ФЭИ-1588

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. В. КОЛЕСОВ, А. А. ЛУКЬЯНОВ

Унитарная схема построения сечений в резонансной области

Обнинск — 1984

УДК 539.170.013

В. В. Колесов, А. А. Лукьянов.

Унитарная схема построения сечений в резонансной области.

ФЭИ-1588. Обнинск: ФЭИ, 1984. — 13 с.

Исходя из свойства унитарности матрицы столкновений получены соотношения между резонансными параметрами сечений различных реакций в формализме S-матричной теории. По результатам многоуровневого анализа полного сечения построено резонансное сечение поглощения нейтронов для ^{239}Pu, хорошо описывающее результаты прямых измерений в области ниже 100 эВ.

Рассмотрим общую схему параметризации резонансных сечений в формализме S -матрицы. Для этого выпишем соотношения кинематики реакций, связывающие сечения с элементами матрицы столкновений $U^J(E)$:

$$\sigma(E) = 2\pi k^{-2} \sum_J g(J) \sum_n Re[1 - U^J_{nn}(E)] - \qquad (1)$$

полное сечение, где сумма по J относится к различным независимым системам резонансных состояний, а сумма по n включает возможные нейтронные каналы для каждой из систем J ; $g(J) = (2J+1)/[2(2I+1)]$ -спиновый коэффициент (I - спин ядра - мишени);

$$\sigma_a(E) = \pi k^{-2} \sum_J g(J) \sum_{n, c(a)} |U^J_{nc}(E)|^2 - \qquad (2)$$

сечения реакции (n, a), где сумма по c (a) относится к различным каналам этой реакции для отдельной системы уровней J .

Элементы матрицы столкновений U^J_{nc} записываются в формализме S -матричной теории как сумма по резонансным состояниям m :

$$U^J_{nc}(E) = e^{-i\varphi_{nJ}} \left(\delta_{nc} + i \sum_m \frac{\tilde{\Gamma}^{1/2}_{mn} \tilde{\Gamma}^{1/2}_{mc}}{\tilde{E}_m - E} \right) e^{-i\varphi_{cJ}} , \qquad (3)$$

где φ_{nJ} (φ_{cJ}) - фазы потенциального рассеяния в канале n (c); $\tilde{\Gamma}_{mn}$ $(\tilde{\Gamma}_{mc})$ - комплексные резонансные ширины уровней m в соответствующих каналах; $\tilde{E}_m = \mu_m - i\nu_m$ - собственные энергии состояний m [1] .

Для энергетической зависимости резонансных параметров формализма S -матрицы можно в определенном приближении воспользоваться теми же закономерностями, какие характерны для соответствующих параметров R -матричной теории. Действительно, рассмотрим структуру соотношений между параметрами этих двух формализмов (см. [1], стр. 52):

$$\tilde{\Gamma}^{1/2}_{mn} = \sum_\lambda T_{m\lambda} \Gamma^{1/2}_{\lambda n} , \qquad \tilde{\Gamma}^{1/2}_{mc} = \sum_\lambda T_{m\lambda} \Gamma^{1/2}_{\lambda c} , \qquad (4)$$

$$\tilde{E}_m = \sum_\lambda T^2_{m\lambda} E_\lambda - 1/2 \sum_{\lambda\mu} T_{m\lambda} \Gamma_{\lambda\mu} T_{m\mu} , \qquad (5)$$

где $T_{m\lambda}$ – элементы матрицы ортогонального комплексного преобразования (поворота) T $(\tilde{T}T = 1)$, диагонализующего матрицу $E_\lambda \delta_{\lambda\mu} - i\Gamma_{\lambda\mu}/2$.

Энергетическая зависимость нейтронных ширин в формализме R – матрицы характеризуется коэффициентами проницаемости $P_\ell(E)$ –

$$\Gamma_{\lambda n}(E) = 2P_\ell(E)\gamma_{\lambda n}^2 ,$$

ширины же по отношению к радиационному захвату и делению обычно предполагаются не зависящими от энергии в ограниченных интервалах. Если в $\Gamma_{\lambda\mu} = \sum_c \Gamma_{\lambda c}^{1/2}\Gamma_{\mu c}^{1/2}$ вклад нейтронных каналов невелик (например, в случае делящихся ядер), то можно считать и элементы матрицы преобразования T также не зависящими от энергии. Следовательно и для параметров формализма S -матрицы (4), (5) можно приближенно принять ту же энергетическую зависимость, что и для соответствующих параметров R -матрицы, то есть считать параметры μ_m, ν_m, $\tilde{\Gamma}_{mc}$ для $c \neq n$ постоянными в резонансной области, а нейтронные ширины представить как

$$\tilde{\Gamma}_{mn}(E) = 2P_\ell(E)\tilde{\gamma}_{mn}^2 ,$$

где амплитуды $\tilde{\gamma}_{mn}$ не зависят от энергии. В частности для резонансов s -волны

$$\tilde{\Gamma}_{mn}(E) = \tilde{\Gamma}_{mn}^{\circ}\sqrt{E} . \tag{6}$$

При таких предположениях об энергетической зависимости параметров формализма S -матрицы, сечения (I), (2) могут быть представлены как сумма типичных брейт-вигнеровских членов с постоянными для каждого из них резонансными параметрами [2].

Выпишем выражения для полного сечения и сечения реакции для системы уровней с определенным J – $\sigma^J(E)$, $\sigma_c^J(E)$ ($\sigma = \sum_J \sigma^J, \sigma_c = \sum_J \sigma_c^J$), получающиеся подстановкой $U_{nc}^J(E)$ (3) в общие соотношения (I), (2) (см. [I], стр. 8I):

$$\sigma^J(E) = \sigma_p^J + \pi k^{-2}\sqrt{E}\sum_{m(J)} \frac{G_m\nu_m + H_m(\mu_m - E)}{(\mu_m - E)^2 + \nu_m^2} , \tag{7}$$

где

$$G_m = 2g(J)\sum_n \left(\cos 2\varphi_{nJ}\cdot \mathrm{Re}\,\tilde{\Gamma}^c_{mn} + \sin 2\varphi_{nJ}\,\mathrm{Im}\,\tilde{\Gamma}^c_{mn}\right),$$

$$H_m = 2g(J)\sum_n \left(\cos 2\varphi_{nJ}\cdot \mathrm{Im}\,\tilde{\Gamma}^c_{mn} - \sin 2\varphi_{nJ}\,\mathrm{Re}\,\tilde{\Gamma}^c_{mn}\right), \tag{8}$$

$$\sigma_p^J = 4\pi k^{-2} g(J)\sum_n \sin^2\varphi_{nJ}.$$

$$\sigma_a^J(E) = \pi k^{-2}\sqrt{E}\sum_{m(J)} \frac{G^a_m \nu_m + H^a_m(\mu_m - E)}{(\mu_m - E)^2 + \nu_m^2}, \tag{9}$$

где

$$G^a_m + iH^a_m = \sum_{c(a)} \left(G^c_m + iH^c_m\right),$$

$$G^c_m + iH^c_m = 2ig(J)\sum_{m'(J)} \frac{\xi^c_{mm'} + i\,\zeta^c_{mm'}}{(\mu_{m'} - \mu_m)^2 + (\nu_{m'} + \nu_m)^2}, \tag{10}$$

$$\xi^c_{mm'} + i\,\zeta^c_{mm'} = \sum_{c\neq n} \sqrt{\tilde{\Gamma}_{mc}\,\tilde{\Gamma}^*_{m'c}}\ \sum_n \sqrt{\tilde{\Gamma}^o_{mn}\,\tilde{\Gamma}^{o*}_{m'n}}\ . \tag{11}$$

Таким образом, параметризация резонансной структуры сечений (7), (9) сводится к определению набора не зависящих от энергии параметров уровней G_m, H_m, G^a_m, H^a_m, μ_m и ν_m.

Между этими параметрами существует определенная взаимосвязь, следующая из условия унитарности матрицы столкновений $U^J(E)$ –

$$\sum_c |U^J_{nc}|^2 = 1.$$

Подставляя сюда U^J_{nc} из (3) получим

$$\sum_m \frac{\tilde{\Gamma}_{mn}}{\tilde{E}_m - E} - \sum_{m'} \frac{\tilde{\Gamma}^*_{m'n}}{\tilde{E}^*_{m'} - E} = i\sum_{m,m'} \frac{\tilde{\Gamma}^{1/2}_{mn}\,\tilde{\Gamma}^{*1/2}_{m'n}\sum_c \tilde{\Gamma}^{1/2}_{mc}\,\tilde{\Gamma}^{*1/2}_{m'c}}{\tilde{E}^*_{m'} - \tilde{E}_m}\left(\frac{1}{\tilde{E}_m - E} - \frac{1}{\tilde{E}^*_{m'} - E}\right), \tag{12}$$

откуда непосредственно следует условие взаимосвязи параметров –

$$\tilde{\Gamma}_{mn} = i\sum_{m'}\sum_c \frac{\tilde{\Gamma}^{1/2}_{mn}\,\tilde{\Gamma}^{*1/2}_{m'n}\,\tilde{\Gamma}^{1/2}_{mc}\,\tilde{\Gamma}^{*1/2}_{m'c}}{\tilde{E}^*_{m'} - \tilde{E}_m}. \tag{13}$$

Выделяя в сумме по c нейтронные каналы и суммируя по n, условие (I3) можно привести к виду

$$\sum_{n}\left(\tilde{\Gamma}^{c}_{mn} - i\sqrt{E}\sum_{m'}\sum_{n'}\frac{\sqrt{\tilde{\Gamma}^{c}_{mn}\tilde{\Gamma}^{o*}_{m'n}\tilde{\Gamma}^{o}_{mn'}\tilde{\Gamma}^{c*}_{mn'}}}{\tilde{E}^{*}_{m'} - \tilde{E}_{m}}\right) = \frac{1}{2g(J)}\sum_{c\neq n}\left(G^{c}_{m} + i H^{c}_{m}\right), \qquad (I4)$$

где $G^{c}_{m} + i H^{c}_{m}$ определяются соотношениями (I0), (II). Подчеркнем, что суммирование здесь относится к отдельной системе уровней с заданным J и четностью.

Полученный результат (I4) позволяет выразить параметры сечения поглощения нейтронов

$$\sigma^{J}_{a}(E) = \sum_{c\neq n}\sigma^{J}_{c}(E)$$

только через нейтронные ширины уровней $\tilde{\Gamma}^{c}_{mn}$, вернее через их амплитуды $\tilde{\Gamma}^{c\,1/2}_{mn}$. Сечение поглощения в области резонансных энергий включает в себя радиационный захват нейтронов, а также, если это энергетически возможно, деление, неупругое рассеяние, реакции (n,p), (n,α) и т.д. Определяя в анализе резонансной структуры сечений отдельных реакций параметры G^{γ}_{m}, H^{γ}_{m}, G^{f}_{m}, H^{f}_{m} и т.д., получим добавочное условие (I4) на значения нейтронных ширин $\tilde{\Gamma}^{c}_{mn}$ и их амплитуд к найденным из полных сечений соотношениям для G_{m} и H_{m} (8). Однако практически более существенна возможность определения параметров сечения поглощения по данным резонансного анализа полных сечений. В общем случае, когда для определенной системы уровней существенны несколько нейтронных каналов необходимы, в принципе, данные по сечению упругого рассеяния. Но если нейтронный канал один, что справедливо строго для случая четно-четных ядер (спин ядра-мишени I=0) при произвольном ℓ, а для ядер с I≠0 при $\ell = 0$, то соотношение (I4) примет вид:

$$\tilde{\Gamma}^{c}_{mn} - i\sqrt{E}\sum_{m'}\frac{\tilde{\Gamma}^{c}_{mn}\tilde{\Gamma}^{c*}_{m'n}}{\tilde{E}^{*}_{m'} - \tilde{E}_{m}} = \frac{1}{2g(J)}\left(G^{a}_{m} + i H^{a}_{m}\right), \qquad (I5)$$

где индексом a мы обозначили сечение поглощения нейтронов

Нейтронные ширины $\tilde{\Gamma}^{o}_{mn}$ для одноканального упругого рассеяния определяются соотношениями (8):

$$\tilde{\Gamma}^{o}_{mn} = \frac{1}{2g(J)}(G_m + i H_m) e^{2i\varphi_{nJ}} . \qquad (16)$$

Таким образом, определив параметры резонансов полного сечения G_m и H_m и фазу потенциального рассеяния φ_{nJ} для состояний с заданным J и четностью, можно непосредственно получить нейтронные ширины $\tilde{\Gamma}^{o}_{mn}$ и, соответственно, вычислить левую часть в (15). Другими словами, в случае одного нейтронного канала, по данным анализа полного резонансного сечения (7) при идентификации уровней по спину и знании сечения потенциального рассеяния можно, пользуясь соотношением унитарности (15), непосредственно вычислить параметры G^{a}_{m} и H^{a}_{m} и, таким образом, воспроизвести резонансное сечение поглощения нейтронов (9).

Рассмотрим практическую схему построения сечения поглощения нейтронов для ^{239}Pu по данным многоуровневой параметризации полного сечения, полученным нами ранее [3]. Ограничиваясь интервалом области разрешенных резонансов ниже 100 эВ и используя соотношение унитарности (15) с $\tilde{\Gamma}^{o}_{mn}$ (16), можно записать соотношение для параметров сечения поглощения в виде:

$$G^{a}_{m} + i H^{a}_{m} = (G_m + i H_m) e^{2i\varphi_{nJ}} - i \frac{\sqrt{E}}{2g(J)} \sum_{m'(J)} \frac{(G_m G_{m'} + H_m H_{m'}) + i(H_m G_{m'} - H_{m'} G_m)}{(\mu_{m'} - \mu_m) + i(\nu_{m'} + \nu_m)} , \qquad (17)$$

где параметры в правой части G_m, H_m, μ_m и ν_m известны из анализа полного сечения [3]. Кроме этого, в рассматриваемом интервале уровни достаточно надежно идентифицированы по спину ($J = 0^+$ и 1^+) и определено сечение потенциального рассеяния, которое исходя из описания реального эксперимента [4] принято σ_p = 11.3 барн. Фазы потенциального рассеяния для разных J приняты нами одинаковыми ($\varphi_{n0} = \varphi_{n1} = \varphi$).

Выделяя в (17) вещественную и мнимую части, определяются ... но параметры сечения поглощения G^{a}_{m} и H^{a}_{m} :

$$G^{a}_{m} = G_m \cos 2\varphi - H_m \sin 2\varphi -$$

$$- \frac{\sqrt{E}}{2g(J)} \sum_{m'(J)} \frac{(\nu_{m'}+\nu_m)(G_m G_{m'} + H_m H_{m'}) + (\mu_{m'}-\mu_m)(G_m H_{m'} - G_{m'} H_m)}{(\mu_{m'}-\mu_m)^2 + (\nu_{m'}+\nu_m)^2}, \tag{18}$$

$$H^{a}_{m} = H_m \cos 2\varphi + G_m \sin 2\varphi -$$

$$- \frac{\sqrt{E}}{2g(J)} \sum_{m'(J)} \frac{(\mu_{m'}-\mu_m)(G_m G_{m'} + H_m H_{m'}) + (\nu_{m'}+\nu_m)(H_m G_{m'} - G_m H_{m'})}{(\mu_{m'}-\mu_m)^2 + (\nu_{m'}+\nu_m)^2}. \tag{19}$$

Включая в суммирование по $m'(J)$ все известные уровни с заданным спином как внутри анализируемого интервала, так и вне его, были вычислены параметры G^{a}_{m} и H^{a}_{m} и построено резонансное сечение поглощения нейтронов $\sigma_a(E)$ (9), а также резонансное сечение упругого рассеяния

$$\sigma_{nn}(E) = \sigma(E) - \sigma_a(E)$$

для ^{239}Pu ниже 100 эВ (рис.1-6). Для сравнения с имеющимися в этой области данными прямых измерений сечения поглощения [5], формула (9) усреднялась с гауссовским распределением с шириной $\Delta = \sqrt{\Delta^2_T + \Delta^2_R}$,

где Δ_T - ширина доплеровского уширения, а Δ_R - ширина функции разрешения ($\Delta^2_R = 0.0008\,\tau^2 E^3$, где τ - разрешение в мксек/м) [3]. Как видно из сравнения, построенное нами резонансное сечение поглощения хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

Следует отметить, что при относительно слабом разрешении экспериментально полученных сечений поглощения, точность непосредственного определения по этим данным резонансных параметров будет значительно меньшей, чем в нашем методе, где используются лишь данные по измерению полного сечения, полученные с высоким разрешением.

Сечение поглощения включает в себя деление и радиационный захват, так что имея удовлетворительные данные по сечению деления и определив из анализа резонансные параметры G^{f}_{m} и H^{f}_{m}, можно найти и параметры радиационного захвата $G^{\gamma}_{m} = G^{a}_{m} - G^{f}_{m}$, $H^{\gamma}_{m} = H^{a}_{m} - H^{f}_{m}$ и, таким образом, построить соответствующее резонансное сечение радиационного захвата.

В формализме S-матрицы и в приближении независящих от энергии резонансных параметров сечение упругого рассеяния обычно определяется вычитанием из полного сечения деления и радиационного захвата.

Получающаяся при этом энергетическая зависимость может несколько отличаться от

$$\sigma_{nn}(E) = \pi k^{-2} \sum_{J} g(J) \left| 1 - U_{nn}^{J}(E) \right|^{2} \qquad (20)$$

При относительно небольшом вкладе упругого рассеяния по сравнению с другими реакциями ошибка может быть довольно значительной, поэтому предложенная схема с сохранением унитарности представляется более строгой в задаче точного воспроизведения по параметрам резонансного сечения упругого рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лукьянов А.А. Структура нейтронных сечений.М.,Атомиздат,1978.
2. Adler F.T., e.a. Neutron Cross Sections in Fissile Elements.- In: Proceedings Conference on Breeding, Economics and Safety in Large Fast Power Reactors, Argonne 1963. ANL-6792,1963,p.695.
3. Колесов В.В. и др. Параметры многоуровневого анализа сечений Pu-239 в резонансной области. Препринт ФЭИ-1404, Обнинск, ФЭИ,1983.
4. Derrien H.,e.a. Sections Efficaces Totale et de Fission du Pu-239.-In: Proceedings IAEA Conference on Nuclear Data for Reactors, 1966,Paris. IAEA, Vienna, 1967, v.2,p.195.
5. Gwin R.,e.a. Measurement of the Neutron Capture and Fission Cross Sections of Pu-239 and U-235, 0.02eV to 200keV, the Neutron Capture Cross Sections of Au-197, 10eV to 50keV, and Neutron Fission Cross Sections of U-233, 5eV to 200keV. Nuclear Science and Engineering, 59(2), 1976,p.79.

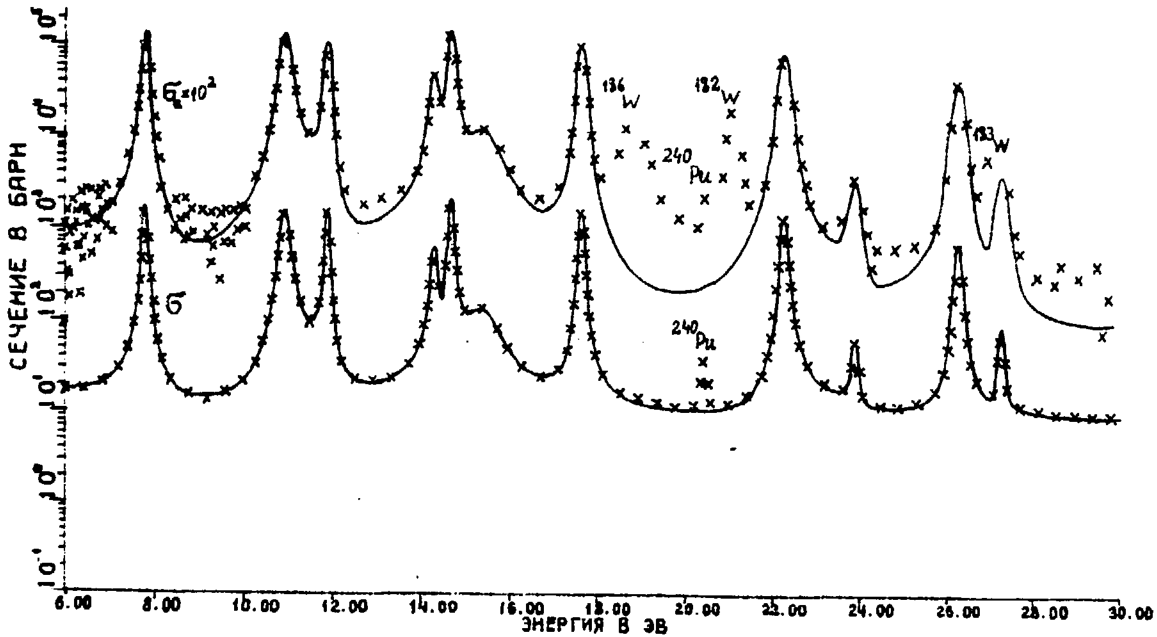

Рис.I. Сечение поглощения (σ_a) и полное сечение (σ) ^{239}Pu в области 6-30 эВ (— - расчет по резонансным параметрам, x - эксперимент [5], [4]).

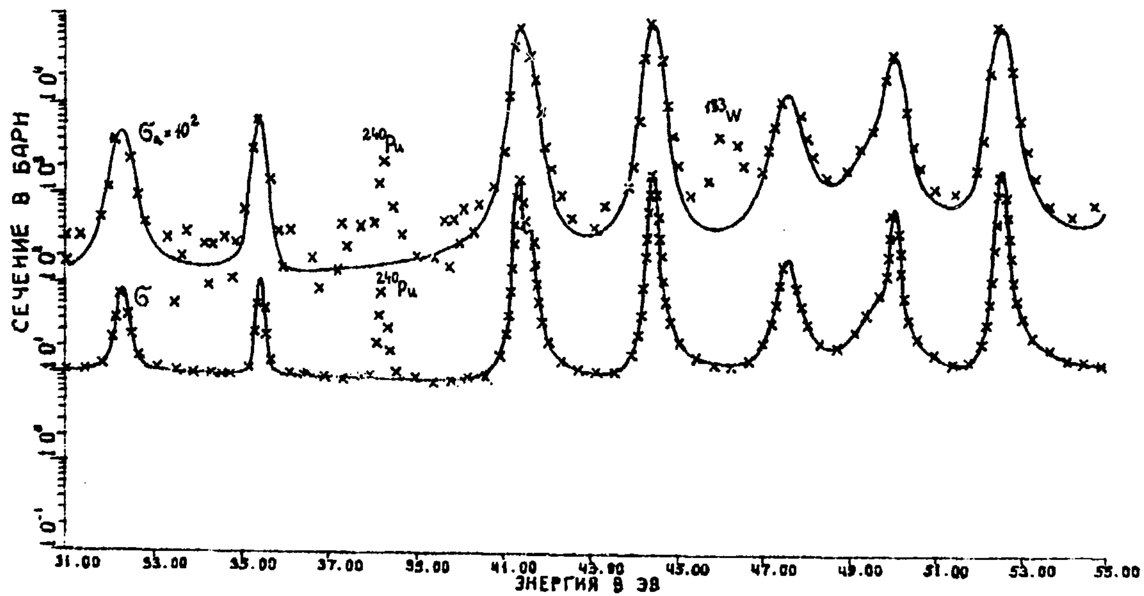

Рис.2. Сечение поглощения (σ_a) и полное сечение (σ) ^{239}Pu в области 3I-55 эВ (— - расчет по резонансным параметрам, × - эксперимент [5], [4]).

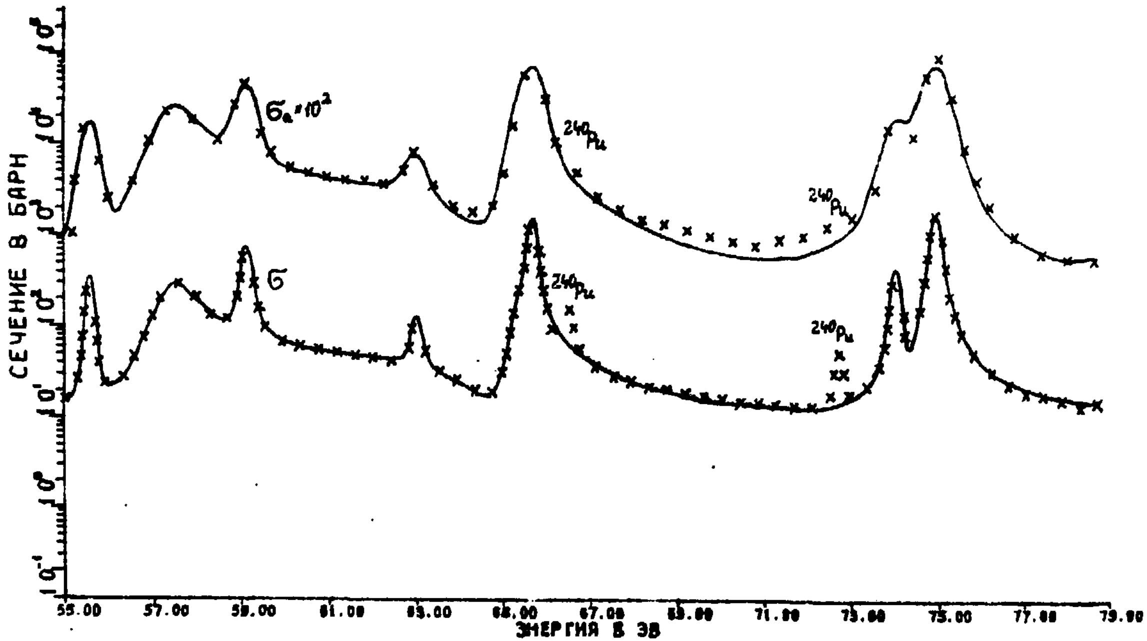

Рис.3. Сечение поглощения (σ_a) и полное сечение (σ) ^{239}Pu в области 55–79 эВ (— - расчет по резонансным параметрам, x - эксперимент [5], [4]).

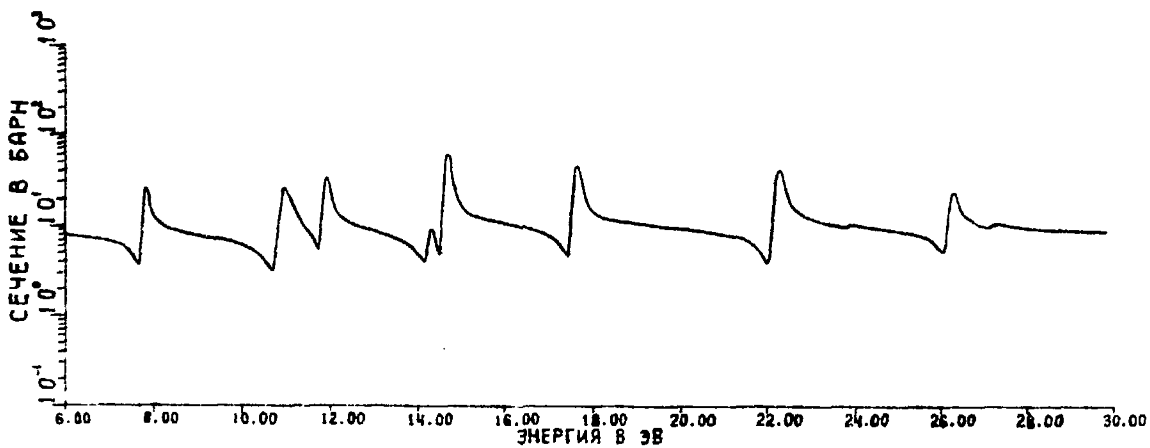

Рис.4. Сечение упругого рассеяния ^{239}Pu в области 6–30 эВ (расчет по резонансным параметрам).

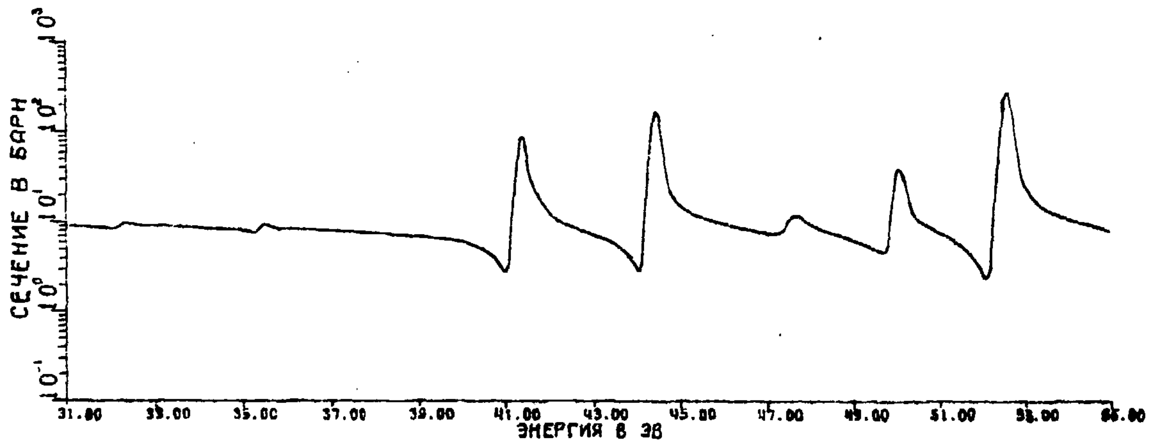

Рис.5. Сечение упругого рассеяния ^{239}Pu в области 3I-55 эВ (расчет по резонансным параметрам).

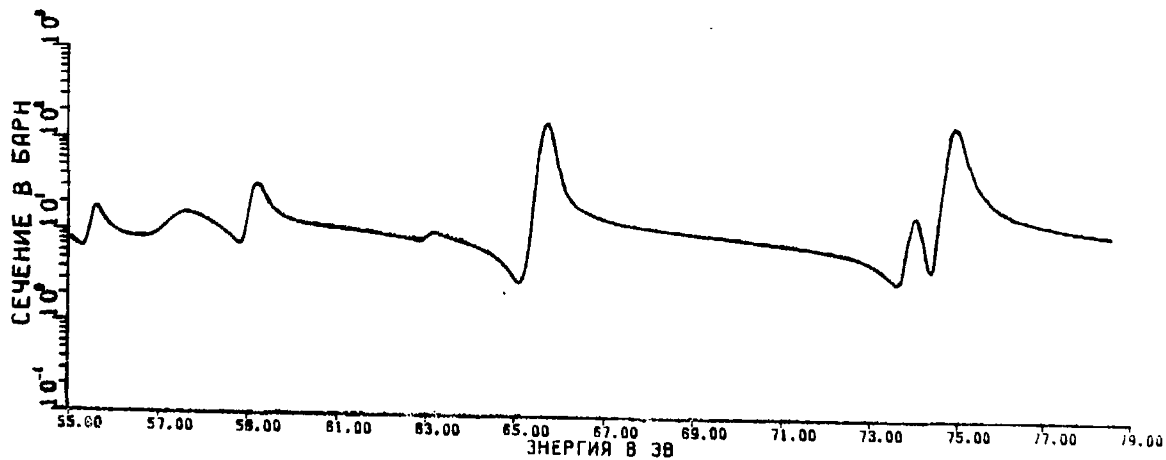

Рис.6. Сечение упругого рассеяния ^{239}Pu в области 55-79 эВ (расчет по резонансным параметрам).

Технический редактор Н.П.Герасимова.

Подписано к печати 19.07.1984 г. Т-14891 Формат 60x90 1/16
Офсетная печать Усл.п.л. 0,6 Уч.-изд.л. 0,6 Тираж 83 экз.
Цена 9 коп. ФЭИ-1568 Индекс 3624 Заказ 179

Отпечатано на ротапринте ФЭИ, г. Обнинск.

9 коп. Индекс 3624

Унитарная схема построения сечений в резонансной области.
ФЭИ-1588, 1984, 1-13.