



Ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции

**Институт атомной энергии**

им. И. В. Курчатова

**Р.В. Шурьгин, П.Н. Юшманов**

**ИАЭ-4116/6**

*5116/6-0007*

**О ПЕРЕНОСАХ  
ПРИ ЦИКЛОТРОННОМ НАГРЕВЕ  
В ТОКАМАКАХ**

**Москва 1985**

УДК 533.932

Ключевые слова: токамак, циклотронный резонанс, дополнительный нагрев.

В работе вычислен формфактор в выражении для поглощенной мощности резонансных частиц в токамаке при циклотронном нагреве при  $\omega = \Omega_{C\alpha}$ . Получены оценки для возможных механизмов радиального переноса, возникающего из-за циклотронного взаимодействия волна — частица. Указано на возможность концентрации частиц вблизи резонансной зоны, что является причиной поляризации плазмы и возникновения полоидального электрического поля. Полученные оценки "неоклассического" потока ионов при наличии этого поля, видимо, могут объяснить наблюдаемое различие в удержании частиц при ИЦР- и ЭЦР-нагреве плазмы в токамаке.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью современного этапа исследований по УТС является активное использование ВЧ-методов для дополнительного нагрева плазмы. Методы, основанные на циклотронных механизмах поглощения, в настоящее время считаются наиболее перспективными и широко изучаются экспериментально. Изучение взаимодействия электромагнитных волн с плазмой при больших уровнях вводимой ВЧ-мощности ставит ряд новых теоретических вопросов. К ним можно отнести вопрос о транспортных свойствах тороидальной плазмы в условиях циклотронного нагрева. В настоящее время самосогласованная кинетическая теория переносов при ВЧ-нагреве отсутствует, однако можно сделать простые оценки, позволяющие оценить роль возможных механизмов ухода частиц из плазмы при ее взаимодействии с ВЧ-полями. В данной работе проведены такие оценки, а также рассмотрены некоторые эффекты, возникающие при циклотронном нагреве на основной частоте  $\omega = \Omega_\alpha$  из-за присутствия в токамаке пролетных и запертых частиц.

## 2. СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИФФУЗИЯ И НАГРЕВ ПРИ ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ

При циклотронном нагреве плазмы взаимодействие резонансных частиц с ВЧ-полями происходит за счет нелинейного резонанса между ларморовским вращением частиц и колебаниями волны. Конечность ларморовского радиуса приводит к появлению многих гармоник в спектре движения, и существует область параметров (энергия частицы, амплитуды волны и т.д.), при которых движение частицы в фазовом пространстве становится хаотическим, и, "блуждая по резонансам", частицы диффузионным образом набирают энергию [1, 2]. Это хорошо известное [3] явление неустойчивости динамических траекторий, причиной которой является взаимодействие нелинейных резонансов, характерно для циклотронного взаимодействия волна — частица.

Для описания перехода от регулярного движения к стохастическому можно использовать критерий Чирикова, известный как критерий перекрытия резонансов. Для получения этого критерия обычно используют упрощенные дискретные уравнения. При этом движение частицы между резонансами является невозмущенным, а в резонансных точках она испытывает скачки в поперечной скорости. Расчеты показывают [4], что уже небольшие уровни амплитуды циклотронных колебаний приводят к нарушению корреляций в скачках  $\Delta v_{\perp}$  при последовательном прохождении резонансной зоны, ларморовская фаза становится случайной и можно говорить о стохастическом (квазилинейном) нагреве. Эволюцию функции распределения резонансных частиц в этом случае описывают с помощью оператора столкновений вида

$$C_{QL} = \frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} v_{\perp} D_{QL} \frac{\partial f}{\partial v_{\perp}}. \quad (1)$$

Ниже мы получим формулу для поглощенной мощности резонансных частиц в геометрии токамака в случае циклотронного нагрева плазмы на основной гирочастоте  $\omega = \Omega_{\alpha}$ . Резонансными частицами могут быть как ионы, так и электроны ( $\alpha = e, i$ ). Предполагается, что соответствующие ВЧ-поля известны.

Для вычисления  $D_{QL}$  в стохастическом режиме необходимо знать величину скачка  $\Delta v_{\perp}$  в точке резонанса и  $T$  — период движения по траектории. Из уравнений движения частицы [4] в токамаке, которая взаимодействует с волной

$$\vec{E} = E_{\perp} \{-\sin\chi \vec{e}_r + \cos\chi \vec{e}_{\theta}\}, \quad \chi = k_{\perp} r - \omega t,$$

можно, используя метод стационарной фазы, вычислить величину скачка  $\Delta v_{\perp}$  (рис. 1):

$$\Delta v_{\perp} = \frac{e_{\perp} E_{\perp}}{m_{\alpha}} \sqrt{\frac{2\pi q R}{e \Omega_{\alpha} |\sin\theta_{\alpha}| v_{\parallel}}} \sin\psi, \quad |\sin\theta_{\alpha}| \sim 1, \quad (2)$$

$$\Delta v_{\perp} = \frac{e_{\perp} E_{\perp}}{\Omega_{\alpha} m_{\alpha}} \frac{6^{\frac{1}{3}} \Gamma(\frac{1}{3})}{3} \left( \frac{q R \Omega_{\alpha}}{k v_{\parallel} \sqrt{E}} \right)^{2/3} \sin\psi, \quad |\sin\theta_{\alpha}| \ll 1.$$

При получении (2) считалось, что модуль магнитного поля токамака меняется по закону  $B = B_0 (1 - x/R)$ ,  $x = r \cos\theta$  и резонансное

значение поля  $B_{рез} = B_0 (1 - x_0/R)$  смещено от центра на величину  $x_0$ . Невозмущенная дрейфовая траектория частицы описывается уравнениями

$$\dot{\Theta} \approx \frac{V_{\perp}}{qR}, \quad r \approx const, \quad (3)$$

$$V_{\perp} = v_m \left( k^2 - \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right)^{1/2}$$

где  $\mu = \frac{m_e v_{\perp}^2}{2B}$ ,  $E = \frac{m_e v^2}{2}$ ,  $v_m = \sqrt{\frac{4\mu e B_0}{m_e}}$ ,

$$k^2 = \frac{E - \mu B_0 (1 - \epsilon)}{2\mu B_0 \epsilon}.$$

Угол  $\Theta_0$ , определяющий резонансную точку, находится из равенства  $\cos \Theta_0 = -(\Delta\omega / \epsilon \Omega_{0\alpha})$ ,  $\Delta\omega = \omega - \Omega_{0\alpha}$ ,  $\Omega_{0\alpha} = (e_{\alpha}/B_0)/m_{\alpha}c$ . В формуле (2) угол  $\Psi$  включает начальную ларморовскую фазу и фазовый угол, получающийся при использовании метода стационарной фазы. Полученное выражение для  $\Delta v_{\perp}$  справедливо как для ионов, так и для электронов с той разницей, что для электронов при учете релятивистской зависимости массы от скорости  $m \sim m_0 (1 + \beta^2/2)$ ,  $\beta \approx v/c$  выражение для резонансного угла имеет вид  $\cos \Theta_0 = -(\Delta\omega + \beta^2 \Omega_{0\alpha}/2) / \epsilon \Omega_{0\alpha}$ . Параметр  $k$  в формуле для  $v_{\perp}$  разделяет частицы в токамаке на две группы: пролетные  $1 < k < \infty$  и запертые  $0 < k < 1$ . Заметим, что для запертых частиц ("бананов"), эти траектории пересекают зону резонанса (рис. 1,а), интервал изменения параметра  $k$  равен  $k_0 < k < 1$ ,  $k_0 = \sin(\Theta_0/2)$ . "Бананы", у которых  $0 < k < k_0$ , с волной не взаимодействуют. Таким образом, в плазме токамака существуют резонансные и нерезонансные запертые частицы. На рис. 2 изображено фазовое пространство и указаны области пролетных частиц, резонансных и нерезонансных "бананов" ( $\mu_* = E/B_0 (1 + \epsilon)$ ;  $\mu_0 = E/B_{рез}$ ;  $E = mv^2/2$ ).

Для вычисления коэффициентов стохастической (квазилинейной) диффузии используем формулу

$$D_{QL} = \sum_{m=1}^M \frac{\langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle_m}{2\pi} \delta(\Theta - \Theta_m), \quad (4)$$

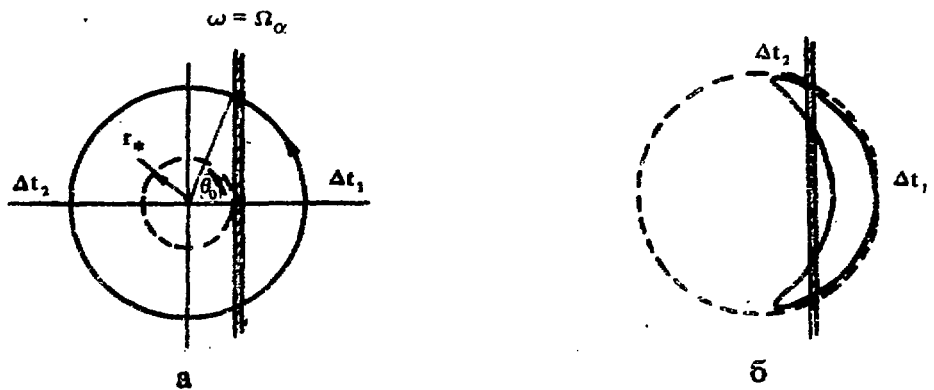


Рис. 1

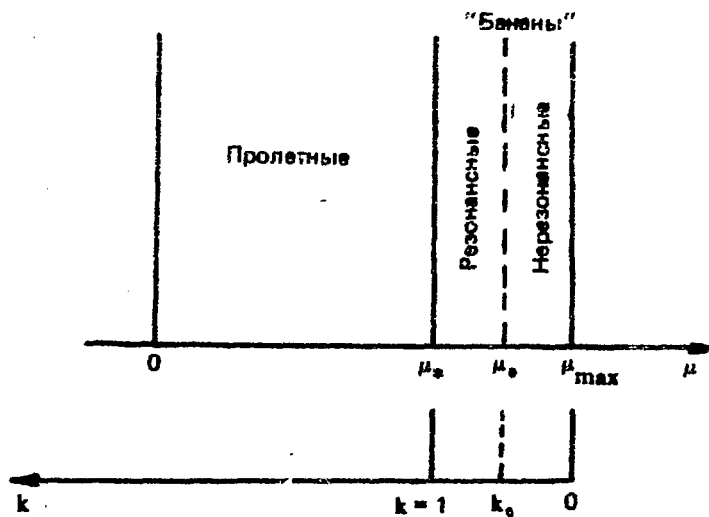


Рис. 2

где  $\langle \dots \rangle$  – усреднение по ларморовской фазе  $\Psi$ , которую считаем случайной  $\langle \sin^2 \Psi \rangle = 1/2$ ;  $T = \Delta t_1 + \Delta t_2$  (см. рис. 1) – период движения по замкнутой траектории;  $M$  – число резонансных точек;  $\delta$  – функция учитывает угловое распределение резонансных точек. Величина скачка  $\Delta v_{\perp}$  для пролетных и запертых частиц одинакова,  $T_u = (4qR/kv_m) K(1/k)$ ,  $M_u = 2$ ,  $T_t = (8qR/v_m) K(k)$ ,  $M_t = 4$ . Тогда для  $\sin \theta_0 \neq 0$ , используя (2), получим

$$D_{QL}^u = \frac{\tau V_E^2 \Omega_{\alpha} k}{4 \varepsilon |\sin \theta_0| K(\frac{1}{k}) \sqrt{k^2 - k_0^2}}, \quad (5)$$

$$D_{QL}^t = \frac{\tau V_E^2 \Omega_{\alpha d}}{4 \varepsilon |\sin \theta_0| K(k) \sqrt{k^2 - k_0^2}}, \quad (6)$$

где

$$V_E = \frac{e_d E_{\perp}}{m_d \Omega_{\alpha}} = \frac{c E_{\perp}}{B_0}, \quad k_0 = \sin \frac{\theta_0}{2}.$$

Используя (1), (5) и (6), получим выражение для средней мощности, поглощенной резонансными частицами на магнитной поверхности радиуса  $r$ :

$$P_{\alpha} = \left\langle \int d^3v C_{QL}(t_d) \frac{m_d v^2}{2} \right\rangle = -m_d \left\langle \int d^3v D_{QL} v_{\perp} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial v_{\perp}} \right\rangle, \quad (7)$$

где

$$\langle F \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta) d\theta.$$

Вообще говоря, для нахождения функции распределения  $f_{\alpha}$  необходимо решить кинетическое уравнение с учетом кулоновских и квазилинейных столкновений. Однако обычно в реальных условиях вводимая ВЧ-мощность (или  $E_{\perp}$ ) такова, что выполняется оценка

$$\frac{n_d \tau_{\alpha}}{\tau_E} \sim m_d n_d \nu_{QL} U_{\alpha}^2, \quad D_{QL} = \nu_{QL} U_{\alpha}^2. \quad (8)$$

Тогда из (8) следует, что  $\nu_{QL} / \nu_C = 1 / \nu_C \tau_E \ll 1$ , где  $\nu_C$  — кулоновская частота;  $\tau_E$  — энергетическое время. Таким образом, квазилинейные эффекты в этом случае не должны сильно исказить  $f_{\alpha}$  и ее можно считать локально максвелловской:

$$f_{\alpha} = \frac{n_{\alpha}}{v_{\alpha}^{3/2} U_{\alpha}^3} e^{-E/\tau}$$

Из (7) нетрудно получить

$$P_a(r, \theta) = \frac{3 M_a n_a U_E^2}{4 \Omega_{a\alpha} |\sin \theta_0| \sqrt{2\epsilon}} (I_u + I_z) \cdot H(r - r_*) \quad (9)$$

где 
$$I_u = \int_1^{\infty} \frac{k^2 dk}{K(1/k) (k^2 - k_0^2) \varphi(k)}$$

$$\varphi = [1 + \epsilon(k^2 - 1)]^{1/2}, \quad I_z = \int_{k_0}^1 \frac{k dk}{K(k) (k^2 - k_0^2) \varphi(k)}$$

В (9) ступенчатая функция  $H(x) = 1, x > 0, H(x) = 0, x < 0$  отражает тот факт, что частицы с  $r < r_* = R \Delta \omega / \Omega_{a\alpha}$  участия в резонансе не принимают, так как их дрейфовые траектории не пересекают зону резонанса (рис. 1,б).

Формула (9) позволяет вычислить формфактор, связанный с тороидальной геометрией плазменного шнура при наличии в плазме пролетных и запертых частиц. Пренебрегая вкладом запертых частиц и оценивая интеграл  $I_u$ , считая выполненными условия  $2\epsilon \ll 1, k_0 \neq 0$  и  $K(1/k) \approx \pi/2$ , получим, что  $I_u \approx 1/6\pi \epsilon^2 k_0^3$ . Тогда  $P_\alpha \sim 1/\epsilon^{3/2}$ , этот результат отличается от соответствующего результата, полученного в работе [6], в которой  $P_\alpha \sim 1/\epsilon$ . Разумеется, для вычисления полной мощности  $\langle P_\alpha \rangle = 2\pi \int P_\alpha r dr$  необходимо знать пространственное распределение электромагнитного поля  $E_\perp = E_\perp(r)$ . Заметим, что при  $k \rightarrow k_0$  требуется более корректный расчет скачка  $\Delta v_\perp$ . Кроме того, настоящий анализ несправедлив для приосевых частиц, траектории которых имеют более сложный вид.

### 3. ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА И РОЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ ЦИКЛОТРОННОМ НАГРЕВЕ

Систематический анализ транспортных свойств плазмы в проведенных экспериментах по циклотронному нагреву к настоящему времени отсутствует. Однако существует экспериментальное указание, отмеченное в [5], на тот факт, что в случае ИЦР-нагрева удержание улучшается (рост плотности), а в случае ЭЦР-нагрева — ухудшается (падение плотности). Более детальной информации о переносах при



использовании циклотронных механизмов нагрева, к сожалению, не существует.

Как было показано в разд. 1, основной эффект воздействия циклотронных колебаний с  $k_{\parallel} = 0$  на резонансные частицы в стохастическом режиме связан с квазилинейными столкновениями (скачки  $\Delta v_{\perp}$ ), описываемыми оператором (1). Вообще говоря, при введении большой ВЧ-мощности величина  $\nu_{QL} = D_{QL}/v_{T\alpha}^2$  может значительно превышать  $\nu_C$  — кулоновскую частоту соударений. При этом возникает вопрос, к каким переносам могут приводить квазилинейные столкновения в бесстолкновительном режиме? Естественно предположить, что введение дополнительных столкновений должно привести к дополнительному "неоклассическому" переносу  $\sim \nu_C$ . Мы, однако, покажем, что в аксиально-симметричном токамаке перенос, связанный со случайными скачками  $\Delta v_{\perp}$ , вопреки выводам работы [4] отсутствует.

В [4] была рассмотрена возможность радиальной диффузии в бесстолкновительной плазме токамака, связанной с пространственным смещением дрейфовой траектории частицы, которое вызывается скачком магнитного момента  $\Delta \mu$  в точке резонанса. Численные расчеты траекторий ионов с учетом случайного приращения  $\Delta \mu$  при пересечении резонансной зоны показали существование значительной радиальной диффузии, сравнимой с "неоклассической". Однако этот результат следует признать ошибочным, что видно из приведенных ниже простых рассуждений. При циклотронном взаимодействии частицы с волной в аксиально-симметричном токамаке в каждом резонансном акте сохраняется обобщенный импульс:

$$P_{\phi} = R(mV_{\perp} + \frac{e}{c} A_{\phi}) = \text{const} . \quad (10)$$

Перепишем равенство (10) (для простоты рассмотрим однородный ток) в виде  $r_0^2 = r^2 - (2qR/\Omega_{\alpha}) V_{\parallel}$ , где  $r_0$  — ведущий центр "банана" (в случае запертой частицы) — является интегралом движения и определяет радиус, на котором лежат точки поворота "банана":  $\Theta_0 = 2 \arcsin k$ ,  $k = (E - \mu B_0 (1 - \epsilon)) / 2\mu B_0 \epsilon$ . Так как в точке резонанса  $\Delta v_{\parallel} = 0$ , то  $\Delta r$  также равно нулю. Однако магнитный момент  $\mu$  и полная энергия  $E$  получают в этой точке приращения, что приводит к смещению точки поворота "банана", причем как бы ни

сместилась точка поворота, она будет лежать на ведущем центре  $r_0$ . Возмущенная траектория может при этом иметь несимметричные точки поворота, быть разомкнутой, но тем не менее она всегда "привязана" к ведущему центру  $r_0$ . То есть дрейф "банана" отсутствует, а значит, отсутствует радиальная диффузия. На рис. 3 приведены траектории невозмущенного "банана" и "банана", подверженного действию циклотронного резонанса.

Более формально этот результат можно получить, вычисляя продольный импульс (в режиме "бананов" он пропорционален радиальному потоку), который получают резонансные частицы при воздействии на них оператора (1). Интегрируя по частям, нетрудно получить

$$\Gamma_d \sim \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} v_{\perp} dv_{\perp} \cdot v_{\parallel} C_{\alpha}(t) \equiv 0. \quad (11)$$

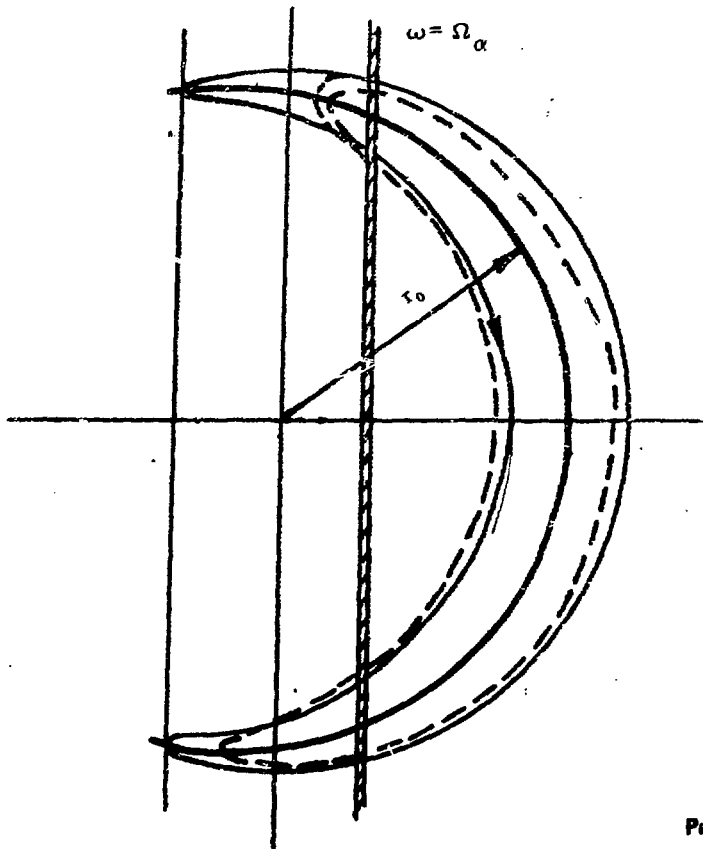


Рис. 3

Таким образом, несмотря на то, что квазилинейные соударения могут значительно превышать кулоновские, к дополнительным переносам они не приводят. Следует отметить принципиальное различие между случайными кулоновскими соударениями и случайными (в стохастическом режиме) скачками  $\Delta\mu$  — магнитного момента при циклотронном резонансе. Соударения — действительно случайный (марковский) процесс со всеми свойственными ему характеристиками, при воздействии которого на систему интегралы не сохраняются, в то время как скачки  $\Delta\mu$  возникают в результате эволюции детерминированной динамической системы. При этом, несмотря на возникающие нерегулярные колебания  $\mu$ , связанные с взаимодействием резонансов, интеграл обобщенного продольного импульса сохраняется, так как это связано с симметрией системы. Поскольку переноса "неоклассического" типа, связанного со скачками, не существует, имеет смысл рассмотреть "классический" перенос, который возникает из-за наличия этих скачков. Кроме того, проведем оценку "неоклассического" переноса, связанного со скачками  $\Delta v_{\perp}$ , которые могут быть вызваны присутствием продольного поля  $E_{\parallel}$  в ВЧ-волне.

При "классической" диффузии радиальный перенос тепла и вещества связан со случайными скачками ларморовского радиуса частицы, взаимодействующей с волной. Для оценок будем использовать выражение для  $\nu_{QL}$ , равное  $\nu_{QL} \sim v_E^2 \Omega_{\alpha} / \epsilon v_{T\alpha}^2$  справедливое для пролетных и запертых частиц вдали от сепаратрисы  $k \approx 1$  ( $\Theta_0 = \pi/2$ ) и точки  $k = k_0 = 1/\sqrt{2}$ . Тогда, считая  $\Delta r \sim \Delta v_{\perp} / \Omega_{\alpha}$ ,  $\nu_{QL} v_{T\alpha}^2 \sim \langle \Delta r^2 \rangle / \Delta t$ , получим оценку для коэффициента теплопроводности:

$$\chi_{QL}^{cl} \sim \frac{\langle \Delta r^2 \rangle}{\Delta t} \sim \rho_{B\alpha}^2 \nu_{QL}, \quad (12)$$

где  $\rho_{B\alpha} = v_{T\alpha} / \Omega_{\alpha}$ .

Считая  $\rho_{B\alpha} = (\epsilon/q) \rho_{\Theta\alpha}$ , вычислим отношение  $\chi_{QL}^{cl}$  к обычной "неоклассической" теплопроводности  $\chi_{neo} \sim \nu_{c\Theta\alpha} \rho_{\Theta\alpha}^2 \sqrt{\epsilon}$ :

$$\frac{\chi_{QL}^{cl}}{\chi_{neo}} = \frac{\rho_{B\alpha}^2 \nu_{QL}}{\rho_{\Theta\alpha}^2 \nu_{c\Theta\alpha} \sqrt{\epsilon}} = \frac{\epsilon^{3/2}}{q^2} \frac{\nu_{QL}}{\nu_c}. \quad (13)$$

Для случая ИЦР-нагрева плазмы с параметрами  $T_e = T_i = 1$  кэВ,  $n_\alpha = 4 \cdot 10^{13}$  см $^{-3}$ ,  $m_\alpha = 3,34 \cdot 10^{-24}$  г,  $q = 2$ ,  $Z = 1$ ,  $B_0 = 4 \cdot 10^4$  Гс получим из (13):

$$\frac{\chi_{QL}^{cl}}{\chi_{neo}} \sim 3\sqrt{\epsilon} |E_\perp|^2 \text{ (ед. CGSE)}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что  $\chi_{QL}^{cl} \sim \chi_{neo}$  при очень больших полях  $E_\perp \sim 300$  В/см, поэтому эффекты, связанные со скачками ларморовского радиуса при ИЦР-нагреве (тем более при ЭЦР-нагреве) к заметным переносам привести не могут.

При циклотронном нагреве в плазму наряду с поперечными ВЧ-полями присутствуют и продольные поля. Их взаимодействие с частицами при  $\omega = \Omega_\alpha$  приводит к скачкам  $\Delta v_{||}$  в зоне резонанса. Нетрудно показать, что для волны  $\mathcal{E}_{||} = E_{||} \sin(k_\perp r - \omega t)$  величина  $\Delta v_{||}$  связана со скачком  $\Delta v_\perp$  соотношением

$$\Delta v_{||} = (k_\perp \rho_{e\alpha}) \frac{E_{||}}{E_\perp} \Delta v_\perp. \quad (15)$$

Считая скачки  $\Delta v_{||}$  случайными и учитывая, что в тороидальной плазме радиальное смещение орбиты  $\Delta r \sim \Delta v_{||} / \Omega_{e\alpha}$ , находим "неклассическую" теплопроводность:

$$\chi_{QL}^{neo} \sim \sqrt{\epsilon} \frac{\langle \Delta r^2 \rangle}{\Delta t} \sim (k_\perp \rho_{e\alpha})^2 \left( \frac{E_{||}}{E_\perp} \right)^2 \sqrt{\epsilon} \rho_{e\alpha}^2 v_{QL}. \quad (16)$$

Обычный квазилинейный подход [6] позволяет учесть наличие волн с  $k_{||} \neq 0$ , при этом оператор столкновений принимает вид

$$C_{QL} = \hat{L} v_\perp^2 D_{QL} \hat{L}(f),$$

где

$$D_{QL} = \frac{4\pi e^2 |E_\perp|^2}{8m_\alpha^2 |k_\perp|} \delta\left(v_\perp - \frac{\omega - \Omega_\alpha}{k_\perp}\right);$$

$$\hat{L} = \left(1 - \frac{k_\perp v_\perp}{\omega}\right) \frac{1}{v_\perp} \frac{\partial}{\partial v_\perp} + \frac{k_\perp}{\omega} \frac{\partial}{\partial v_\perp}$$

Из вида оператора  $\hat{L}$  видно, что "неоклассическая" квазилинейная диффузия, связанная с рассеянием частицы по  $v_{\parallel}$ , меньше обычной столкновительной "неоклассики" в  $(k_{\parallel} v_{T\alpha}/\omega)$  раз. Таким образом, квазилинейные столкновения могут приводить к дополнительному радиальному переносу. Однако вычисление отношения коэффициентов теплопроводности  $\chi_{QL}/\chi_{neo}$  показывает, что в него, помимо параметра  $\nu_{QL}/\nu_C$ , входят малые параметры  $\epsilon^{3/2}/q^2$  (в случае  $\Delta v_{\perp}$ ) или  $(k_{\perp} \rho_{B\alpha})^2 (E_{\parallel}/E_{\perp})^2$  и  $(k_{\parallel} v_{T\alpha}/\omega)^2$  (в случае  $\Delta v_{\parallel}$ ). Если учесть, что  $\nu_{QL}/\nu_C$  обычно не превосходит единицу, то из вышеприведенных оценок можно сделать вывод о несущественности квазилинейных переносов.

Кроме прямого влияния на радиальный перенос, ВЧ-поля могут оказывать на него неявное воздействие через искажение функции распределения и поляризацию плазмы. Ниже мы рассмотрим эти два эффекта.

Нарушение аксиальной симметрии токамака из-за гофрировки приводит, как известно, к новому виду переносов, связанных с появлением локально запертых ионов. В случае ИЦР-нагрева формулы для теплопроводности этих ионов [7, 8] следует изменить, заменив  $\nu_{\parallel i}$  на  $\nu_{эф} = \nu_{\parallel i} + \nu_{QL}$ . Тогда получим:

$$\chi_i = 0.68 \frac{U_D^2}{\nu_{эф}} \left( \frac{Nq}{E} \right)^3 \delta^{3/2}, \quad \nu_{эф} > \nu_0, \quad (17)$$

$$\chi_i = 0.68 \frac{N^5 q^5}{A^2 E^3} \delta^{3/2} R^2 \nu_{эф}, \quad \nu_{эф} < \nu_0,$$

где

$$\nu_0 = \nu_B \frac{A \sqrt{E} U_D}{N e^{3/2} U_{Ti}}, \quad \nu_B = \frac{U_{Ti} E^{3/2}}{\sqrt{2} q R}, \quad U_D = \frac{c T_i}{e B R}, \quad A = 10 \div 20.$$

Вывод об уменьшении  $\chi_i$  при циклотронном нагреве в режиме с  $\nu_{эф} > \nu_0$  может оказаться несправедливым, если учесть, что формулы (17) были получены в предположении максвелловской функции распределения ионов. При больших ВЧ-мощностях функция распределения может быть существенно анизотропной в области далеких

"хвостов" и содержать больше частиц по сравнению с максвелловской. Для локально запертых ионов  $v_{||} \ll v_{\perp}$ , поэтому можно использовать результат работы [6], в которой получено решение кинетического уравнения для ионов с учетом кулоновских и квазилинейных соударений для  $f(v_{\perp}) = \int f(v_{\perp}, v_{||}) dv_{||}$ :

$$f_{QL} = A_{QL} \exp \left\{ -\frac{E}{T_{QL}} \left[ 1 + \lambda H\left(\frac{E}{E_0}\right) \right] \right\}, \quad (18)$$

где

$$T_{QL} = T_e(1 + \xi); \quad E = \frac{m_i v_{\perp}^2}{2}; \quad E_0 = T_i \left( \frac{T_{QL} + R_i T_e}{2 T_{QL}} \right)^{2/3},$$

$$R_i = z^2 \frac{V_{Te}}{v_{Ti}}; \quad \lambda = \frac{R_i T_e (1.5 T_{QL} - T_i)}{T_i (T_{QL} + R_i T_e)}, \quad \lambda = \frac{2}{3\sqrt{3}}; \quad \xi = \frac{2 R_i V_{QL}}{v_{Ti}},$$

$$v_{Ti} = \frac{4\sqrt{\pi}}{5} \frac{n z^4 e^4 \ln \Lambda}{m_i^2 v_{Ti}^2}, \quad H(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{dt}{1+t^{3/2}}.$$

Как следует из [7], для оценки различия коэффициентов теплопроводности  $\chi_{QL}^{OL}(f_{QL})$  и  $\chi_i^M(f_M)$  нужно вычислить отношение

$$I = \int_0^{\infty} E^6 f_{QL}(E) dE / \int_0^{\infty} E^6 f_M(E) dE.$$

Используя метод перевала при

$$\frac{T_{QL}}{T_i} > \frac{1}{2} \left( \frac{3 R_i}{8} \right)^{3/2}$$

и считая приближенно

$$A_{QL} \approx \frac{n}{\pi^{3/2}} \left( \frac{m_i}{2 T_{QL}} \right)^{3/2},$$

получим

$$\frac{\chi_{QL}}{\chi_M} = \frac{v_{Ti}}{v_{QL} + v_{Ti}} \left( \frac{T_{QL}}{T_i} \right)^{3/2} \frac{8^7 e^{-\varphi - 8 \cos^2 \frac{\varphi}{3}}}{7! \cos^2 \frac{\varphi}{3}} \sqrt{\frac{\pi}{3}}, \quad (19)$$

где  $\cos \Theta = -\frac{2}{3} \frac{R_i}{b} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{T_i}{T_{QL}} \right)^2}$ ,  $\varphi = \frac{2.4 E_0 d}{T_{QL}}$ .

Здесь мы использовали, что при  $x \gg 1$   $H(x) \approx 2.4/x$ . При  $T_{QL}/T_i \gg 1$ ,  $\varphi \sim 3.5$ ,  $\cos \Theta \sim 1$  получим

$$\frac{\chi_{QL}}{\chi_M} \approx \text{const} \left( \frac{T_{QL}}{T_i} \right)^{3/2}, \quad (20)$$

где

$$\text{const} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{g^2}{4!} e^{-11.5} \approx 4.4 \cdot 10^{-3}$$

Полученный результат указывает, что введение в плазму ВЧ-мощности при ИЦР-нагреве приводит к увеличению эффективной температуры, при этом значительно увеличивается теплопроводность локально запертых ионов при  $T_{QL}/T_i \gg 1$ . Оценка показывает, что  $\chi_{QL} > \chi_M$  при  $T_{QL} > 3T_i$ , что соответствует  $\nu_{QL}/\nu_{ii} > 3.7 \cdot 10^{-2}$ . Таким образом, эффект "немаксвелловской" функции распределения проявляется при достаточно низких, практически реализуемых уровнях ВЧ-мощности.

Для более детального изучения эффектов циклотронного резонанса были проведены численные расчеты траекторий частиц (ионов) в токамаке при наличии циклотронного взаимодействия волна — частица в бесстолкновительной плазме. Для расчета использовалась дрейфовая система уравнения вида

$$\begin{aligned} \vec{\dot{r}} &= v_{||} \vec{h} + \frac{(v_{\perp}^2/2 + v_{||}^2)}{\Omega} \left[ \vec{h} \times \frac{\nabla B}{B} \right], \\ \dot{v}_{||} &= -\frac{v_{\perp}^2}{2} \left( \vec{h} \cdot \frac{\nabla B}{B} \right), \\ \dot{v}_{\perp} &= \frac{v_{||} v_{\perp}}{2} \left( \vec{h} \cdot \frac{\nabla B}{B} \right), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\vec{h} = \frac{\vec{B}}{B}$ ,  $B = \sqrt{B_\theta^2 + B_\varphi^2}$ ,  $B_\varphi = B_0(1 - \epsilon \cos \Theta)$ ,  
 $j_\varphi = j_0(1 - r^2/a^2)$ .

Зона циклотронного резонанса конечной ширины находилась в центре шнура ( $\Theta_0 = \pm \pi/2$ ), и частица, пересекая ее случайным образом, меняла поперечную скорость. Для скачка  $\Delta v_\perp$  использовалась формула (2) со случайной фазой  $\Psi$ . В результате расчетов показано, что частицы диффузионным образом набирают поперечную энергию, при этом пролетные частицы переходят в запертые (уменьшение параметра  $k$ ). Резонансные "бананы" по мере увеличения энергии смещают свои точки поворота к внешнему обводу, стремясь выйти из зоны резонанса, не меняя при этом, как уже указывалось, величину ведущего центра  $r_0$ . Траектория "банана", чьи точки совпадают с резонансной зоной ("предельный банан") далее практически не меняется. "Банан" как бы цепляется за линию резонанса, совершая около нее небольшие случайные осцилляции. Таким образом, в фазовом пространстве  $(E, k)$  при центральном нагреве на линии  $k = 1/\sqrt{2}$  происходит накопление частиц, в координатном пространстве переход резонансных "бананов" в нерезонансные приводит к заполнению внешней половины тороидальной камеры. Аналогичный эффект наблюдался в численных расчетах траекторий электронов, взаимодействующих с циклотронными колебаниями в неоднородном магнитном поле адиабатической ловушки [9]: электроны концентрировались вблизи зоны резонанса. Очевидно, что нестационарное накопление запертых частиц в области  $R > R_0$  должно приводить к поляризации плазмы и, как следствие, к появлению полоидального электрического поля  $E_\theta = -(1/r) \partial \varphi / \partial \Theta$ . В работе [5], в которой исследовался этот эффект, показано, что  $\varphi = \varphi_\alpha \cos \Theta$  ( $\alpha = И, Э$ ), где  $\varphi_{И} > 0$  при ИЦР-нагреве и  $\varphi_{Э} < 0$  при ЭЦР-нагреве. При этом скорость вертикального дрейфа становится равной

$$V_{\text{дв}} = \langle \sin^2 \Theta \rangle \left\{ \frac{v^2}{\sqrt{2} R} - \frac{c \varphi_\alpha}{r B} \right\}. \quad (22)$$

Из (22) видно, что при ИЦР ( $\varphi_{И} > 0$ ) происходит компенсация градиентного дрейфа, а при ЭЦР ( $\varphi_{Э} < 0$ ) суммарный дрейф возрастает. Если считать, что удержание частиц связано с "неоклассическим"



переносом ионов (перенос электронов аномален), то ясно, что появление поперечного электрического поля должно приводить к улучшению удержания при использовании ИЦР-нагрева и ухудшению в случае ЭЦР. Действительно, при экспериментальной реализации этих способов нагрева в токамаке наблюдается: повышение плотности в случае ИЦР-нагрева и падение плотности при ЭЦР-нагреве плазмы.

К выводам [5] следует добавить, что наличие в плазме потенциала вида  $\varphi \sim \cos \Theta$  приводит к изменению глубины "ямы" для запертых ионов. При этом в случае ИЦР "яма" уменьшается, а при ЭЦР увеличивается, поэтому доли запертых ионов в этих двух случаях могут существенно различаться, что также должно привести к различию в удержании. Из выражения для  $v_{||} = [(2/m_i)(E - \mu B_0(1 - \epsilon \cos \Theta) \pm Ze\varphi_0 \cos \Theta)]^{1/2}$  видно, что электрическое поле можно учесть, вводя вместо  $\epsilon$  величину  $\epsilon_{эф} = \epsilon \pm (Ze|\varphi_0|)/\mu B_0 \approx \epsilon \pm Ze\varphi_0/\mu$ . Тогда для скорости дрейфа  $v_D = v_{\varphi B} + v_E$  получим  $v_D \sim v_{\varphi B} (\epsilon_{эф}/\epsilon)$ . Учитывая, что радиальное смещение  $\Delta r \sim v_D (qR/\sqrt{\epsilon_{эф}}) = \rho_L (q/\epsilon) \sqrt{\epsilon_{эф}}$ , нетрудно получить оценку для "неоклассической" теплопроводности ионов:

$$\chi_i \sim \sqrt{\epsilon_{эф}} \frac{v_{ii}}{\epsilon_{эф}} (\Delta r)^2 \sim \sqrt{\epsilon_{эф}} v_{ii} \rho^2 \frac{q^2}{\epsilon^2} \approx \chi_i^{k20} \left(1 \pm \frac{Ze|\varphi_0|}{2E\Gamma}\right), \quad (23)$$

где знак плюс соответствует ЭЦР-нагреву, а знак минус — ИЦР-нагреву. Более точно учет потенциала можно провести, вычисляя "неоклассический" поток ионов [10], считая для простоты  $v_{ii} = \text{const}$ :

$$\Gamma_i = - \frac{4\pi}{\Omega_{\theta i}^2} \frac{v_{ii}}{m_i^2} \int_0^{\infty} \frac{dF_0}{dr} dE \left[ \int_0^{\mu_{\max}} \left\langle \frac{1}{v_{||}} \right\rangle \mu d\mu - \int_0^{\mu_0} \left\langle \frac{1}{v_{||}} \right\rangle \mu d\mu \right],$$

где

$$\mu_0 = \frac{W + Ze\varphi_0}{B_0(1 + \epsilon)}, \quad v_{||} = v_m \sqrt{k^2 - \sin^2 \frac{\Theta}{2}}, \quad k^2 = \frac{W - \mu B_0(1 - \epsilon) - Ze\varphi_0}{2(\epsilon \mu B_0 - Ze\varphi_0)},$$

$$v_m = \sqrt{\frac{4}{m} (\epsilon \mu B_0 - Ze\varphi_0)}, \quad W = E + Ze\varphi_0 \cos \Theta,$$

$$\mu_{\max} = \frac{W - 2Ze\varphi_0 \cos \Theta}{B(\Theta)}$$

Считая  $\Gamma_0 = \frac{10}{r^{3/2}} \left( \frac{m}{2T} \right)^{3/2} e^{-\frac{m}{T}}$  имеем:

$$\Gamma_i = -\Gamma_0 e^{-x_0} \Phi_{II}(x_0), \quad \varphi_0 > 0 \text{ (ИЦР)}, \quad (24)$$

$$\Gamma_i = -\Gamma_0 e^{x_0} \Phi_{III}(x_0), \quad \varphi_0 < 0 \text{ (ЭЦР)},$$

где

$$\Phi_{II} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \frac{15}{4} + \frac{3d_1}{2} + d_2 \right), \quad d_1 = \frac{5}{3} + \nu_x, \quad d_2 = \frac{2}{3} x_0 (x_0 + \nu_x);$$

$$\Phi_{III} = \sum_{k=1}^3 \beta_k.$$

$$\beta_1 = \frac{15}{8} \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\sqrt{x_0}) + x_0^{5/2} e^{-x_0} \left( 1 + \frac{5}{2x_0} + \frac{15}{4x_0^2} \right),$$

$$\beta_2 = \left( \nu_x - \frac{5x_0}{3} \right) \left[ \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \operatorname{erfc}(\sqrt{x_0}) + x_0^{3/2} e^{-x_0} \left( 1 + \frac{3}{2x_0} \right) \right],$$

$$\beta_3 = -\frac{2}{3} x_0 (\nu_x - x_0) \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{4} \operatorname{erfc}(\sqrt{x_0}) + \sqrt{x_0} e^{-x_0} \right];$$

$$\nu_x = \frac{d \ln h}{d \ln T} - \frac{3}{2}; \quad \Gamma_0 = \sqrt{\frac{2\pi}{T}} \rho_{oi}^2 \nu_{ii} n_0 \frac{T_i'}{T_i}; \quad x_0 = \frac{\pi e |\varphi_0|}{\varepsilon T_i}.$$

Из (24) видно, что  $\Gamma_i^{\text{ИЦР}} / \Gamma_i^{\text{ЭЦР}} \sim e^{-2x_0}$  и различие в величине радиального потока ионов при ИЦР- и ЭЦР-нагревах, связанное с различным изменением глубины магнитной "ямы", для запертых ионов в этих двух случаях может быть существенным, что и приводит к различию в переносах.

#### 4. ВЫВОДЫ

1. В работе получен формфактор, который входит в коэффициент для квазилинейной (стохастической) диффузии и в выражение для поглощенной мощности резонансных частиц. Он учитывает тороидальную геометрию токамака, наличие пролетных и запертых частиц, возможность нецентрального расположения резонансной зоны.

2. Показано, что при циклотронном нагреве как "классические" (скачки  $\Delta v_{\perp}$ ), так и "неоклассические" (скачки  $\Delta v_{\parallel}$ ) переносы в стохастическом режиме в токамаке незначительны. Также показано,

что "неоклассический" перенос, связанный с воздействием на плазму оператора (1) отсутствует.

3. Численные расчеты эволюции дрейфовых траекторий ионов, взаимодействующих с циклотронной волной, без учета столкновений показывают нестационарное накопление нерезонансных "бананов" во внешней половине камеры токамака. Следствиями этого эффекта являются поляризация плазмы и появление полоидального электрического поля. Указано, что наличие этого поля приводит к уменьшению магнитной "ямы" при ИЦР-нагреве и увеличению "ямы" при ЭЦР-нагреве. По-видимому, в настоящее время это единственный механизм, который может объяснить различие в удержании плазмы в случае ИЦР- и ЭЦР-нагрева.

#### Список литературы

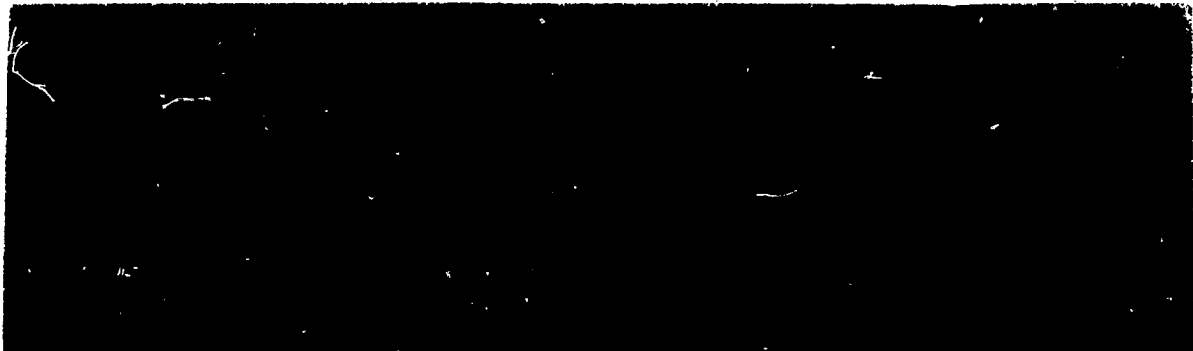
1. Smith G.R., Kaufman A.N. — Phys. Fluids, 1978, vol. 21, p. 2230.
2. Karney C.F. — Phys. Fluids, 1979, vol. 22, p. 2188.
3. Chirikov B.V. — Phys. Rep., 1979, vol. 52, p. 265.
4. Whang K.W., Marales G.J. — Nucl. Fus., 1983, vol. 23, p. 481.
5. Hsu J.Y., Chan V.S. et al. Preprint GA-A17370, 1984.
6. Stix T.H. — Nucl. Fus., 1975, vol. 15, p. 737.
7. Yushmanov P.N. — Nucl. Fus., 1982, vol. 22, № 3, p. 321.
8. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. — М.: Наука, 1982.
9. Sprott J.C., Edmonds P.H. Preprint ORNL-TM-3405, 1971.
10. Connor J.W. — Plasma Phys, 1973, vol. 15, № 8, p. 765.

---

Редактор О.В. Базанова  
Технический редактор Н.А. Малькова  
Корректор Г.Я. Кармадонова

Т-23035. 28.11.84. Формат 60x90/16. Уч.-изд. л. 1,0  
Тираж 115. Индекс 3624. Заказ 67

Отпечатано в ИАЭ



Препринт ИАЭ-4116/6. М., 1985

