

ФЭИ-1759

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Ю. Ф. СЕЛИВАНОВ

**Области устойчивости форм поверхностей
паровых пузырей, образующихся
при кипении**

Обнинск — 1986

УДК 532.529.6

Ю. Ф. Селиванов.

Области устойчивости форм поверхностей паровых пузырей, образующихся при кипении.

ФЭИ-1759. Обнинск: ФЭИ, 1986. — 12 с.

На основании использования полученного распределения давлений вокруг растущего в кипящей жидкости парового пузыря рассчитан характер устойчивости формы парового пузыря. Найдены области устойчивости формы паровых пузырей, определяемые размером пузыря и значениями динамических характеристик роста пузырей.

Изучение механизма отделения от поверхности нагрева образующейся при кипении жидкости паровой фазы имеет важное значение при исследовании физики кипения. Существующие теории механизма отрыва пузырей [1, 2, 3] не позволяют с достаточной достоверностью объяснить отрыв пузырей в широком диапазоне режимов кипения, в частности, отрыв пузырей при кипении в условиях пониженной гравитации.

На основании разрабатывавшейся в последнее время гидродинамической теории отрыва паровых пузырей, объясняющей отрыв пузырей действием гидродинамической силы, которая возникает как следствие приведения самим пузырьком жидкости в движение [4-7], удалось существенно продвинуться вперёд в объяснении механизма отрыва. Тем не менее в целом ряде случаев не удаётся действием гидродинамической силы объяснить отрыв пузырей [8]. На этом основании в работах [8, 9] были выдвинуты предположения о влиянии на отрыв паровых пузырей потери формы поверхности пузырей устойчивости, причём потеря устойчивости возникает под влиянием переменного по поверхности пузырей динамического давления в жидкости. Были получены критерии устойчивости формы поверхности пузырей, и для ряда режимов кипения был определен характер устойчивости формы.

Однако вывод о влиянии потери устойчивости формы пузырей на их отрыв от поверхности кипения можно сделать, лишь располагая данными о характере устойчивости всевозможных форм пузырей. Ввиду этого вопроса посвящена данная работа.

1. Следуя работе [9] запишем выражение для распределения давления жидкости по высоте Z растущего пузыря в виде

$$p_1 = p_s + \rho \left(-g - \frac{3}{4} \frac{\dot{a}^2}{a} + \frac{1}{2} \ddot{a} \right) Z + \frac{9}{8} \rho \frac{\dot{a}^2}{a^2} Z^2, \quad (1)$$

где a - эквивалентный радиус парового пузыря;

ρ - плотность жидкости;

p_s - давление насыщенного пара на уровне поверхности кипения;

g - ускорение силы тяжести;

точка над функцией означает дифференцирование по времени.

Соотношение (1) соответствует полю давлений в жидкости, распределение скорости которой описывается потенциалом скоростей вида

$$\varphi = -\frac{\dot{a}^2}{r} - \frac{\dot{a}^3}{2r^2} \cos \vartheta, \quad (2)$$

который представляет собой решение следующей задачи

$$\Delta \varphi = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{r=a} = \dot{a} (1 + \cos \vartheta), \quad |\text{grad } \varphi|_{\infty} = 0. \quad (3)$$

Здесь Δ - оператор Лапласа;

n - нормаль к поверхности пузыря;

(r, ϑ) - координаты сферической системы координат, начало которой помещено в центре растущего пузыря,

при этом скорость жидкости определяется следующим образом:

$$\vec{v} = \text{grad } \varphi.$$

Поле динамических давлений в жидкости p_d находится с помощью интеграла Коши-Лагранжа [10]:

$$\frac{p_d}{\rho} + \frac{1}{2} (\text{grad } \varphi)^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = f(\tau), \quad (4)$$

где τ - время, $f(\tau)$ - произвольная функция времени.

Из (2) следует:

$$\begin{aligned} (\text{grad } \varphi)^2 \Big|_{r=a} &= \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} \right)^2 \right]_{r=a} = \\ &= \dot{a}^2 (1 + \cos \vartheta)^2 + \frac{\dot{a}^2}{4} (1 - \cos^2 \vartheta). \end{aligned} \quad (5)$$

Определение производной по времени требует особого подхода, если учесть, что система координат, в которой записано выражение для потенциала скоростей (2), падаетея движущейся, а время, неявно входящее в (2), играет роль параметра. С этой целью введём систему координат (R, α) , связанную с неподвижной поверхностью кипения (рис.1).

Справедливы соотношения:

$$r^2 = R^2 + a^2 - 2Ra \cos \alpha, \quad \cos \vartheta = \frac{R \cos \alpha - a}{r}. \quad (6)$$

С помощью (6) получаем:

$$r \frac{dr}{dt} = \dot{a}(a - R \cos \alpha), \quad \frac{dr}{dt} = -\dot{a} \cos \vartheta.$$

Далее,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\cos \vartheta}{r^2} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{R \cos \alpha - a}{r^3} \right) = \\ &= -\dot{a} \frac{1}{r^3} - 3 \frac{1}{r^4} \frac{dr}{dt} (R \cos \alpha - a). \end{aligned}$$

Отсюда:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\cos \vartheta}{r^2} \right) = -\dot{a} \frac{1}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \vartheta). \quad (7)$$

Используя выражения (2), (4)-(7) и исключив с помощью соотношения $z = a(1 + \cos \vartheta)$ угол ϑ , получаем распределение динамических давлений по высоте пузыря:

$$\begin{aligned} p_d &= p_f(t) + \frac{\rho}{2} (\dot{a}^2 + a\ddot{a}) + \frac{\rho}{2} \left(\ddot{a} - \frac{3}{2} \frac{\dot{a}^2}{a} \right) z + \\ &+ \frac{9}{8} \rho \frac{\dot{a}^2}{a^2} z^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Массовые силы в жидкости можно учесть, добавив в правую часть соотношения (8) член $(-\rho g z)$. Значение произвольной функции времени определяется из условия $p_d|_{z=0} = p_s$, где p_s - давление насыщения. Таким образом, приходим к соотношению (I), которое имеет вид

$$p_l = p_d - \rho g z = l + mz + nz^2, \quad (9)$$

Приняв, что распределение давлений по высоте парового пузыря, растущего на плоской поверхности, совпадает с распределением вида (9), рассчитаем устойчивость формы поверхности пузыря по методике, изложенной в [9]. Согласно этой методике форма пузыря определя-

лась из уравнения Лапласа, связывающего равновесное давление пара p_v с давлением жидкости p_l :

$$p_v = p_l + \sigma (\kappa_1 + \kappa_2), \quad (10)$$

где σ - поверхностное натяжение на границе пар-жидкость; $\kappa_1 + \kappa_2$ - сумма главных кривизин в точке поверхности пузыря; или из эквивалентных уравнений вида:

$$\begin{aligned} \psi_1'' &= z_1' (e_1 + e_2 z_1 - e_3 z_1^2 + \frac{z_1'}{\psi_1}) \\ z_1'' &= -\psi_1' (e_1 + e_2 z_1 - e_3 z_1^2 + \frac{z_1'}{\psi_1}) \end{aligned} \quad (11)$$

с начальными условиями

$$z_1(0) = 1, \quad \psi_1(0) = z_1'(0) = 0, \quad \psi_1'(0) = 1,$$

где (z_1, ψ_1) - безразмерные декартовы координаты точки дуги меридиана поверхности пузыря с масштабом $z_0 = 2a$ и a - приведенный радиус парового пузыря.

2. Устойчивость полученной формы определялась на основании рассмотрения знака второй вариации потенциальной энергии U системы жидкость-пар.

$$U = \sigma \Sigma_b + \sigma_1 (\Sigma_0 + \Sigma_1) - \sigma_1 \Sigma_0 + \sigma_0 \Sigma_0 + E. \quad (12)$$

где E - потенциал массовых сил.

При этом в (12) $\Sigma_b, \Sigma_0, \Sigma_1$ - поверхности контакта пузыря с жидкостью, пузыря с твердой стенкой и жидкости с твердой стенкой,

σ, σ_0 и σ_1 - поверхностные натяжения на этих поверхностях,

e_1, e_2 и e_3 - коэффициенты, зависящие от числа $Bo = \frac{\rho_v - \rho_l}{\sigma} z_0$,

числа Вебера - $We = \frac{\rho a^2}{\sigma} z_0$, числа Бонда - $Bo = \frac{\rho g}{\sigma} z_0^2$,

модифицированного числа Бонда - $Bo^* = \frac{\rho a}{\sigma} z_0^2$, производные

в (11)-(12) берутся по безразмерной длине дуги меридиана - s_1 .

Для исследования устойчивости вариационная задача сводится к задаче на собственные значения, причём требуется лишь определение знака наименьшего собственного числа. Вывод о характере устой-

чивости делается на основании сравнения параметра

$$b = \left[(-e_1 - e_2 z_1 + e_3 z_1^2 - \frac{z_1'}{\psi_1}) \left(\frac{\psi_1'}{z_1'} \right) \right]_{z_1=0}$$

с критическим значением краевого параметра

$$b^* = \max \left\{ -\frac{D_0'(s_{10})}{D_0(s_{10})}, -\frac{u_1'(s_{10})}{u_1(s_{10})} \right\},$$

вычисляемого в точке контакта меридианной кривой с поверхностью кипения (длина дуги - s_{10}).

Здесь $D_0(s_1)$ - функция, которая строится следующим образом:

$$D_0(s_1) = u_0 \int_0^{s_1} \psi_1 v_0 ds_1 - v_0 \int_0^{s_1} \psi_1 u_0 ds_1,$$

u_0 и v_0 - решения уравнений $Lu = 1$ и $Lv = 1 = 0$, соответственно, при достаточно произвольных начальных условиях,

$$L = -\frac{d^2}{ds_1^2} - \frac{\psi_1'}{\psi_1} \frac{d}{ds_1} + \alpha_1(s_1),$$

$$\alpha_1(s_1) = -\psi_1'(e_2 - 2e_3 z_1) - \left(\frac{z_1'}{\psi_1} \right)^2 - \left(e_1 + e_2 z_1 - e_3 z_1^2 + \frac{z_1'}{\psi_1} \right)^2,$$

$u_1(s_1)$ - решение уравнения $Lu_1 + \frac{1}{\psi_1} u_1 = 0$. При $b > b^*$ форма поверхности устойчива, при $b < b^*$ - неустойчива.

3. При анализе характера устойчивости форм пузырей следует учитывать, что при отклонении формы пузырей от сферической давление пара в деформированном пузыре будет отличаться от давления пара в пузыре равного объема, но сферической формы. С ростом числа Bo одна из главных краевых в некоторых точках поверхности пузыря, уменьшаясь, принимает нулевое значение и затем становится отрицательной (главные направления поверхности вращения совпадают с касательными к меридианам и параллелям поверхности). Как следует из соотношения (10), это ведёт к уменьшению значений $(p_0 - p_e)$ и, тем самым, к уменьшению значения параметра B , который для сферического парового пузыря принимает значение, равное четырём. Пример $B = 3,8$.

На ЭВМ БЭСМ-6 в области значений We_0 и Bo^* , проводились

ной в окрестности точки $We = 0$ и $Bo^* = 0$, при фиксированных значениях чисел Bo , были рассчитаны зоны устойчивости форм паровых пузырей. Расположение зоны устойчивости зависит от значения числа Bo . Следует отметить, что для каждого значения числа Бонда, кроме области устойчивости, включающей в себя точку $We = 0$, $Bo^* = 0$ или достаточно близко примыкающей к этой точке, существует, по крайней мере, ещё одна область устойчивости, соответствующая большим положительным числам Bo . Однако данную область следует исключить из рассмотрения, поскольку она соответствует положительным значениям \ddot{a} при больших размерах пузырей. Как показывают эксперименты, на предотрывной стадии роста реализуется значение $\ddot{a} < 0$, что соответствует значениям $Bo < 0$.

Рис. 2 наглядно иллюстрирует изменение характера устойчивости формы поверхности паровых пузырей. Например, для статических пузырей ($We = 0$, $Bo^* = 0$) "статическая" точка на плоскости We , Bo^* принадлежит при малых значениях чисел Бонда области устойчивости. С ростом же числа Бонда область устойчивых форм смещается в положительном направлении оси Bo^* , и при $Bo = 1$ (соответствует значению $\alpha = 1,23 \cdot 10^{-3}$ м при давлении насыщения $p_s = 1 \cdot 10^{-1}$ МПа) статическая точка располагается уже вне зоны устойчивости.

Из рис. 2 следует, что устойчивые динамические формы паровых пузырей существуют в достаточно широком диапазоне значений чисел We и Bo^* .

Рост паровых пузырей можно характеризовать некоторой функциональной зависимостью между числами Bo^* и We , число Bo при этом является параметром. В плоскости We , Bo^* эта зависимость представляется некоторой характеристической кривой, которая начинается в районе нулевой точки, затем на некотором участке совпадает с осью $Bo^* = 0$ ($\ddot{a} = \text{const}$, "релеевский" рост). Если предположить, что в предотрывном периоде роста изменение радиуса пузыря описывается законом вида $\dot{a} = C\sqrt{t}$, то с ростом числа Бонда характеристическая кривая попадает в область отрицательных значений чисел Bo^* и далее приближается линейно к нулю. Для определенности положим $C = 1,26 \cdot 10^{-2}$ 1/сек^{1/2}, что соответствует росту пузыря согласно закону Плазета-Цайка при перегреве жидкости, равном 5К, и давлении насыщения $p_s = 0,98 \cdot 10^{-1}$ МПа. Точки, соответствующие данному закону роста пузыря, лежат на прямой, представленной на рис. 2. Соответственные точки сначала находятся внутри области устойчивости, а затем выходят за ее пределы: рис. 3-4.

Таким образом, при данном законе роста уже при $Bo > 1$ ($\rho > 1,23 \cdot 10^{-3}$ м) пузыри теряют устойчивость формы и, как следствие, склоняются и отрываются несмотря на прижимающее действие гидродинамической силы.

Как показывают эксперименты, в предотрывном периоде роста паровых пузырей наблюдаются отрицательные значения второй производной от радиуса пузыря по времени (отрицательные значения Bo^*). Поскольку с ростом числа Бонда зона устойчивых форм пузырей смещается в область положительных значений чисел Bo^* , следует вывод о том, что с увеличением размера пузыря при любых реально допустимых законах роста пузыря рано или поздно (по крайней мере, для значений чисел $Bo > 1,2$) теряют устойчивость формы.

Выражение для гидродинамической силы, действующей на паровые пузыри [4], можно записать следующим образом

$$F_d = -c \frac{\pi a \delta}{4} (6We + Bo^*)$$

В плоскости (We, Bo^*) прямая $6We + Bo^* = 0$ делит всю область значений We и Bo^* на две подобласти - с положительным и отрицательным значением гидродинамической силы. Из рис.2-4 видно, что устойчивые формы паровых пузырей, на которые действует положительная (отрывающая) гидродинамическая сила, наблюдаются при малых значениях чисел Bo , что может реализоваться лишь для "медленно растущих" пузырей.

Литература

1. Fritz W. Berechnung des Maximalvolumens von Dampfblasen.- *Physikalische Zeitschrift*, 1935, Bd.36, N 11, s.379-384.
2. Наско Е.И. Кипение жидкостей. - М.: Наука, 1973.
3. Koumoutsos N., Moissis R., Sprydenos A. A study of Bubble Departure in Forced-Convection Boiling. - *Trans. ASME., Ser.C.*, 1968, vol.90, N2, p.p.223-230.
4. Казновский С.П., Селиванов Ю.Ф., Субботин В.И. Сила воздействия жидкости на растущий в ней паровой пузырь. *Изв. АН СССР, МЖ*, N 3, 1973.
5. Кириченко Ю.А. Оценка условий отрыва паровых пузырей при пузырьковом кипении. - *Инженерно-физический журнал*, 1973, т.25, N1, с.5-13.

6. Лабунцов Д.А. Современные представления о механизме пузырькового кипения. - В сб.: Теплообмен и физическая газодинамика.-М.: Наука, 1974, с.98-115.
7. Коротчаев С.К., Прохоров Ю.П. Рост и отрыв паровых пузырей от поверхности нагрева при кипении насыщенной жидкости. Препринт ФЭИ-842, Обнинск, 1978.
8. Селиванов Ю.Ф. Гидродинамические силы, действующие на паровые пузыри при кипении. Препринт ФЭИ-869, Обнинск, 1978.
9. Селиванов Ю.Ф. Формы и устойчивость форм поверхностей паровых пузырей, образующихся при кипении жидкостей. Препринт ФЭИ-1292, Обнинск, 1982.
10. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика, ч.1. М.: Физматгиз, 1963.

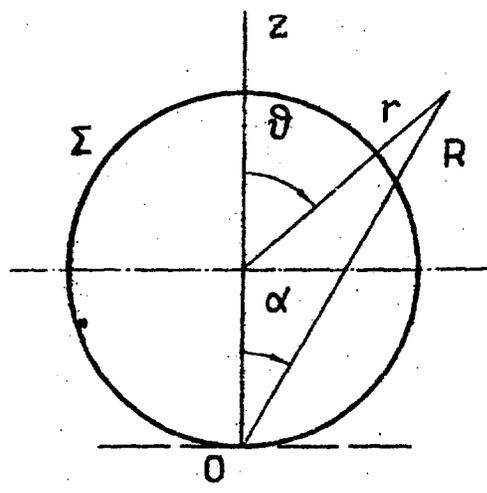


Рис. I. Паровой пузырь на поверхности кипения

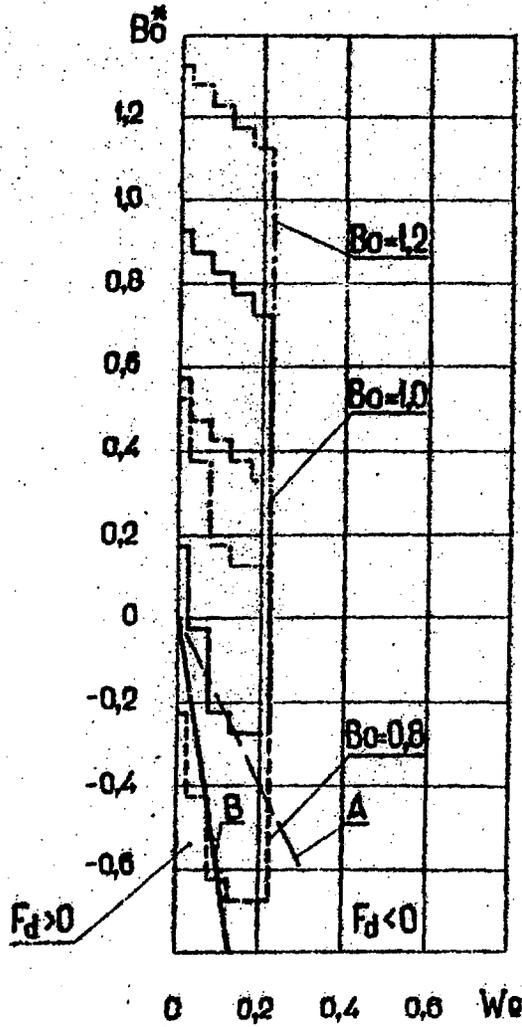


Рис.2. Расположение областей устойчивости форм паровых пузырей.

A - линия, соответствующая закону роста пузыря виде $a = 1,26 \cdot 10^{-2} \sqrt{t}$,
 B - линия $6We + B\delta^* = 0$, соответствующая нулевому значению гидродинамической силы

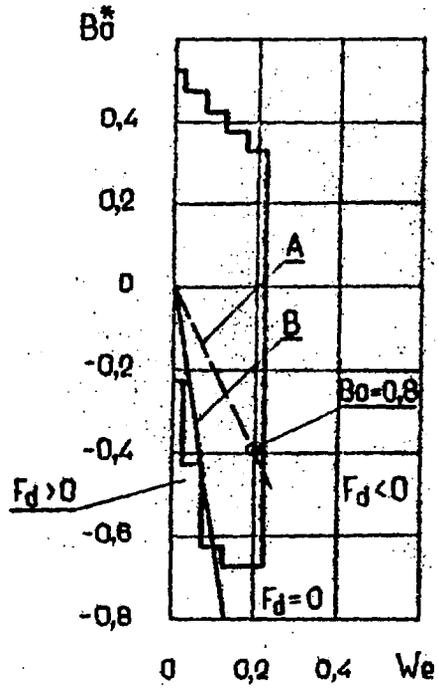


Рис.3. Область устойчивости формы пузырей при $Bo = 0,8$.
А, В — то же, что и на рис.2

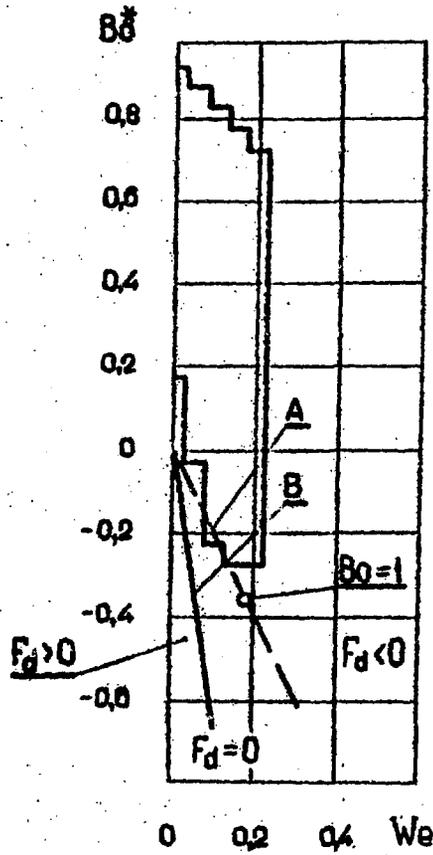


Рис.4. Область устойчивости формы пузырей при $Bo = 1$.

A, B - то же, что и на рис.2

Технический редактор **Н. П. Герасимова.**

Подписано к печати 1.02.1986 г.	Т-03238	Формат 60×90 ¹ / ₁₆	
Офсетная печать	Усл. п. л. 0,75	Уч.-изд. л. 0,5	Тираж 75 экз.
Цена 8 коп.	ФЭИ-1759	Индекс 3624	

Отпечатано на ротапринтере ФЭИ, г. Обнинск

8 коп.

Индекс 3624

**Области устойчивости форм поверхностей паровых пузырей,
образующихся при кипении.
ФЭИ-1759, 1986, 1-12.**