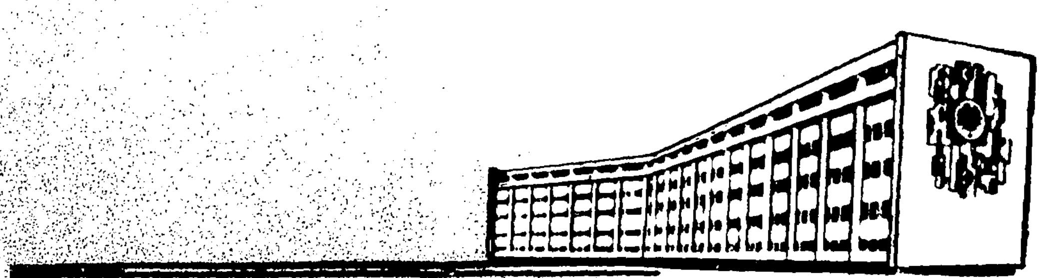
АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР

ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ИТФ-85-51Р

А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ В МОДЕЛИ ДИПОЛЬНОГО ПОМЕРОНА



Александр Николаевич Валл
Ласло Ласлович Енковский
Борис Владимирович Струминский

Высокоэнергетическое рассеяние адронов в модели
дипольного померона

Редактор А.А.Храброва Техн.редактор Е.В.Стельмах

БФ 08142 Зак. 461 Формат 60x84/16. Усл.-печ.л. 2,21
Подписано к печати 5.07.85 г. Тираж 200. Цена 14 коп.

Офсетная лаборатория Института теоретической физики АН УССР

Академия наук Украинской ССР
Институт теоретической физики

Препринт
ИТФ-85-51Р

А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ В МОДЕЛИ ДИПОЛЬНОГО ПОМЕРОНА

Киев-1985

УДК 539.I25.I7

А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский

Высокоэнергетическое рассеяние адронов в модели дипольного померона

Построена модель упругой дифракции адронов, основанная на прежположении об обмене одним двукратным вакуумным полюсом. В рамках U - матричного формализма вычислены поправки на перерассеяние. Изучена связь с характеристиками множественного рождения. Обсуждаются экспериментальные следствия модели.

A.N.Wall, L.L.Jenkovszky, B.V.Struminsky

High-Energy Hadron Scattering in a Dipole Pomeron Model

A model for elastic scattering with a double vacuum pole is developed. Rescattering corrections are calculated within the framework of the U - matrix formalism. Multiple production is studied. Experimentally measurable consequences of the model are discussed.

§I ВВЕДЕНИЕ

Стало общепринятым считать, что микроскопической теорией взаимодействия адронов является квантовая хромодинамика и что построение этой теории в принципе завершено. Однако без решения проблемы конфаймента эта теория не применима к процессам рассеяния, для описания которых используются различные полуфеноменологические модели, такие, как оптические, реджевские, дуальные, а также метод квазипотенциала, u -матрицы и другие.

Вообще говоря, задачу построения амплитуды рассеяния можно разделить на два этапа: I) нахождение приближенного решения - затравочной амплитуды (потенциала); 2) вычисление поправок к ней с помощью некоторой итерационной процедуры (как правило, основанной на условии унитарности). При этом очевидно, что успех итерации зависит от удачного выбора "затравки".

В качестве "затравки" обычно выбиралась реджевская амплитуда в однополюсном приближении с линейной траекторией. Исторически развитие этого подхода совпало с экспериментальной ситуацией (конец 60-х-начало 70-х годов), в которой простая полюсная модель отражала основные тенденции, наблюдаемые в упругом рассеянии адронов, а именно:

I. а) стремление полных сечений к постоянному пределу;

б) бесструктурный, экспоненцильный (по t) логарифмически сужающийся (по s) дифракционный конус;

в) мнимая амплитуда рассеяния вперед;

г) вымирание с энергией поляризации.

Все это давало основания считать удачным выбор однополюсной модели с линейной траекторией в качестве затравочной амплитуды.

Экспериментальные данные, полученные на ускорителях ИФВЭ, ФНАЛ, ISR и коллайдере, потребовали пересмотра такой точки зрения. Теперь хорошо известно, что

II. а) все сечения растут с энергией;

б) дифференциальные сечения имеют структуру: "излом" вблизи $|t| \approx 0{,}1$ГэВ^2 и движущийся с энергией "провал";

в) амплитуда содержит положительную действительную часть;

г) поляризация при высоких энергиях не вымирает.

Все эти эффекты не предсказывались теорией, однако их удалось воспроизвести в рамках традиционных схем, дополненных предположение об интерсепте $\alpha(0) > 1$ и с учетом унитарных поправок (абсорбций, перерассеяния) к простому полюсу. Поправки не малы и предсказания различных подходов, используемых для их вычисления (квазипотенциальный подход, формализм U-матрицы, эйконалъный подход, реджевская полевая теория и пр.) различаются между собой. Эта проблема связана с правильным описанием вклада многочастичных процессов в условие унитарности.

В работах [I-3] был развит альтернативный подход, основанный на предположении о том, что (затравочная) амплитуда рассеяния определяется вкладом одного двукратного полюса Редже (для краткости мы будем пользоваться принятым в литературе, хоть и не совсем удачным термином "диполь"). Свойства и феноменологические следствия реджевского диполя в применении как к резонансной, так и к дифракционной компоненте амплитуды рассеяния неоднократно обсуждались в литературе [4,5]. Интерес к дипольному померону (ДП), однако, значительно возрос после экспериментального обнаружения роста сечений рассеяния (рис.I). Наша модель ДП содержит эффекты IIа)-г) с самого начала без привлечения дополнительных предположений. Мы считаем, что модель ДП в такой мере адекватна явлениям IIа)- г), в какой модель с простым полюсом- "досерпуховской" картине Iа) - г).

Обычно предполагается, что дипольный вклад P_2, обеспечивающий рост сечений, существует наряду со вкладом простого полюса P_1, связанного с постоянной компонентой полного сечения. Вычет траектория простого и двукратного полюсов - произвольные и независимые функции, поэтому такая модель содержит значительный произвол и может служить лишь для эмпирических подгонок данных. Интерференция двух вкладов:

$$T(s,t) = P_1(s,t) + P_2(s,t) \qquad (I)$$

при соответствующем выборе вычетов и траекторий может привести к возникновению дифракционного минимума.

Реджевские модели, вообще говоря, не определяют зависимость амплитуды от переданного импульса. В работе [I] предположение о дипольном обмене было дополнено зависимостью от t, заимствованной из дуальной модели. Было показано, что обмен одним реджевским диполем с вычетом, определяемый дуальной моделью, приводит к появлению движущегося дифракционного минимума, наблюдаемого в высокоэнергетическом рассеянии адронов. Отметим также,

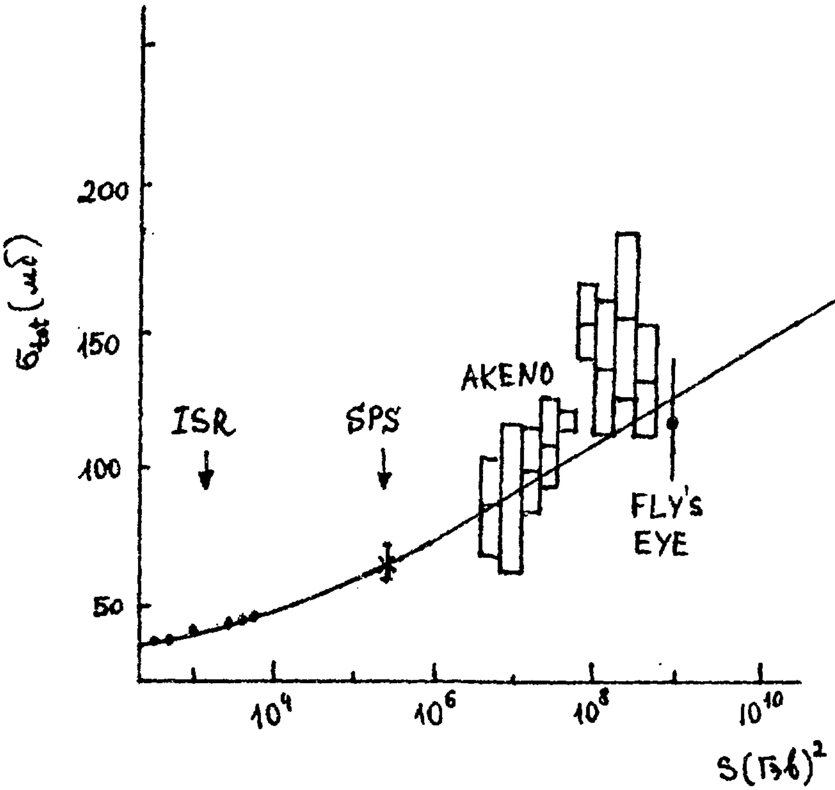


Рис.I. Модель ДП с единичным интерсептом приводит к логарифмическому росту сечений. Подгонки ДП к полному сечению приведены в работах [3,22] (значения параметров см. в Приложении). Сечение, измеренное на коллайдере $\sigma_t = 61$ мбн согласуется с логарифмической экстраполяцией [3] из области более низких энергий.

что ДП содержит положительную действительную часть в амплитуде.

Кратность, равная двум,- максимальная, допустимая условием унитарности при несингулярном в точке $t=0$ вычете. Легко убедиться, например, в том, что полюс более высокой кратности приводит к неравенству $\sigma_{el} > \sigma_t$, что явно противоречит S -канальному условию унитарности. Более сложные специальные случаи возникновения кратных полюсов (например, при столкновении двух или нескольких траекторий) рассмотрены в работах [5] .

Выбор развиваемой нами модели мотивирован соображениями минимальности и простоты. Под этим мы подразумеваем, что все наблюдаемые явления упругой дифракции, в том числе дифракционный минимум, описываются вкладом одной реджевской сингулярности с единичным интерсептом (с минимальным числом (пять) свободных параметров (вместе с нормировочным параметром)). При этом нет необходимости во введении дополнительных особенностей в j - плоскости.

2. Модель обладает свойством самовоспроизводимости, т.е. унитарные поправки не меняют функциональную форму исходной амплитуды, а приводят лишь к перенормировке свободных параметров. Подгонка к экспериментальным данным обеспечивает правильный выбор значений этих параметров и, следовательно, согласие с условием унитарности.

В дуальных моделях зависимость амплитуды рассеяния, в частности реджевского вычета, от кинематических переменных входит только через траекторию Редже. Это свойство амплитуды существенно для развиваемой нами модели.

Форма траектории также диктуется дуальной моделью [7] :

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \sum_i \gamma_i \ln\left(1 + \beta_i \sqrt{t_i - t}\right). \qquad (2)$$

При малых значениях $t \ll t_i$ можно ограничиться линейным приближением траектории

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \qquad (3)$$

удобным при вычислениях, а также для выяснения свойств модели, в частности физического смысла основных ее параметров. В данной работе вычисление поправок на перерассеяние выполнено в приближении (3). Описание [3] наблюдаемого на опыте "излома" в дифференциальном сечении при $-t \simeq 0{,}1$ ГэВ^2 , связанного с пионной "шубой" нуклона (на языке представления прицельного параметра она проявляется в замедлении - до экспоненциального - убывания прицельной амплитуды $h(s, \rho)$, требует учета легчайшего (двухпионного) порога в траектории. Для описания дифференциального сечения в области умеренных t разумным является приближение

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t - \alpha_1 \sqrt{4m_\pi^2 - t}. \qquad (4)$$

Описание рассеяния на большие углы, в частности автомодельного поведения, требует использования дуальной амплитуды с траекторией, обладающей логарифмической асимптотикой. Эта задача выходит за рамки данной работы; единому описанию мягких и жестких столкновений в дуальной модели посвящена статья [7] .

Содержание данной работы:

В §2 мы построим модель дипольного померона (ДП). Как мы уже отмечали, эта модель содержит оригинальный механизм дифракционного минимума. В §3 мы вычислим унитарные поправки к затравочной амплитуде в формализме u - матрицы при $t=0$. Они малы и не меняют функциональную форму исходной модели. В §4 мы рассмотрим эффекты перерассеяния в области больших переданных импульсов. Покажем, что учет приводит к смене экспоненциального поведения дифференциального сечения на орировское поведение. В §5 в рамках модели ДП исследуются вопросы множественного рождения. При обсуждении экспериментально проверяемых следствий модели мы будем ориентироваться на данные о процессах pp- и $p\bar{p}$-рассеяния. Детальная подгонка модели к экспериментальным данным (до запуска коллайдера) проводилась а работах [I-3, 23] . В §6 обсуждаются различные феноменологические модификации модели ДП; §7 содержит выводы данной работы.

§2. ДИПОЛЬНЫЙ ПОМЕРОН

Амплитуда двухчастичного рассеяния $T(s,t)$ в выбранной нами нормировке удовлетворяет условиям

$$\sigma_t(s)=\frac{16\pi}{\sqrt{s(s-4m^2)}}\,\mathrm{Im}\,T(s,0), \qquad (5)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}=\frac{16\pi}{s(s-4m^2)}\,|T(s,t)|^2. \qquad (6)$$

Как отмечалось, мы предполагаем, что асимптотическое поведение амплитуды $T(s,t)$ при $s\to\infty$ определяется изолированным полюсом 2-го порядка. Другим нашим существенным предположением, заимствованным из дуальных моделей, является то, что вычет в полюсе не зависит от t , то есть парциальная волна амплитуды $T(s,t)$ имеет вид

$$a(j,t)=\frac{\beta(j)}{[j-\alpha(t)]^2}=\frac{d}{d\alpha}\left[\frac{\beta(j)}{j-\alpha(t)}\right]. \qquad (7)$$

Функция $\beta(j)$ не зависит от t и не имеет особенностей в точке $j=\alpha(t)$.

Выполнив преобразование Зоммерфельда-Ватсона

$$T(s,t)=\frac{d}{d\alpha(t)}\int\frac{1+e^{-i\pi j}}{\sin\pi j}\,\frac{\beta(j)}{j-\alpha(t)}\left(s/s_0\right)^j(2j+1)\,dj, \qquad (\mathrm{I0})$$

получим следующее представление для амплитуды рассеяния:

$$T(s,t)=\frac{d}{d\alpha}\left[e^{-i\frac{\pi\alpha}{2}}G(\alpha)\left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha}\right]=e^{-i\frac{\pi\alpha}{2}}\left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha}\left[G'(\alpha)+\left(L-\frac{i\pi}{2}\right)G(\alpha)\right],\quad L=\ln\frac{s}{s_0}$$

(множитель $\sin\frac{\pi\alpha}{2}$ мы включили в функцию вычета $G(\alpha)$), $\alpha(t)$ – вакуумная траектория с единичным интерсептом, $\alpha(0)=1$.

Существенной с точки зрения возникновения дифракционного минимума является связь между $G'(\alpha)$ и $G(\alpha)$, а не конкретный вид этой функции. Фиксируя $G'(\alpha)$, мы восстанавливаем $G(\alpha)$ с точностью до постоянной интегрирования. Первое слагаемое в (II) напоминает вклад простого полюса, хотя на самом деле все выражения есть вклад одного лишь диполя. Однако при выборе явного вида функции $G'(\alpha)$ мы будем помнить об этой аналогии и будем пользоваться известными подгонками к вычету простого полюса Померанчука.

В дальнейшем более удобно рассмотреть функцию от переменной $\alpha-1$, которая при $t=0$ равна нулю.

Прежде чем рассматривать конкретные варианты функции $G(\alpha-1)$, мы рассмотрим некоторые свойства амплитуды (II) при произвольной функции G .

Полное сечение рассеяния есть

$$\sigma_t(s)=-\frac{16\pi}{s_0}\left[G'(0)+G(0)L\right]=\sigma_0(1+\lambda L). \qquad (12)$$

Таким образом,

$$\sigma_0=\frac{-16\pi G'(0)}{s_0}, \qquad \lambda=G(0)/G'(0).$$

Найдем теперь положение минимума и максимума в дифференциальном сечении:

$$\frac{d\sigma}{d\alpha}|T|^2=2\left(\frac{s}{s_0}\right)^{2\alpha}(G'+GL)\left[L(G'+GL)+G\frac{\pi^2}{4}+G''+G'L\right]. \qquad (14)$$

Положение точки минимума в дифференциальном сечении определяется уравнением

$$G'+GL=0 \qquad (15)$$

и совпадает с нулем мнимой части амплитуды (II). Уравнение

$$L(G'+GL)+G\frac{\pi^2}{4}+G''+G'L=0 \qquad (16)$$

определяет положение максимума. Из этих уравнений следует, что отношение дифференциального сечения в точке максимума к дифференциальному сечению в точке минимума равно

$$\left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{max}\Big/\left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{min}\simeq L^2, \qquad (17)$$

т.е., грубо говоря, - это отношение квадрата мнимой части к квадрату вещественной части амплитуды.

Теперь мы рассмотрим простейшую параметризацию функций $G(\alpha-1)$ и $G'(\alpha-1)$, предложенную в работах [I,2]. Мы используем аналогию с вычетом обычного полюса Померанчука и воспользуемся наиболее простой и популярной параметризацией, соответствующей асимптотике дуальной модели и согласующейся с формой дифракционного конуса:

$$G'(\alpha-1)=A\exp[b(\alpha-1)]. \qquad (18)$$

Тогда для $G(\alpha-1)$ получим

$$G(\alpha-1)=A\left[e^{b(\alpha-1)}/b-\gamma\right],$$

где γ - постоянная интегрирования. Из сравнения с данными о дифференциальном сечении будет видно, что $\gamma>0$. Действительно, уравнение (I5), определяющее положение точки минимума, в этом случае сводится к виду

$$(b+L)e^{b(\alpha-1)}-b\gamma L=0. \qquad (20)$$

Оно имеет решение лишь при $\gamma>0$. В случае линейной траектории положение минимума находится из выражения

$$t_{min}=\frac{1}{\alpha' b}\ln\frac{b\gamma L}{b+L}. \qquad (21)$$

Формула (I3) дает связь между γ и константой λ, определяющей логарифмический рост сечения:

$$b\lambda=1-\gamma b. \qquad (22)$$

Таким образом, из (2I) следует решение $t_{min}<0$; положение минимума определяется наклоном дифракционного конуса b, L и константой λ, определяющей логарифмический рост сечения. Дифракционный минимум возникает при условии

$$1-\lambda b>0.$$

Таким образом, модель в случае линейной траектории содержит помимо общей нормировочной константы $A<0$ четыре свободных параметра: α', b, λ и S_0.

Положение второго максимума находится из формулы (I6):

$$t_{max}=\frac{1}{\alpha' b}\ln\frac{\gamma b(4L^2+\pi^2)}{4(b+L)^2+\pi^2}. \qquad (23)$$

Модель не предсказывает появления дополнительных минимумов.

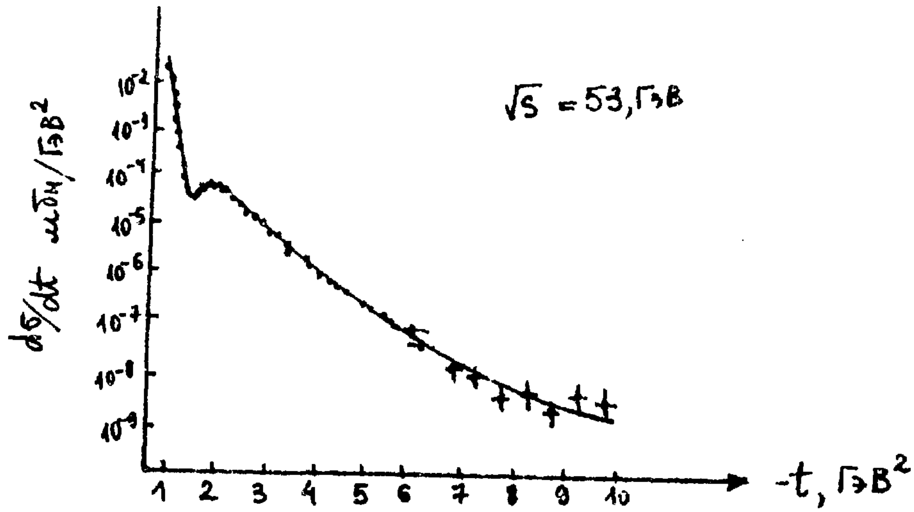


Рис.2.

Отношение дифференциальных сечений в точке максимума и точке минимума равно

$$\frac{(d\sigma/dt)_{max}}{(d\sigma/dt)_{min}} = L^2\left\{\frac{(4L^2+\pi^2)(b+L)}{[4(b+L)^2+\pi^2]L}\right\}^{\frac{2L}{b}+2} \times \tag{24}$$

$$\times\left[\left(\frac{4L^2+4bL-\pi^2}{4L^2+\pi^2}\right)^2+\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{8L+4b}{4L^2+\pi^2}\right)^2\right].$$

Характерным свойством модели является то, что параметры, подогнанные к данным при малых $|t|<1$ ГэВ^2, определяют поведение сечения при больших $|t|$; положение, форму и движение дифракционного минимума и максимума, а также наклон второго конуса. Константы b и α' определяют наклон дифракционного конуса (наклон вакуумной траектории α' -скорость его сужения). Анализ данных коллайдера показывает [3] , что величина α' не мала: $\alpha'\simeq 0{,}3$ ГэВ$^{-2}$.

Параметр λ определяет вклад логарифмического слагаемого в полное сечение. Из подгонок, включающих данные о полном сечении коллайдера, следует $\lambda=0{,}07$. Параметры λ и α' , возможно, универсальны, т.е. одинаковы для всех реакций. Однако значение b зависит от процесса (из кварковой модели, например, можно получить соотношение $b_{MB}/b_{BB} = 4/5$ [2]).

Параметр S_0 с одной стороны определяет наступление асимптотического режима в полном сечении, с другой-он связан с наклоном второго конуса (см. §4). Из подгонок следует значение $S_0 \simeq 80\ \text{ГэВ}^2$, однако физический смысл этого масштаба (квадрат массы глюония?) пока не вполне ясен. Замечательным является тот факт, что подгонки из разных областей согласуются друг с другом.

Оценивая место развиваемой здесь модели дифракционного минимума, отметим, что существующие модели можно разделить на два класса: I) оптические модели, например модель Чоу-Янга (здесь предсказывается бесконечное число дифракционных минимумов, которые на опыте не наблюдаются); 2) дифракционный минимум возникает в результате перерассеяния. Наклон второго конуса в таком подходе получается в два раза меньше первого. На самом же деле он значительно меньше: $B_2 \simeq B_1/5$, поэтому для согласия с экспериментом приходится вводить дополнительные свободные параметры.

Наша модель не сводится ни к первому, ни ко второму из упомянутых типов. В первом случае амплитуду (II) можно было бы выразить через функцию Бесселя, чего на самом деле не видно. Перерассеяние же простого полюса приводит к появлению новых сингулярностей в j - плоскости, которые в нашей модели отсутствуют.

В геометрических моделях появление дифракционного минимума связывается с абсорбцией (поглощением), соответствующей поправкам на перерассеяние к однополюсной модели Редже. Примечательным свойством развиваемой нами модели является наличие абсорбций уже в однополюсном приближении. Это легко увидеть, если с помощью преобразования Фурье-Бесселя

$$h(s,\rho) = \int_0^\infty d\sqrt{-t}\,\sqrt{-t}\,J_0(\rho\sqrt{-t})\,T(s,t) \qquad (25)$$

перейти к представлению прицельного параметра. Подставив амплитуду (6) с линейной траекторией (3) в (25), получим

$$h(s,\rho) = i g_0 \sum_{i=1}^{2} c_i \exp\left(-\rho^2/4R_i^2\right), \qquad (26)$$

где

$$g_0 = \sigma_0/16\pi\alpha' b, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = \lambda b - 1 = \varepsilon,$$
$$R_1^2 = \alpha'\left(b + L - \frac{i\pi}{2}\right), \quad R_2^2 = \alpha'\left(L - \frac{i\pi}{2}\right),$$

т.е. дипольный померон в представлении прицельного параметра является суммой двух гауссианов с различными радиусами R_1 и R_2. Коэффициент $\mathcal{E}$ является малым параметром, определяющим поглощение (абсорбцию) вблизи $\rho = 0$. В пределе больших S радиусы сравниваются и амплитуда $h(s,\rho)$ обладает свойством геометрического скейлинга (ГС)

$$h(s,\rho) \underset{s\to\infty}{=} i g_0(1-\varepsilon)\exp(-\rho^2/4R^2). \qquad (27)$$

Среди реджевских моделей этим свойством обладает только диполь.*)

Как и в любой модели, обладающей ГС, асимптотическое поведение сечений и наклона дифракционного пика пропорционально квадрату радиуса: $\sigma_{el} \sim \sigma_{in} \sim \sigma_t \sim B(s) \sim R^2(s)$, а отношения σ_{el}/σ_t, B/σ_t постоянны. Искривление траекторий приводит к отклонению от ГС. Прицельный анализ ДП с различными примерами реалистических (нелинейных) траекторий содержится в работе [6]. Для упрощения вычислений, а также для выяснения физического смысла основных параметров модели, однако, во многих случаях удобнее пользоваться компактным выражением (26), соответствующим линейной траектории.

Отметим, наконец, что сигнатурный множитель в амплитуде (11) обеспечивает ее правильные аналитические свойства и симметрию при переходе в перекрестный канал.

§3. УНИТАРИЗАЦИЯ

Рассеяние адронов при высоких энергиях есть существенно многочастичный процесс, поскольку значительная доля столкновений сопровождается рождением большого числа частиц. В различных феноменологических моделях упругого рассеяния адронов вклады многочастичных процессов учитываются тем фактом, что модельная амплитуда имеет мнимую часть. Однако точная амплитуда рассеяния должна удовлетворять двухчастичному условию унитарности. Было предложено несколько способов удовлетворить этому требованию. Одним из них является метод квазипотенциального

---

*) Действительно, при преобразовании Фурье-Бесселя (25)

$$e^{bt} s^{\alpha' t} \ln s \to \exp(-\rho^2/4R^2),$$

однако $e^{bt} s^{\alpha' t} \to \exp(-\rho^2/4R^2)/\ln s$. Поэтому, например, модель (1), содержащая простой полюс, нарушает ГС. Замечательным образом анзатц (11), несмотря на присутствие в нем первого слагаемого, обеспечивающего постоянную компоненту сечения, в представлении прицельного параметра записывается в виде суммы гауссианов (26).

уравнения Логунова-Тавхелидзе [8]. В этом подходе затравочная - борновская - амплитуда рассматривается как квазипотенциал. Точная амплитуда рассеяния, в принципе, должна определяться решением квазипотенциального уравнения. Другой метод использует формализм u - матрицы [9]. Мы будем использовать второй метод. Он представляется нам более простым и удобным по причинам, которые мы укажем далее.

Амплитуда рассеяния $T(\rho,s)$ связана с u - матрицей в представлении прицельного параметра следующим образом:

$$T(\rho,s)=\frac{u(\rho,s)}{1-iu(\rho,s)}. \tag{28}$$

В этом представлении условие унитарности для амплитуды рассеяния имеет вид

$$\mathrm{Im}\,T(\rho,s)=\left|T(\rho,s)\right|^2+\frac{\mathrm{Im}\,u(\rho,s)}{|1-iu(\rho,s)|^2}. \tag{29}$$

Таким образом, величина $\mathrm{Im}\,u|1-iu|^{-2}$ дает вклад неупругих процессов в условие унитарности или так называемую неупругую функцию перекрытия.

Условие унитарности налагает ограничения на u - матрицу:

$$0\leq\frac{\mathrm{Im}\,u(\rho,s)}{|1-iu(\rho,s)|^2}\leq\frac{1}{4}. \tag{30}$$

Амплитуда рассеяния $T(s,t)$ связана с $u(\rho,s)$ преобразованием Фурье-Бесселя

$$T(s,t)=q^2\int_0^\infty\frac{u(\rho,s)}{1-iu(\rho,s)}J_0(\rho\sqrt{-t})\,d\rho^2, \tag{31}$$

где q - импульс в системе ц.м.

В качестве $U(s,t)$ мы возьмем дипольный померон (II), где σ' и σ определены формулами (I8) и (I9) [I0].

Выражение для $U(s,t)$ можно переписать в виде

$$U(s,t)=\frac{is\sigma_0}{16\pi\alpha'}\sum_{i=1}^{2}c_iR_i^2e^{R_i^2t}, \tag{32}$$

где

$$c_1=1/b,\quad c_2=\lambda-1/b,\quad R_1^2=\alpha'\left(b+L-\frac{i\pi}{2}\right),\quad R_2^2=\alpha'\left(L-\frac{i\pi}{2}\right).$$

В представлении прицельного параметра получаем (см. (26))

$$u(\rho,s)=\frac{i\sigma_0}{16\pi\alpha'}\sum_{i=1}^{2}c_i\exp\left(-\rho^2/4R_i^2\right). \tag{33}$$

Подставив (33) в (31), мы находим унитаризованное выражение для дипольного померона. В данном параграфе мы вычислим $T(s,0)$. Даже при $t=0$ вычисления удается провести аналитически лишь в виде разложения по $1/L$. Мы ограничимся членами $O(1/L)$. Введем переменную $x=\rho^2/4\alpha' L$. В этом приближении для $u(x,s)$ имеем

$$u(x,s)=ig\,e^{-x}(1+x\varepsilon), \tag{33}$$

где

$$g=\sigma_0\lambda/16\pi\alpha', \quad \varepsilon=\frac{1}{\lambda L}\left(1-i\frac{\pi\lambda}{2}\right),$$

а для профильной функции в этом же приближении получим

$$\frac{u}{1-iu}=\frac{ig\,e^{-x}}{1+ge^{-x}}\left(1+\frac{x\varepsilon}{1+ge^{-x}}\right). \tag{34}$$

Подставив это выражение в (31), находим [10,11]

$$\sigma_t=\frac{\sigma_0}{g}\ln(1+g)(1+\lambda L), \tag{35}$$

$$\sigma_{in}=\frac{\sigma_0}{1+g}(1+\lambda L), \tag{36}$$

$$\sigma_{el}=\frac{\sigma_0}{g}\left[\ln(1+g)-\frac{g}{1+g}\right](1+\lambda L). \tag{37}$$

Таким образом, в главном приближении по L энергетическая зависимость сечений для унитаризованной амплитуды остается такой же, как у затравочной амплитуды. В этом же приближении можно получить другие величины:

$$T(s,0)=T_B(s,0)\frac{\ln(1+g)}{g}, \tag{38}$$

где

$$T_B(s,0)=i\frac{\sigma_0 s}{16\pi}\left[1+\lambda\left(L-\frac{i\pi}{2}\right)\right]. \tag{39}$$

Отсюда видно, что отношение вещественной к мнимой части амплитуды рассеяния при унитаризации остается без изменения:

$$\frac{\mathrm{Re}\,T(s,0)}{\mathrm{Im}\,T(s,0)}=\frac{\pi\lambda}{2(1+\lambda L)}=\frac{\mathrm{Re}\,U(s,0)}{\mathrm{Im}\,U(s,0)}. \tag{40}$$

Для наклона дифракционного конуса

$$B(s,t)=\frac{d}{dt}\ln\frac{d\sigma}{dt} \tag{41}$$

получим

$$B=\frac{2\alpha'}{\lambda}\frac{\Sigma}{\ln(1+g)}(1+\lambda L),\quad \Sigma=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-g)^n}{(n+1)^2}. \tag{42}$$

Сравнивая с (35), получим соотношение

$$B(s,0)=K\alpha'\sigma_t,$$

где

$$K=\frac{2g}{\lambda}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-g)^n}{(n+1)^2}.$$

Соотношение (42) было получено ранее в работе [3] с произвольной траекторией; константа K там не была определена.

В модели с линейной траекторией $\alpha=1+\alpha' t$ соотношение (41) удобнее всего представить в виде

$$B(s,0)=\frac{1}{8\pi}\frac{\Sigma}{\ln^2(1+g)}\sigma_t. \tag{42a}$$

В борновском приближении из нашей модели следует

$$B=\frac{\sigma_t}{16\pi\,\sigma_{el}}, \tag{43}$$

что соответствует насыщению границы Мэк-Дауэлла-Мартэна.

Параметр g можно определить, например, из соотношения

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_t}=1-\frac{g}{(1+g)\ln(1+g)}.$$

При энергиях ускорителя ISR это отношение равно 0,175, откуда находим $g=0{,}49$. Воспользовавшись значением $g=0{,}49$, мы получим $B=0{,}3\cdot\sigma_t$ [4].

Малость этого параметра указывает на то, что существенные свойства дипольного померона не меняются при учете унитарных поправок.

В данном параграфе мы показали, что унитарные поправки малы в асимптотической области. Они, однако, могут быть важны в предасимптотической области и, как будет показано в следующем параграфе, они существенно меняют поведение амплитуды с линейной траекторией в области больших переданных импульсов. Точный расчет амплитуды, в принципе, возможен на ЭВМ. Явное выражение для $\mathrm{Re}\,T(s,t)$ и $\mathrm{Im}\,T(s,t)$ приведены в Приложении.

§4. РАССЕЯНИЕ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

В предыдущем параграфе мы рассмотрели свойства амплитуды рассеяния при малых переданных импульсах, когда функцию Бесселя в (3I) можно заменить единицей. Здесь мы будем рассматривать большие переданные импульсы, учитывая эффекты перерассеяния.

Разложение знаменателя в (3I) по степеням $u(\rho,s)$ мы называем рядом перерассеяния в u - матричном подходе. Отличительной особенностью больших переданных импульсов по сравнению с малыми является то, что мы должны просуммировать весь ряд перерассеяния. В области малых переданных импульсов суммирование ряда перерассеяния приводит лишь к перенормировке параметров модели.

Вычисления мы проводим в главном приближении по $1/L$. Разлагая знаменатель в (3I) и (34) по степеням ge^{-x}, мы находим

$$T(s,t)=-is\alpha' L\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-g)^n}{n}e^{-\gamma^2/n}\left(1-\frac{\gamma^2}{n}\varepsilon\right), \qquad (44)$$

где

$$\gamma=\sqrt{-\alpha' t L}, \qquad \varepsilon=\frac{1}{\lambda L}\left(1-\frac{i\pi\lambda}{2}\right).$$

Для дальнейшего исследования этого выражения мы воспользуемся соотношением

$$\frac{1}{2i}\int_C\frac{g^n}{\sin\pi n}f(n)\,dn=\sum_{n=1}^{\infty}(-g)^n f(n), \qquad (45)$$

где контур C изображен на рис.3.

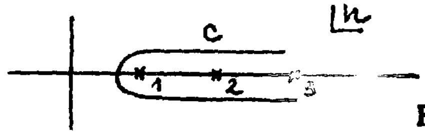


Рис.3

Тогда для амплитуды получим [I2]

$$T(s,t)=\frac{s\alpha' L}{2}\int_C \exp\left(n\ln g-\frac{\gamma^2}{n}\right)\left(1-\frac{\gamma^2\varepsilon}{n}\right)\frac{dn}{n\sin\pi n}. \qquad (46)$$

Сначала вычислим интегралы

$$M_1=\int_C \exp\left(n\ln g-\frac{\gamma^2}{n}\right)\frac{dn}{n\sin\pi n} \qquad (47)$$

$$M_2=\int\limits_a \exp\left(n\ln g-\frac{\gamma^2}{n}\right)\frac{dn}{n^2\sin\pi n}. \qquad (48)$$

Для этой цели представим $1/\sin\pi n$ в верхней полуплоскости в виде

$$\frac{1}{\sin\pi n}=-\frac{2ie^{i\pi n}}{1-e^{2\pi i n}}=-2i\sum_{k=0}^{\infty}e^{i\pi n(2k+1)}$$

и найдем перевальные точки выражения $-n|\ln g|-\frac{\gamma^2}{n}+i\pi n(2k+1)$.
Они определяются соотношением $\gamma^2/n^2=|\ln g|-i\pi(2k+1)$.
При больших γ основной вклад в интеграл дает перевальная точка с $K=0$. Оставляя вклады ближайших перевальных точек в верхней и нижней полуплоскостях, получаем для T_1 выражение

$$T_1(s,t)=2\alpha' sL\sqrt{\frac{\pi}{2\gamma A^{1/2}}}\exp\left(-\sqrt{2}\gamma R_+\right)\cos\left(\sqrt{2}\gamma R_--\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{|\ln g|}\right). \qquad (49)$$

Здесь введены сокращенные обозначения:

$$A=\pi^2+\ln^2 g,\quad R_\pm=\sqrt{A^{1/2}\pm|\ln g|}.$$

Окончательно для сечения в орировской области получаем выражение

$$d\sigma/dt=4\pi/s\,|T|^2=\frac{4\pi^2E}{\gamma A^{1/2}}\left[\left(C_1-\frac{\gamma A^{1/4}}{\lambda}C_2\right)+\frac{\pi^2}{4}\gamma^2C_2^2\right], \qquad (50)$$

где

$$E=\exp\left[-4\gamma A^{1/4}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)\right],\quad \alpha=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{\pi}{|\ln g|},$$

$$C_1=\cos\left[2\gamma A^{1/4}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)+\frac{\pi}{8}-\frac{\alpha}{2}\right],$$

$$C_2=\cos\left[2\gamma A^{1/4}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)-\frac{\pi}{8}+\frac{\alpha}{2}\right].$$

Таким образом, мы получим формулу, близкую к орировской: $d\sigma/dt\sim\exp(-2a\sqrt{-t})$. Константа a в выражении (49) зависит от трех параметров модели α', S_0 и g:

$$a=\sqrt{2\alpha' L\left(\sqrt{\pi^2+\ln^2 g}+|\ln g|\right)}. \qquad (51)$$

Зафиксировав g и α', мы можем таким образом из экспериментальных подгонок $a(\sqrt{s}=53\,ГэВ)=6{,}3\,ГэВ^{-1}$ определить S_0. Параметр $g\simeq 0{,}5$ мы определили из отношения $\sigma_{el}/\sigma_t\simeq 0{,}2$. Наклон вакуумной траектории определен менее надежно и его значение колеблется от 0,1 до 0,5 ГэВ$^{-2}$; приняв $\alpha' = 0{,}2$ ГэВ$^{-2}$, получим $S_0 = 20$ ГэВ^2, а при $\alpha' = 0{,}4$ ГэВ$^{-2}$ получим $S_0 = 80$ ГэВ^2 . Отметим, что, вопреки существующей в последнее время тенденции к уменьшению α' , большое значение наклона конуса, наблюдаемое на коллайдере, требует использования $\alpha' \gtrsim 0{,}3$ ГэВ$^{-2}$. Интересно отметить также, что значение параметра $S_0 \simeq 80$ ГэВ^2 возникает из совершенно других рассуждений [13], основанных на кварк-партонной модели взаимодействия адронов. Более точное определение параметров, в частности S_0 , требует полной подгонки к данным.

Сечение (50) вычисляется с помощью ЭВМ. Результат вычислений приведен на рис.4

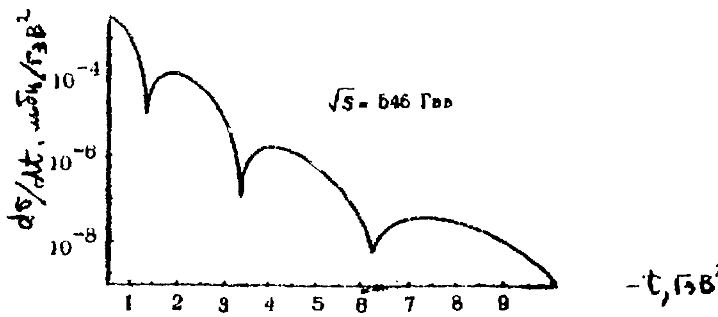


Рис.4

§5. МНОЖЕСТВЕННОЕ РОЖДЕНИЕ

Связь диполя с процессами множественного рождения изучена пока недостаточно. Неизвестна, в частности, процедура, аналогичная суммированию лестничных диаграмм, которая привела бы к редджевскому диполю.

Связь амплитуды упругого рассеяния с неупругими процессами определяется условием унитарности

$$\mathrm{Im}\, h(\rho,s) = |h(\rho,s)|^2 + G_{in}(\rho,s) \qquad (52)$$

Функция перекрытия G_{in} , содержащая информацию о неупругих процессах, выражается через интегралы от неупругих амплитуд, поэтому связь ее с такими характеристиками множественных процессов, как функции распределения, корреляционные коэффициенты и др. далеко не очевидна и требует привлечения дополнительных модельных соображений.

В данном параграфе при получении характеристик множественного рождения в рамках ДП мы также обратимся к моделям. Нашей основной целью здесь будет не достижение численного согласия с экспериментальными данными, а установление в явном виде связи между сечениями упругих процессов и характеристиками множественного рождения в рамках ДП. При этом мы будем пользоваться двумя подходами к множественному рождению: 1) вероятностным, 2) геометрическим.

Воспользуемся сначала вероятностным подходом А.А.Логунова и О.А.Хрусталева [14], связывающим функцию перекрытия с сечением рождения n частиц σ_n формулой

$$G_{in}(\rho,s)=\frac{\gamma}{4\pi a}\sum_n n\sigma_n \exp\left(-\frac{n\rho^2}{2a}\right). \qquad (53)$$

В дальнейшем этот подход был развит в работе [15], где установлена связь между неупругой функцией перекрытия и функцией распределения КНО. В работе [16] эта задача рассматривалась с учетом абсорбтивных поправок в неупругих процессах. Отметим, что в работах [15,16] не используется функция перекрытия, полученная из фазы рассеяния, поскольку она имеет очень сложный вид и не позволяет провести вычисления до конца. В этих работах используется приближенное выражение для функций перекрытия, удовлетворяющее некоторым общим требованиям и позволяющее выписать обратное преобразование Лапласа для нахождения КНО функции распределения.

Мы будем использовать функцию перекрытия, которая получается в модели дипольного померона в формализме u - матрицы. Из условия унитарности (52) и определения u - матрицы (см. §3)

$$h(s,\rho)=\frac{u(s,\rho)}{1-iu(s,\rho)}$$

получим

$$G_{in}(s,\rho)=\frac{\operatorname{Im} u(s,\rho)}{1+2\operatorname{Im} u(s,\rho)+|u(s,\rho)|^2}.$$

Подставив ДП в качестве u - матрицы, получим с точностью до членов $O(1/L)$

$$G_{in}(s,\rho)=\frac{g\exp(-\varkappa)}{[1+g\exp(-\varkappa)]^2}, \qquad (54)$$

где $\varkappa$ - безразмерная величина:

$$\varkappa=\frac{\rho^2(b+L)}{4\alpha'[(b+L)^2+\pi^2/4]}.$$

Представив (t ') в виде (53), находим

$$\sigma_n = \frac{4\pi a}{\gamma}(-g)^{n+1},$$

где

$$a = 2\alpha'\left[b + L + \frac{\pi^2}{4(b+L)}\right],$$

т.е. при нечетных n сечение σ_n отрицательно.

Причина такого противоречия может заключаться в том, что u - матрица не обеспечивает учета всех поправок на перерассеяние. Ввиду отсутствия однозначной процедуры такого учета можно попытаться воспользоваться феноменологическим подходом, использовав вместо функции перекрытия $G_{in}(\rho,s)$ функцию $\widetilde{G}_{in}(\rho,s)$:

$$G_{in}(\rho,s) = |S(\rho,s)|\,\widetilde{G}_{in}(\rho,s), \tag{55}$$

где $S(\rho,s)$ есть S - матрица упругого рассеяния, связанная с $u(\rho,s)$ соотношением

$$S(\rho,s) = \frac{1+iu(\rho,s)}{1-iu(\rho,s)}.$$

Этот способ учета абсорбтивных поправок был использован в работе [16]. Тогда

$$\widetilde{G}_{in}(\rho,s) = \frac{g\exp(-x)}{1-g^2\exp(-2x)}$$

и с помощью (53) мы получаем

$$\sigma_{(2n+1)} = \frac{g^{2n+1}}{2n+1}\,\frac{8\pi\alpha'(b+L)}{\gamma}. \tag{56}$$

Отсюда находим неупругое сечение

$$\sigma_{in} = \sum_n \sigma_{(2n+1)} = \frac{4\pi\alpha'(b+L)}{\gamma}\ln\frac{1+g}{1-g} \tag{57}$$

и среднюю множественность

$$\bar{n} = \frac{\sum(2n+1)\sigma_{(2n+1)}}{\sigma_{in}} = \frac{2g}{(1-g^2)\ln\frac{1+g}{1-g}}, \tag{58}$$

которая оказывается в данном подходе не зависящей от энергии.

В §6 мы рассмотрим обобщение исходной модели дипольного померона, в котором константа g зависит от s . Мы покажем, что в этом подходе можно получить множественность $\bar{n}(s)$, растущую с энергией, и вычислим КНО функции распределения [19,21].

Рассмотрим теперь задачу о множественном рождении с помощью геометрического подхода, в котором предполагается, что множественность зависит от прицельного параметра ρ. Следуя работе [17], мы предполагаем, что число вторичных частиц, рождаемых с прицельным параметром ρ, пропорционально количеству адронного вещества, сталкивающегося с прицельным параметром ρ:

$$\langle n(\rho,s)\rangle = N(s)\,\tilde{G}^{\alpha}_{in}(\rho,s), \tag{59}$$

где

$$G_{in}(\rho,s) = |S(\rho,s)|^{\alpha}\,\tilde{G}^{\alpha}_{in}(\rho,s). \tag{60}$$

Степень α, $0<\alpha<1$ является феноменологическим параметром, регулирующим степень поглощения. В предыдущем, вероятностном, подходе мы полагали $\alpha = 1$ (что позволило нам провести до конца вычисления в явном виде). В работе [17], где также использовался геометрический подход (20), поглощение не учитывалось, т.е. $\alpha = 0$.

Далее мы предполагаем

$$\langle n^k(\rho,s)\rangle = \langle n(\rho,s)\rangle^k. \tag{61}$$

Это предположение означает, что при заданном прицельном параметре рождается фиксированное число частиц (распределение по $n(\rho,s)$ является δ - функцией [17,18]).

В этом предположении вычислим моменты распределения по множественности. Из (59) и (61) получим выражение для моментов:

$$\langle n^k(s)\rangle = \frac{N^k(s)\int G_{in}(\rho,s)\left(\tilde{G}^{\alpha}_{in}\right)^k d^2\rho}{\int G_{in}(\rho,s)\,d^2\rho}. \tag{62}$$

С помощью (58) и (60) найдем

$$\langle n^k(s)\rangle = \frac{N^k(s)(1+g)}{g}\int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2}\left[\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\alpha}\frac{x}{(1+x)^2}\right]^k, \tag{63}$$

а также среднюю множественность

$$\langle n(s)\rangle = \frac{N(s)(1+g)}{g}\int_0^g \frac{x\,dx}{(1+x)^4}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\alpha}. \tag{64}$$

Таким образом, энергетическая зависимость средней множественности в таком подходе содержится в функции $N(s)$, которая данной моделью не определяется.

Корреляционные коэффициенты определяются выражением

$$C_k = \frac{\langle n^k(s)\rangle}{\langle n(s)\rangle^k} = \left(\frac{g}{1+g}\right)^{k-1} I_k / I_1^k , \qquad (65)$$

где

$$I_k = \int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2}\left[\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\alpha}\frac{x}{(1+x)^2}\right]^k .$$

В работе [17] были вычислены первые 8 моментов при различных значениях α. Из сравнения этих вычислений с экспериментальными данными видно, что учет абсорбции в некоторых случаях улучшает согласие с данными, в других - ухудшает, из чего мы делаем вывод, что абсорбтивные поправки необходимо вводить более сложным (или иным) способом, чем в [17].

Получив выражение для моментов (63), мы можем теперь найти функцию распределения по множественности. Для этой цели вычислим сначала характеристическую функцию

$$F(\sigma) = \sum_{k=0}^{\infty}\langle n^k\rangle\frac{(i\sigma)^k}{k!} = \frac{1+g}{g}\int_0^g \frac{dx}{1+x}\exp\left[i\sigma N\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\alpha}\frac{x}{(1+x)^2}\right].$$

Функция распределения $P(n)$ является преобразованием Фурье функции $F(\sigma)$:

$$P(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\sigma)e^{-i\sigma n}d\sigma = \frac{1+g}{g}\int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2}\,\delta\left[n - N\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\alpha}\frac{x}{(1+x)^2}\right] \qquad (66)$$

Выполнив интегрирование в (23), получим

$$\psi(z) = \bar{n}P(n) = \frac{1+g}{g}\,\frac{x(1-x)}{z(1+x)[(1-x)^2+2\alpha x]}, \qquad (67)$$

где $z = n/\bar{n}$, а x связан с z уравнением

$$z = \frac{ax}{(1+x)^{2-\alpha}(1-x)^{\alpha}}, \quad \bar{n}a = N. \qquad (68)$$

Из (23а) видно, что распределение $P(n)$ обладает скейлингом КНО, т.е. $\bar{n}P(n)$ есть функция только z. Для случая $\alpha = 1$ из (62) найдем

$$\bar{n}(s) = \frac{N(1+g)}{4g}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{1+g}{1-g} - \frac{g}{(1+g)^2}\right]. \qquad (69)$$

Уравнение (68) в случае $\alpha = 1$ решается явно и мы находим

$$\psi(z) = \frac{1+g}{g}\,\frac{z\left(\sqrt{a^2+4z^2}+a-2z\right)}{\sqrt{z^2+4a^2}\left(\sqrt{a^2+4z^2}+a+2z\right)}. \qquad (70)$$

Функция $\psi(z)$ в (70) имеет интересную структуру: на типичную колоколообразную кривую КНО накладываются осцилляции.

До сих пор мы пользовались линейными траекториями, что позволило нам провести вычисления в данном параграфе в явном виде. Аналитичность и согласие с экспериментальными данными, однако, требуют введения в траекторию пороговых ветвлений.

Интеграл (25) явно вычисляется [6] также в случае траектории

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \alpha_1\sqrt{4m^2 - t}.$$

В этом случае

$$h(\rho,s) = c s^{\alpha_0} \exp\left(-2m\sqrt{\rho^2+\alpha_1^2}\right)\frac{\alpha_1\left(1+2m\sqrt{\rho^2+\alpha_1^2}\right)}{(\rho^2-\alpha_1^2)^{3/2}}. \qquad (71)$$

Дальнейшие вычисления аналитически удается провести только при $m = 0$ и без учета перерассеяния, т.е. в предположении, что диполь (I) является не u - матрицей, а амплитудой рассеяния. Подставив (71) в (62), получим

$$\langle n^K(s)\rangle = \left(\frac{N}{\alpha^2}\right)^K \frac{1}{3k+1}, \quad \bar{n}(s) = \frac{N}{4\alpha^2}, \quad C_k = \frac{4^K}{3k+1}. \qquad (71a)$$

Значения моментов C_k, вычисленные с помощью (71a), приведены в работе [19].

Для функции распределения $P(n)$ получим

$$P(n) = \frac{1}{12\bar{n}}\left(\frac{4\bar{n}}{n}\right)^{2/3}, \quad n < 4\bar{n}.$$

Отсюда получим функцию распределения КНО: $\psi(z) = \frac{1}{12}\left(\frac{4}{z}\right)^{2/3}$, $z = \frac{n}{\bar{n}}$.

Результаты данного параграфа еще раз показывают, что установление связи между амплитудой упругого рассеяния и характеристиками множественного рождения является очень сложной и нетривиальной задачей. Зная амплитуду упругого рассеяния, мы можем найти неупругую функцию перекрытия. Однако для того чтобы по функции перекрытия определить характеристики процессов множественного рождения, приходится делать гипотезы о процессах множественного рождения. Мы рассмотрели две упрощенные модели множественного рождения. Они качественно правильно описывают

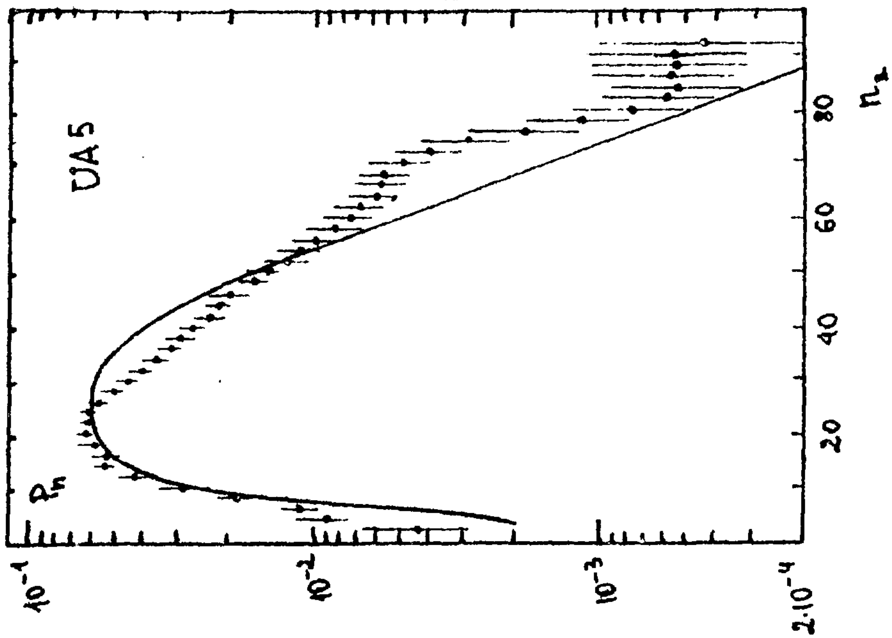


Рис. 5

В экспериментальном распределении по множественности при энергии 540 ГэВ на фоне кривой КНО (сплошная линия) заметны осцилляции.

некоторые наблюдаемые характеристики, однако о количественном согласии с экспериментом говорить рано. Возможно, следует изменить затравочную амплитуду, например ввести нелинейные траектории. Очевидным образом неоднозначен учет абсорбтивных поправок в неупругих процессах и, наконец, мы выбрали слишком упрощенные модели, которые позволяют связать характеристики неупругих процессов с амплитудой упругого рассеяния.

§6. НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНЫЕ МОДИФИКАЦИИ МОДЕЛИ

Наша модель в ее исходном виде (см. §2) приводит к логарифмическому росту полных сечений, постоянным отношениям σ_{el}/σ_t и B/σ_t.

Данные коллайдера, однако, указывают на то, что σ_{el}/σ_t растет. Поведение полного сечения в интервале энергий ISR-SPS, по-видимому, также не описывается простой формулой $1+\lambda L$.

Простейший способ получения быстрого роста сечений состоит в стандартной процедуре введения померона с интерсептом $1+\delta,\ \delta>0$.

Эта процедура вполне применима также для нашего ДП. Для этого в наших формулах требуется ввести $g(s)-g_1(s/s_1)^\delta$. Параметр $\sigma_0/g=16\pi\alpha'/\lambda$ в (35), (36) и (37) от энергий не зависит.

Для полного сечения получим

$$\sigma_t(s)=\frac{16\pi\alpha'}{\lambda}\ln\left(1+g_1(s/s_1)^\delta\right)(1+\lambda L). \tag{72}$$

В пределе $g_1(s/s_1)^\delta \gg 1$ имеем

$$\begin{aligned}\sigma_t(s)&=\frac{16\pi\alpha'}{\lambda}\left(\ln g_1+\delta\ln\frac{s}{s_1}\right)\left(1+\lambda\ln\frac{s}{s_0}\right)=\\ &=\frac{16\pi\alpha'}{\lambda}\left[\ln g(s_0)+(\delta+\lambda)\ln\frac{s}{s_0}+\delta\lambda\ln^2\frac{s}{s_0}\right]=\\ &=16\pi\alpha'\left[\frac{1}{\lambda}\ln g(s_0)+\left(1+\frac{\delta}{\lambda}\right)\ln\frac{s}{s_0}+\delta\ln^2\frac{s}{s_0}\right].\end{aligned} \tag{73}$$

Это решение, однако, нам представляется неудовлетворительным, поскольку оно приводит к $\sigma_{el}/\sigma_t \to 1$.

Отметим, что большое значение сечений на коллайдере еще не есть свидетельством асимптотического фруассаровского насыщения. Искривление сечения (в логарифмическом масштабе), наблюдаемое в области энергий ФНАЛ -ISR- коллайдер (см. рис. I) может иметь переходной характер. В модели ДП это явление можно имитировать введением зависимости параметров g и λ от энергии. Для энергетической зависимости отношения σ_{el}/σ_t необходимо ввести такую зависимость в $g(s)$, а для роста сечений - также в $\lambda(s)$.

Согласно данным коллайдера $g(s)$ растет с энергией, а $\lambda(s)$ убывает. В качестве примера можно рассмотреть функцию

$$g(s)=g_0L/(1+g_1L), \tag{74}$$

стремящуюся к постоянному асимптотическому пределу. Тогда

$$\sigma_t(s)=16\pi\alpha'\ln(1+g(s))\left(1/\lambda(s)+L\right). \tag{75}$$

Согласно экспериментальным данным отношение σ_{el}/σ_t равно 0,175 при энергии ISR и 0,215 при энергии $Sp\bar{p}S$. Отсюда найдем, что при энергии ISR $g=0,49$, а при энергии SPS $g=0.66$. Если λ не зависит от s, то полное сечение рассеяния при энергии $Sp\bar{p}S$ будет согласно (75) $\sigma_t(Sp\bar{p}S)=56$ мбн.

Если же λ зависит от энергии и убывает до 0,06, то мы получим полное сечение 62 мбн, что согласуется с опубликованными экспериментальными данными. Заметим, что если $g_0=g_1$, то $g(s)$

будет стремиться к I при $s \to \infty$. Следует отметить также, что введение энергетической независимости в $\lambda(s)$ повлияет на механизм дифракционного минимума, который очень чувствителен к величине λ. Возможно, изменение λ приведет к заполнению провала, наблюдаемому на коллайдере.

Использовав (56), находим, что в этой модели приближенно выполняется КНО-скэйлинг, а именно

$$\bar{n}P(n) = \frac{2}{\ln(2g_0 \ln s/s_0)} \exp\left(-\frac{2z}{\ln(2g_0 \ln s/s_1)}\right) = \Psi(z), \qquad (77)$$

где

$$z = n/\bar{n}, \quad P(n) = \sigma_n/\sigma_{in}$$

(формула получена в пределе $n, \bar{n} \to \infty$, $z = n/\bar{n}$ фиксировано).

Рассмотренные здесь модификации дипольного померона имеют сложную структуру сингулярностей в j - плоскости, но они вполне закономерны в формализме u - матрицы. В теории сильных взаимодействий u - матрица является феноменологической величиной, которая должна удовлетворять лишь общим ограничениям, указанным в §3.

§7 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существует много различных феноменологических моделей, описывающих наблюдаемые явления упругой дифракции адронов при высоких энергиях. Детальное согласие с данными требует введения большого количества свободных параметров, что усложняет возможность их критического сравнения. В этой связи чрезвычайно важным является поиск критерия для оценки предлагаемых разными авторами теоретических моделей.

Как указывалось Чоу и Янгом [24], важнейшими физическими характеристиками взаимодействующих адронов являются отношения

$$X = \sigma_{el}/\sigma_t \quad \text{и} \quad Y = B/\sigma_t,$$

связанные с оптическими и геометрическими свойствами сталкивающихся адронов, такими, как прозрачность и распределение в них вещества. Различные модели предсказывают различное поведение этих величин. Обсудим поведение X, Y, а также других наблюдаемых величин в рамках развиваемой нами модели с учетом и без учета поправок на перерассеяние.

Как нами уже неоднократно подчеркивалось, характерной чертой модели является логарифмическая асимптотика сечений и наклона. Учет перерассеяния не меняет асимптотического поведения этих величин и в этом смысле мы говорим о самопроизводимости модели по отношению к условию унитарности. В неасимптотической области эти поправки, однако, могут быть значительными.

В последние годы популярной стала подгонка полного сечения функцией $\ln^2 s$, соответствующей максимально быстрому, допускаемому условием унитарности, росту сечения. В рамках ДП насыщение унитарного предела имеет место при логарифмическом росте сечений и наступает при максимально допустимом значении константы связи g.

В предыдущем параграфе обсуждалась возможность быстрого роста в рамках ДП введением энергетической зависимости в $g(s)$ и $\lambda(s)$, приводящей к убыстрению роста σ_t в неасимптотической области. Более строгий способ вычисления отклонения от логарифмического режима в неасимптотической области связан с учетом поправок на перерассеяние (см. Приложение). В §6 нами обсуждается также модель сверхкритического ДП. Эта модификация нам не представляется привлекательной из-за стремления отношения X к единице при $s \to \infty$.

Отношения X и Y в модели (II) постоянны. Данные коллайдера, однако, указывают, что при энергии $\sqrt{s} = 546$ ГэВ эти величины еще существенно зависят от энергии. Как и в случае полного сечения, в нашей модели энергетическая зависимость X и Y возникает (рис. 5) вследствие феноменологической модификации (§6) либо в результате учета перерассеяния.

В любом случае модель приводит к постоянному асимптотическому значению X и Y, причем в случае $g = 1$ мы получим $X = 0{,}275$.

Когда наступает асимптотический режим? На этот важный вопрос, к сожалению, ответа нет. Как упоминалось во Введении, пока не существует микроскопической теории рассеяния, из которой следовал бы искомый масштаб, связанный, возможно, с массами составляющих адронов (кварков, глюонов).

С точки зрения феноменологической подгонки такой вопрос правомерен, однако он требует детальной обработки большого массива данных в широкой кинематической области переменных, необходимой для выделения предасимптотических вкладов в амплитуду рассеяния. Во- первых, наряду со вкладом вакуумного обмена существует

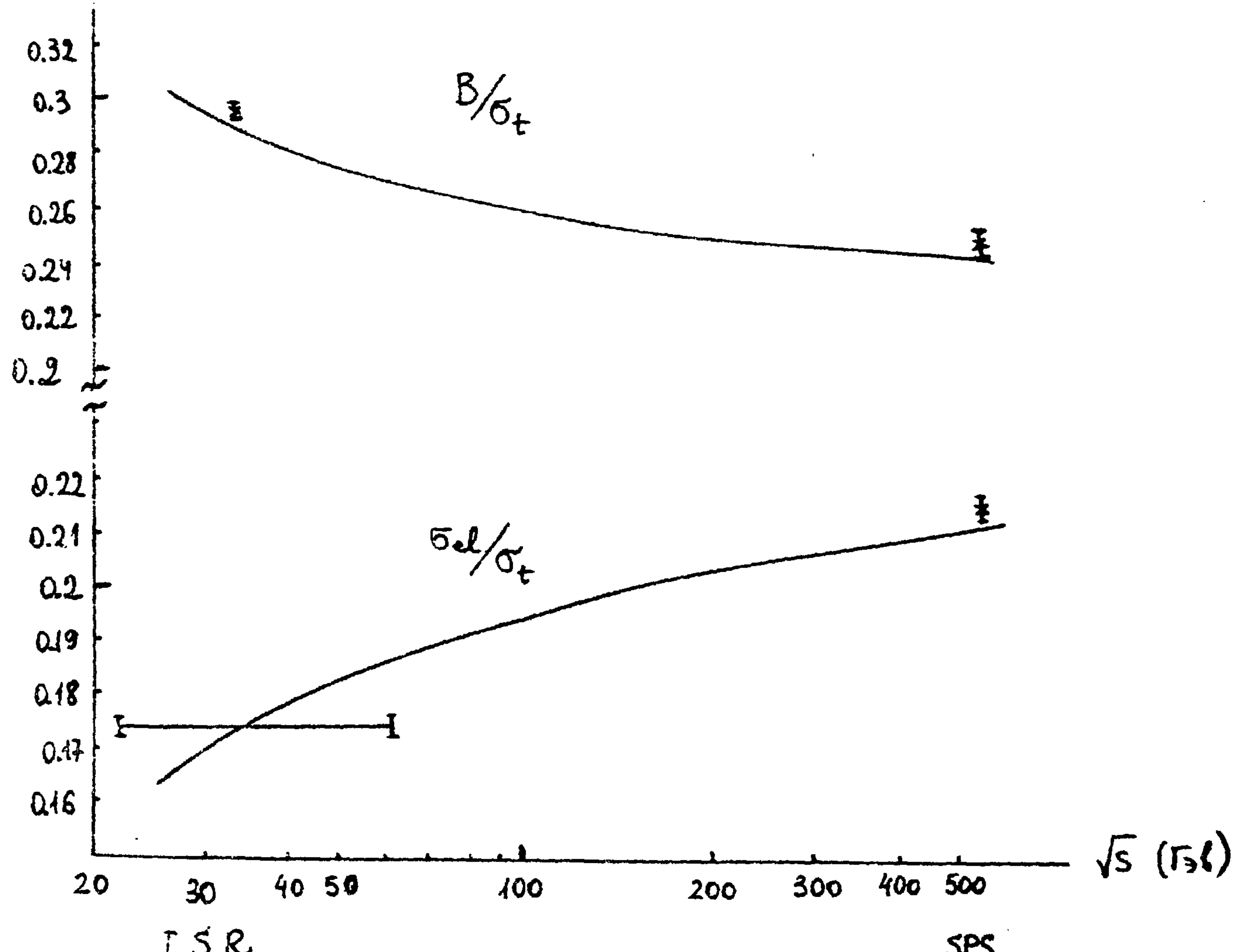

0.32
0.3
0.28
0.26
0.24
0.22
0.2
0.22
0.21
0.2
0.19
0.18
0.17
0.16
B/σt
σel/σt
20
30
40
50
100
200
300
400
500
√s (ГэВ)
ISR
SPS

Рис.5

вклад вторичных редженов, параметризация которого неоднозначна. Что же касается вакуумного обмена, то его вклад в неасимптотическую область правильно отражает дуальная модель [7], содержащая также нерезонансный вклад фона в прямой канал, вычисление которого, однако, является сложной в техническом отношении задачей. Отметим, что "низкоэнергетическую" убывающую часть полного сечения хорошо имитирует реджевская асимптотика, характерная для дуальной модели

$$\beta(t)(a+bs)^{\alpha(t)}. \qquad (78)$$

Первое слагаемое в выражении (78) можно интерпретировать как вклад дочерней траектории Померанчука; оно дает убывающий с энергией вклад в полное сечение.

При детальном сравнивании с экспериментальными данными следует иметь в виду также спиновую структуру амплитуды. Мы рассматривали только одну инвариантную амплитуду, в то время как, например, pp - рассеяние описывается пятью амплитудами. Спиновые эффекты- как показывают экспериментальные данные - могут играть существенную роль даже в области высоких энергий. Отметим, что модель ДП, в отличие от простого полюса, приводит к ненулевой поляризации [24].

С точки зрения упомянутых во Введении двух этапов построения амплитуды рассеяния можно утверждать, что модель ДП с линейной траекторией близка к реальной амплитуде рассеяния при больших s и малых $|t|$. По мере увеличения $|t|$ и уменьшения s растет роль поправок к нему. По-видимому, существует два подхода к рассеянию на большие углы: I) линейные траектории+перерассеяния; 2) нелинейные траектории в ДП (или дуальной модели). Эти подходы в некотором смысле являются взаимодополняющими, причем можно ожидать, что модель с нелинейной траекторией сохраняет самовоспроизводимость также при больших $|t|$.

В более широком смысле два подхода можно сформулировать следующим образом:

I) решение уравнений, следующих из условия унитарности (например, в рамках u - матричного формализма);

2) построение дуальной амплитуды рассеяния в рамках аналитической теории S - матрицы. Первый подход дает более или менее четко обоснованный рецепт вычисления амплитуды, однако

эти вычисления зачастую становятся технически непреодолимыми. Во втором-нет необходимости в решении дополнительных уравнений; амплитуда рассеяния "угадывается" в явном виде. Однако для ее обоснования - и что еще важнее - ограничения существующего в ней произвола большую роль может сыграть использование первого подхода.

Короче говоря, обсуждаемую в §2 и §6 модель можно рассматривать либо как "затравку", либо, учитывая ее свойства самопроизводства, как реальную амплитуду рассеяния, не противоречащую условию унитарности. (В принципе, правомерна постановка "обратной задачи": восстановление u - матрицы из амплитуды ДП.)

Использование того и другого подходов к ДП (дуальной модели), а также выбор формы траектории в значительной степени определяется требуемой точностью результатов и вычислительными возможностями.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В §3 амплитуда рассеяния была вычислена с точностью до $O(1/L)$. Здесь мы приведем точные формулы для амплитуды рассеяния, которые могут быть использованы при расчетах на ЭВМ:

$$\operatorname{Im} T(s,t) = (s-4m^2) g_0 \alpha' \left(b + L + \frac{\pi^2}{4(b+L)}\right) I_1(s,t),$$

$$\operatorname{Re} T(s,t) = (s-4m^2) g_0 \alpha' \left[b + L + \frac{\pi^2}{4(b+L)}\right] I_2(s,t),$$

$$\sigma_t(s) = \frac{16\pi(s-4m^2)}{s} g_0 \alpha' \left[b + L + \frac{\pi^2}{4(b+L)}\right] I_1(s,0),$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = 4\pi\left(1 - \frac{4m^2}{s}\right)^2 (g_0\alpha')^2 \left[b + L + \frac{\pi^2}{4(b+L)}\right]^2 (I_1^2 + I_2^2).$$

Отношение $\rho(s,0)$ для померонного слагаемого имеет вид

$$\operatorname{Re} T(s,0)/\operatorname{Im} T(s,0) = I_1(s,0)/I_2(s,0).$$

Функции $I_1(s,t)$ и $I_2(s,t)$ представляются в виде следующих интегралов:

$$I_1(s,t)=\int_0^\infty dx\,\frac{(E_1C_1-\varepsilon E_2C_2)+g_0(E_1^2+\varepsilon^2E_2^2-2\varepsilon E_1E_2\cos\delta)}{1+2g_0(E_1C_1-\varepsilon E_2C_2)+g_0^2(E_1^2+\varepsilon^2E_2^2-2\varepsilon E_1E_2\cos\delta)}\times$$
$$\times J_0\left(\sqrt{-4\alpha' xt\left(b+L+\frac{\pi^2}{4(b+L)}\right)}\right),$$

$$I_2(s,t)=\int_0^\infty dx\,\frac{(E_1S_1-\varepsilon E_2S_2)J_0\left(\sqrt{-4\alpha' xt\left(b+L+\frac{\pi^2}{4(b+L)}\right)}\right)}{1+2g_0(E_1C_1-\varepsilon E_2C_2)+g_0^2(E_1^2+\varepsilon^2E_2^2-2\varepsilon E_1E_2\cos\delta)},$$

где

$$E_1=\exp(-x),\quad E_2=\exp\left(-x\frac{4(b+L)^2+\pi^2}{4L^2+\pi^2}\cdot\frac{L}{b+L}\right),$$

$$C_1=\cos\left(\frac{\pi x}{2(b+L)}\right),\quad S_1=\sin\left(\frac{\pi x}{2(b+L)}\right),\quad C_2=\cos\left(\frac{\pi x(4(b+L)^2+\pi^2)}{2(4L^2+\pi^2)(b+L)}\right),$$

$$S_2=\sin\left(\frac{\pi x(4(b+L)^2+\pi^2)}{2(b+L)(4L^2+\pi^2)}\right),\quad \delta=\frac{\pi x}{(b+L)}\frac{2b(b+2L)}{(4L^2+\pi^2)},\quad L=\ln\frac{s}{s_0}.$$

Приведенные формулы связаны с вакуумным обменом. Ниже энергий коллайдера в реальную часть амплитуды существенный вклад дают также вторичные реджеоны. Этот вклад при $t=0$ можно определить из разности $\Delta\sigma=\sigma_t^{\bar{p}p}-\sigma_t^{pp}=\nu s^{-\mu}$.
Выпишем выражение для $\rho(s,0)$ в борновском приближении с учетом этого вклада:

$$\rho(s,0)=\left[\frac{\pi}{2}\lambda-\frac{\nu s^{-\mu}}{4\sigma_0\sin\pi(1-\mu)}\right]/(1+\lambda L).$$

Приведем оценочные значения параметров, определенные из подгонок модели в борновском приближении к данным [2,3,22]:

$b=12\,(\text{ГэВ})^{-2}$, $s_0=70\,(\text{ГэВ})^2$, $\varepsilon=0{,}16$, $\lambda=0{,}07$, $g_0=0{,}49$,
$\mu=0{,}4$, $\nu=88$ мбн. $\sigma_0=36{,}2$ мбн

Рукопись поступила 13.05.85 г.

ЛИТЕРАТУРА

I. L.L.Jenkovszky, A.N.Wall. The Dipole Pomeron and pp scattering.-Czech.J.Phys, 1976, B26, p.447-450.

2. А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.Д.Струминский. О механизме дифракционного минимума в упругом рассеянии адронов.-Письма в ЖЭТФ, 1975, 22, вып.3, с.168-171.

3. Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. Наклон дифракционного конуса и данные коллайдера.-ЯФ, 1984, 39, с.1251-1259.

4. T.Sawada. Mesons and Regge Dipoles.-Lettere Nuovo Cim., 1967 48, p.534-538.
g.Bilkowski. Phenomenology of Double Regge Poles.-Acta Phys. Pol., 1970, B1, N1, p.109-121; R.J.N.Phillips. Dipole Pomeron Ansats.-Rutherford Lab.Prepr.RL-74-034.T.80; A.I.Bugrij, L.L.Jenkovszky, N.A.Kobylinsky, V.P.Shelest, Pomeron in DAMA.-Lettere Nuovo Cim., 1973, 6, N14, p.577-583; L.L.Jenkovszky.Rising Total Cross-Sections and Multipole Pomeron Phenomenology. Prepr. ITP-74-102E, Kiev, 1974; A.I.Bugrij, Z.E.Chikovani, N.A.Kobylinsky.Proton-Proton Interaction in a Dual Model.-Ann Phys.(Leipzig), 1978, 35, N4, p.281-292.

5. В.Д.Мур, В.С.Попов. Полюсная модель амплитуды рассеяния с максимально растущим сечением.-ЯФ, 1975, 21, с.868-882.
Б.Р.Десаи, В.А.Царев. Комплексные полюса Редже.-ЭЧАЯ, 1974, 5, с.693-720.

6. L.L.Jenkovszky, P.Paccanoni.Proton's Opacity in a Dual Model.-Nuovo Cim. 1982, 62A, p.133-143.

7. A.I.Bugrij, L.L.Jenkovszky, Z.E.Chikovani.Smooth Interpolation.-Z.Phys, 1980, 4, p.45-56.

8. Logunov A.A. Tavkhelidze A.N.-Nuovo Cimento, 1965, 29, p.380-390.Quasi-optical approach in quantum field theory.

9. Саврин В.И., Тюрин И.Е., Хрусталев О.А., Метод μ -матрицы в теории сильных взаимодействий.-ЭЧАЯ, 1976, 7, вып.I, с.21-54.

10. А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. Условие унитарности в высокоэнергетическом рассеянии адронов.-Труды Международной конференции по нелинейным и трубулентным процессам в физике, Киев, 1983.

II. L.L.Jenkovszky, B.V.Struminsky, A.N.Wall. Ratio of the total cross-section to the slope of the diffraction cone.- Kiev, 1984.-5p.-(Prepr.ITP, ITP-84-37E).

I2. А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, А.И.Литвин, Б.В.Струминский. Перерассеяние дипольного померона в u - матричном подходе. Киев, 1985.(Препринт/АН УССР, ИТФ-85-5Р).

I3. С.С.Герштейн, А.А.Логунов. Рост сечений адрон- адронных взаимодействий и его возможная связь с существованием глюболов.- ЯФ, 1984, 39, с.1514-1517.

I4. А.А.Логунов, О.А.Хрусталев. Вероятностные описания рассеяния при высоких энергиях и гладкий квазипотенциал.-ЭЧАЯ т.I, 1970, вып.I, с.71-90.

I5. С.В.Семенов, С.М.Трошин, Н.Е.Тюрин, О.А.Хрусталев. Связь упругих и неупругих процессов при высоких энергиях.- ЯФ, 1975, 22, с.792-800.

I6. С.В.Семенов. Прицельные параметры неупругих взаимодействий адронов при высоких энергиях.- ЯФ, 1978, 30, с.748-753.

I7. S.Barshay. Multiplicity moment and transverse momentum distributions.-Phys.Lett., 1970, 42B, p.457-460.

I8. T.T.Chen, Ning Yang. Remarks on the multiplicity fluctuations and KNO scaling.-Phys.Lett., 1982, 116B, p.301-304.

I9. М.К.Алиев, А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. О множественном рождении в модели дипольного померона.- Киев, 1984,-15с.-(Препринт/АН УССР, ИТФ-84-74Р).

20. А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. Высокоэнергетическое рассеяние адронов в модели дипольного померона. В кн: тр. Межд. конф. по спиновым эффектам, Алушта, 1984, с. 240-245.

2I. А.Н.Валл, Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. Дипольный померон в формализме u - матрицы.-В кн: Тр. Межд. конф., Протвино, 1984, том.I, с.315-322.

22. Mohammad Saleem, Fazal-e-Aleem, Hadronic J. 5, p.71-91, 1981.

23. T.T.Chou, C.N.Yang. Elastic Scattering at CERN Collider Energy and the Geometrical Picture.-Phys.Lett. 1983, 128B, p.457-460.

24. Л.Л.Енковский, Б.В.Струминский. Поляризационные эффекты в модели дипольного померона.- В кн:тр. Межд. конф. по спиновым эффектам, Протвино, 1984.

Препринты Института теоретической физики АН УССР рассылаются научным организациям и отдельным ученым на основе взаимного обмена.

**Наш адрес: 252130, Киев-130
ИТФ АН УССР
Информационный отдел**

The preprints of the Institute for Theoretical Physics are distributed to scientific institutions and individual scientists on the mutual exchange basis.

Our address:
Information Department
Institute for Theoretical Physics
252130, Kiev-130, USSR