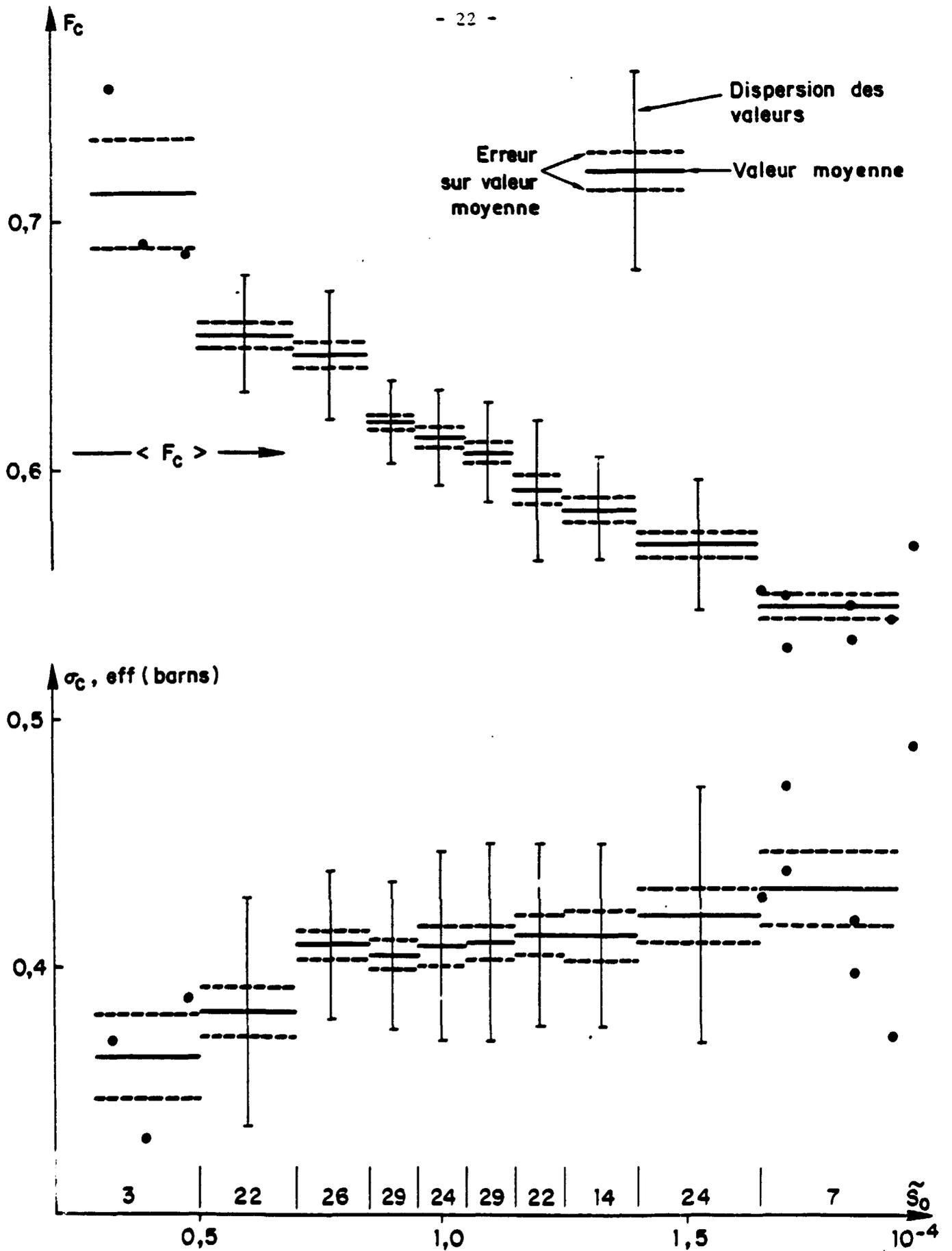


Figure 5 - Dépendance de F_c et de σ_c, eff (dilution 20 barns) en fonction de la valeur locale de S_0 .

12 - BIAIS INTRODUIT PAR LA MOYENNE DES $F_{d,j}$

Il est d'usage courant, lorsque l'on calcule plusieurs facteurs d'autoprotection pour échantillonnage, de prendre leur moyenne comme meilleure estimation de F_d . Mais cette moyenne est biaisée : comme c'est généralement le cas, le rapport des moyennes n'est pas égal à la moyenne des rapports. Le tableau 10 donne les valeurs du biais dans notre cas témoin (échantillons de 25 résonances de 238 U) avec le sous-programme PALENREG :

Tableau 10.- Biais introduit par le calcul de la moyenne des facteurs d'autoprotection :

$$\text{Biais} = \frac{\langle F_j \rangle - \langle \sigma_{d,j} \rangle / \langle \sigma_{\infty,j} \rangle}{\langle \sigma_{d,j} \rangle / \langle \sigma_{\infty,j} \rangle} \quad \text{et erreur, en } 10^{-3}$$

| Dilution (barns) | 1 | 5 | 20 | 100 | 500 |
|------------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| Capture | 5,4 ± 0,4 | 4,6 ± 0,4 | 3,2 ± 0,3 | 1,5 ± 0,2 | 0,4 ± 0,1 |
| Diffusion | 12,1 ± 0,5 | 10,3 ± 0,4 | 7,8 ± 0,3 | 4,5 ± 0,2 | 1,6 ± 0,1 |

La dispersion du biais est égale à $\sqrt{8}$ fois l'erreur (car 8 séries de 200 échantillons) : ce biais fluctue relativement peu.

Les résultats ont été obtenus avec PALENREG : les biais correspondants avec PRALEA sont environ 5 fois plus faibles, par suite de la plus faible dispersion donnée par les méthodes régularisées.

Comme il est très facile de calculer le rapport des moyennes, il faut absolument utiliser cette méthode pour éviter tout problème, même avec PRALEA. Néanmoins nous estimerons la dispersion des résultats (et donc l'erreur sur la moyenne) d'après la dispersion des F_j .

13 - COMPARAISON AVEC D'AUTRES PROGRAMMES

Quelques résultats sont donnés ci-après, d'autres le seront dans l'exercice OCDE. Nous avons effectué des calculs avec deux programmes étrangers.

13.1 - Méthode analytique de HWANG [HW 73]

Un des buts de cette étude était de qualifier les méthodes analytiques. Nous avons essayé la plus réputée, sans doute la plus perfectionnée : celle de HWANG. Les résultats pour notre zone d'essai sont donnés dans le tableau 6, colonnes 3 à 6. D'autres le sont dans l'annexe 2 (*). Il apparaît :

- que la correction de recouvrement joue aux fortes dilutions, celle d'interférence aux faibles dilutions ;
- que, globalement, ces corrections améliorent l'accord avec les calculs par échantillonnage ;
- que cette méthode, pour des dilutions inférieures à 100 barns, donne souvent des erreurs supérieures au % (l'erreur dépendant du noyau, de la section efficace, de l'énergie et de la température) (voir figure 6).

Il est normal que ce programme donne de bons résultats pour les fortes dilutions : la section efficace utile se comporte alors comme quelques résonances isolées, bien séparées les unes des autres. Ce que l'on sait traiter analytiquement, c'est justement la résonance isolée, quelle que soit sa forme. Ce que l'on ne sait pas traiter, ce sont les recouvrements de résonances et les interférences entre résonances, qui n'ont un effet qu'aux faibles dilutions car les creux de section efficace ont alors une contribution relative à σ_{eff} importante.

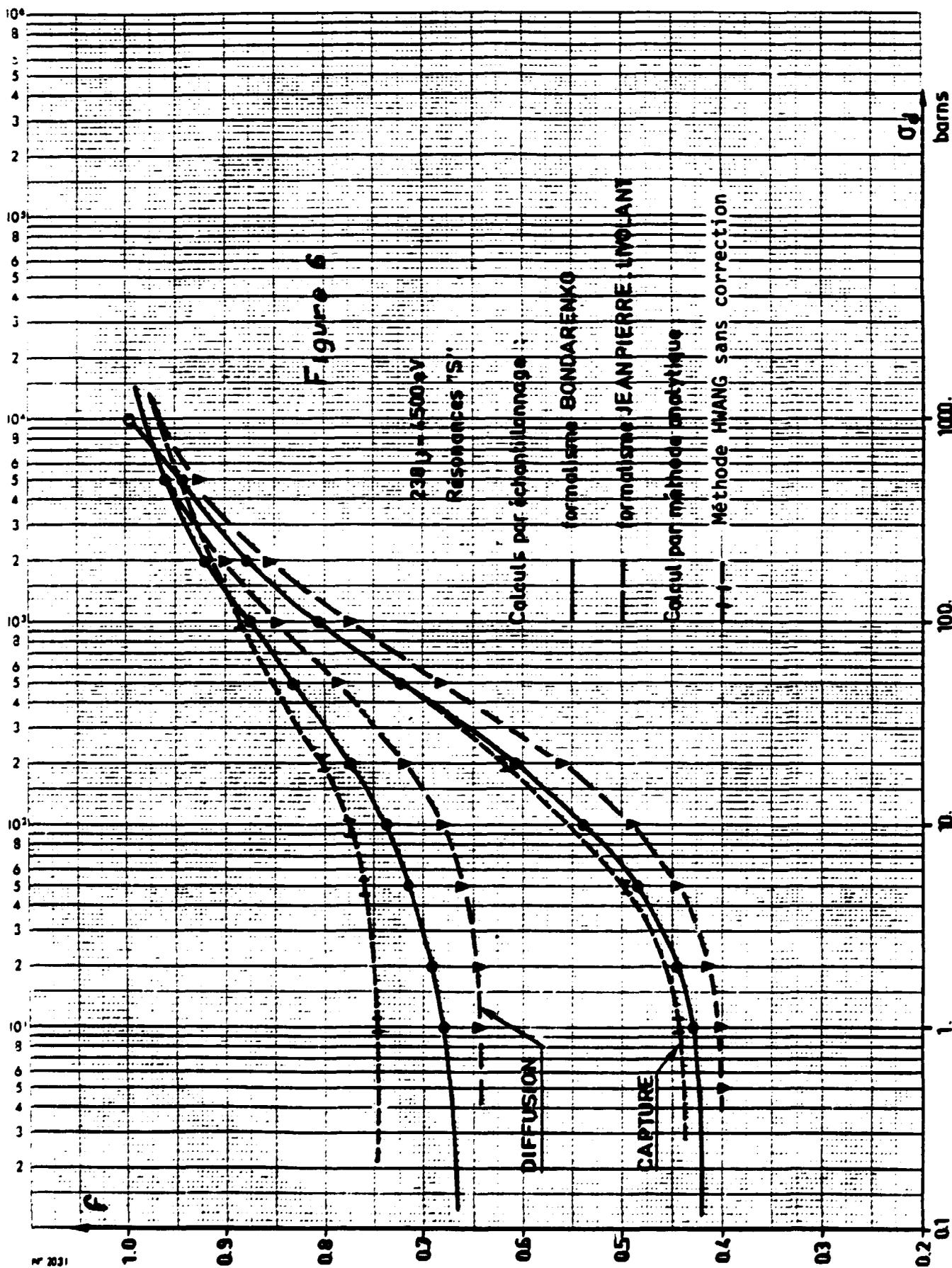
13.2 - Programme TIMS

La méthode utilisée par Tims est très voisine de celle exposée en 8.2. Profitant de la présence à Saclay de M. Takano (que nous remercions), nous avons pu faire passer un calcul dont les résultats sont donnés dans le tableau 11.

Tableau 11. - Résultats obtenus avec le programme TIMS.

| | | Capture | Diffusion |
|---------------------------|-----|---------|-----------|
| σ_{∞} (barns) | | .6683 | 16.09 |
| F pour dilution | 500 | .942 | .962 |
| | 100 | .810 | .886 |
| | 20 | .617 | .792 |
| | 5 | .499 | .740 |
| | 1 | .433 | .713 |

* Nous remercions J. ROWLANDS de nous avoir fait remarquer que la dilution, au sens de HWANG, comprend la section efficace potentielle de diffusion (cf. annexe 2).



Ces valeurs résultent d'un seul échantillon , elles sont compatibles avec les résultats de PALENREG avec une double contrainte (tableau 6, colonne 2) où l'on accepte les dispersions que nous déterminons. Rappelons que les Japonais estiment que de telles contraintes, pour un échantillon d'une cinquantaine de résonances, apportent une dispersion sur F inférieure à 10^{-3} - et donc cette précision pour un seul échantillon.

13.3 - Résultats de J.L. MUNOZ-COBOS, G. de SAUSSURE et R.B. PEREZ [Mu 82]

Ces auteurs donnent les valeurs de F à 4 keV pour le ^{238}U . Nous avons fait les calculs dans les mêmes conditions pour pouvoir comparer les résultats (tableau 12) : nous avons pris les mêmes valeurs des paramètres, sauf pour le rayon de diffusion (non publié par ces auteurs) pour lequel nous avons pris $R = 9,3981$ fm, valeur élevée due à une section efficace de diffusion résiduelle ("smooth cross section") importante.

Tableau 12. - Autoprotection pour le ^{238}U - Comparaison de ce travail et des résultats de MUNOZ-COBOS et alii.

| | | Capture | | Totale | |
|-----------------------------------|-----|-------------------|---------------|-----------------|-----------------|
| | | Ce travail | MUNOZ-COBOS | Ce travail | MUNOZ-COBOS |
| σ_0 | | 0.919 ± 0.015 | 0.926 | $17.43 \pm .21$ | 17.95 |
| T = 300 K F pour $\sigma_d =$ | 100 | $.826 \pm .002$ | $.83 \pm .02$ | $.874 \pm .005$ | $.87 \pm .01$ |
| | 10 | $.594 \pm .006$ | $.60 \pm .01$ | $.741 \pm .005$ | $.73 \pm .01$ |
| | 1 | $.504 \pm .008$ | $.52 \pm .01$ | $.686 \pm .008$ | $.68 \pm .01$ |
| T = 2000 K F pour $\sigma_d =$ | 100 | $.914 \pm .006$ | $.92 \pm .01$ | $.930 \pm .006$ | $.92 \pm .01$ |
| | 10 | $.745 \pm .012$ | $.76 \pm .01$ | $.817 \pm .007$ | $.81 \pm .01$ |
| | 1 | $.666 \pm .014$ | $.69 \pm .01$ | $.771 \pm .008$ | $.760 \pm .009$ |

Il y a bon accord. Nos résultats sont la moyenne de 4 échantillons de résonances sur 250 eV.

13.4 - Programme GRUCON [Si 83]

Il nous est connu par une traduction anglaise de l'original russe. Il s'agit d'une méthode analytique considérant 2 résonances et intégrant la fonctionnelle voulue entre ces 2 résonances et sur les probabilités.

L'auteur compare ses résultats à ceux de MUNOZ-COBOS et alii (voir § 13.3). Il y a parfait accord pour la capture. Pour la totale, il semble que la fonctionnelle calculée, et pour laquelle il y a accord, est celle que MUNOZ-COBOS et alii appellent "current-weighted total self shielding factor":

$$F'_c = \frac{1}{\int \sigma_t dE} \left[\frac{\int \frac{dE}{\sigma_t + d}}{\int \frac{dE}{(\sigma_t + d)^2}} - d \right]$$

L'élément important est qu'il n'apparaît pas de divergence même pour les très faibles dilutions, contrairement à la méthode de HWANG.

14 - INFLUENCE DU FORMALISME

Tous les calculs effectués appliquent le formalisme de Bondarenko :

$$\sigma_{x_{eff}} = \frac{\int \phi(E) \sigma_x(E) dE}{\int \phi(E) dE}$$

$$\phi(E) = \psi \varphi = E^\alpha \frac{1}{\sigma_t(E) + \sigma_d}$$

D'autres formalismes peuvent être utilisés dans l'hypothèse résonances étroites en particulier, à Saclay, celui de LIVOLANT et JEANPIERRE (Li 74) :

$$\sigma_{x_{eff}} = \int \varphi(E) \sigma_x(E) dE$$

$$\varphi(E) = \frac{\sigma_p + \sigma_d}{\sigma_t(E) + \sigma_d}$$

Les valeurs de $\sigma_{x_{\text{eff}}}$ définies par les 2 formalismes sont différentes, et donc aussi l'autoprotection. La figure 6 représente $F_c(d)$ pour ces 2 formalismes. Les facteurs d'autoprotection (et les sections effectives) calculés avec des formalismes différents ne peuvent être comparés ni échangés. Les flux ne sont pas les mêmes, les sections effectives non plus, mais les taux de réaction doivent être les mêmes.

15 - LE DOMAINE NON RESOLU OU PSEUDO-STATISTIQUE

Dans les bibliothèques de données évaluées, le domaine statistique commence juste après le domaine des résonances résolues - à 4.1 keV pour le ^{238}U , par exemple. Or la partie basse énergie de ce domaine "statistique" ne devrait pas être considérée comme telle parce que :

a) il y a peu de résonances dans chaque groupe et la dispersion (de $\langle \Gamma_n^0 \rangle$, de l'autoprotection, ...) sera importante. Par exemple, pour le ^{238}U , un groupe de 4100 à 6100 eV ($\Delta U = 0.4$) contient environ 100 résonances "s" ($l = 0$) et présente une dispersion de 3 % sur F_c (20 barns) : i.e. le F_c réel diffère de 3 % (écart type) du F_c moyen que l'on peut calculer en l'absence d'autre information.

Incidentement, il apparaît illusoire de vouloir calculer F à 0.3 % près : l'objectif assigné est irréaliste dans ce cas (*). Par contre, il faut maintenir l'exigence de 10^{-3} sur le biais.

b) quand on ne connaît rien sur les résonances (hormis la valeur moyenne des paramètres), on ne peut que les traiter statistiquement. Mais tel n'est pas le cas des groupes à basse énergie du domaine statistique : on dispose d'informations négligées dans les évaluations, souvent même des paramètres des plus grandes résonances.

Cela nous conduit à examiner deux aspects liés à l'existence de ces informations :

- elles sont en réalité très particulièrement prises en compte, sous forme d'une variation locale des paramètres moyens ;
- comment pourrait-on introduire et exploiter ces informations, quel en serait l'avantage ?

(*) Nous rejoignons et approuvons totalement une remarque de J. ROWLANDS.

15.1 - Pour tenir compte de ces informations les bibliothèques permettent de définir par exemple, une fonction densité locale :

$$\tilde{S}_0 = \langle \Gamma_n^0 \rangle / \langle D \rangle$$

$\langle D \rangle$ varie très peu : la variation de S_0 provient de celle des Γ_n^0 . Une forte valeur de \tilde{S}_0 , donc de $\langle \Gamma_n^0 \rangle$, signifie que la distribution des Γ_{n_i} contient fortuitement une forte proportion de grandes valeurs : la traiter comme une distribution de valeur moyenne $\tilde{\Gamma}_n^0 = \langle \Gamma_{n_i}^0 \rangle$ peut paraître mauvais.

Pour contrôler cela, nous avons supposé que $\tilde{\Gamma}_n^0 = 1.5 \Gamma_n^0$ (rappelons que l'écart type $\langle \Gamma_n^0 \rangle$ pour 25 résonances est égal à $\sqrt{2/25} = 28\%$) et avons calculé σ_{eff} et F par 2 méthodes :

- PALENREG, avec la contrainte

$$1.425 \overline{\Gamma_n^C} < \langle \Gamma_n^0 \rangle < 1.575 \overline{\Gamma_n^O}$$

- PRALEA, en prenant :

$$\overline{\Gamma_n^{O'}} = \tilde{\Gamma}_n^0 = 1.5 \overline{\Gamma_n^O}$$

Les résultats sont donnés dans le tableau 6, 2 dernières colonnes.

Les valeurs obtenues par les 2 méthodes (200 cas de ~ 25 résonances) sont compatibles entre elles, et très différentes de celles obtenues pour $\langle \Gamma_n^0 \rangle = \overline{\Gamma_n^O}$. De plus, la dispersion donnée par PRALEA est, là encore, plus faible que celle résultant de PALENREG.

En l'absence d'autres informations, il est donc possible (et recommandable) d'utiliser une méthode régularisée pour décrire les fluctuations locales de Γ_n^0 .

15.2 - Les plus grandes résonances ont été analysées ou pourraient l'être. Ce sont elles qui contribuent le plus à la dispersion des valeurs moyennes ; pour une distribution à $\nu = 1$ degré de liberté :

- les 10 % plus grandes résonances représentent :

$$44\% \text{ de } \overline{\Gamma_n^O}$$

$$73\% \text{ de la variance de la distribution de } \Gamma_n^0.$$

Pour un échantillon de 25 résonances, la variance de la distribution de $\langle \Gamma_n^0 \rangle$ est $2/25 = 0.08$, si les 10 % plus grandes résonances étaient

fixées (non soumises à tirage aléatoire), la dispersion de Γ_n^0 ne serait due qu'aux 90 % plus petites résonances et serait de 0.018 : la connaissance des 10 % plus grandes résonances réduirait la variance (et donc le nombre d'échantillons nécessaires) d'un facteur 4.5 (*).

D'où notre proposition : introduire explicitement entre le domaine résolu et le domaine statistique un domaine intermédiaire (ou non résolu, ou pseudo-statistique), où, outre les paramètres moyens, on définirait un seuil S :

- toutes les résonances dont $\Gamma_n^0 > S$ sont définies par leurs paramètres ;
- toutes les résonances dont $\Gamma_n^0 < S$ sont traitées statistiquement, i.e. que l'utilisateur devra générer un ou des jeux aléatoires de paramètres basés sur les paramètres moyens, avec une distribution tronquée pour Γ_n^0 .

Il en résulterait :

- des résultats plus exacts, car basés sur une vérité physique plus complète ;
- un temps de calcul moindre, puisqu'on aura besoin de moins d'échantillons.

CONCLUSION : RECOMMANDATIONS

Le calcul de l'autoprotection par des méthodes intégrales (telles la méthode de HWANG) ne peut être qu'approché ; il donne des résultats corrects aux fortes dilutions : à partir de 200 barns pour le ^{238}U à 300 K vers 4.5 keV. Cette limite dépend de 3 paramètres : noyau, température, énergie. Une telle méthode ne pourra être valablement utilisée qu'après contrôle par rapport à un calcul de Monte Carlo. Nous en déconseillons l'usage, sauf peut-être pour des noyaux secondaires fortement dilués. Il faut néanmoins noter le programme de SINITSA qui, si nous comprenons bien, donne des résultats corrects même pour de très faibles dilutions.

(* Remarque : Il faut noter que l'effet sur F ne serait pas aussi important : un facteur 2 sur la variance de F, peut-être.

Tout calcul basé sur la génération de jeux de paramètres de résonance doit proscrire les méthodes pouvant introduire un biais : normalisation des jeux de paramètres, sélection de jeux particuliers, moyenne de facteurs d'autoprotection ... Nous recommandons les méthodes régularisant les distributions, telles celle utilisée dans PRALEA : elles diminuent fortement la dispersion sans introduire de biais.

L'utilisation du même jeu de paramètres à différentes énergies pour un noyau donné doit également être proscrite : ce jeu ne peut être qu'un échantillon particulier, qui présentera une erreur aléatoire qui, reproduite à toutes énergies, deviendra systématique. L'échantillonnage est une opération peu coûteuse en temps qui, recommencée à chaque énergie, permet d'atteindre une moyenne statistique non biaisée. Il est suggéré que le générateur des nombres aléatoires soit fonction de (A, Z, E).

A partir du moment où on utilise une méthode régularisée, il est inutile de générer plus de résonances que n'en contient la zone que l'on traite : la dispersion physique réelle des paramètres de cette zone (cf. PALENREG) sera très supérieure à celle donnée par la méthode régularisée (cf. PRALEA), et une réduction de la dispersion calculée n'apporterait pratiquement rien à la diminution de l'écart REALITE-CALCUL. Donc, un seul échantillon régularisé suffit, on ne peut gagner sensiblement en précision en en tirant plusieurs.

La précision souhaitée (0,3 % sans biais) implique le traitement de 100 à 200 résonances "s" dans le cas du ^{238}U . On peut généraliser et estimer qu'à toute énergie, pour tout noyau, un échantillon régularisé de 100 à 200 moyennes ou grandes résonances (*) permettra d'obtenir cette précision et suffit.

A plus long terme le seul moyen d'accroître la précision (tout en diminuant le temps de calcul) est de donner les paramètres des plus grandes résonances (plus grands Γ_n^0) dans le domaine actuellement qualifié "statistique" ; le traitement en sera basé sur un seuil : les résonances au-dessus de ce seuil seront traitées individuellement (résonances résolues), le traitement en-dessous de ce seuil sera traité statistiquement.

(*) Nota: On peut essayer de préciser la notion de "petite résonance" : résonance dont $\Gamma_n < 0.1 \bar{\Gamma}_n (l=0)$. La plupart des résonances "p" seront petites à 3-5 keV, moyennes à 30-50 keV.

Sur un plan plus pratique, il faut noter que l'on peut gagner sensiblement en temps de calcul en faisant :

- un calcul à faible précision sur toutes les résonances, calcul dont le résultat (biaisé) sera corrigé d'après

- un calcul fait à faible et à grande précision sur quelques résonances.

Avec de telles méthodes, le coût des calculs de $\sigma_{\text{eff}}(E,T)$ par des méthodes de Monte Carlo, ne devrait pas être prohibitif. Il reste maintenant à y inclure la prise en compte du ralentissement réel (résonances non étroites).

ANNEXE - L'EXERCICE OCDE

Cet exercice concerne 3 noyaux : ^{238}U , ^{239}Pu , ^{235}U . Nous n'avons traité que les 2 premiers. Les résultats de la comparaison seront donnés par ailleurs [N° 85]. Nous donnons, ci-après, nos résultats et les méthodes utilisées.

CAS TEST 238 U

Nous rappelons les données :

- ^{238}U , $A = 236.006$, résonances "s" seulement
- $\Delta E = 2034.7$ à 3354.6 eV
- $\bar{D} = 20$ eV $\overline{\Gamma}_n^0 = 0.0022$ eV $\Gamma_\gamma = 0.0235$ eV.
- Spectre (sources) en $1/E$

Quatre calculs préliminaires, en précision 1, 2, 3, ont été passés pour déterminer les biais dus à l'utilisation de la précision 2 dans les calculs (tableau A.1) :

Tableau A.1.- Corrections à apporter aux résultats du calcul en précision 2.

| Dilution | | 1 | 10 | 100 | 1000 | |
|------------------------------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\delta F / \delta \sigma_3$ | Diffusion | +0.00011 | +0.00007 | +0.00004 | 0 | +0.0017 |
| | Capture | +0.00023 | +0.00019 | +0.00009 | +0.00001 | +0.00022 |

La précision sur ces valeurs est, par exemple :

$$\delta \sigma_{d,\infty} = +.0017 \pm .0001$$

$$\delta F_{c,10} = +.00019 \pm .00001$$

Seize calculs en précision 2 ont donné les résultats reportés dans le tableau A.2 (temps de calcul : 41 secondes sur CRAY XMP).

Tableau A.2. - Valeurs de σ_{∞} et de F pour le 238 U

| | Diffusion | Capture |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| σ_{∞} | 18.23 \pm .12 | 1.095 \pm .007 |
| 1000 | .9501 \pm .0012 | .9402 \pm .0007 |
| 500 | .9158 \pm .0018 | .8944 \pm .0010 |
| 200 | .8523 \pm .0024 | .7993 \pm .0015 |
| 100 | .7970 \pm .0027 | .7046 \pm .0018 |
| 50 | .7435 \pm .0029 | .6023 \pm .0019 |
| 20 | .6844 \pm .0030 | .4807 \pm .0018 |
| 10 | .6504 \pm .0031 | .4118 \pm .0017 |
| 5 | .6246 \pm .0033 | .3651 \pm .0015 |
| 2 | .6004 \pm .0035 | .3301 \pm .0014 |
| 1 | .5879 \pm .0036 | .3166 \pm .0013 |

CAS TEST 239 Pu

Les données en sont :

- 239 Pu, A = 236.999, résonances s, I = 1/2

- $\Delta E = 275.36$ à 454.00 eV

- J = 0 : $\bar{D} = 8.2$ eV $\Gamma_n^0 = 0.000849$ eV $\Gamma_{\gamma} = 0.0407$ eV,

$\Gamma_f = 2.495$ eV, $\nu_f = 2$

- J = 1 : $\bar{D} = 2.86$ eV $\Gamma_n^0 = 0.000283$ eV $\Gamma_{\gamma} = 0.0462$ eV,

$\Gamma_f = 0.036$ eV, $\nu_f = 1$

- spectre (sources) en 1/E.

Cinquante calculs ont été effectués en précision 1 (durée : 74 s sur un CRAY-XMP). Auparavant les calculs avaient été effectués avec les précisions 1 (faible), 2 (moyenne), 3 (grande), pour définir les corrections à appliquer. Celles-ci sont données dans le tableau A.3.

Tableau A.3.- Corrections à appliquer avec résultats des calculs en précision 1.

| Dilution | 1 | 10 | 100 | 1000 | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Diffusion | +0.00015 | +0.00011 | +0.00005 | +0.00000 | +0.0013 |
| Capture | +0.00069 | +0.00056 | +0.00023 | +0.00002 | +0.0034 |
| Fission | +0.00040 | +0.00027 | +0.00004 | -0.00001 | -0.00058 |

Ces corrections sont affectées d'une certaine dispersion ; par exemple :

$$\delta\sigma_{c,\infty} = + 0.0034 \pm .0008$$

$$\delta F_{c,1} = + 0.00069 \pm .00004$$

Mais, en les appliquant aux résultats des calculs en précision 1, on élimine le biais dû à la faible précision du calcul. Les résultats ainsi corrigés sont donnés dans le tableau A.4.

Ces résultats ont été obtenus avec une régularisation à 1 dimension. Nous avons, après, utilisé une régularisation à 2 dimensions : les résultats correspondants, statistiquement indépendants des précédents, sont donnés dans le tableau A.5.

Tableau A.4.- Exercice OCDE

Valeurs de σ_{∞} et de F pour le ^{239}Pu .

| | Diffusion | Capture | Fission |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| σ_{∞} | 13.30 \pm .10 | 9.38 \pm .09 | 9.57 \pm .14 |
| 1000 | .9713 \pm .0015 | .9228 \pm .0015 | .9541 \pm .0015 |
| 500 | .9524 \pm .0022 | .8672 \pm .0022 | .9198 \pm .0024 |
| 200 | .9189 \pm .0032 | .7587 \pm .0030 | .8493 \pm .0038 |
| 100 | .8911 \pm .0037 | .6587 \pm .0032 | .7795 \pm .0048 |
| 50 | .8655 \pm .0041 | .5582 \pm .0033 | .7037 \pm .0054 |
| 20 | .6399 \pm .0045 | .4475 \pm .0031 | .6121 \pm .0059 |
| 10 | .8255 \pm .0046 | .3890 \pm .0029 | .5592 \pm .0059 |
| 5 | .8167 \pm .0047 | .3514 \pm .0028 | .5234 \pm .0059 |
| 2 | .8103 \pm .0048 | .3246 \pm .0027 | .4966 \pm .0059 |
| 1 | .8079 \pm .0048 | .3147 \pm .0027 | .4865 \pm .0059 |

Tableau A.5.- Exercice OCDE

Valeurs de σ_{∞} et de F pour le ^{239}Pu .

Calculs avec régularisations en 2 dimensions.

| | Diffusion | Capture | Fission |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| σ_{∞} | 13.25 \pm .09 | 9.38 \pm .08 | 9.33 \pm 0.13 |
| 1000 | .9725 \pm .0014 | .9238 \pm .0016 | .9562 \pm .0014 |
| 500 | .9542 \pm .0021 | .8686 \pm .0023 | .9230 \pm .0021 |
| 200 | .9214 \pm .0031 | .7605 \pm .0031 | .8543 \pm .0032 |
| 100 | .8939 \pm .0037 | .6604 \pm .0033 | .7856 \pm .0039 |
| 50 | .8684 \pm .0041 | .5598 \pm .0031 | .7109 \pm .0044 |
| 20 | .8421 \pm .0044 | .4488 \pm .0028 | .6202 \pm .0047 |
| 10 | .8286 \pm .0046 | .3903 \pm .0025 | .5680 \pm .0047 |
| 5 | .8198 \pm .0046 | .3526 \pm .0024 | .5323 \pm .0047 |
| 2 | .8134 \pm .0047 | .3258 \pm .0023 | .5056 \pm .0047 |
| 1 | .8110 \pm .0047 | .3159 \pm .0022 | .4955 \pm .0047 |

ANNEXE 2 - RESULTATS COMPLEMENTAIRES SUR LA COMPARAISON :
METHODE STATISTIQUE (PRALEA) - METHODE ANALYTIQUE (HWANG)

Afin de vérifier la concordance entre méthode statistique et méthode analytique, nous avons passé quelques calculs dans d'autres conditions (unités : fm et eV) :

- 238 U, $l = 0$, à 13 keV (mêmes paramètres qu'à 4,5 keV - voir page 1).
- 235 U, $l = 0$, $R = 9,5663$, $\Gamma_\gamma = 0,035$, $\nu_f(3^-) = 2$, $\nu_f(4^-) = 1$:
 - 100 eV : $J = 3^-$, $\frac{\Gamma_n^0}{\Gamma_n} = 0,99434 \cdot 10^{-4}$, $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_f} = 0,08462$
 $J = 4^-$, $\frac{\Gamma_n^0}{\Gamma_n} = 0,99782 \cdot 10^{-4}$, $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_f} = 0,084644$
 - 300 eV : $J = 3^-$, $\frac{\Gamma_n^0}{\Gamma_n} = 0,80412 \cdot 10^{-4}$, $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_f} = 0,32833$
 $J = 4^-$, $\frac{\Gamma_n^0}{\Gamma_n} = 0,80412 \cdot 10^{-4}$, $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_f} = 0,16417$

Les résultats sont donnés dans le tableau A.1. Ils complètent et confirment ceux obtenus pour le 235 U à 4,5 keV.

Il faut noter que les corrections de recouvrement et d'interférence n'améliorent pas l'accord. Mais ces corrections doivent être appliquées.

En particulier, nous ne comprenons pas pourquoi elles sont si importantes pour le 235 U à 300 eV.

| | | 238 U, I = 0 13 keV | | 235 U, I = 0, J = 3 ⁻ et 4 ⁻ 100 eV | | 300 eV | |
|---------------------------------------|--|------------------------|--|--|--|-------------|--|
| | | RALEA | HWANG Les 2 sans corr. corr. | RALEA | HWANG Les 2 sans corr. corr. | RALEA | HWANG Les 2 sans corr. corr. |
| σ_{∞} | | 13,73 ± .21 | ←13,56→ | 13,24 ± .14 | ←13,00→ | 12,23 ± .05 | ←12,12→ |
| DIFFUSION F pour σ_{∞} | | | | | | | |
| 500 | | .989 ± .0012 | .988 | .975 ± .003 | .975 | .980 | .980 |
| 100 | | .959 ± .004 | .954 | .943 ± .005 | .938 | .953 | .985 |
| 20 | | .900 ± .008 | .888 | .917 ± .007 | .915 | .931 | .967 |
| 5 | | .855 ± .010 | .834 | .906 ± .007 | .906 | .924 | .960 |
| 1 | | .830 ± .011 | .802 | .902 ± .007 | .902 | .923 | .954 |
| σ_{∞} | | .250 ± .006 | ←.257→ | 19,51 ± .47 | ←18,60→ | 6,17 ± .15 | ←5,84→ |
| CAPTURE F pour σ_{∞} | | | | | | | |
| 500 | | .982 ± .0001 | .982 | .880 ± .005 | .889 | .900 | .964 |
| 100 | | .928 ± .0014 | .929 | .698 ± .008 | .712 | .735 | .868 |
| 20 | | .815 ± .003 | .817 | .521 ± .010 | .567 | .573 | .730 |
| 5 | | .725 ± .006 | .722 | .442 ± .011 | .515 | .517 | .654 |
| 1 | | .677 ± .007 | .669 | .412 ± .011 | .503 | .507 | .632 |
| σ_{∞} | | | | 21,36 ± .75 | ←20,96→ | 12,71 ± .46 | ←12,64→ |
| FISSION F pour σ_{∞} | | | | | | | |
| 500 | | | | .901 ± .007 | .909 | .923 | .972 |
| 100 | | | | .742 ± .011 | .750 | .788 | .901 |
| 20 | | | | .576 ± .012 | .627 | .650 | .791 |
| 5 | | | | .498 ± .012 | .603 | .605 | .726 |
| 1 | | | | .468 ± .012 | .597 | .601 | .699 |

REFERENCES

- Dy 62 - F.J. DYSON, "Statistical Theory of the Energy Levels of Complex System", J. Math. Phys., 3, 140 (1962) ; 3, 157 (1962) ; 3, 166 (1962).
Aussi dans [Po 65].
- Hw 73 - R.N. HWANG, "Efficient Methods for the Treatment of Resonance Cross Sections", N.S.E. 52, 157 (1973).
- Hw 80 - R.N. HWANG, "An Overview of Current Resonance Theory for Fast Reactor Applications", Ann. Nucl. Energy, 9, 31 (1981).
- Li 74 - M. LIVOLANT et F. JEANPIERRE, "Autoprotection des résonances dans les réacteurs nucléaires - Application aux isotopes lourds".
Rapport CEA-R-4533 (1974).
- Mu 82 - J.L. MUNOZ-COBOS et alii, "Sensitivity of Computed Uranium 238 Self Shielding factors to the Choice of the Unresolved Average Resonance Parameters" - NSE 81, 55 (1982).
- Ne 85 - Rapport NEACRD à paraître.
- Po 60 - C.E. PORTER et N. ROSENZWEIG, "Statistical Properties of Atomic and Nuclear Spectra", An. Acad. Scient. Fennicae, A.VI.44 (1960).
Aussi dans [Po 65].
- Po 65 - "Statistical Theories of Spectra Fluctuations: a Collection of Reprints and Original Papers", publié par C.E. PORTER, Academic Press, 1965.
- Pa 84 - G. PALMIOTTI et M. SALVATORES, "Use of Integral Experiments in the Assessment of Large Liquid-metal Fast Breeder Reactor Basic Design Parameters", Nucl. Sc. Eng. 87, 333 (1984).
- Re 84 - P. REUSS, Communication privée.
- Sa 81 - V. SAUVINET, Rapport de stage, SERMA (1981).

Sa 84 - M. SALVATORES, Communication privée (1984).

Si 83 - V. V. SINITSIA, "Calculation of Self-Shielding Factors for Cross-Sections in the Unresolved Resonance Region Using the GRUCON Applied Program Package", INDC (CCP) - 225/G.

Ta 80 - H. TAKANO et alii, "TIMS 1: a Processing Code for Production of Group Constants of Heavy Resonant Nuclei", JAERI 1267, 1980.

Te 84 - H. TELLIER et J. VANUXEEM, "Application de la recherche de tendances à la qualification de la bibliothèque du Code APOLLO", Note CEA/SERMA T 598 (1984).

Edité par
le Service de Documentation
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
91191 GIF-sur-YVETTE Cédex (France)