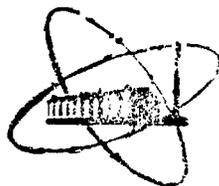


ФЭИ-1638



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

М. Ф. ВОРОТЫШЦЕВ, А. А. РИШЕВСКИЙ

**Определение коэффициентов реактивности
в критическом однозонном реакторе
с помощью стационарных функций
влияния**

Обнинск — 1984

УДК 621.039.51

М. Ф. Веротынцев, А. А. Ринейский.

Определение коэффициентов реактивности в критическом однозочном реакторе с помощью стационарных функций влияния.

ФЭИ-1638. Обнинск: ФЭИ, 1984. — 26 с.

В препринте рассматривается задача последовательного группового представления коэффициентов реактивности (КР) в произвольной точке однородного реактора. Для решения этой задачи вводятся стационарные функции влияния атомов в критическом реакторе, выявляется их связь с коэффициентами реактивности. Использование функций влияния позволяет свести задачу группового описания КР к групповому представлению уравнения типа уравнения замедления нейтронов со специальной правой частью.



— Физико-энергетический институт (ФЭИ), 1984 г.

ВВЕДЕНИЕ

Проблеме группового описания характеристик реактора, являющихся билинейными функционалами потока нейтронов и функции ценности, посвящено значительное количество исследований. В работе [1], посвящей обзорный характер, приведен анализ сложившейся ситуации с использованием группового метода при расчёте билинейных функционалов, которая сводится к следующему. Традиционный групповой метод, основанный на сохраняющих скорости реакций групповых константах, приводит к несохранению билинейных функционалов. Подчеркнём, что несохранение наблюдается уже в простейшем случае перехода от многогруппового расчёта в бесконечной однородной среде к малогрупповому. Это случай, когда спектр потока может быть найден совершенно строго, и несовпадения не могут быть отнесены за счёт численных погрешностей расчёта. В результате появилась точка зрения на необходимость переформулировки группового метода путём введения групповых констант, полученных усреднением сечений с весом детальных потока нейтронов и функции ценности. Подобные групповые константы устраняют проблему несохранения билинейных функционалов, но оказываются узкоспециализированными. Существенны также трудности, возникающие при попытке разработки систем подготовки билинейных констант, применимых для достаточно широкого класса билинейных функционалов [1].

Вместе с тем, в работах [2,3] показано, что для корректного группового описания билинейных функционалов нет необходимости отказываться от концепции групповых констант, сохраняющих скорости реакций, а необходимо лишь последовательно проводить эту концепцию при получении соответствующих формул. В работах [2,3] это удалось сделать для следующих характеристик: коэффициентов реактивности, возникающих при однородном возмущении плотности атомов некоторого нуклида в однородном реакторе, коэффициентов чувствительности дробно-линейных и дробно-билинейных функционалов к вариациям сечения некоторого нуклида в однородном реакторе. Ограничение случаем однородного реактора и однородных возмущений в нём позволило, ввиду существования единого спектра, достаточно просто осуществить переход к групповому описанию возмущенных состояний. Заметим, что предположение о разделении пространственной и энергетической зависимостей

в распределении нейтронов лежит в большинстве методов подготовки макроконстант для расчёта больших энергетических реакторов на быстрых нейтронах.

В результате последовательного применения линейной групповой формулировки оказалось, что переход к групповому представлению билинейных функционалов требует введения дополнительных к традиционному набору групповых констант, имеющих смысл чувствительностей последних к возмущениям спектра нейтронов [2,3] .

В настоящей работе проводится получение корректной групповой формулы для коэффициента реактивности в точке однородного реактора [4] . Эта задача значительно сложнее, чем упомянутые выше, так как такой коэффициент реактивности связан с локальным возмущением в реакторе. Внесение возмущения в окрестность некоторой точки однородного реактора приводит к зависимости энергетического спектра нейтронов от пространственных координат в возмущённом реакторе. Зависимость спектра от координат не позволяет применить метод, использованный в работах [2,3] для билинейных функционалов, связанных с однородным возмущением. Поэтому возникает необходимость разработки иного подхода к решению рассматриваемой задачи. С этой целью был проведён подробный анализ влияния локальных возмущений на поведение нейтронного распределения в реакторе. Это влияние может быть отражено в функциях, тесно связанных с коэффициентами реактивности и являющихся решениями уравнений типа уравнения замедления со специальными правыми частями. Групповые аналоги этих уравнений позволили получить такое решение поставленной задачи.

§ I. КОЭФФИЦИЕНТЫ РЕАКТИВНОСТИ И СОПРЯЖЕННЫЕ С НИМИ
СТАЦИОНАРНЫЕ ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ В КРИТИЧЕСКОМ
РЕАКТОРЕ

Определение коэффициентов реактивности в точке реактора.

Подробное изложение понятия коэффициента реактивности $k_i(\bar{z}_0)$ нуклида "i" в точке \bar{z}_0 критического реактора приведено в монографии [4]. Вкратце напомним определение этой величины. Рассматриваются некоторый критический реактор и наряду с ним совокупность некритических возмущённых реакторов, описываемых в квазикритическом представлении нейтронного поля. Возмущение вносится в область $\Delta V(\bar{z}_0)$ исходного критического реактора, содержащую точку \bar{z}_0 , путём изменения концентрации $\Delta \rho_i$ нуклида "i". Для некоторой сходящейся к нулю последовательности результирующих изменений числа ядер в критическом реакторе $\Delta N_i = \Delta \rho_i \cdot \Delta V(\bar{z}_0)$ находятся изменения коэффициента размножения $\Delta K_{eff} = K_{eff} - 1$. Коэффициент реактивности вводится затем следующим образом:

$$k_i(\bar{z}_0) = \lim_{\substack{\Delta V(\bar{z}_0) \rightarrow 0 \\ \Delta \rho_i \rightarrow 0}} \frac{\left(\frac{\Delta K_{eff}}{K_{eff}} \right)}{\Delta V(\bar{z}_0) \cdot \Delta \rho_i}, \quad (I)$$

где символ $\Delta V(\bar{z}_0) \rightarrow 0$ означает стягивание объёма ΔV в точку \bar{z}_0 .

Известно (см., например, [4]), что явное выражение для $k_i(\bar{z}_0)$ может быть получено при нахождении ΔK_{eff} методом теории возмущений первого порядка малости. В случае однородного реактора, рассматриваемого в диффузионном приближении, оно имеет следующий вид:

$$k_i(\bar{z}_0) = \frac{[\int_V R(\bar{z}_0)]^2}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} (\Psi^+(u), \beta \Sigma_{\pi, i}(u) D^2(u) \Psi(u)) + \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \left\{ -(\Psi^+(u), \hat{M}_i^{(6)} \Psi(u)) + (\Psi(u), \nu \Sigma_{t, i}(u)) \right\}. \quad (2)$$

Поясним смысл величин, входящих в формулу (2). Энергетические распределения потока нейтронов $\Psi(u)$ и функции ценности в критическом реакторе удовлетворяют уравнениям:

$$B^2 D(u) \Psi(u) + \hat{M} \Psi(u) = \hat{F} \Psi(u), \quad (3)$$

$$B^2 D(u) \Psi^+(u) + \hat{M}^+ \Psi^+(u) = \hat{F}^+ \Psi^+(u), \quad (4)$$

в которых $D(u)$ - коэффициент диффузии, $D(u) = l^2/3\Sigma_{tr}(u)$; \hat{M} - оператор замедления, $\hat{M} = \Sigma_s(u) \int du' \Sigma_s(u'-u)$; \hat{F} - оператор генерации нейтронов деления, $\hat{F} = \chi(u) \int du' \nu \Sigma_f(u')$; \hat{M}^+ и \hat{F}^+ - операторы, сопряжённые операторам \hat{M} и \hat{F} соответственно; B^2 - геометрический параметр.

Пространственная зависимость потока нейтронов и функции ценности $R(\vec{z})$ является решением задачи:

$$\nabla^2 R(\vec{z}) + B^2 R(\vec{z}) = 0, \quad R(\vec{z})|_{\vec{z} \in \Gamma} = 0, \quad R(\vec{z})|_{\vec{z} \in V} \geq 0, \quad (5)$$

где Γ - внешняя экстраполированная граница реактора, принимаемая одинаковой для всех энергий. Транспортное сечение $\Sigma_{tr,i}(u)$, оператор замедления $\hat{M}_i^{(s)} = \Sigma_{s,i}(u) \int du' \Sigma_{s,i}(u'-u)$ и сечение генерации нейтронов деления $\nu \Sigma_{f,i}(u)$ характеризуют ядерно-физические свойства нуклида "i". При получении формулы (2) используются нормированные спектры $\Psi(u)$ и $\Psi^+(u)$:

$$\int \nu \Sigma_{f,i}(u) \Psi(u) du = 1, \quad \int \chi(u) \Psi^+(u) du = 1. \quad (6)$$

Физическое содержание и общие свойства коэффициентов реактивности (КР) как величины, отображающей реактивный вклад помещённого в точку \vec{z}_0 одного атома нуклида "i", подробно рассмотрены в [4]. Там же обращается внимание на то, что КР, являясь билинейным функционалом потока нейтронов и асимптотической функции ценности, выступает в роли некоторой характеристики собственного нейтронного поля критического реактора. Иначе говоря, вводимый путём рассмотрения последовательности возмущенных реакторов коэффициент реактивности не зависит от этой предыстории и однозначно определяется нейтронным распределением в критическом реакторе. Этот факт нельзя указывает на возможность существования непосредственной связи между КР и некоторой, выделенной самим коэффициентом реактивности, частью полного потока нейтронов. Построение такой связи оказывается важным, так как позволяет дать достаточно простое с формальной точки зрения и физически ясное решение задачи корректного группового представления коэффициентов реактивности $k_i(\vec{z}_0)$.

Представим вначале качественную физическую схему поиска связанного с КР в критическом реакторе и выделенного этим КР нейтронного распределения. С этой целью рассмотрим критический реактор, находящийся на постоянном уровне мощности достаточно длительное время. Стационарный поток нейтронов $\Psi(\vec{z}, u)$ в

каждой фазовой точке реактора (\vec{r}, u) в любой момент времени формируется согласованием процессов диффузии и столкновений нейтронов, происходящих во всём фазовом объеме реактора. Качественно это можно представить так, что каждая область реактора $\Delta V(\vec{r}_0)$ посредством нейтронов, претерпевающих в ней столкновения с атомами того или иного нуклида и выполняющих функцию источника, создаёт присущий ей стационарный вклад в нейтронный поток в любой точке критического реактора. Согласно этому представлению соответствующее распределение нейтронов должно описываться некоторой стационарной функцией влияния в критическом реакторе. С целью нахождения последней проследим за судьбой нейтронов, появляющихся в области $\Delta V(\vec{r}_0)$ в результате столкновений с атомами нуклида "i". Это, по-видимому, нельзя сделать, не рассматривая процесса развития и установления цепной реакции деления, инициированной такими столкновениями. Для описания же цепной реакции используются два способа - слежение за её развитием во времени и в терминах сменяющих друг друга последовательных поколений [5]. Вначале рассмотрим описание во времени.

Стационарная функция влияния в критическом реакторе при описании цепной реакции во времени. Запишем выражение стационарного источника нейтронов $Q_i(\vec{r}, u)$, который производят атомы нуклида "i" из области $\Delta V(\vec{r}_0)$, взаимодействуя с нейтронами фундаментального распределения $\psi(\vec{r}, u)$. В диффузионном приближении уравнения переноса этот источник состоит из двух частей. Первая обусловлена непосредственными столкновениями с атомами нуклида "i":

$$Q_i'(\vec{r}, u) = \begin{cases} (-\hat{M}_i + \hat{F}_i) \psi(\vec{r}, u), & \vec{r} \in \Delta V(\vec{r}_0) \\ 0, & \vec{r} \notin \Delta V(\vec{r}_0) \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{где } (\hat{M}_i + \hat{F}_i) = -\Sigma_{t,i}(u) + \int \Sigma_{s,i}(u'-u) \cdot du' + \chi(u) \int \nu \Sigma_{f,i}(u') \cdot du'. \quad (8)$$

Физический смысл составляющих $Q_i'(\vec{r}, u)$ ясен. Первое слагаемое в (7) описывает убыль нейтронов фундаментального распределения из единичного фазового объема в окрестности точки (\vec{r}, u) в единицу времени, так как любое столкновение приводит либо к поглощению нейтрона латергии, либо к изменению его латергии. Два последующих описывают прибыль нейтронов за счёт процессов замедления и деления.

Вторая часть источника $Q_i''(\vec{r}, u)$ обусловлена существованием общего направленного движения нейтронного газа, описываемого в диффузионном приближении током нейтронов $\vec{J}(\vec{r}, u)$ не равен нулю, то окрестность каждой точки \vec{r} служит источником (стоком) нейтронов. (Заметим, что при кинетическом описании эта часть отсутствовала бы, т.к. первая часть, будучи записанной для зависящего от направления потока, автоматически содержит вторую часть). Строгая запись $Q_i''(\vec{r}, u)$ представляет трудности, т.к. необходимо выделить составляющую тока нейтронов, обусловленную взаимодействием с атомами нуклида "i". Поэтому, а также по причине, которая будет указана ниже, ограничимся первым приближением:

$$Q_i''(\vec{r}, u) = -\operatorname{div} (3 \Sigma_{\nu, i} D^2(u) \nabla \Psi(\vec{r}, u)). \quad (9)$$

Используя закон Фика, нетрудно видеть, что $Q_i''(\vec{r}, u)$ может быть записана в виде:

$$Q_i''(\vec{r}, u) = \operatorname{div} \frac{\Sigma_{m, i}(u)}{\Sigma_i(u)} \vec{J}(\vec{r}, u) \equiv \operatorname{div} \vec{J}_i(\vec{r}, u). \quad (10)$$

Формулы (9), (10) соответствуют приближению до членов порядка малости $(\Sigma_{\nu, i}^2 / \Sigma_i^3)$ и выше.

Таким образом, стационарный источник нейтронов, порождаемый атомами нуклида "i" в области $\Delta V(\vec{r}_0)$ при взаимодействии их с нейтронами фундаментального распределения $\Psi(\vec{r}, u)$, ниже будет использоваться в виде:

$$Q_i(\vec{r}, u) = \begin{cases} \operatorname{div} \vec{J}_i(\vec{r}, u) - \hat{M}_i \Psi(\vec{r}, u) + \hat{F}_i \Psi(\vec{r}, u), & \vec{r} \in \Delta V(\vec{r}_0) \\ 0, & \vec{r} \notin \Delta V(\vec{r}_0). \end{cases} \quad (11)$$

Выражение (11) может принимать при некоторых (\vec{r}, u) отрицательные значения. Это означает, что атомы нуклида "i" в этом случае порождают не источник, а сток нейтронов. Однако, с формальной точки зрения $Q_i(\vec{r}, u)$ можно рассматривать как источник нейтронов. Следует лишь иметь в виду, что $Q_i(\vec{r}, u)$ будет давать как положительный, так и отрицательный вклад в нейтронный поток в реакторе. Соответствующее распределение вкладов назовём функцией влияния атомов нуклида "i" с учётом расположения их в области $\Delta V(\vec{r}_0)$ на формирование фундаментального распределения нейтронов в критическом реакторе.

Для получения уравнения, которому удовлетворяет стационар-

ная функция влияния, вначале рассмотрим поведение во времени распределения вкладов в нейтронный поток в любой точке реактора $\Phi_i(\bar{z}, u, t, t_0)$ от мгновенно появившихся в произвольный момент времени t_0 "нейтронов" $Q_i(\bar{z}, u)$. Функция $\Phi_i(\bar{z}, u, t, t_0)$ описывается нестационарным уравнением:

$$\frac{1}{V(u)} \frac{\partial \Phi_i(\bar{z}, u, t, t_0)}{\partial t} - D(u) \nabla^2 \Phi_i + (\hat{M} - \hat{F}) \Phi_i = Q_i(\bar{z}, u) \delta(t - t_0), \quad (I2)$$

с начальным условием $\Phi_i(\bar{z}, u, t, t_0)|_{t=t_0-\varepsilon} = 0$.

Так как реактор критический, то при $t \gg t_0$ ($\Phi_i(\bar{z}, u, t, t_0)$) стремится в каждой фазовой точке (\bar{z}, u) к независящему от времени асимптотическому значению $\Phi_i^{as}(\bar{z}, u)$ [5], совпадающему с потоком нейтронов фундаментального распределения с точностью до постоянного коэффициента:

$$\Phi_i^{as}(\bar{z}, u) = A_i \Psi(\bar{z}, u). \quad (I4)$$

Коэффициент A_i определяется ядерно-физическими свойствами нуклида "i" и расположением и размерами области $\Delta V(\bar{z}_0)$.

Соотношение (I4) означает подобие асимптотических вкладов всех нуклидов, независимо от их расположения в реакторе. Различие состоит лишь в амплитудном факторе. Поэтому специфичность данного нуклида и области $\Delta V(\bar{z}_0)$ определяется, прежде всего, неасимптотической частью решения Φ_i :

$$\Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, t, t_0) = \Phi_i(u, \bar{z}, t, t_0) - \Phi_i^{as}(u, \bar{z}). \quad (I5)$$

Рассмотрим произвольный момент времени $t_1 > t_0$. Если просуммировать неасимптотические вклады в каждой точке (\bar{z}, u) в момент времени t_1 от импульсных источников $Q_i(\bar{z}, u)$, возникших в предшествующие t_1 моменты времени, то получим стационарный вклад, выделенной (с нуклидом "i") области в нейтронное распределение в любой точке критического реактора. Соответствующую функцию обозначим $\Phi_i^{st}(u, \bar{z})$:

$$\Phi_i^{st}(u, \bar{z}) = \int_{-\infty}^{t_1} \Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, t, t_0) dt. \quad (I6)$$

Запись (I6) предполагает независимость интеграла от t_1 . Это связано с тем, что $\Phi_i(u, \bar{z}, t_1, t_0)$ зависит от аргументов t_1, t_0 посредством их разности $t_1 - t_0$ в силу независимости физических свойств реактора от времени и предполагаемого

постоянства фундаментального распределения $\psi(\bar{z}, u)$. Используя это обстоятельство, запишем:

$$\Phi_i^{(1)}(u, \bar{z}) = \int_{-\infty}^{t_0} \Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, t, t_0) dt = \int_0^{\infty} \Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, \tau) d\tau. \quad (17)$$

С целью получения уравнения для стационарной функции влияния $\Phi_i^{(1)}(u, \bar{z})$ проведем следующие преобразования в уравнении (12). Во-первых, подставим в него $\Phi_i(u, \bar{z}, t, t_0)$ в виде суммы асимптотической и неасимптотической составляющих; во-вторых, перейдем от переменной t к переменной $\tau = t - t_0$. В результате получим:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, \tau)}{\partial \tau} - D(u) \nabla^2 \Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, \tau) + (\hat{M} - \hat{F}) \Phi_i^{nas} = Q_i(\bar{z}, u) \delta(\tau) \quad (18)$$

с начальным условием $\Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, \tau)|_{\tau=-\varepsilon} = -\Phi_i^{as}(u, \bar{z})$. (19)

Интегрируя каждый член уравнения (18) по переменной τ в пределах от 0 до ∞ и учитывая, что $\Phi_i^{nas}(u, \bar{z}, \tau) \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$, получим искомое уравнение:

$$-D(u) \nabla^2 \Phi_i^{(1)}(u, \bar{z}) + (\hat{M} - \hat{F}) \Phi_i^{(1)}(u, \bar{z}) = -\frac{A_i}{v} \psi(u, \bar{z}) + Q_i(u, \bar{z}). \quad (20)$$

Уравнение (20) позволяет определить явный вид амплитудного фактора A_i . Для этого умножим уравнение (20) на асимптотическую функцию ценности в критическом реакторе $\psi^+(\bar{z}, u)$ и проинтегрируем каждое слагаемое по всей области изменения переменных (u, \bar{z}) . В результате получаем следующую формулу:

$$A_i = \frac{\int dv \int du \left[\nabla \psi^+(\bar{z}, u) \int_{\bar{z}_i} \rho D^2(u) \nabla \psi(\bar{z}, u) - \psi^+(\bar{z}, u) [\hat{M}_i - \hat{F}_i] \psi(\bar{z}, u) \right]}{\int dv \int du \psi^+(u, \bar{z}) \frac{1}{v(u)} \psi(u, \bar{z})} \quad (21)$$

Напомним, что A_i - это амплитудный фактор, определяющий асимптотический во времени вклад взаимодействий с фундаментальным потоком нейтронов $\psi(\bar{z}, u)$ атомов нуклида "i" из области $\Delta V(\bar{z}_i)$ критического реактора в нейтронный поток в любой его точке. Но правая часть формулы (21) имеет физический смысл, отличный от отмеченного выше. А именно, выражение (21) определяет асимптотическое значение $\alpha^{(1)}$ постоянной разгона (спада) цепной реакции при увеличении в области $\Delta V(\bar{z}_i)$ критического реактора концентрации нуклида "i" на величину ρ_i в приближении теории возмущений первого порядка. В результате, посредством

уравнения (20) для стационарной функции влияния $\Phi_i^{(1)}$, получена прямая связь между нейтронным распределением, характеризующим процесс формирования фундаментального нейтронного потока в критическом реакторе, и интегральным параметром $\alpha^{(1)}$, характеризующим отклонение от критического состояния. Тот факт, что проведенное рассмотрение привело к параметру $\alpha^{(1)}$, а не к возмущению K_{eff} (т.е., по существу, к коэффициентам реактивности), обусловлен целиком рассмотрением процесса формирования нейтронного поля во временном описании. Квазикритическое представление нейтронного поля, с которым существенно связан приводящий к КР предельный переход (I), соответствует описанию цепной реакции в терминах последовательных поколений [6]. Прежде чем перейти к такому рассмотрению задачи о стационарной функции влияния, сделаем замечание.

Функцию $\Phi_i^{(1)}(u, \bar{z})$ нельзя, строго говоря, называть функцией влияния области $\Delta V(\bar{z}_0)$. Это связано с тем, что оператор уравнения (18) для функции $\Phi_i^{(n)}(u, \bar{z}, \tau)$ (уравнения (12) для $\Phi_i(u, \bar{z}, t, t_0)$), описывая поведение во времени пространственно-энергетического распределения "потомства" нейтронов источников (стоков) $Q_i(\bar{z}, u)$, повторно учитывает столкновения в этой области. Поэтому функция $\Phi_i^{(1)}(u, \bar{z})$ несколько завышает вклад области $\Delta V(\bar{z}_0)$. Для внесения поправки на указанные повторные взаимодействия необходимо рассмотреть функцию влияния от распределения $\Phi_i(u, \bar{z}, \tau)$. Однако, это будет уже величина второго порядка малости. По этой причине функция $\Phi_i^{(1)}(u, \bar{z})$ является функцией влияния с точностью до членов второго и более высокого порядка малости, но для краткости в последующем изложении будет использоваться первоначальный термин. Указанная причина поясняет также приближение формул (9), (10) для токовой составляющей источника $Q_i(\bar{z}, u)$.

Стационарная функция влияния в критическом реакторе при описании цепной реакции в терминах последовательных поколений. Проведём рассуждения предыдущего пункта, заменив временное представление цепной реакции понятием сменяющихся нейтронных поколений. При этом будем использовать определение нейтронного поколения, данное в работе [6]. Вкратце введем терминологию. Пусть цепная реакция инициируется некоторым внешним источником $S(\bar{z}, u, t)$, действующим не бесконечно долго. Тогда, согласно [6],

к первому поколению относятся нейтроны, испущенные источником за всё время его действия, ко второму - нейтроны, появившиеся в результате деления при поглощении нейтронов первого поколения любыми делящимися нуклидами и т.д. Потоки нейтронов различных поколений $\Phi_n(\vec{z}, u)$, характеризующие развитие и установление цепной реакции в представлении поколений, описываются следующей системой уравнений [6] :

$$-\nabla D \nabla \Phi_n(\vec{z}, u) + \hat{M} \Phi_n(\vec{z}, u) = \hat{F} \Phi_{n-1}(\vec{z}, u) + S(\vec{z}, u) \delta_{i,n}, \quad n=1, 2, \dots, \quad (22)$$

где n - номер поколения, являющийся, до некоторой степени, аналогом временной переменной; $S(\vec{z}, u) = \int dt S(\vec{z}, u, t)$. В работе [6] показано, что система уравнений (22) следует из итераций по интегралу делений нестационарного уравнения диффузии вида (12).

Сказанного выше достаточно, чтобы без дальнейших обсуждений записать процесс, отражаемый уравнением (12), в терминах нейтронных поколений. Введём функции $\mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u)$, $n=1, 2, \dots$, совокупность которых представляет собой аналог нестационарной функции влияния $\Phi_i(\vec{z}, u, t, t_0)$ в уравнении (12). Соответствующая система уравнений имеет вид:

$$-\nabla D \nabla \mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u) + \hat{M} \mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u) = Q_i(\vec{z}, u) \delta_{i,n} + \hat{F} \mathcal{F}_{i,n-1}(\vec{z}, u), \quad n=1, 2, \dots \quad (23)$$

Решение системы (23) с ростом n стремится к асимптотическому распределению в силу критичности рассматриваемого реактора. Таким образом:

$$\mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u) \Big|_{n \rightarrow \infty} \rightarrow \mathcal{F}_i^{as}(\vec{z}, u) = C_i \varphi(\vec{z}, u), \quad (24)$$

где C_i - амплитудный фактор, аналогичный A_i в выражении (14). Асимптотический вклад $\mathcal{F}_i^{as}(\vec{z}, u)$ источника $Q_i(\vec{z}, u)$ в фундаментальное нейтронное распределение, полученный в представлении нейтронных поколений, с точностью до множителя совпадает с $\Phi_i^{as}(\vec{z}, u)$ (временное представление) и с самим распределением $\varphi(\vec{z}, u)$. Выделим из каждого нейтронного распределения $\mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u)$ неасимптотическую часть $\mathcal{F}_{i,n}^{nas}(\vec{z}, u)$, отражающую специфичность области $\Delta V(\vec{z}_0)$ и нуклида "i" в ней :

$$\mathcal{F}_{i,n}^{nas}(\vec{z}, u) = \mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u) - \mathcal{F}_i^{as}(\vec{z}, u). \quad (25)$$

Подставим $\mathcal{F}_{i,n}(\vec{z}, u)$ в виде суммы асимптотической и неасимптотической составляющих в уравнение (23).

В результате, с учётом явного вида (24) для $F_i^{nas}(\bar{z}, u)$, получим систему уравнений для неасимптотических вкладов $F_{i,n}^{nas}(\bar{z}, u)$ отдельных поколений:

$$-VDV F_{i,n}^{nas}(\bar{z}, u) + \hat{M} F_{i,n}^{nas}(\bar{z}, u) = Q_i(\bar{z}, u) \delta_{i,n} + \hat{F} F_{i,n-1}^{nas}(\bar{z}, u), \quad n=1, 2, \dots \quad (26)$$

По аналогии с выражением (17), введём стационарную функцию влияния области $\Delta V(\bar{z}_0)$ в представлении поколений $F_i^{(1)}(u, \bar{z})$:

$$F_i^{(1)}(u, \bar{z}) = \sum_{n=1}^{\infty} F_{i,n}^{nas}(u, \bar{z}). \quad (27)$$

Уравнение для $F_i^{(1)}(u, \bar{z})$ получим следующим образом. Просуммируем первые N уравнений системы (26). Обозначая сумму неасимптотических вкладов первых N поколений посредством $F_i^{(N)}(u, \bar{z})$, запишем результат суммирования:

$$-VDV F_i^{(N)}(u, \bar{z}) + (\hat{M} - \hat{F}) F_i^{(N)}(u, \bar{z}) = Q_i(\bar{z}, u) - \hat{F} F_{i,N}(u, \bar{z}). \quad (28)$$

Устремляя $N \rightarrow \infty$ в уравнении (28), приходим к искомому уравнению:

$$-VDV F_i^{(1)}(u, \bar{z}) + (\hat{M} - \hat{F}) F_i^{(1)}(u, \bar{z}) = Q_i(\bar{z}, u) - C_i \hat{F} \psi(\bar{z}, u). \quad (29)$$

Верхний индекс (1) у функции $F_i^{(1)}$ имеет тот же смысл, что и такой же индекс у функции $\Phi_i^{(1)}$.

Наконец, умножив почленно уравнение (29) на асимптотику функции ценности в критическом реакторе $\psi^+(\bar{z}, u)$, проводя почленное интегрирование по всему объёму V реактора и по всем энергиям, получаем явный вид амплитудного фактора C_i :

$$C_i = \frac{\int dV \int du \{ \nabla \psi^+ \sum_{i=1}^I D^2(u) \nabla \psi(\bar{z}, u) - \psi^+(\bar{z}, u) [\hat{M}_i - \hat{F}_i] \psi(\bar{z}, u) \}}{\int dV \int du \psi^+(\bar{z}, u) \hat{F} \psi(\bar{z}, u)}. \quad (30)$$

Правая часть формулы (30) имеет одновременно иной физический смысл - это выражение теории возмущений первого порядка малости для $\Delta K_{eff}^{(1)}/K_{eff}$ при возмущении критического реактора удвоением концентрации i -го нуклида в области $\Delta V(\bar{z}_0)$ (или же взятое с обратным знаком $-\Delta K_{eff}^{(1)}/K_{eff}$ при удалении атомов i -го нуклида из области $\Delta V(\bar{z}_0)$ критического реактора). Если в формуле (30) разделить правую часть на полное число атомов нуклида " i ", т.е. на величину $\rho_i \Delta V(\bar{z}_0)$, а затем совершить предельный переход при стягивании области $\Delta V(\bar{z}_0)$ в точку \bar{z}_0 , то она превращается в выражение для коэффициента реактивности нуклида " i " в точке \bar{z}_0 . Таким образом, поставленная выше

задача нахождения связанного с КР в критическом реакторе нейтронного распределения решена. Этим распределением является функция $F_i^{(1)}(u, \bar{z})$, имеющая физический смысл функции влияния области $\Delta V(\bar{z}_0)$ в представлении нейтронных поколений и удовлетворяющая уравнению (29).

Наконец, обратим внимание на ещё один факт. Функции влияния $\Phi_i^{(1)}$ и $F_i^{(1)}$ соответствуют одной и той же постановке задачи, но при решении используются два различных способа представления цепной реакции. Известно, что оба способа приводят к одному и тому же и при этом физически наблюдаемому фундаментальному распределению нейтронов в критическом реакторе. При попытке проследить детали формирования фундаментального распределения в критическом реакторе эти два способа приводят к различным результатам: в рассмотренном нами случае отличаются как функции $\Phi_i^{(1)}(u, \bar{z})$ и $F_i^{(1)}(u, \bar{z})$, так и асимптотические вклады $\Phi_i^{(0)}(u, \bar{z})$ и $F_i^{(0)}(u, \bar{z})$. Последнее имеет место в силу $A_i = \alpha^{(1)} \neq \Delta K_{3\phi}^{(1)} / K_{3\phi}^{(1)} = C_i$. Кроме того, отметим, также, что широкоиспользуемые в физике реакторов интегральные параметры $\alpha^{(1)}$ и $\Delta K_{3\phi}^{(1)} / K_{3\phi}^{(1)}$, являющиеся различными мерами отклонения реактора от критичности, проявляют себя в самом критическом реакторе. Из уравнений (20), (29) следует, что они имеют также смысл величин, отражающих детали формирования нейтронного поля в стационарном критическом реакторе.

Коэффициенты реактивности в теории возмущений высших порядков. Проведенные выше рассуждения носили физический характер. К нейтронным распределениям, непосредственно связанным с КР, можно подойти, используя формализм теории возмущений высших порядков [4, 7, 8]. Определение (I) для КР в точке предполагает рассмотрение возмущения, вносимого в критический реактор. В связи с этим рассмотрим некоторый критический реактор и квазикритический реактор, получившийся из первого при изменении концентрации i -го нуклида на величину $\Delta \rho_i$ в однородной области $\Delta V(\bar{z}_0) \subset V$, где V - объём реактора. Поток нейтронов $\psi(\bar{z}, u)$ в критическом реакторе удовлетворяет задаче:

$$\hat{L}\psi(\bar{z}, u) = 0, \psi(\bar{z}, u) |_{\bar{z} \in V} \neq 0, \psi(\bar{z}, u) |_{\bar{z} \in \Gamma} = 0, \quad (31)$$

где $\hat{L} = -\nabla \text{div} + \hat{M} - \hat{F}$.

Поток нейтронов $\psi(\bar{z}, u)$ (в квазикритическом представлении в возмущенном реакторе удовлетворяет уравнению, которое удобно для дальнейшего записать в виде [7] :

$$\hat{L}'\psi(\bar{z}, u) = \Delta\lambda \cdot \hat{F}'\psi(\bar{z}, u), \psi(\bar{z}, u)|_{\bar{z} \in V} > 0, \psi(\bar{z}, u)|_{\bar{z} \in \Gamma} = 0, \quad (32)$$

где $\Delta\lambda = \lambda - 1 = K_{\text{эф}}^{-1} - 1$, $\hat{L}' = -\nabla D' \nabla + \hat{M}' - \hat{F}'$,

штрихом помечены возмущенные величины.

Формализм теории возмущений высших порядков предполагает последовательный поиск поправок $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$ и т.д. и поправочных функций $\psi^{(1)}(\bar{z}, u)$, $\psi^{(2)}(\bar{z}, u)$ и т.д., позволяющих найти возмущенное собственное значение Кэф и возмущенное нейтронное распределение $\psi'(\bar{z}, u)$ в виде рядов [4, 7, 8] :

$$\psi'(\bar{z}, u) = \psi(\bar{z}, u) + \psi^{(1)}(\bar{z}, u) + \psi^{(2)}(\bar{z}, u) + \dots \quad (33)$$

$$\Delta\lambda = -\frac{\Delta K_{\text{эф}}}{K_{\text{эф}}} = \lambda^{(1)} + \lambda^{(2)} + \dots \quad (34)$$

Уравнения, которым удовлетворяют поправочные функции, находят методом разложения возмущенного решения по степеням оператора возмущения $\Delta\hat{L} = \hat{L}' - \hat{L}$, принятым в квантовой механической теории возмущений [9]. Получающаяся таким образом система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \hat{L}\psi(\bar{z}, u) = 0 \\ \hat{L}\psi^{(1)}(\bar{z}, u) = -\Delta\hat{L}\psi(\bar{z}, u) + \lambda^{(1)}\hat{F}\psi(\bar{z}, u) \\ \hat{L}\psi^{(2)}(\bar{z}, u) = -\Delta\hat{L}\psi^{(1)}(\bar{z}, u) + \lambda^{(2)}\hat{F}\psi(\bar{z}, u) + \lambda^{(1)}\hat{F}\psi^{(1)}(\bar{z}, u) + \lambda^{(1)}\Delta\hat{F}\psi(\bar{z}, u) \\ \dots \\ \hat{L}\psi^{(n)}(\bar{z}, u) = -\Delta\hat{L}\psi^{(n-1)}(\bar{z}, u) + \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{(n-k)}\hat{F}\psi^{(k)}(\bar{z}, u) + \sum_{k=1}^{n-1} \lambda^{(k)}\Delta\hat{F}\psi^{(n-k)}(\bar{z}, u) \end{cases} \quad (35)$$

где $\psi^{(0)}(\bar{z}, u)$, появляющаяся в суммах $\sum_{k=0}^{n-1}$ и $\sum_{k=1}^{n-1}$, следует понимать как $\psi(\bar{z}, u)$.

Рассмотрим уравнение для функции $\psi^{(1)}(\bar{z}, u)$ из системы (35). Знание невозмущенного решения $\psi(\bar{z}, u)$ и асимптотической функции ценности $\psi^+(\bar{z}, u)$ в критическом реакторе ($\psi^+(\bar{z}, u)$ удовлетворяет задаче, сопряженной задаче (31)) позволяет определить поправку $\lambda^{(1)}$:

$$\lambda^{(1)} = \frac{(\psi^+, \Delta\hat{L}\psi)}{(\psi^+, \hat{F}\psi)}, \quad (36)$$

где символ $(\int ,)$ означает интегрирование по всей области изменения переменных \vec{z}, u . Рассмотрим формулу (36) более подробно, для чего запишем явный вид оператора возмущения $\Delta \hat{L}$:

$$\Delta \hat{L} = v (\Delta \rho_i D^2 \epsilon_{u,i}) \nabla + \Delta \rho_i (\hat{M}_i^{(6)} - \hat{F}_i^{(6)}); \quad (37)$$

где изменение коэффициента диффузии ΔD записано в формуле (37) с точностью до членов порядка малости $(\Delta \rho_i)^2$ и выше. Подставив (37) в (36) и проведя преобразование интеграла от дивергентного слагаемого с помощью формулы Грина, получим:

$$\lambda^{(1)} = \frac{\int_{\Delta V(\vec{z}_i)} dv \int du \left\{ \nabla \psi^+ (\Delta \rho_i D^2 \epsilon_{u,i}) \nabla \psi(\vec{z}, u) - \psi(\vec{z}, u) [\hat{M}_i^{(6)} \Delta \rho_i - \hat{F}_i^{(6)} \Delta \rho_i] \psi(\vec{z}, u) \right\}}{\int dv \int du \psi^+ (\vec{z}, u) \hat{F} \psi(\vec{z}, u)} \quad (38)$$

Правая часть выражения (38) является приближением теории возмущений первого порядка для $\Delta K_{эф}/K_{эф}$ при указанном выше возмущении критического реактора, т.е.:

$$\lambda^{(1)} = - \frac{\Delta K_{эф}^{(1)}}{K_{эф}^{(1)}} \quad (39)$$

Сравнивая теперь уравнение для $\psi^{(1)}(\vec{z}, u)$ из системы (35) и уравнение (29) для стационарной функции влияния $\mathcal{F}_i^{(1)}(\vec{z}, u)$, находим, что эти функции совпадают с точностью до постоянного коэффициента, обусловленного различием ρ_i и $\Delta \rho_i$. Если поправку $\psi^{(1)}(\vec{z}, u)$ определить на один атом возмущающего нуклида (т.е. разделить почленно уравнение для $\psi^{(1)}$ на $\Delta V \Delta \rho_i$), а функцию влияния $\mathcal{F}_i^{(1)}$ отнести к одному атому нуклида "i" (соответственно разделить уравнение (29) на $\Delta V \rho_i$), то они становятся тождественными. Таким образом, поправочная функция первого порядка $\psi^{(1)}(\vec{z}, u)$ приобретает ясный физический смысл - это стационарная функция влияния первого порядка области $\Delta V(\vec{z}_i)$. Если учесть рассуждения относительно роли повторных столкновений, проведенные выше при построении функции влияния (см. стр. 9), то можно ожидать, что поправочные функции $\psi^{(2)}, \psi^{(3)}$ и т.д. имеют физический смысл функций влияния соответствующих порядков. Тогда ряд теории возмущений (33), получаемый формальной процедурой, приобретает физический смысл.

Проведём следующие преобразования в уравнении для $\psi^{(1)}(\vec{z}, u)$ системы (35). Во-первых, используем в нём явный вид оператора возмущения (37) и затем разделим его почленно на $\Delta \rho_i$. Во-вторых, воспользуемся тем, что $\lambda^{(1)}/\Delta \rho_i$ представляет собой

интегральный коэффициент реактивности нуклида "i" в области $\Delta V(\bar{z}_i)$ [4], т.е.

$$\lambda_i^{(i)} = - \frac{\Delta K_{\text{эф}}^{(i)}}{K_{\text{эф}}^{(i)} \Delta \rho_i} = - \int_{\Delta V} k_i(\bar{z}) dV, \quad (40)$$

где $k_i(\bar{z})$ - коэффициент реактивности i-го нуклида в точке $\bar{z} \in \Delta V$. Наконец, обозначив $\psi^{(i)}(\bar{z}, u) / \Delta \rho_i$ посредством $\varphi_i^{(i)}(\bar{z}, u)$, запишем уравнение относительно $\varphi_i^{(i)}(\bar{z}, u)$:

$$-\nabla D(u) \nabla \varphi_i^{(i)}(\bar{z}, u) + (\hat{M} - \hat{F}) \varphi_i^{(i)}(\bar{z}, u) = [\nabla \Sigma D^2 \epsilon_{u,i} \nabla \varphi(\bar{z}, u) - (\hat{M}_i^{(6)} - \hat{F}_i^{(6)}) \varphi(\bar{z}, u) - \int_{\Delta V(\bar{z})} k_i(\bar{z}) dV \cdot \hat{F} \varphi(\bar{z}, u)] \theta(\Delta V), \quad (41)$$

где символ $\theta(\Delta V)$ означает $\theta(\Delta V) = 1$, если $\bar{z} \in \Delta V$ и $\theta(\Delta V) = 0$, если $\bar{z} \notin \Delta V$.

Уравнение (41) отражает связь между коэффициентами реактивности атомов нуклида, находящихся в области $\Delta V(\bar{z}_i)$ критического реактора, и функцией влияния этих атомов $\varphi_i^{(i)}(\bar{z}, u)$. Это уравнение является основой для проведения строгого решения задачи группового описания локальных коэффициентов реактивности при использовании линейной концепции групповых констант.

§ 2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕАКТИВНОСТИ В ТОЧКЕ

Традиционное групповое описание локальных КР. Вначале приведём традиционное групповое представление формулы (2). Будем считать, что энергетический спектр нейтронов $\varphi(u)$, удовлетворяющий уравнению (3), известен. Переход к групповому описанию потока нейтронов соответствует дискретизации уравнения (3) путём замены независимых от композиции сечений взаимодействия их усреднёнными с весом $\varphi(u)$ на групповых интервалах Δu_i значениями σ_x^j вида:

$$\sigma_x^j = \frac{\int_{\Delta u_i} du \sigma_x^*(u) \varphi(u)}{\int_{\Delta u_i} \varphi(u) du}, \quad (42)$$

где сечение процесса типа "x" $\sigma_x^*(u) = \sigma_x(u) K_x^{jl}(u)$, $K_x^{jl}(u)$ - функция, равная вероятности замедления нейтрона при рассеянии его из окрестности лётаргии $u \in \Delta u_i$ в групповой интервал Δu_j для групповых констант замедления $K_x^{jl}(u) = 1$ для групповых констант реакций. В результате, непрерывно зависящие

от энергии оператора в уравнении (3) превращаются в известные матрицы [10]. Запишем аналог уравнения (3) для вектора групповых потоков $\vec{\varphi}$:

$$[B^2 \hat{D}(\varphi) + \hat{P}(\varphi)] \vec{\varphi} = \hat{Q}(\varphi) \vec{\varphi}, \quad (43)$$

где матрицы $\hat{D}(\varphi)$, $\hat{P}(\varphi)$, $\hat{Q}(\varphi)$ групповые представления операторов $D(u)$, \hat{M} и \hat{F} соответственно. Зависимость от φ вида $\hat{P}(\varphi)$ подчёркивает способ получения групповых констант, образующих элементы соответствующих матричных операторов.

Вектор групповых ценностей $\vec{\varphi}^+$ удовлетворяет уравнению, сопряженному (43) [2] :

$$[B^2 \hat{D}(\varphi) + \hat{P}^*(\varphi)] \vec{\varphi}^+ = \hat{Q}^*(\varphi) \vec{\varphi}^+. \quad (44)$$

Прежде чем записать групповой аналог формулы (2) при традиционном групповом описании процессов, сделаем оговорку. В дискуссии, касающейся самой групповой концепции, необходимой для описания КР (см. [1] и библиографию в работе [1]), рассматривались центральные коэффициенты реактивности (ЦКР). Последние являются существенно более простым частным случаем рассматриваемого функционала, формально сводящимся к КР при однородном возмущении однородного реактора [2,3]. (Корректные решения соответствующих задач даны в [2,3]). Таким образом, авторы не могут сослаться на источник традиционного группового аналога формулы (2). Однако можно утверждать (на основании обычно используемых групповых выражений теории возмущений первого порядка для $\Delta K_{eff}/K_{eff}$ при локальных возмущениях), что традиционное групповое представление функционала $k_i(\vec{\tau}_0)$ имеет вид:

$$k_i(\vec{\tau}_0) = \frac{[\int_V R(\vec{\tau}_0) dV]^2}{\int_V R^2(\vec{\tau}_0) dV} (\vec{\varphi}^+, \hat{a}_i(\varphi) \vec{\varphi}) + \frac{R^2(\vec{\tau}_0)}{\int_V R^2(\vec{\tau}_0) dV} [-(\vec{\varphi}^+, \hat{P}_i^{(e)}(\varphi) \vec{\varphi}) + (\vec{\varphi}^+, \sqrt{\hat{G}}_{j,i}(\varphi) \vec{\varphi})], \quad (45)$$

где $\hat{a}_i(\varphi)$, $\hat{P}_i^{(e)}$, $\sqrt{\hat{G}}_{j,i}(\varphi)$ - групповые представления $\hat{G}_{u,i}(u) D^2(u)$, $\hat{M}_i^{(e)}$ и $\sqrt{\hat{G}}_{j,i}(u)$ соответственно. Матрица $\hat{a}_i(\varphi)$ - диагональна, её ненулевые элементы $(\hat{a}_i)_{j,j} = a_i^j$ - групповые значения величины $\hat{G}_{u,i}(u) D^2(u)$. Матрица $\hat{P}_i^{(e)}$ - нижнетреугольная, её элементы $(\hat{P}_i^{(e)})_{j,k} = -\hat{G}^{k-j}$ для $k < j$ и $(\hat{P}_i^{(e)})_{j,j} = \hat{G}_{a,i}^j + \hat{G}_{j \in \text{зам}, i}^j$. Элементами вектора $\sqrt{\hat{G}}_{j,i}$ являются групповые сечения генерации нейтронов деления $\sqrt{\hat{G}}_{j,i}^j$.

Формулы (2) и (45) неэквивалентны, т.е. расчёты КР по ним приведут к разным результатам несмотря на строгое определение

групповых констант композиции реактора и нуклида "i" как средних с весом спектра нейтронов сечений. В работах [1-3] показано, что подобная ситуация имеет место и с другими билинейными функционалами. Эта ситуация формулируется в литературе как "несохранение билинейных функционалов при линейном с весом спектра нейтронов, усреднении сечений" (см. например, [1]). В работах [2-3] показано, что такая трактовка ошибочна. При получении групповых формул для величин, являющихся билинейными функционалами, необходимо учитывать нелинейный характер групповых констант, т.е. их зависимость от нейтронного потока. В результате эта зависимость приводит к отличию корректных формул от традиционно используемых [2,3].

Однако, учёт указанной зависимости можно провести относительно просто лишь при рассмотрении билинейных функционалов, связанных с однородными возмущениями [2,3]. В рассматриваемой здесь задаче ситуация осложняется. Введение локализованного возмущения в однородный реактор приводит к существенной неоднородности возмущённого нейтронного потока, т.е. в системе отсутствует единый спектр нейтронов. Авторами настоящей работы проведено решение задачи о КР в точке (в P_1 -приближении), основанное на введении поточечной зависимости групповых констант для возмущённой системы. Оказалось, что конечный результат не требует поточечной зависимости, а сводится к необходимости знания двух дополнительных к $\Phi(u)$ спектров. Упомянутое решение сильно формализовано, и поиск его физической интерпретации привёл к решению, излагаемому в данной работе.

Редукция уравнения (4I) к виду уравнения замедления.

Все рассуждения, проводившиеся в § I относительно функции влияния атомов $\Delta N_i = \Delta \rho_i \Delta V(\vec{z})$, не предполагали однородности соответствующего критического реактора. Далее ограничимся случаем однородного реактора. В отличие от распределения потока нейтронов в нём $\Phi(\vec{z}, u) = \Phi(u) R(\vec{z})$, пространственная и энергетическая зависимости в функции влияния $\psi^{(i)}(\vec{z}, u)$ не разделяются. Следовательно, редукция уравнения (4I) к уравнению типа уравнения замедления возможна лишь за счёт перехода от $\psi_i^{(i)}(\vec{z}, u)$ к интегральной по объёму реактора функции.

Введём в рассмотрение $\int R(\vec{z}) \psi_i^{(i)}(u, \vec{z}) dv$, где $R(\vec{z})$ удовлетворяет задаче (5) и является пространственной зависимостью

асимптотической функции ценности, одинаковой для всех линейных функционалов потока [6]. Умножим в уравнении (4I) каждое слагаемое на $R(\bar{z})$ и проинтегрируем результат почленно по объёму реактора V . Некоторых пояснений требует интегрирование дивергентных слагаемых уравнения (4I). Представим интеграл от этих слагаемых в виде суммы интегралов по области $\Delta V(\bar{z}_0)$ и области $V_2 = V - \Delta V(\bar{z}_0)$. Затем к каждому из них применим формулу Грина с учётом следующих условий сшивки на границе Γ_I областей и условия на внешней границе Γ для $\varphi_i^{(n)}(u, \bar{z})$:

$$\varphi_i^{(n)}(u, \bar{z})|_{\bar{z} \in \Gamma, -\varepsilon} = \varphi_i^{(n)}(u, \bar{z})|_{\bar{z} \in \Gamma, +\varepsilon}, \quad (46)$$

$$D(u) \nabla \varphi_i^{(n)}(u, \bar{z}) \bar{n}|_{\bar{z} \in \Gamma, -\varepsilon} - D(u) \nabla \varphi_i^{(n)}(u, \bar{z}) \bar{n}|_{\bar{z} \in \Gamma, +\varepsilon} = \quad (47)$$

$$= 3 \epsilon_{n,i} D^2(u) \nabla \varphi(\bar{z}, u) \bar{n}|_{\bar{z} \in \Gamma, -\varepsilon}, \quad (48)$$

$$\varphi_i^{(n)}(u, \bar{z})|_{\bar{z} \in \Gamma} = 0.$$

Условия (46)-(48) следуют из традиционных условий диффузионного приближения при применении к ним формальной процедуры, приводящей к системе уравнений (35).

Запишем результат указанных выше преобразований уравнения (4I) в следующем виде:

$$B^2 D(u) \varphi_{\Delta V}^{(n)}(u) + [\hat{M} - \hat{F}] \varphi_{\Delta V}^{(n)}(u) = \frac{\int_{\Delta V(\bar{z}_0)} [\nabla R(\bar{z})]^2 dV}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} 3 \epsilon_{n,i}(u) D^2(u) \varphi(u) - \frac{\int_V R^2(\bar{z}) dV}{\int_{\Delta V(\bar{z}_0)} R^2(\bar{z}) dV} [\hat{M}_i^{(6)} - \hat{F}_i^{(6)}] \varphi(u) - \int_{\Delta V(\bar{z}_0)} k_i(\bar{z}) dV \cdot \hat{F} \varphi(u), \quad (49)$$

$$\text{где } \varphi_{\Delta V}^{(n)}(u) = \int_V R(\bar{z}) \varphi_i^{(n)}(u, \bar{z}) dV / \int_V R^2(\bar{z}) dV.$$

Из определения $\varphi_{\Delta V}^{(n)}(u)$ следует, что уравнение (49) описывает усреднённую по реактору энергетическую зависимость функции влияния области $\Delta V(\bar{z}_0)$. При этом усреднение проведено с весом пространственной зависимости асимптотической функции ценности. Заметим также, что $\varphi_{\Delta V}^{(n)}(u)$ характеризует "средний" атом нуклида "i" из числа находящихся в объеме $\Delta V(\bar{z}_0)$. От уравнения (49) легко перейти к уравнению относительно энергетического спектра средней по реактору функции влияния атома нуклида "i", помещённого в точку \bar{z}_0 . Для этого достаточно

разделить все слагаемые в уравнении (49) на $\Delta V(\bar{z}_0)$ и рассмотреть предельный переход при стягивании $\Delta V(\bar{z}_0)$ в точку \bar{z}_0 . Обозначая функцию влияния атома посредством $\psi^{(i)}(u)$, запишем :

$$\begin{aligned} (B^2 D(u) + \hat{M} - \hat{F}) \psi^{(i)}(u) &= \frac{[\nabla R(\bar{z}_0)]^2}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \mathfrak{J} \epsilon_{\alpha, i}(u) D^2(u) \psi(u) - \\ &- \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} [\hat{M}_i^{(e)} - \hat{F}_i^{(e)}] \psi(u) - k_i(\bar{z}_0) \hat{F} \psi(u). \end{aligned} \quad (50)$$

Уравнение (50), по существу, завершает намеченную выше задачу редукции уравнения (41) к виду уравнения замедления, так как рас-пределение $\psi^{(i)}(u)$ обладает следующим свойством:

$$\hat{F} \psi^{(i)}(u) = 0 \quad \text{или} \quad \int_V \Sigma_i(u) \psi^{(i)}(u) du = 0. \quad (51)$$

Доказательство последнего утверждения изложено в приложении III.

Получение корректной формулы для $k_i(\bar{z}_0)$ в групповом описании процессов. Прежде всего заметим, что из уравнения (50) следует формула (2) для $k_i(\bar{z}_0)$. Для получения её достаточно умножить уравнение (50) на $\psi^*(u)$, проинтегрировать по всему интервалу изменения лётаргии и воспользоваться нормировочными соотношениями (6).

Одновременно, уравнение (50) допускает простой переход к групповому представлению, аналогичный переходу от уравнения (3) к уравнению (43). Для этого необходимо проинтегрировать уравнение (50) по системе групповых интервалов Δu_j и ввести групповые константы, определяемые соответствующими спектрами — спектром $\psi^{(i)}(u)$ в левой части уравнения (50) и спектром $\psi(u)$ в правой части. В остальном процедура перехода к групповому представлению уравнения (50) ничем не отличается от традиционной. В результате групповое представление уравнения (50) (с учётом равенства (51)) может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} [B^2 \hat{D}(\psi^{(i)}) + \hat{P}(\psi^{(i)})] \bar{\psi}^{(i)} &= \frac{[\nabla R(\bar{z}_0)]^2}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \bar{d}_i(\psi) \bar{\psi} + \\ &+ \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \{-\hat{P}_i^{(e)}(\psi) \bar{\psi} + \hat{Q}_i^{(e)}(\psi) \bar{\psi}\} - k_i(\bar{z}_0) \bar{\chi}. \end{aligned} \quad (52)$$

В уравнении (52) матрицы $\hat{D}(\varphi^{(n)})$, $\hat{P}(\varphi^{(n)})$ являются групповыми представлениями операторов $D(u)$ и \hat{M} . Элементы этих матриц определяются групповыми константами, полученными усреднением сечений с весом $\varphi^{(n)}(u)$. Вектор $\bar{\varphi}^{(n)}$ - групповое представление спектра $\varphi^{(n)}(u)$. Остальные величины были введены ранее (см. пояснения к (45)). В уравнении (52) использован групповой аналог нормировочного соотношения (6) - $(\sqrt{\Sigma}_+(\varphi), \bar{\varphi}) = 1$.

Далее, наряду с уравнением (52), рассмотрим уравнение (44) для вектора групповых ценностей $\bar{\varphi}^+$, которое перепишем с учётом нормировочного соотношения $(\bar{\varphi}^+, \bar{x}) = 1$:

$$[B^2 \hat{D}(\varphi) + \hat{P}^+(\varphi)] \bar{\varphi}^+ = \sqrt{\Sigma}_+(\varphi). \quad (53)$$

Умножим скалярно уравнение (52) на вектор $\bar{\varphi}^+$, уравнение (53) на вектор $\bar{\varphi}^{(n)}$ и вычтем из первого скалярного произведения второе. Запишем результат с учётом формулы (45):

$$k_i^{\text{TRAB}}(\bar{z}_i) - k_i(\bar{z}_i) = (\bar{\varphi}^+, [B^2 \hat{D}(\varphi^{(n)}) + \hat{P}(\varphi^{(n)})] \bar{\varphi}^{(n)}) - (\bar{\varphi}^+, [B^2 \hat{D}(\varphi) + \hat{P}(\varphi)] \bar{\varphi}^{(n)}) + (\sqrt{\Sigma}_+(\varphi), \bar{\varphi}^{(n)}) - (\sqrt{\Sigma}_+(\varphi^{(n)}), \bar{\varphi}^{(n)}). \quad (54)$$

Последнее слагаемое в выражении (54) равно нулю, что поясняется следующей цепочкой равенств (см. (51)):

$$\begin{aligned} (\sqrt{\Sigma}_+(\varphi^{(n)}), \bar{\varphi}^{(n)}) &= \sum_{j=1}^N \sqrt{\Sigma}_+^j(\varphi^{(n)}) \varphi_j^{(n)} = \sum_{j=1}^N \frac{\int_{\Delta u_j} \sqrt{\Sigma}_+(u) \varphi^{(n)}(u) du}{\int_{\Delta u_j} \varphi^{(n)}(u) du} \int_{\Delta u_j} \varphi^{(n)}(u) du = \\ &= \int \sqrt{\Sigma}_+(u) \varphi^{(n)}(u) du = 0. \end{aligned}$$

Смысл введения в (54) нулевого слагаемого будет ясен из следующего изложения. Перегруппируем слагаемые в правой части (54) следующим образом:

$$k_i^{\text{TRAB}}(\bar{z}_i) - k_i(\bar{z}_i) = (\bar{\varphi}^+, [B^2 \hat{D}(\varphi^{(n)}) - B^2 \hat{D}(\varphi)] \bar{\varphi}^{(n)}) + (\bar{\varphi}^+, [\hat{P}(\varphi^{(n)}) - \hat{P}(\varphi)] \bar{\varphi}^{(n)}) - ([\sqrt{\Sigma}_+(\varphi^{(n)}) - \sqrt{\Sigma}_+(\varphi)], \bar{\varphi}^{(n)}). \quad (55)$$

Разности матриц в выражении (55) представляют матрицы, составленные из разностей их соответствующих элементов, определяемых, в свою очередь, разностями групповых констант вида $\Sigma_x^j(\varphi^{(n)}) - \Sigma_x^j(\varphi)$.

Проведём преобразования последних разностей так, чтобы скалярные произведения в выражении (55) определялись вектором групповых потоков $\vec{\varphi}$, а не вектором $\vec{\varphi}^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \sum_x^j (\varphi^{(1)}) - \sum_x^j (\varphi) &= \frac{\int_{\Delta u_j} \sum_x (u) \varphi^{(1)}(u) du}{\int_{\Delta u_j} \varphi^{(1)}(u) du} - \frac{\int_{\Delta u_j} \sum_x (u) \varphi(u) du}{\int_{\Delta u_j} \varphi(u) du} = \\ &= \frac{\varphi_j}{\varphi_j^{(1)}} \left[\frac{\int_{\Delta u_j} \sum_x (u) \varphi^{(1)}(u) du}{\int_{\Delta u_j} \varphi(u) du} - \sum_x^j (\varphi) \frac{\int_{\Delta u_j} \varphi^{(1)}(u) du}{\int_{\Delta u_j} \varphi(u) du} \right] = \frac{\varphi_j}{\varphi_j^{(1)}} \sum_x^j (\varphi^{(1)}, \varphi). \end{aligned} \quad (56)$$

Групповые константы вида $\sum_x^j (\varphi^{(1)}, \varphi)$ встречались ранее в работах [2,3] при групповом описании, отличающемся от рассматриваемого здесь, билинейных функционалов и вводились на несколько иной физической основе. Как и в работах [2,3], эти групповые константы будут называться групповыми константами спектрального возмущения. Используем разности констант в виде (56) в скалярных произведениях выражений (55). Тогда:

$$k_i(\vec{\epsilon}_0) = k_i^{\text{ТРА}}(\vec{\epsilon}_0) - (\vec{\varphi}^+ B^2 \hat{D}(\varphi^{(1)}, \varphi) \vec{\varphi}) - (\vec{\varphi}^+ \hat{P}(\varphi^{(1)}, \varphi) \vec{\varphi}) + (\sqrt{\sum_x^j (\varphi^{(1)}, \varphi)} \vec{\varphi}), \quad (57)$$

где обозначения вида $\hat{D}(\varphi^{(1)}, \varphi)$ означают, что элементы соответствующего матричного оператора составлены из групповых констант спектрального возмущения.

Проведенные выше преобразования означают, что вся дополнительная информация, содержащаяся в $\varphi^{(1)}(u)$ и необходимая для последовательного группового описания $k_i(\vec{\epsilon}_0)$, целиком вносится в групповые константы спектрального возмущения. При этом групповые потоки и ценности определяются традиционным набором групповых констант.

На этапе рассуждений, определяемом формулой (57), задача группового описания $k_i(\vec{\epsilon}_0)$ выглядит незамкнутой. Действительно, формула (57) содержит члены спектрального возмущения, требующие знания спектра $\varphi^{(1)}(u)$ для определения соответствующих групповых констант. В свою очередь, источник уравнения (50), описывающего $\varphi^{(1)}(u)$, содержит $k_i(\vec{\epsilon}_0)$. Покажем, что нахождение групповых констант спектрального возмущения вида $\sum_x^j (\varphi^{(1)}, \varphi)$ не требует знания $k_i(\vec{\epsilon}_0)$. Для этого проведём некоторый анализ уравнения (50).

Свойства решения уравнения (50) как спектра усреднения.

Перепишем уравнение (50) с учётом (51) в следующем виде:

$$(B^2 D(u) + \hat{M}) \varphi^{(n)}(u) = Q_1(u) + Q_2(u), \quad (58)$$

где

$$Q_1(u) = \frac{\int_V R(\bar{z}_0)^2}{\int_V R^2 dV} \int_V \epsilon_{u,i}(u) D^2(u) \varphi(u) - \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2 dV} \hat{M}_i^{(0)} \varphi(u),$$

$$Q_2(u) = \chi(u) \left[\int_V \frac{R^2(\bar{z}_0)}{R^2 dV} \int_V \epsilon_{\pm i}(u') \varphi(u') du' - k_i(\bar{z}_0) \right] = \chi(u) C(\bar{z}_0).$$

Уравнение (58) с формальной точки зрения совпадает с уравнением замедления нейтронов [10] и имеет единственное решение при любой правой части. В силу линейности решение $\varphi^{(n)}(u)$ может быть представлено в виде суммы решений $\varphi_1^{(n)}(u) + \varphi_2^{(n)}(u)$, которые удовлетворяют уравнениям:

$$(B^2 D + \hat{M}) \varphi_1^{(n)}(u) = Q_1(u), \quad (59)$$

$$(B^2 D + \hat{M}) \varphi_2^{(n)}(u) = Q_2(u). \quad (60)$$

Явный вид правой части $Q_2(u)$ уравнения (60) указывает на совпадение решения $\varphi_2^{(n)}(u)$ с спектром в критическом реакторе $\varphi(u)$ с точностью до постоянного множителя $C(\bar{z}_0)$:

$$\varphi_2^{(n)}(u) = C(\bar{z}_0) \varphi(u). \quad (61)$$

Из определения (56) групповых констант вида $\Sigma_x^j(\varphi^{(n)}, \varphi)$ следует, что $\Sigma_x^j(C\varphi, \varphi) = 0$. Таким образом, составляющая $\varphi_2^{(n)}(u)$ решения $\varphi^{(n)}(u)$ уравнения (50) не вносит никакого вклада в групповые константы спектрального возмущения, и, следовательно, не требуется знание $k_i(\bar{z}_0)$ при подготовке подобных констант. В качестве спектра усреднения используется лишь составляющая $\varphi_1^{(n)}(u)$ решения $\varphi^{(n)}(u)$.

Попутно заметим, что из свойств $\varphi^{(n)}(u)$, выражаемых соотношениями (51) и (61), вытекает представление коэффициента реактивности в виде суперпозиции линейных функционалов от $\varphi(u)$ и $\varphi_1^{(n)}(u)$:

$$k_i(\bar{z}_0) = \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2 dV} \int_V \epsilon_{\pm i}(u) \varphi(u) du + \int_V \Sigma_x^j(u) \varphi_1^{(n)}(u) du. \quad (62)$$

Интерпретация этого выражения следующая. Специфическое изменение спектра нейтронов во всём реакторе при помещении атомов типа "i" в окрестность точки \bar{z}_0 характеризуется составляющей $\varphi_i^{(n)}(u)$. Последняя определяется рассеивающими, замедляющими и поглощающими свойствами нуклида "i" (см. вид $Q_i(u)$). Реактивный вклад одного атома нуклида "i" определяется тогда непосредственно скоростью генерации нейтронов деления, производимых в расчёте на атом нуклидом "i" в точке \bar{z}_0 , и изменением скорости генерации нейтронов деления всеми делящимися нуклидами в реакторе способностью делиться, то остаётся только вторая причина.

Вернёмся к спектру усреднения $\varphi_i^{(n)}(u)$. Для практических целей удобно устранить зависимость $\varphi_i^{(n)}(u)$ от коэффициентов $\int_V [vR]^2 / \int_V R^2 dV$ и $R^2(\bar{z}_0) / \int_V R^2 dV$ и внести эти коэффициенты в явном виде в скалярные произведения формулы (57). Это достигается следующим образом. Введём функции $\mu_1(u)$ и $\mu_2(u)$, удовлетворяющие уравнениям:

$$(B^2 D + \hat{M}) \mu_1(u) = -\hat{M}_i^{(6)} \varphi(u), \quad (63)$$

$$(B^2 D + \hat{M}) \mu_2(u) = 36_{vz,i}(u) D^2(u) \varphi(u). \quad (64)$$

Тогда спектр $\varphi_i^{(n)}(u)$ можно представить в виде:

$$\varphi_i^{(n)}(u) = \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \mu_1(u) + \frac{[vR(\bar{z}_0)]^2}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \mu_2(u). \quad (65)$$

Использование (65) в определении групповых констант спектрального возмущения (56) приводит к:

$$\Sigma_x^j(\varphi^{(n)}, \varphi) = \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2(\bar{z}) dV} \Sigma_x^j(\mu_1, \varphi) + \frac{[vR(\bar{z}_0)]^2}{\int_V R^2 dV} \Sigma_x^j(\mu_2, \varphi). \quad (66)$$

Формула для $k_i(\bar{z}_0)$ в групповом описании процессов. Представление (66) для $\Sigma_x^j(\varphi^{(n)}, \varphi)$ позволяет записать окончательное выражение для $k_i(\bar{z}_0)$ в групповом виде:

$$k_i(\bar{z}_0) = k_i^{TRAD}(\bar{z}_0) - \frac{R^2(\bar{z}_0)}{\int_V R^2 dV} \left\{ (\bar{\varphi}^+, [B^2 \hat{D}(\mu_1, \varphi) + \hat{P}(\mu_1, \varphi)] \bar{\varphi}) - (\sqrt{\Sigma}_j(\mu_1, \varphi) \bar{\varphi}) \right\} - \frac{[vR(\bar{z}_0)]^2}{\int_V R^2 dV} \left\{ \bar{\varphi}^+ [B^2 \hat{D}(\mu_2, \varphi) + \hat{P}(\mu_2, \varphi)] \bar{\varphi} - (\sqrt{\Sigma}_j(\mu_2, \varphi) \bar{\varphi}) \right\}, \quad (67)$$

где $k_i^{TRAD}(\bar{z}_0)$ - традиционно используемое выражение (45) для коэффициентов реактивности в групповом описании.

Формула (67) эквивалентна формуле (2) в детальном описании процессов и свидетельствует о незамкнутости традиционного группового метода при расширении его на предсказание билинейных функционалов. Незамкнутость проявляется в недостаточности набора групповых констант, описывающих скорости реакции, для корректного предсказания билинейных функционалов (см. также работы [2,3]).

Получение групповых констант спектрального возмущения требует дополнительной к спектру $\varphi(u)$ информации о нейтронных распределениях в детальном описании процессов. В рассматриваемом случае дополнительная информация сводится к спектрам $\mu_1(u)$ и $\mu_2(u)$, удовлетворяющих уравнениям (63), (64).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено теоретическое рассмотрение задачи группового представления коэффициентов реактивности в точке однородного реактора, основываясь на концепции групповых констант, сохраняющих скорости реакций. Эта задача, будучи связанной с анализом последствий от введения локализованного возмущения в реактор, существенно отличается от рассмотренных ранее в работах [2-3] задач и не может быть решена использованным там методом. В результате потребовалась разработка иного подхода к решению задач группового описания билинейных функционалов, порождаемых неоднородными возмущениями. Сущность этого подхода состоит в выявлении в критическом стационарном реакторе специфических нейтронных распределений, названных в работе функциями влияния и непосредственно сопряжённых с изучаемыми коэффициентами реактивности. Использование функций влияния позволило свести задачу группового описания КР в точке к решению уравнений типа уравнения замедления. Так как методы решения подобных уравнений достаточно хорошо разработаны в настоящее время, то полученный результат создаёт основу для решения следующих практически важных задач. Во-первых, задачи оценки погрешности традиционного группового метода при расчёте билинейных функционалов типа КР. Во-вторых, проблема подготовки групповых констант для проведения расчётов по теории возмущений.

В заключение авторы выражают глубокую признательность Г.Я.Румянцеву и Э.А.Стумбуру за плодотворные обсуждения некоторых аспектов настоящей работы и В.С.Дмитриевой и О.В.Глухой за помощь в оформлении работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Воротынцеv М.Ф., Серёгин А.С. К проблеме группового описания билинейных функционалов нейтронных распределений. Часть I. Детальное и традиционное групповое описание билинейных функционалов. Постановка задачи. Препринт ФЭИ-1513, Обнинск, 1983.
2. Воротынцеv М.Ф., Серёгин А.С. К проблеме группового описания билинейных функционалов нейтронных распределений. Часть II. Последовательное групповое описание билинейных функционалов при линейной формулировке групповых констант. Препринт ФЭИ-1514, Обнинск, 1983.
3. Воротынцеv М.Ф.. К проблеме группового описания билинейных функционалов нейтронных распределений. Часть III. Последовательное групповое описание некоторых билинейных функционалов обобщенной теории возмущений. Препринт ФЭИ-1581, Обнинск, 1984.
4. Стумбур Э.А. Применение теории возмущений в физике ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1980.
5. Вейнберг А., Вигнер Е. Физическая теория ядерных реакторов. Пер. с англ. Под ред. Я.В.Шевелёва. М., Изд-во иностр.лит., 1961.
6. Орлов В.В. О ценности нейтронов и теории возмущений для расчёта характеристик ядерных реакторов. Труды Физико-энергетического института. Обнинск, Изд. ФЭИ, 1968, т.1, вып.1, с. 38.
7. Mitani H. Higher Order Perturbation Method in Reactor Calculations.- "Nucl. Sci. Engng", 1973, v.51, N2, p.180.
8. Шихов С.Б., Шихов Д.К. Теория возмущений высших порядков для решения некоторых задач расчёта реактора: - В сб.: Теория и физика реакторов. Под ред. Л.Н.Дровой. М., Атомиздат, 1967, с. 3.
9. Шифф Л. Квантовая механика. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
10. Марчук Г.И. Методы расчёта ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
11. Дулин В.А. Возмущение критичности реакторов и уточнение групповых констант. - М., Атомиздат, 1979.

ПРИЛОЖЕНИЕ III.

Доказательство равенства $\hat{F}\varphi^{(n)}(\mu)=0$.

Рассмотрим уравнение (50) и перепишем его в следующем виде:

$$\hat{L}\varphi^{(n)}(\mu) - \hat{F}\varphi^{(n)}(\mu) = S(\mu), \quad \text{III-1}$$

где $\hat{L} = B^2 D(\mu) + \hat{M}$, $S(\mu)$ - правая часть уравнения (50). Так как существует решение $\varphi(\mu)$ уравнения (3) $\hat{L}\varphi(\mu) = \hat{F}\varphi(\mu)$, то решение уравнения III-1 существует лишь для правой части $S(\mu)$, удовлетворяющей условию:

$$(\varphi^+, S(\mu)) = 0. \quad \text{III-2}$$

Условие ортогональности III-2 эквивалентно определению (2) для коэффициента реактивности $k_i(\bar{c}_0)$, т.е. выполняется автоматически. Представим решение уравнения III-1 в виде суммы ряда по поколениям [4,6]

$$\varphi^{(n)}(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n^{(n)}(\mu), \quad \text{III-3}$$

где $\varphi_n^{(n)}(\mu)$ являются решениями следующей итерационной схемы:

$$\begin{aligned} \hat{L}\varphi_1^{(n)} &= S(\mu), \\ \hat{L}\varphi_2^{(n)} &= \hat{F}\varphi_1^{(n)}, \\ \hat{L}\varphi_n^{(n)} &= \hat{F}\varphi_{n-1}^{(n)}, \end{aligned} \quad \text{III-4}$$

Умножим скалярно каждое из уравнений III-4 на функцию ценностей $\varphi^+(\mu)$, удовлетворяющую уравнению (4):

$$\begin{aligned} (\varphi^+, \hat{L}\varphi_1^{(n)}) &= (\varphi^+, S) \\ (\varphi^+, \hat{L}\varphi_2^{(n)}) &= (\varphi^+, \hat{F}\varphi_1^{(n)}) \\ (\varphi^+, \hat{L}\varphi_n^{(n)}) &= (\varphi^+, \hat{F}\varphi_{n-1}^{(n)}), \end{aligned} \quad \text{III-5}$$

Рассмотрим первое из равенств III-5:

$$(\varphi^+, S) = (\hat{L}^+ \varphi^+, \varphi_1^{(n)}) = (\nu \Sigma_f, \varphi_1^{(n)}) = \hat{F}\varphi_1^{(n)} = 0. \quad \text{III-6}$$

Используя результат III-6 в уравнении для $\varphi_2^{(n)}$, получим:

$$(\varphi^+, \hat{L}\varphi_2^{(n)}) = 0 = (\nu \Sigma_f, \varphi_2^{(n)}); \quad \hat{F}\varphi_2^{(n)} = 0. \quad \text{III-7}$$

Таким образом, выполняется:

$$\hat{F}\varphi_n^{(n)} = 0, \quad n=1, 2, \dots, n, \dots \quad \text{III-8}$$

Действуя оператором \hat{F} на обе части равенства III-3 и учитывая III-8, получаем $\hat{F}\varphi^{(n)}(\mu) = 0$.

Технический редактор Н.П. Герасимова.

Подписано к печати 22/XI-1984г. Т-20588 Формат 60x90 1/16

Офсетная печать Усл.п.л. 1,6 Уч.-изд.л. 1,1 Тираж 80 экз.

Цена 16 коп. ФЭИ-1638 Индекс 3624

126

Отпечатано на роталпринте ФЭИ, г. Обнинск.

16 коп.

Индекс 3624

**Определение коэффициентов реактивности в критическом
однозонном реакторе с помощью стационарных функций
влияния.
ФЭИ-1638, 1984, 1-26.**