

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

---

E.30

**ETAT DE L'ART SUR LES METHODES  
PRATIQUES DE DIMENSIONNEMENT VIS-A-VIS  
DU FLAMBAGE SOUS DEFORMATION  
DES STRUCTURES SOUPLES**

*par*

*Didier MOULIN, Alain COMBESCURE,  
Denis ACKER*

**INSTITUT DE RECHERCHE TECHNOLOGIQUE  
ET DE DEVELOPPEMENT INDUSTRIEL**

**DIVISION D'ETUDE ET DE DEVELOPPEMENT  
DES REACTEURS**

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay

**Rapport CEA-R-5376**

## PLAN DE CLASSIFICATION DES RAPPORTS ET BIBLIOGRAPHIES CEA

(Classification du système international de documentation nucléaire SIDON/INIS)

A 11	Physique théorique	C 30	Utilisation des traceurs dans les sciences de la vie
A 12	Physique atomique et moléculaire	C 40	Sciences de la vie : autres études
A 13	Physique de l'état condensé	C 50	Radioprotection et environnement
A 14	Physique des plasmas et réactions thermonucléaires		
A 15	Astrophysique, cosmologie et rayonnements cosmiques	D 10	Isotopes et sources de rayonnements
A 16	Conversion directe d'énergie	D 20	Applications des isotopes et des rayonnements
A 17	Physique des basses températures		
A 20	Physique des hautes énergies	E 11	Thermodynamique et mécanique des fluides
A 30	Physique neutronique et physique nucléaire	E 12	Cryogénie
		E 13	Installations pilotes et laboratoires
B 11	Analyse chimique et isotopique	E 14	Explosions nucléaires
B 12	Chimie minérale, chimie organique et physico-chimie	E 15	Installations pour manipulation de matériaux radioactifs
B 13	Radiochimie et chimie nucléaire	E 16	Accélérateurs
B 14	Chimie sous rayonnement	E 17	Essais des matériaux
B 15	Corrosion	E 20	Réacteurs nucléaires (en général)
B 16	Traitement du combustible	E 30	Réacteurs nucléaires (types)
B 21	Métaux et alliages (production et fabrication)	E 40	Instrumentation
B 22	Métaux et alliages (structure et propriétés physiques)	E 50	Effluents et déchets radioactifs
B 23	Céramiques et ciments		
B 24	Matières plastiques et autres matériaux	F 10	Economie
B 25	Effets des rayonnements sur les propriétés physiques des matériaux	F 20	Législation nucléaire
B 30	Sciences de la terre	F 30	Documentation nucléaire
		F 40	Sauvegarde et contrôle
C 10	Action de l'irradiation externe en biologie	F 50	Méthodes mathématiques et codes de calcul
C 20	Action des radioisotopes et leur cinétique	F 60	Divers

Rapport CEA-R-5376

*Cote-matière de ce rapport : E.30*

### DESCRIPTION-MATIERE (mots clés extraits du thesaurus SIDON/INIS)

<i>en français</i>	<i>en anglais</i>
ENVELOPPES	SHELLS
DEFORMATION	DEFORMATION
DIMENSIONS	DIMENSIONS
CONTRAINTES THERMIQUES	THERMAL STRESSES
EVALUATION DES RISQUES	RISK ASSESSMENT
STRUCTURES MECANIQUES	MECHANICAL STRUCTURES
NORMES DE SECURITE	SAFETY STANDARDS
REACTEURS A NEUTRONS RAPIDES	FAST REACTORS
EPAISSEUR	THICKNESS

**RAPPORT CEA-R-5376 - Didier MOULIN, Alain COMBESCURE, Denis ACKER**

**"ETAT DE L'ART SUR LES METHODES PRATIQUES DE DIMENSIONNEMENT VIS-A-VIS DU FLAMBAGE SOUS DEFORMATION DES STRUCTURES SOUPLES".**

*Sommaire - Ce rapport présente un "Etat de l'Art" sur les méthodes pratiques permettant de prendre en compte les risques de flambage dus en particulier aux contraintes thermiques dans les structures en coques très souples. Une revue critique des méthodes et résultats théoriques, numériques et expérimentaux disponibles dans la littérature jusqu'à l'année 1986 est faite. L'examen porte sur le degré de développement des méthodes (formulation-validation expérimentale) en vue de proposer des méthodes d'analyse utilisables par l'ingénieur. La plupart des informations sont obtenues dans le domaine de l'aéronautique et du nucléaire (réacteurs à neutrons rapides).*

1986

Commissariat à l'Energie Atomique - France

**RAPPORT CEA-R-5376 - Didier MOULIN, Alain COMBESCURE, Denis ACKER**

**"REVIEW OF ANALYSIS METHODS TO PREVENT THERMAL BUCKLING".**

*Summary - This report is a State of the Art about practical methods to analyze buckling risks mainly due to thermal stresses in slender shell structures. A critical review of theoretical, numerical and experimental results available in open literature till 1986 is performed. They are particularly examined from the point of view of simplicity in the formulations and experimental validation. The final aim of this study is an attempt to propose analysis method of practical use for engineers. Most of used informations were obtained from aeronautic and nuclear (fast breeder reactors) domains.*

1986

Commissariat à l'Energie Atomique - France

**- Rapport CEA-R-5376 -**

**Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay  
Institut de Recherche Technologique et de Développement Industriel  
Division d'Etude et de Développement des Réacteurs  
Département des Etudes Mécaniques et Thermiques  
Service d'Etudes de Mécanique et Thermique des Structures**

**ETAT DE L'ART SUR LES METHODES PRATIQUES  
DE DIMENSIONNEMENT VIS-A-VIS DU FLAMBAGE  
SOUS DEFORMATION DES STRUCTURES SOUPLES**

*par*

**Didier MOULIN, Alain COMBESURE, Denis ACKER**

**- Décembre 1986 -**

- TABLE DES MATIERES -

	PAGE
1 - <u>PRELIMINAIRES</u>	1
2 - <u>OBJET ET CONTENU DU RAPPORT</u>	2
3 - <u>PROBLEMES DU CONSTRUCTEUR. BESOINS. CODES DE CONSTRUCTION</u>	3
3.1 - Illustration d'un cas pratique	3
3.2 - Limitation du flambage en présence de déformation imposée	5
3.3 - Aperçu sur les codes de construction	6
3.3.1 - Le code ASME Section III	6
3.3.2 - Le code ASME Case N.47	7
3.3.3 - Le code ASME Case N.284	8
3.3.4 - Conclusions sur les codes de construction classiques	8
4 - <u>PROBLEMES RENCONTRES DANS LE DEVELOPPEMENT DES METHODES D'ANALYSE DU FLAMBAGE SOUS DEFORMATION</u>	9
4.1 - Généralités	9
4.2 - Problème élastique de la poutre chauffée dont la dilatation est empêchée	9
4.3 - Problème plastique d'une plaque circulaire encastree et chauffée uniformément	13
4.4 - Prise en compte des contraintes résiduelles dans un cas simple	15
4.5 - Problème d'interaction avec un flambage sous charge	17
4.5.1 - Chargement en température seul	18
4.5.2 - Chargement composé. Température puis charge	19
4.6 - Conclusions sur les cas simples exemplaires présentés	20
4.7 - Revue de travaux antérieurs	21
4.8 - Conclusions	23

	PAGE
5 - <u>TRAVAUX RECENTS SUR LES METHODES D'ANALYSES DU FLAMBAGE THERMIQUE</u>	25
5.1 - Introduction	25
5.2 - Méthodes expérimentales	25
5.2.1 - Effet des déformations imposées constantes au cours du temps	25
5.2.2 - Effet des déformations imposées cycliques	28
5.2.3 - Fatigue flambage thermique	29
5.2.4 - Conclusions	31
5.3 - Méthodes analytiques	32
5.3.1 - Méthodes asymptotiques	32
5.3.2 - Méthodes simplifiées. Flambage progressif d'une poutre	33
5.3.3 - Conclusions	34
5.4 - Méthodes utilisant des codes de calcul	35
5.4.1 - Méthodes incrémentales	35
5.4.2 - Méthodes spéciales	36
5.4.3 - Conclusions	37
5.5 - Evolution des règles de dimensionnement	37
6 - <u>CONCLUSIONS GENERALES</u>	39
<u>LISTE DES REFERENCES</u>	40
<u>FIGURES</u>	48
ANNEXE 1	
ANNEXE 2	

1 - PRELIMINAIRE

Le but du présent rapport est de tenter de faire le point sur les méthodes d'analyse mécaniques disponibles dans la littérature pour tenir compte d'un comportement particulier que l'on appelle ici flambage sous déformation. Ce phénomène recouvre dans ce rapport tous les phénomènes de flambage où des déformations imposées jouent un rôle qu'elles agissent seules - dans le cas de pur flambage sous déformation contrôlée - ou qu'elles agissent avec d'autres chargements - primaires comme la pression par exemple.

Les composants concernés se caractérisent par leurs grands élancements et par des niveaux de contrainte thermique, constante ou variable au cours du temps, assez importants.

Les méthodes classiques d'analyse du flambage statique ne sont pas toujours adaptées pour tenir compte du flambage sous déformation. De nouvelles méthodes doivent être mises au point dans certains cas. Il est intéressant dans ce cadre d'examiner les progrès réalisés dans l'industrie nucléaire.

## 2 - CONTENU DU RAPPORT

Les objectifs assignés à cette étude visent à faciliter l'écriture éventuelle des règles pratiques permettant de tenir compte des effets du flambage en présence de déformation imposée comme des contraintes thermiques.

On doit chercher dans un premier temps à définir le plus précisément possible les problèmes pratiques. L'importance du risque de ce mode de ruine est liée aux spécificités de grandes structures minces en coques et supportant, par exemple, de faibles pressions mais de grandes contraintes thermiques.

Ensuite les codes de construction habituellement consultés par les constructeurs seront examinés. Peu de données opérationnelles pour tenir compte de ce comportement y sont fournies.

Dans un troisième temps une illustration des problèmes rencontrés dans le développement de règles permettant de tenir compte du flambage sous déformation sera faite à la lumière d'une revue des travaux antérieurs.

Puis on décrira plus précisément les méthodes d'analyse plus récentes et souvent en cours de développement en considérant arbitrairement de les classer en trois catégories suivant leurs principes de mise en place : expérimentale, théorique ou numérique.

Enfin, les conclusions ont l'intention d'émettre un avis sur les conditions d'application des méthodes décrites, dans la mesure où leur degré de développement le permet. Les insuffisances éventuelles et les besoins de recherche et développement pourront être indiqués.

### 3 - PROBLEMES DU CONSTRUCTEUR, BESOINS, CODES DE CONSTRUCTION

On doit regarder dans quelle mesure l'effet des contraintes dues à des déformations imposées peut accélérer l'apparition du flambage.

D'une manière assez générale, le flambage peut être défini par l'apparition dans la structure, au-delà d'un certain niveau de chargement, souvent appelé chargement critique, d'une distribution de contraintes et de déformations très différentes de celle qui existe aux faibles valeurs de chargement. Ce comportement peut intervenir lorsqu'il existe des contraintes de compression. Il se manifeste par exemple de manière très sensible lorsque la forme de la structure change avec l'apparition de plis ou d'ondulations caractéristiques.

L'accélération du flambage, due aux déformations imposées, a déjà été remarquée dans de nombreux domaines où elle a fait l'objet de développements spécifiques. Citons rapidement, avant d'y revenir un peu plus longuement par la suite, les problèmes de flambage thermique dans l'aérospatiale (les échauffements localisés dus aux frottements de l'air sur les fuselages en coques minces raidies) et dans la construction ferroviaire (dilatation thermique produite par l'échauffement du soleil et du frottement des rames sur les rails de chemin de fer).

#### 3.1 - Illustration d'un cas pratique

Une description intéressante de cas pratique est faite dans la littérature par SEVERUD [1]. Elle concerne l'analyse mécanique du flambage thermique d'une enceinte de réacteur à neutrons rapides contenant du sodium liquide. Ce réservoir de trop plein (voir figure (1)) a un rapport épaisseur sur diamètre qui est de l'ordre de 5/1000 sur la partie cylindrique. Il est fait d'un acier austénitique 304. Il peut lors d'une excursion en température recevoir du sodium froid qui produit dans la région du niveau libre une contrainte de compression locale calculée élastiquement de 204 MPa (ou une déformation de 0,13 %).

La déformation critique d'un cylindre comprimé axialement uniformément peut atteindre une valeur nominale de 0,22 %. Il ressort donc une valeur de marge juste suffisante vis-à-vis d'un code de construction comme le code ASME CASE N47 [2]. L'auteur a voulu néanmoins établir des valeurs de marges plus grandes pour respecter les marges d'un vieux code [3]. Il indique des moyens pour améliorer l'analyse de ce risque. Il porte des efforts particuliers :

- sur une analyse détaillée des champs de température lors du choc thermique,
- sur le calcul thermomécanique des contraintes et des déformations élastiques produites par ce choc,
- sur le calcul de bifurcation élastique du fond hémisphérique considérée comme une sphère d'une part et du cylindre considéré comme un tore d'autre part,
- sur la réduction des charges de bifurcation calculées ci-dessus pour tenir compte de la plasticité,
- sur la collection empirique de résultats expérimentaux concernant des configurations voisines de ce flambage thermique pour caler une température critique.

Cet exemple donne un aperçu des difficultés d'analyse du flambage thermique qui conduisent l'auteur à un montage relativement compliqué de calculs simples.

On peut retrouver des problèmes de flambage thermique dans d'autres composants principaux de réacteurs à neutrons rapides. On peut citer le cas de la cuve principale dont le rapport épaisseur sur diamètre est encore plus petit (1/1000), qui est soumise à un gradient de température longitudinal et axisymétrique correspondant à une variation de température de  $\Delta T \approx 400^\circ\text{C}$  et à un gradient radial constant d'environ  $50^\circ\text{C}$ . Le risque de flambage thermique peut être couplé à un risque de flambage statique lié à la présence d'une légère pression externe et de l'effort de traction

résultant du poids des composants contenus dans la cuve. Ce risque est bien sûr encore amplifié si on lui combine les chargements d'origine sismique. Dans le cas du pur flambage sous déformation présenté par Severud il devrait être essentiellement limité par égards à des déformations locales excessives et aux risques de fatigue. Dans le cas de cuves de l'enceinte principale il doit l'être pour prévenir des instabilités lorsqu'une charge lui est combinée où lui succède.

Enfin, on ne s'intéresse qu'au flambage indépendant du temps (sans fluage) conformément aux études françaises récentes présentées en 1984 [4].

### 3.2 - Limitation du flambage en présence de déformation imposée

Le flambage, qui consiste en le développement de déformations brutales différentes de celles qui se manifesteraient aux faibles chargements, peut conduire à une instabilité ainsi qu'à des déformations importantes ou à une exagération des variations de déformations locales. Il convient donc d'en limiter l'apparition pour prévenir des dommages tels que l'instabilité élastoplastique lorsqu'il y a possibilité d'interaction avec des charges imposées, la déformation excessive ou la fatigue si le chargement est cyclique.

Si on considère le risque de flambage dû à des gradients de température maintenus au cours du temps pendant des périodes de fonctionnement assez longues du réacteur, ils induisent des contraintes thermiques auto-équilibrées et des modifications de forme de la structure. Ces contraintes ainsi que les modifications de forme qui lui sont liées peuvent être nettement supérieures aux contraintes résiduelles et aux défauts de forme habituellement rencontrés et consécutifs par exemple aux procédés de fabrication, soudage et érection. Il n'est donc pas raisonnable d'utiliser les règles classiques de dimensionnement au flambage qui ne tiennent compte que de défauts relativement limités. La prudence doit conduire à évaluer l'influence du flambage thermique dans ce cas.

Lorsque les contraintes thermiques sont cycliques au cours du temps elles peuvent modifier la répartition des contraintes résiduelles et la forme de la structure. Le risque dont il est question ci-dessus peut éventuellement être amplifié par un effet de rochet. La conséquence sur la résistance à la fatigue doit particulièrement être examinée dans ce cas.

### 3.3 - Aperçu sur les codes de construction

Face à ce problème relativement nouveau dans l'industrie on peut s'apercevoir que les codes de construction habituels ne contiennent que peu de règles pratiques pour tenir compte du flambage en présence de déformation imposée.

#### 3.3.1 - Le code ASME section III [5]

La section III qui concerne les appareils à pression et les chaudières nucléaires ne donnent pas de règles spécifiques sur le flambage thermique. On peut rappeler les règles générales qui sont situées en NB, NC et ND dans les articles 3130 et 3240. Elles concernent le flambage des composants de classes 1, 2 et 3 respectivement. Les règles ne s'intéressent qu'aux cas spéciaux de flambage :

- des coques cylindriques sous pression axiale ou sous pression externe,
- des coques sphériques sous pression externe.

Les règles sont données sous forme de diagrammes contenus dans les annexes VII de ce code. Il est à noter que les règles de la sous-section NE qui concernent les composants contenant du métal sont plus générales. On propose que la contrainte critique de flambage soit déterminée par l'une des trois méthodes suivantes :

- analyse "rigoureuse", considérant les effets du flambage global et local, des défauts de forme, des non linéarités, et des forces d'inertie (seulement dans le cas de chargement dynamique),

- analyse classique (linéaire) avec application d'un coefficient de réduction reflétant la différence entre charge critique théorique et réelle,
- essai sur maquette représentative des conditions de chargement et d'appui de la structure réelle (§ NE.3222-1).

Au niveau d'un calcul pratique, il semble que le constructeur sera condamné à l'alternative suivante : négliger l'effet des contraintes thermiques ou les assimiler aux contraintes primaires utilisées dans les diagrammes.

### 3.3.2 - Le code ASME. Case N47 [2]

Ce code contient à l'article T 1520 des limites à considérer pour le cas de flambage sous déformation. Elles sont rappelées pour mémoire dans la figure (2). On remarque en particulier que les marges requises pour le flambage sous déformation sont plus faibles que celles requises pour le flambage sous charge. Mais en cas de combinaison de flambage sous charge et de flambage sous déformation on doit vérifier pour les deux types de chargement la valeur de marge correspondant au flambage sous charge.

Il est indiqué que le flambage sous déformation doit être limité, eu égard aux risques de fatigue, déformation excessive et interaction avec le flambage sous charge.

Dans le cas de flambage sous déformation, il n'est pas nécessaire de tenir compte des imperfections ou tolérances pour calculer le chargement critique si le fluage est négligeable. Une méthode pratique, pour majorer le chargement thermique sans perturber la rigidité associée, consiste à ajuster un coefficient de dilatation thermique artificiel.

Quelques indications sur les bases d'établissement de ces limites du code Case N47 sont données dans les critères [6] de ce code. Des définitions pratiques du flambage sous charge et sous déformation sont données. On indique qu'il est admissible de

donner des valeurs de marge plus faibles dans le cas de pur flambage sous déformation.

### 3.3.3 - Le code ASME Case N284

Les règles de ce code [7] viennent en prolongement des règles contenues dans la section III pour des configurations plus complexes d'enceintes contenant du métal fondu. Les rapports épaisseur sur diamètre des structures peuvent atteindre 5/10000.

On peut noter d'autres codes qui développent des diagrammes sur le même principe que le code Case N284 : les British Standards [8] et les courbes européennes pour le flambement CECM [9]. Dans ces trois codes aucun développement particulier pour le flambage sous déformation n'est proposé.

### 3.3.4 - Conclusions sur les codes de construction classiques

Seul le code Case N47 [2] donne quelques principes de règles et des valeurs de marges pour traiter le problème du flambage sous déformation. Néanmoins, il faut bien admettre qu'il ne s'agit pas de règles pratiques et le constructeur doit choisir lui-même une méthode de calcul apte à définir une déformation critique réelle.

#### 4 - PROBLEMES RENCONTRES DANS LE DEVELOPPEMENT DES METHODES D'ANALYSE DU FLAMBAGE SOUS DEFORMATION

##### 4.1 - Généralités

Le paragraphe 4 vise à décrire les problèmes spécifiques rencontrés lors de travaux visant à mettre en place des méthodes de calcul du comportement en flambage lorsque des déformations imposées (par exemple d'origine thermique) interviennent.

Des configurations mécaniques simples (modèle de poutre soumise à une élévation de température et dont les dilata-tions sont empêchées) permettent de mettre en évidence analytiquement quelques aspects particuliers du problème et de préciser le vocabulaire. Mais les conclusions que l'on peut en tirer sont difficilement généralisables à des configurations plus complexes (de structure en coques par exemple). Elles sont bien souvent limitées par les hypothèses simplificatrices utilisées dans leur développement.

Dans un deuxième temps on passe en revue les travaux antérieurs à 1980 effectués dans d'autres domaines que celui de la construction nucléaire et qui intéressent cet état de l'art.

##### 4.2 - Problème élastique simple de la poutre chauffée dont la dilatation est empêchée

Cette configuration s'étudie facilement à partir des ouvrages classiques sur la stabilité élastique comme celui de Timoshenko [10] .

On considère tout d'abord le cas d'une poutre chauffée uniformément, rotulée aux deux extrémités dont l'une est fixe et l'autre libre de se mouvoir longitudinalement. Cette configura-tion est représentée schématiquement dans la figure (3).

Si la poutre est parfaite, c'est-à-dire si elle ne pré-sente aucune flèche  $\delta_0$  initiale, ni aucune contrainte résiduelle,

l'augmentation de la température se traduit par une dilatation empêchée qui engendre une contrainte de compression uniformément répartie dans la poutre. Cette contrainte de membrane, tant que le comportement est élastique, est donnée par une relation très simple :

$$Q = E \alpha \Delta T. \quad (1)$$

Si dans ces conditions l'échauffement est poursuivi on peut atteindre le chargement critique de la poutre où la forme de la poutre n'est plus parfaite mais présente une flèche  $\delta$  dans la partie médiane. Au moment où ce chargement critique est atteint on dit qu'il y a bifurcation d'un état d'équilibre instable (forme parfaite, mode zéro) à un autre état d'équilibre plus stable (déformée mode 1). Le comportement avant la bifurcation est souvent appelé comportement en préflambage (ou pré-critique) et le comportement après la bifurcation est appelé comportement en post flambage (ou post-critique). On dit que ce dernier est stable si après la bifurcation une augmentation de la flèche requiert une augmentation du chargement. Il est instable si une augmentation de la flèche peut être produite sans augmentation du chargement.

On peut en outre préciser que le flambage est dit élastique si au moment de la bifurcation considérée le comportement en préflambage l'est. Il est dit plastique si des déformations plastiques interviennent lors du préflambage.

Si la poutre est restée élastique, parfaite lors du préflambage c'est-à-dire que la flèche centrale reste nulle (on dit aussi dans ce cas que l'hypothèse des petits déplacements est valide) la charge critique de bifurcation est la charge d'Euler classique sur le mode fondamental. La contrainte critique résultante est donnée par la relation :

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12 l^2} \quad (2) \quad \text{dans ce cas particulier.}$$

En réalité des défauts initiaux sont toujours présents dans les structures. Il en résulte que le défaut initial  $\delta_0$  présent est amplifié par le chargement et qu'il subit des accroissements très grands lorsqu'on approche la charge critique. Une illustration et l'amplification de la flèche sur la poutre parfaite et sur la poutre présentant une faible flèche (donc défaut) initiale est donnée dans la figure (4). On admet communément que le développement d'une flèche initiale se fait suivant la loi de Southwell [11] lorsque la charge augmente :

$$\delta_0 + \delta = \frac{\delta_0}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_E}} \quad (3)$$

C'est l'équation d'une hyperbole dont l'asymptote correspond à la charge critique d'Euler qui n'est donc "atteinte" que pour des flèches infiniment grandes. Il en résulte que la contrainte de membrane réelle n'est plus donnée en fonction de la température par la formule (1). La flèche latérale permet un allongement de la poutre donc un relâchement de cette contrainte. On peut montrer facilement, en admettant que le comportement reste élastique, que la contrainte de membrane réelle  $\sigma_m$  est donnée par la relation :

$$\sigma_m = Q - 3 \sigma_E \frac{\delta}{t} \left( \frac{\delta}{t} + 2 \frac{\delta_0}{t} \right) \quad (4)$$

où  $\delta$  est la flèche atteinte pour l'élévation de température  $\Delta T$  donnée par la résolution de l'équation (5) :

$$\frac{Q}{\sigma_E} = \frac{\delta}{\delta + \delta_0} + \frac{3}{t^2} \delta (\delta + 2 \delta_0) \quad (5)$$

La courbe donnant  $\frac{\delta}{\delta_0}$  en fonction de  $\frac{Q}{\sigma_E}$  correspondant à cette équation est monotone croissante, elle ne fait pas apparaître de maximum : il n'y a pas à proprement parler existence d'une charge critique.

On doit noter cependant qu'une contrainte de flexion supplémentaire  $\sigma_b$  apparaît et se superpose à la contrainte  $\sigma_m$  au cours de l'élévation de température. La contrainte maximale

totale  $\sigma_{tot}$  en peau au milieu de la poutre n'est donc pas égale à  $Q$  donnée par (1) mais égale à :

$$\sigma_{tot} = \sigma_m + \sigma_b = \sigma_m \left(1 + \frac{\delta}{t} (\delta + \delta_o)\right) \quad (6)$$

Ce système d'équations se résout facilement [12]. Pour apprécier l'erreur faite en négligeant la présence d'un défaut initial et le comportement non linéaire géométrique on présente graphiquement dans la figure (5) l'évolution du rapport  $\frac{\sigma_m + \sigma_b}{Q}$  en fonction du chargement  $\frac{Q}{\sigma_E}$  pour les défauts initiaux  $\frac{\delta_o}{t}$  respectivement égaux à 0,01 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,5 ; 1 et 2.

L'examen de la figure (5) révèle quelques caractéristiques intéressantes du flambage thermique à l'aide d'un calcul simple élastique.

L'erreur faite, pour estimer la plus grande contrainte sur la plus grande déformation, et mesurée par le rapport  $\frac{\sigma_m + \sigma_b}{Q}$  est plus grande quand le défaut initial est plus petit. Pour un défaut initial assez faible ( $\frac{\delta_o}{t} = 0,1$ ) il atteint une valeur de l'ordre de 2,2.

Pour les valeurs plus grandes du défaut ( $\frac{\delta_o}{t} > 0,5$ ) ce rapport est plus faible. Il est inférieur à l'unité pour des flèches initiales de l'ordre de l'épaisseur.

Si le calculateur se contente dans son calcul sans défaut de limiter la contrainte  $Q$  à la valeur critique  $\sigma_E$  il limite insuffisamment la surdéformation  $\frac{\sigma_m + \sigma_b}{Q}$  qui peut dépasser 2,2 pour les défauts les plus petits. Néanmoins, il apparaît que pour le défaut le plus petit  $\frac{\delta_o}{t} = 0,05$  qui ressemble le plus à un comportement en flambage on voit qu'une limitation de  $\frac{Q}{\sigma_E}$  à une valeur inférieure à 0,7 limite la surdéformation  $\frac{\sigma_m + \sigma_b}{Q}$  à 1,1.

Enfin, il doit être rappelé que les résultats discutés ici sont limités par les hypothèses simples utilisées et en particulier celle d'un comportement élastique.

#### 4.3 - Problème plastique d'une plaque circulaire encastrée et chauffée uniformément

On considère dans cet exemple un calcul fait par Hoffmann [12] à l'aide d'un code de calcul de coques INCA du système CASTEM par éléments finis. La modélisation prise en compte est représentée dans la figure (6). C'est une plaque encastrée de rayon 200 mm et d'épaisseur 2 mm et soumise à un échauffement uniforme. Le maillage a été réalisé avec 50 éléments réguliers.

Pour une telle plaque la température critique d'Euler est  $\Delta T_E = 4,7^\circ\text{C}$ . Elle correspond à une contrainte équivalente maximale dans la plaque qui vaut, calculée avec le critère de Von Mises :

$$\sigma_E = 27 \text{ MPa.}$$

Les structures imparfaites axisymétriques sont prises en compte dans le calcul en ajoutant le mode de flambage à la structure parfaite. Le défaut est mesuré par son amplitude rapportée à l'épaisseur.

Dans ce problème la limite élastique est choisie de manière à permettre d'étudier l'influence du niveau de plasticité lors du comportement en préflambage. On appelle  $T_L$  l'élévation de température qui produit l'apparition de la plasticité dans la plaque parfaite (9 points d'intégration dans l'épaisseur).

Les quatre cas ont été considérés avec un modèle d'écrouissage isotrope et une courbe de matériau élastique puis parfaitement plastique.

$$\text{- structure massive} = \frac{\Delta T_L}{\Delta T_E} = 0,1$$

$$\text{- structure médiane} = \frac{\Delta T_L}{\Delta T_E} = 1$$

$$\text{- structure élancée} = \frac{\Delta T_L}{\Delta T_E} = 10$$

$$\text{- structure très élancée} = \frac{\Delta T_L}{\Delta T_E} = 100$$

En outre, on a testé l'influence de l'écroutissage plastique pour la plaque médiane avec une courbe du matériau bilinéaire non parfaitement plastique.

Les calculs sont faits avec l'option des grands déplacements. Il est montré que la valeur de la surdéformation mesurée par le rapport de la déformée radiale maximale en peau  $\sigma_{\max}$  (près de l'encastrement) sur la contrainte thermique  $Q = E \alpha \Delta T$  en fonction du chargement thermique  $\Delta T / \Delta T_E$  est la plus grande pour la plaque médiane pour laquelle  $\Delta T_L = \Delta T_E$ .

La figure (6) représente graphiquement cette évolution pour trois défauts initiaux  $\frac{\delta_0}{t}$  respectivement égaux à 0,2 ; 2 et 20. Elle montre une surdéformation de l'ordre de 2,4 pour un défaut égal aux deux dixièmes de l'épaisseur et pour une température égale à environ trois fois la température critique. Pour limiter la surdéformation à une valeur inférieure à 1,1 il faudrait limiter la température à environ  $0,7 \Delta T_E$ . Une étude sur l'influence du pas de temps pour le calcul a montré qu'une valeur maximale de surdéformation égale à 4,5 pouvait être atteinte.

La figure (6) représente aussi le résultat obtenu pour la configuration  $\Delta T_L / \Delta T_E = 1$  et  $\frac{\delta_0}{t} = 0,2$  par le calcul avec la courbe bilinéaire.

On remarque que la surdéformation vaut 3,6 pour un rapport  $\Delta T / \Delta T_E$  de l'ordre de 1,5. Un calcul ultérieur fait en augmentant le nombre de pas de temps a baissé la valeur de la surdéformation à 2,5.

Enfin, on a pu calculer qu'une application cyclique de l'échauffement conduit à une augmentation progressive du défaut résiduel et à une augmentation continue de la concentration de déformation. Dans un tel cas, la durée de vie en fatigue est réduite.

Ces résultats indiquent que pour des défauts initiaux plutôt petits la déformation critique (au sens d'Euler) ne permet pas de se protéger de surdéformations locales importantes.

#### 4.4 - Prise en compte des contraintes résiduelles

Lors des précédents exemples il est montré l'influence des défauts géométriques sur les contraintes induites et sur les concentrations de déformations. Une autre caractéristique est assimilable à un défaut initial : ce sont les déformations résiduelles résultant de procédés de fabrication ou du fonctionnement (par exemple et respectivement soudage et mise en température). Cet aspect peut être illustré par le calcul simple présenté ci-dessous.

On considère le cas illustré dans la figure (7) d'une poutre élastique dont les deux extrémités sont rotulées (l'une fixe l'autre libre de se mouvoir longitudinalement). Cette poutre est soumise à un gradient de température  $\Delta T$  dans son épaisseur uniforme le long de la poutre.

La contrainte élastique de flexion qui en résulte est donnée par la formule

$$Q = \frac{E \alpha \Delta T}{2(1 - \nu)} \quad (7)$$

est relâchée par une déformation de la poutre caractérisée par une flèche médiane  $\delta$  qui s'ajoute à la flèche initiale  $\delta_0$  éventuellement présente. Cette déformation est permise par la rotule libre.

On montre simplement [13] que la flèche  $\delta$  réelle est reliée dans ce cas simple à la contrainte  $Q$  et à la contrainte d'Euler  $\sigma_E$  par l'équation :

$$\frac{\delta}{L} = \frac{Q}{\delta \sigma_E} \quad (8)$$

On rappelle que cette relation est établie dans le cas particulier d'un comportement élastique et d'une déformée sur le mode fondamental et repose sur la relation entre courbure et flèche.

Cette relation simple étant établie, si on suppose maintenant que cette même poutre chauffée par le gradient radial  $\Delta T$  est encadrée à chacune de ses extrémités, la déformation n'est plus possible et il y a création de contrainte thermique. L'auteur utilise l'équation (8) pour définir alors un défaut équivalent.

Cette contrainte thermique est assimilable à une contrainte résiduelle vis-à-vis du mécanisme de déformation élastique d'une poutre.

On montre donc que dans ce cas particulier contrainte résiduelle et défaut sont équivalents. Ils sont reliés par l'équation (8) dans le cas élastique. Dans des cas où la répartition de contrainte n'est plus linéaire et où la plasticité intervient d'autres formulations peuvent être retenues.

Hoffmann [13] suggère l'équation (9) :

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{6} \times \frac{6}{4} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_E} \quad (9)$$

dans le cas d'un matériau élastique puis parfaitement plastique où la contrainte résiduelle est bornée à la limite élastique et correspond à un moment de flexion limite dans l'épaisseur (voir figure (7)).

Cette équivalence très simple pourrait être d'un intérêt plastique assez immédiat car elle peut permettre de traiter les contraintes résiduelles et les contraintes thermiques constantes comme des défauts initiaux.

Cette équivalence montre aussi l'importance de la raideur relative de la structure mesurée par le rapport  $\frac{\sigma_Y}{\sigma_E}$ .

En effet pour les structures très massives où  $\frac{\sigma_y}{\sigma_E}$  est très faible, on peut en déduire que l'effet des contraintes résiduelles est lui-même très faible puisque leur effet peut se mesurer par un défaut équivalent de valeur faible.

Une autre remarque intéressante est que des formules comme celle de l'équation (8) permettent de comparer très aisément les influences relatives des défauts géométriques, des contraintes résiduelles et des contraintes thermiques. Ainsi dans le cas particulier où les contraintes thermiques sont très élevées l'application de l'équation (8) peut permettre de conclure si leur effet est prépondérant devant les défauts géométriques et des contraintes résiduelles.

Cette relation simple du comportement en flexion élastique pourrait être examinée dans le cas où contraintes thermiques et contraintes primaires sont présentes et risquent d'accélérer un flambage sous charge car l'équivalence indiquée permet d'assimiler les contraintes thermiques à un défaut équivalent. Notons qu'une approche analogue réduite au cas des contraintes résiduelles est par exemple retenue par les courbes européennes de flambement [9] qui proposent des courbes de flambage tenant compte de la réduction de la charge d'instabilité produite par des défauts généralisés qui incluent les défauts de formes géométriques et des contraintes résiduelles.

#### 4.5 - Problème d'interaction avec le flambage sous charge

Comme il a été convenu d'examiner l'interaction du flambage sous charge avec des déformations imposées, on propose ici d'aborder un dernier cas de calcul sur une modélisation simple.

Le modèle étudié peut être défini à partir du cas présenté au paragraphe 4.2 auquel on ajoute l'effet de la plasticité et un chargement primaire de compression. On considère (voir figure (8)) le cas d'une poutre encastrée d'une longueur  $l = 100$  mm, d'épaisseur  $t = 1$  mm qui possède un défaut initial  $\delta_0$  sur le mode de flambement égal à la demie épaisseur. Elle subit un échauffement uniforme  $\Delta T$ .

La courbe du matériau est modélisée par une courbe élastique puis parfaitement plastique.

Le calcul est fait à l'aide du code de calcul par éléments finis INCA par Combescure [14] en grands déplacements. Le maillage contient 20 éléments en poutre à deux noeuds.

#### 4.5.1 - Chargement en température seul

La température d'Euler de cette poutre est :

$$\Delta T_E = 41,2^\circ\text{C}.$$

Le calcul élastique en grand déplacement permet de tracer la courbe donnant la flèche en fonction de l'élévation en température dans la figure (8a).

De même ce calcul élastique permet de tracer la courbe réaction à l'extrémité en fonction de la flèche donnée dans la figure (8b). Ces courbes n'indiquent pas clairement l'existence d'un flambage très visible.

Le calcul élastoplastique avec un modèle isotrope plastique a ensuite été réalisé. En particulier le post-flambage est calculé en plasticité incrémentale.

La figure (8d) donne l'évolution de la flèche totale  $2(\delta + \delta_0)$  en fonction de la contrainte de membrane  $\sigma_m$  maximale. On vérifie que pour les flèches assez grandes, la courbe suit le domaine limite qui est défini par la condition d'équilibre :

$$(\sigma_m \cdot t) 2(\delta + \delta_0) = \text{moment limite} = \frac{t^2}{4} \sigma_Y.$$

La figure (8c) donne l'augmentation de la flèche à partir de la flèche initiale  $\delta_0$  en fonction de l'élévation de température. Elle peut se comparer à la courbe correspondant au comportement élastique (8a). Elle est légèrement supérieure à la courbe élastique.

#### 4.5.2 - Chargement composé. Température puis charge

Le principe du calcul plastique ici, consiste à augmenter la température jusqu'à un niveau de température  $\Delta T_1$  puis à appliquer une charge de compression primaire. Ceci est réalisé dans le code de calcul par un changement des conditions limites. Les calculs montrent que les suppléments de charge supportables sont donnés par des constructions graphiques tirées de la figure (8) et présentées dans la figure (9).

Si l'élévation de température dépasse la valeur  $\Delta T_c$  critique aucune charge supplémentaire n'est supportable. Par contre si elle lui est inférieure la valeur de la surcharge supportable est donnée par la représentation graphique donnée dans la figure (9a). La valeur de la surcharge supportable doit correspondre à l'augmentation de flèche pour atteindre la contrainte de membrane maximale.

Tout se passe comme si l'augmentation de la flèche par un chargement thermique préalable consommait un peu la résistance ultérieure à un chargement primaire.

Le même type de calcul a été reproduit en faisant cyclier préalablement la température  $\Delta T_1$  avant d'appliquer la charge primaire. Un phénomène de rochet sous contrainte secondaire seul est alors produit. On remarque alors que la courbe contrainte de membrane - flèche suit la courbe tracée en considérant l'échauffement monotone croissant. Le cyclage en température correspond à une augmentation de température uniforme équivalente plus grande.

Si maintenant on considère que la charge primaire est d'abord appliquée (et si cette charge est inférieure à la contrainte de membrane supportable), la contrainte thermique maximale correspond au trajet horizontal indiqué dans la figure (9b).

La courbe des états d'équilibre est la même pour ces deux séquences différentes de chargement. Elle conduit à des couples de valeur de charges maximales supportables différentes suivant l'ordre de succession des charges.

Le même type de résultat a pu être montré par Chavant [15] qui a montré l'influence de l'ordre des chargements sur la ruine de la structure qui est obtenue lorsque le calcul atteint la branche descendante de la courbe donnant la contrainte de membrane en fonction de la flèche.

#### 4.6 - Conclusions sur les cas simples exemplaires présentés

Les quatre exemples simples de calculs présentés et critiqués dans le début de ce paragraphe visent à montrer les principaux problèmes posés par la mise au point de méthodes d'analyse. Ils montrent plus particulièrement que le pur flambage sous déformation pose essentiellement des problèmes de déformation excessive locale et de fatigue si les déformations sont cyclées : dans ce cas les surdéformations par rapport à un calcul fait sur une structure parfaite peuvent atteindre 2,6 pour des défauts égaux au 1/10 de l'épaisseur.

Si une possibilité d'interaction immédiate ou différée avec des charges imposées existe, il y a des risques d'instabilité.

On peut faire une remarque en particulier sur les règles du code case N47 [2] en flambage sous déformation pur. On a vu par exemple que si on limite la déformation sur la structure parfaite à la déformation critique au sens d'Euler, même avec une marge de 1,67 les surdéformations peuvent atteindre une valeur de l'ordre de 2 pour de petits défauts. Les articles cités en référence et qui concernent essentiellement le flambage avec fluage [16] [17] [18] et [19] ne permettent pas d'éclairer ce point.

Dans le cas de pur flambage élastique sous déformation les contraintes de membrane de réaction produites par les extrémités sont d'autant plus faibles que le défaut initial est plus grand. Par contre, l'échauffement croissant augmente continuellement cet effort. Les courbes donnant cet effort en fonction de la flèche ne laissent pas apparaître de fortes non linéarités alors que celles-ci sont plus visibles si on examine la déformation en

peau en fonction de l'échauffement. Elles permettraient même de définir des déformations critiques locales qui autrement ne seraient pas vues globalement.

Un cas simple a permis de montrer comment l'effet des contraintes résiduelles peut être évalué par comparaison aux défauts initiaux et aux contraintes thermiques par exemple.

Un autre indique aussi l'importance de l'ordre de succession des chargements.

La combinaison des déformations imposées à des charges imposées amène à examiner l'effort de membrane résultant. On a vu dans un calcul de flambage plastique sur poutre qu'il était réduit par un flambage sous déformation et particulièrement lorsque les déformations imposées sont cycliques.

Enfin, il faut rappeler que ces quatre exemples ne sont que des calculs faits avec des hypothèses assez simples sur des configurations simples. Même si ils permettent d'introduire un certain nombre de caractéristiques du flambage sous déformation, l'extrapolation des résultats à des cas plus complexes comme celui du flambage des coques requiert beaucoup de prudence et une plus grande observation de ce comportement par l'expérience.

#### 4.7 - Revue des travaux antérieurs

La recherche bibliographique montre que les publications concernant le flambage sous déformation ou le flambage thermique sont relativement récentes et peu nombreuses. Celles concernant l'influence des contraintes et déformations résiduelles sont plus nombreuses mais concernent bien souvent des structures spécifiques assez éloignées des coques minces.

Pour mémoire, on peut commencer par noter des travaux, faits dans le domaine des chemins de fer, qui s'intéressent au flambage vertical des rails sous l'effet de la dilatation thermique et des poids des véhicules. Dans [20] l'auteur développe analytiquement une méthode simplifiée pour ce cas particulier.

Dans le domaine de l'aéronautique on doit citer de nombreux travaux expérimentaux et analytiques sur les structures en coques qui peuvent avoir des applications dans le domaine qui nous intéresse. D. Bushnell, lors de vérifications expérimentales d'un code de calcul de flambage : BOSOR [21] a considéré le cas de flambage sous l'effet de gradients thermiques locaux des coques coniques et cylindriques. A cette occasion il dresse une revue des travaux analytiques et expérimentaux sur le flambage élastique des coques minces circulaires raidies par des anneaux et soumises à des gradients localisés de température croissant de façon monotone.

Il considère tout d'abord les configurations où les gradients thermiques sont axisymétriques. Dans ce cas il renvoie à un papier précédent [22] où deux configurations expérimentales sont calculées. Il traite d'abord le cas d'un cylindre avec un échelon de température - voir figure (10) - axial. Le cylindre est libre de se dilater axialement. Il est pratiquement de longueur infinie. Le comportement en préflambage est donné par l'analyse classique de Flügge [23]. Cette analyse couplée avec une étude de la stabilité indique qu'il n'existe pas de température critique. Il explique que lors de l'échauffement la contrainte circonférencielle de compression augmente mais les génératrices s'incurvent localement dans la zone de ces contraintes de compression. Cette incurvation augmente la stabilité de la coque.

L'autre cas traité par l'auteur concerne un cylindre plutôt court (voir figure (11)) encastré à chaque extrémité et soumis à un gradient axial de température localisé près de l'encastrement. Les calculs et l'analyse montrent une influence déterminante de la distribution de température à l'encastrement et des conditions d'encastrement (rotation  $x_0$ ) pour déterminer la charge critique. Les défauts éventuels ne sont pas considérés ni dans les essais ni dans les calculs.

La référence à un article plus récent [24] concernant le calcul du flambage de cylindres raidis soumis à l'action combinée de charges mécaniques (pression externe, compression

axiale) et thermiques (différence de température entre coque et raidisseur) est donnée.

La deuxième catégorie de configurations dans [21] concerne les structures soumises à des gradients thermiques circonconférentiels localisés sur des bandes axiales. De nombreuses références expérimentales sont citées. Il ressort des comparaisons effectuées qu'il est très important de tenir compte du comportement en préflambage (grands déplacements), de la localisation des éventuels défauts par rapport à la zone affectée thermiquement et surtout des conditions d'encastrement particulièrement difficiles à maîtriser expérimentalement. Cet article indique l'usage des facteurs d'abaissement de charge (knock down factors) pour permettre un ajustement "après coup" entre un type d'analyse donné et un type de configuration (forme et chargement). Ces facteurs sont le rapport de la température critique réelle (expérimentale) sur la température critique calculée par la méthode d'analyse. Ils varient de 0,2 à 1 avec les méthodes très simplifiées (du genre contrainte thermique uniforme) et de 0,66 à 0,71 avec l'analyse selon BOSOR3, suivant l'élancement des structures. C'est une indication supplémentaire de la difficulté d'analyse de ce phénomène.

#### 4.8 - Conclusions

La rapide revue des travaux anciens présentés dans ce paragraphe indique assez clairement que le flambage sous déformation est un phénomène complexe encore difficilement maîtrisable par l'expérience et le calcul. Des résultats surprenants, parfois contradictoires, ont pu être notés.

Les essais sur structure même lorsqu'ils semblent relativement simples sont en fait difficilement instrumentables complètement pour fournir toutes les données nécessaires à l'interprétation. En effet les essais et les résultats des calculs sont très sensibles aux données de températures, aux conditions limites et aux défauts éventuels.

L'usage des facteurs d'abaissement de charge est une indication de la difficulté de comparer calculs et essais.

Il ne se dégage pas nettement des méthodes d'analyse très sûres et d'usage général pour traiter du flambage thermique ce qui explique le développement de méthodes plus récentes présentées ci-après.

## 5 - TRAVAUX RECENTS SUR LES METHODES D'ANALYSES DU FLAMBAGE THERMIQUE

### 5.1 - Introduction

Après avoir indiqué dans le paragraphe précédent une revue des travaux antérieurs sur le sujet, on propose d'examiner de plus près des travaux plus récents. Ils ont été classés arbitrairement en trois catégories suivant que leur principe de développement est expérimental, analytique (pour des modèles simples) ou fait usage de programmes de calcul.

### 5.2 - Méthodes expérimentales

La revue des travaux expérimentaux antérieurs a montré que les difficultés d'essais sont énormes, si on vise à considérer des chargements thermiques même sur des structures en coque simple. On a trouvé actuellement peu de références à des essais sur maquettes pour établir expérimentalement le bon dimensionnement d'un composant vis-à-vis du risque de flambage sous déformation. On doit noter par contre des essais concernant la réduction de la charge critique mécanique (compression primaire axiale) sous l'effet de déformation imposée constante au cours du temps (assimilable à des contraintes résiduelles) ou variables au cours du temps. De même des essais de fatigue-flambage thermique ont été rencontrés. En général, ces essais visent à considérer des chargements et des formes assez simples pour en caractériser le plus précisément possible le comportement.

#### 5.2.1 - Effet des déformations imposées constantes au cours du temps

Les paragraphes 4.4 et 4.5 ont donnée des indications sur l'effet et le traitement possible des contraintes résiduelles et thermiques constantes. Il a été indiqué qu'elles peuvent réduire sensiblement la charge primaire supportable. Une comparaison à des essais sur poteaux rectangulaires et à section en I présentée dans [25] a été faite dans [13]. Suivant le même objectif en cher-

chant à créer un champ de contraintes résiduelles simple et connu, une campagne d'essais sur tubes cylindriques a été lancée au CEA/DEMT. On en présente ici la bibliographie et les principaux résultats.

Ces essais concernent le flambage sous compression axiale par déplacement imposé de tubes préalablement contraints axialement par un système qui est sensé n'introduire aucun défaut géométrique initialement. La géométrie des éprouvettes et le dispositif d'essai sont indiqués dans la figure (12). On remarque en particulier que le poteau consiste en un tube solidaire d'un tirant intérieur. Pour s'assurer que ces deux composants flambent (et fléchissent) ensemble, des rondelles entretoises sont disposées régulièrement entre le tirant et le tube. La prédéformation de compression de membrane axiale est assurée par un système vis-écrou dans le tube. La poutre est articulée à chaque extrémité.

L'article [26] donne une description des résultats expérimentaux obtenus des 29 éprouvettes essayées jusqu'alors. 73 résultats sont rapportés. Plusieurs (au maximum 5) précontraintes ont été imposées par ordre croissant sur une éprouvette. Le raccourcissement de prédéformation va de 0 à 1 %.

L'enregistrement graphique de la charge en fonction du raccourcissement permet facilement de définir la charge critique expérimentale qui est prise égale à la charge maximale (voir figure 13)) pour quelques exemples de tels enregistrements.

Le tableau de la figure (14) tiré de [26] rassemble les résultats obtenus. On y trouve pour chaque essai, le n° de l'éprouvette, sa longueur totale (entre les axes de rotation), la valeur de la prédéformation  $\epsilon_0$  imposée au tube, la charge critique expérimentale. On donne aussi pour amorcer une interprétation de ces résultats la valeur du module efficace  $E_{eff}$  qu'il faudrait employer dans une formule donnant la charge critique, au sens de la charge d'Euler, de manière à retrouver la

valeur de la charge critique expérimentale. La valeur de  $E_{eff}$  est donnée par la formule simple

$$P_{critique} \text{ (expérimental)} = \pi^2 \frac{E_{eff} I}{L^2}$$

où  $I$  est le module d'inertie de l'éprouvette et  $L$  la longueur entre appui.

Ce tableau indique que la charge critique est d'autant plus réduite que la précontrainte est plus grande. En visant à tenter de mettre en place une méthode d'analyse pratique en utilisant ces résultats, une corrélation entre le module sécant  $E_s$  et ce module efficace expérimental  $E_{eff}$  a été faite. Le module sécant est celui défini sur la courbe de traction du matériau des tubes pour une déformation totale égale à la prédéformation  $\epsilon_0$ . Les valeurs ainsi déterminées sont comparées aux valeurs  $E_{eff}$  ci-dessus. Les rapports  $E_{eff}/E_s$  sont donnés en fonction de  $\epsilon_0$  graphiquement dans la figure (15). Malgré des rapports croissant de 0,6 à 1,8 environ en fonction de  $\epsilon_0$  l'accord est jugé relativement satisfaisant et il est proposé d'utiliser cette approche en première approximation pour dimensionner vis-à-vis de ce problème.

L'étude expérimentale de l'influence des contraintes thermiques constantes sur le flambage a fait l'objet d'essais dans des configurations plus proches de configurations industrielles. C'est dans ce cadre que l'on peut situer les essais du CEA/DEMT présentés dans [27]. Ils concernent l'évaluation du chargement d'instabilité sur une virole fine ( $e/r = 0,002$ ;  $e$  = épaisseur,  $r$  = rayon) soumise à une pression externe uniforme, une traction axiale uniforme et un gradient thermique axial (figure (16)). Cette virole est montée sur deux anneaux rigides libres.

Les essais sous charge thermique (cylindres 1 et 2) seule (virole simplement posée) n'ont montré aucuns signes de flambage malgré des gradients assez importants (880°C sur 15 mm et 1100°C, température maximale). Il a néanmoins été montré que si cette charge thermique était cyclée une déformation progressive apparaît.

Les essais avec combinaisons des différents chargements indiquent que pour les efforts de traction et les charges thermiques choisies il n'y a pas d'influence significative sur la charge d'instabilité qui reste pratiquement égale à celle obtenue sous pression externe seule. Les essais se poursuivent pour établir l'effet de gradients thermiques plus élevés.

#### 5.2.2 - Effet des déformations imposées cycliques

Il a été vu au paragraphe 4.5 que les déformations thermiques cyclées pouvaient conduire encore plus que les contraintes thermiques "constantes" à des réductions importantes de la charge primaire supportable par une sorte d'effet de rochet. Pour étudier expérimentalement cette réduction de charge une campagne d'essais de flambage progressif a été lancée au CEA/DEMT depuis plusieurs années [28] et a fait l'objet d'un rapport complet [29] pour les premiers d'entre eux.

On rappelle que ces essais consistent à déterminer les couples charge primaire de compression  $P$  - charge secondaire de torsion cyclique  $\Delta Q$  qui produisent le flambage au bout d'un certain nombre de cycles. Ces essais simples ont montré expérimentalement que le flambage qui ne se produit pas sous l'effet d'une charge  $P$  de compression inférieure à la charge critique  $P_{Cr}$  de l'éprouvette peut se produire néanmoins avec cette charge  $P$  si on lui combine une déformation imposée cyclique. La figure (17) donne la géométrie des éprouvettes essayées et la figure (18) le dispositif d'essai horizontal utilisé.

Le tableau de la figure (17) indique pour les éprouvettes, leurs dimensions, leur charge critique expérimentale  $P_{Cr}$  (quand  $\Delta Q = 0$ ), leur charge d'Euler, les rapports de ces quantités entre elles et les rapports de ces charges sur la limite élastique conventionnelle du matériau. Les figures (19) et (20) donnent pour quelques éprouvettes l'évolution du raccourcissement axial en fonction du nombre de cycles. On remarque une accélération très marquée du raccourcissement pour les éprouvettes qui ont flambé pour un certain nombre de cycles et un raccourcissement

progressif lent pour les éprouvettes qui ne flambent pas après un très grand nombre de cycles.

Une tentative de règle pratique à partir de ces résultats expérimentaux a consisté à mettre en place les points correspondant à chacun de ces essais dans un diagramme d'efficacité. Les axes de ce diagramme sont :

- pour l'abscisse : le rapport de la contrainte secondaire calculée élastiquement sur la contrainte primaire appliquée,
- pour l'ordonnée : le rapport de cette charge primaire sur la charge primaire critique (sans  $\Delta Q$ ).

Les points expérimentaux ainsi mis en place dans ce diagramme sont marqués différemment suivant qu'ils ont connu ou pas un flambage progressif instable pour le nombre de cycles imposés (voir figure (21)). La courbe correspondant au diagramme d'efficacité choisi pour évaluer la déformation progressive [30] sépare conservativement les deux familles de points identifiées.

Une autre méthode d'interprétation sera présentée au paragraphe 5.3.2.

La campagne d'essais est actuellement poursuivie et vise à examiner l'effet de l'ordre de succession des charges et de l'élançement en regardant précisément l'évolution de la flèche latérale qui peut fournir une mesure de l'évolution du défaut.

### 5.2.3 - Fatigue flambage thermique

On a regroupé dans ce paragraphe les études expérimentales qui concernent le pur flambage sous déformation. Ce sont des essais récents dans lesquels le seul chargement est d'origine thermique et où le flambage, s'il y a, résulte principalement des conditions d'encastrement.

On peut noter les essais réalisés à l'INSA sur le flambage thermique de plaques circulaires simplement ou doublement appuyées aux extrémités [31]. Les conditions des essais sont résumées dans les figures (22 a et b). La partie circulaire est soumise à un choc froid central. Au cours de ce choc on mesure les flèches transversales et les températures en certains points. Une centaine d'essais a été réalisée soit sur de l'acier A33 soit sur du Lexan.

L'enregistrement continu de la flèche en fonction du gradient thermique  $\Delta T$  (voir figure (22 c) comme exemple) permet de déterminer une valeur  $\Delta T$  critique. De même un graphe de Southwell [11] peut servir à définir une autre valeur (voir figure (22d)). Les auteurs indiquent une dispersion variant de 0 à 50 % pour des plaques de mêmes dimensions et mêmes chocs thermiques. Ils attribuent celle-ci aux éventuels défauts présents (irrégularités d'épaisseur ou de forme). Ils notent par contre que les gradients thermiques critiques sont pratiquement les mêmes pour des chocs répétés sur une même plaque et que les flèches maximales sont pratiquement inchangées d'une plaque à l'autre. Une autre indication expérimentale inquiétante est la possibilité de déformation progressive sous l'effet de chocs thermiques répétés (voir figure (22 e)).

Dans ce domaine on doit aussi citer les essais de fatigue thermique biaxiale réalisés par Spandick [32]. Cet auteur quoique visant initialement à produire des essais de fatigue équibiaxée sur une plaque circulaire, a mis en évidence des comportements de flambage thermique qui ont perturbé ses résultats. Ces essais consistaient à chauffer cycliquement par induction un disque intérieur de faible épaisseur relié à une couronne massive devant rester à une température constante au cours de l'essai (voir figure (23)). Plusieurs modes de flambage sont apparus au cours des essais. Des remarques intéressantes ont été notées. En particulier les déformations moyennes mesurées dans la partie médiane sont plus faibles que celles calculées sur la structure parfaite non flambée. Les fissures en réseau "carré" apparaissent dans la partie médiane du disque. Les nombres de cycles à l'initiation  $N_a$  et à la rupture  $N_R$  par fatigue obtenus dans les essais

équibiaxiaux sont plus faibles que les essais uniaxiaux (pour une même déformation radiale calculée. Ce dernier point s'explique en partie par la différence dans les états de triaxialité de la déformation. Ces résultats sont rappelés dans le tableau de la figure (23)).

On peut noter les essais faits par Simmons [33] qui concernent une plaque courbe fixée sur un support rigide en béton (voir figures (24 a et b) et soumise à une élévation de température. Cette élévation de température a été faite tout d'abord dans un four chauffé par des lampes où une observation assez précise du flambage thermique a pu être faite. On remarque que le chauffage progressif amène dans un premier temps la plaque à se rapprocher de la paroi en béton. Puis il y a un claquage qui renverse la courbure de la plaque et l'éloigne progressivement de la paroi en béton (figure (24 c)). Dans un autre essai plus proche du cas réel examiné le choc thermique est produit par un jet de sodium à 593°C. Dans ce cas le flambage est très rapide et il est difficile de déterminer la température critique, en particulier parce que les conditions d'encastrement qui jouent un grand rôle ne sont pas pleinement maîtrisées.

#### 5.2.4 - Ccncclussions

Dans les essais expérimentaux présentés dans ce paragraphe on a pu distinguer des essais globaux où les conditions de flambage sous déformations sont les plus proches possibles du cas réel examiné. Ces essais montrent que le flambage thermique survient très rapidement lorsque les conditions d'encastrement sont très rigides, que des zones de concentrations de déformations nuisibles vis-à-vis de la fatigue peuvent apparaître. Néanmoins les mesures de déformation locales montrent peu de surdéformation par rapport à des structures parfaites puisque les défauts sont assez rapidement très grands. Ces essais globaux sont en général très complexes pour permettre une observation très précise de ces phénomènes.

On a distingué aussi des essais plus simples sur tubes ou plaques fines. Ils indiquent une influence déterminante des défauts qui introduisent une dispersion dans les résultats expérimentaux et le choix d'une température critique. Vis-à-vis de la stabilité sous chargement primaire la combinaison de déformation imposée réduit notablement la charge de flambage et ceci encore plus si cette dernière est cyclique.

### 5.3 - Méthodes analytiques

Il est regroupé dans ce paragraphe les méthodes de calcul théoriques développées pour tenir compte analytiquement de certains problèmes de flambage et dont les applications peuvent concerner le flambage sous déformation. Ces méthodes aboutissent en général à des conclusions pratiques dans certaines configurations mécaniques très limitées. Elles ont pu être adaptées pour être incluses dans des programmes de calcul plus généraux comme ceux reposant sur la méthode des éléments finis. Dans ce deuxième cas elles seront représentées dans le paragraphe suivant.

#### 5.3.1 - Théories asymptotiques

En reprenant la présentation faite par D. Buschnell [34] ces théories reposent sur la théorie générale de post-bifurcation élastique de Koiter [35] qui permet de développer les variations du paramètre de chargement  $\lambda$  en fonction de l'amplitude du déplacement modal de flambage  $w_b$ . Cette formulation n'est valide strictement que dans le voisinage du point de bifurcation dans le plan défini par ces deux paramètres. A l'origine ces méthodes n'ont permis de calculer les charges ultimes que pour des structures simples.

La figure (25) tirée de [34] précise schématiquement les principes de cette approche. Habituellement le comportement en préflambage est déterminé en résolvant les équations d'équilibre (trajet OB). La branche BD de la structure parfaite, ou la position du point limite B' sur le trajet fondamental de la structure imparfaite sont calculées par développement de la solu-

tion en une série de puissances des amplitudes modales de bifurcation qui est asymptotiquement exacte au point de bifurcation B. En général lorsque cette méthode d'analyse est utilisée pour déterminer les points de bifurcation elle assimile les contraintes thermiques à des contraintes primaires (dûes à des poids par exemple).

On peut noter dans ce cadre, les études sur le flambage thermique de Tani [36] qui a étudié une plaque annulaire contenant un défaut axisymétrique et de Gauss [37] qui a considéré le cas des poutres et des plaques non uniformes.

### 5.3.2 - Méthodes simplifiées. Flambage progressif d'une poutre

Une attention particulière peut être accordée à l'étude pratique de Gontier et Hoffmann [38], [39] et [4]. Elle concerne le calcul du flambage élastoplastique cyclique d'une poutre encastrée aux deux extrémités et soumise à l'action combinée d'une charge de compression primaire constante et d'un gradient thermique cyclique à travers l'épaisseur. Les incréments de déplacement produits par les variations cycliques de température sont calculés à chaque cycle par une méthode de calcul plastique classique (Prandt-Reuss, critère de Von Mises, augmentation asymptotique du défaut, utilisation du module tangent pour la bifurcation plastique). La série des incréments de déplacement cyclique est calculée par une méthode itérative. Dans ce cas simple les conditions de convergence de cette série qui reviennent à considérer que le déplacement atteint une valeur limitée inférieure au déplacement d'instabilité peuvent être établies analytiquement. Ces conditions sont données sous formes pratiques dans la figure (26) pour une courbe de traction d'acier 316 L à la température ambiante. Cette figure donne pour quatre types d'élançement relatifs mesurés par le rapport  $\sigma_E/\sigma_{0,2}$  (de la charge critique d'Euler  $\sigma_E$  sur la limite élastique à 0,2 % du matériau) les conditions de chargement en fonction de  $Q/\sigma_{e,0,2}$  de  $\sigma_m/\sigma_{e,0,2}$  et du défaut initial  $\eta_0$  pour lesquels ce processus de déformation progressive s'arrête à un état stable.

Notons que  $\sigma_m$  est la contrainte primaire de membrane et  $Q$  la variation de la contrainte de flexion thermique.

Il a été vérifié dans [38] que les conditions de flambage progressif expérimental présentées au paragraphe 5.2.2 étaient évaluées de manière conservative si on utilise les diagrammes de Gontier. Un autre type de comparaison entre les deux types d'approche est présenté en annexe 1.

On peut au passage, parmi les études théoriques visant à rendre compte de ce flambage progressif cyclique, citer une approche plus générale proposée par [40] qui s'appuie sur des théorèmes de l'adaptation et des propriétés de convexité pour déterminer des valeurs minimales de charge critique.

Gontier a pu en utilisant les mêmes principes de calcul que pour les contraintes thermiques cycliques, déterminer les réductions de charge critique produites par des contraintes résiduelles ou par des contraintes thermiques constantes [41]. Dans ce cas la charge supportable est la charge de bifurcation élastoplastique. Les graphes de la figure (27) donne pour trois élancements de poutre ( $\sigma_E/Re = 0, 2, 1$  et  $5$ ) la réduction de charge en fonction du rapport de la contrainte thermique sur la limite d'élasticité. On rappelle que la valeur de la réduction est égale au rapport de la charge critique avec la contrainte thermique sur la charge critique sans contrainte thermique. Ces diagrammes sont donnés pour la même courbe de matériau que celle concernant les diagrammes de flambage progressif. Ces diagrammes sont comparables à la méthode du défaut initial équivalent proposé par Hoffmann. Cette comparaison est faite en annexe 2 en utilisant les caractéristiques de matériau et la courbe de réduction de charge établies par ces diagrammes.

### 5.3.3 - Conclusions

Le développement de méthodes d'analyse à partir de considérations théoriques ne permet en général d'atteindre des applications que dans des cas très simples de configurations. Dans les cas où les applications peuvent être généralisées à des configurations industrielles, lorsque par exemple il peut être admis que le cas simple renferme les pires conditions du phénomène étudié, des règles pratiques sont mises en place. Les travaux de Gontier peuvent être situés dans ce cas et méritent une vérification expérimentale plus complète.

Dans le cas particulier des structures axisymétriques des applications plus générales ont pu être faites lorsqu'elles ont été couplées à des modélisations par éléments finis ou différences finies. Le cas est présenté dans le paragraphe suivant.

#### 5.4 - Méthodes utilisant les codes de calcul

Dans ce paragraphe on peut distinguer les méthodes incrémentales qui ne font pas à proprement parler de calcul de bifurcation pour déterminer la charge d'instabilité et des méthodes spéciales qui couplent des calculs de préflambage et des calculs de bifurcation pour des structures simples.

##### 5.4.1 - Méthodes incrémentales

On peut regrouper dans cette catégorie les méthodes de calcul par éléments ou différences finis qui déterminent une charge maximale d'instabilité en prédisant essentiellement le préflambage ou le trajet unique du chargement sur le mode fondamental OBAC (voir figure (28)). Dans ces calculs il est tenu compte de la présence de défauts initiaux par un maillage ad hoc et des comportements non linéaires géométriques (grands déplacements) et matériau (courbe de traction). De nombreux exemples de tels calculs peuvent être trouvés dans la littérature. On peut citer l'exemple de calcul de flambage avec contrainte thermique d'un réservoir de faible épaisseur d'un réacteur à neutrons rapides [42], à l'aide du programme MARC. Cet article présente aussi des références aux codes ABAQUS, ADINA et ANSYS. Dans ce cadre on peut aussi citer le code de calcul TRICO du système CASTEM présenté dans [43] et NOVNL [4]. Dans ces cas les codes permettent de calculer le chargement ultime  $\lambda_L$  pour la structure parfaite ou  $\lambda_{L1}$  pour la structure contenant un défaut. Il ne calcule pas de charge de bifurcation à proprement parler.

Les deux principales difficultés de cette méthode sont :

- de nécessiter une modélisation réelle d'un défaut à choisir et dans certains cas l'emploi d'un maillage tridimensionnel coûteux ;

- l'imprécision sur la détermination de la charge critique de flambage puisqu'il s'agit du calcul d'une valeur maximale qui ne peut être aisément atteinte que lorsque la structure est simple et le chargement imposé un déplacement par exemple. Lorsque le calcul est piloté par une charge c'est la non convergence du calcul qui détermine cette valeur. Elle peut dans ce cas dépendre fortement de problèmes numériques.

#### 5.4.2 - Méthodes spéciales

Pour l'analyse du flambage de structure de forme simple comme les structures axisymétriques des programmes particuliers permettant d'effectuer des analyses de bifurcation ont été développés. Ces codes calculent le comportement en préflambage et le point de bifurcation séparément. Le calcul de bifurcation (B ou B') est possible pour ces structures simples car la discrétisation de la structure est unidimensionnelle. On ne considère qu'un méridien pour cette analyse.

Le code BOSOR 5 développé par D. Bushnell [44] est un code de calcul par différence finie adapté aux structures axisymétriques. Le comportement en préflambage est calculé par une méthode de plasticité incrémentale. Diverses options peuvent être choisies pour déterminer la matrice de rigidité tangente pour la charge de bifurcation. Elles utilisent aux choix la théorie de la plasticité finie ou la théorie de la plasticité incrémentale. De nombreuses comparaisons de ce code à des résultats expérimentaux ou d'autres codes sont présentés dans [44].

Le code de calcul INCA [45] du système CASTEM a été développé récemment pour permettre de faire des calculs par éléments finis de bifurcation des structures quasi-axisymétriques [46] et [4]. Les structures peuvent contenir des défauts initiaux non axisymétriques. Ils sont modélisés par décomposition en séries de Fourier.

### 5.4.3 - Conclusions

Il apparaît que les programmes de calcul faisant appel à la méthode des éléments ou différences finies traitent les chargements thermiques au déplacement imposé comme les autres chargements. Il n'y a pas de développement particulier pour le flambage sous déformation et les validations expérimentales dans ce domaine sont en cours d'établissement.

### 5.5 - Evolution des règles de dimensionnement

Le recueil de règles RCC-MR [47] contient des règles visant à tenir compte du flambage sous déformation dans le cas de structures constituées de coques minces. Il propose de considérer les accroissements de risque d'apparition des autres dommages en raison de comportements éventuels en flambage. Le tableau de la figure (29) résume les dommages et les marges indiquées dans ce code pour le fluage non significatif. On peut remarquer en particulier que si le flambage sous charge amène à considérer tous les dommages classiques (instabilités, déformation progressive, fatigue, ...), le flambage sous pure déformation n'est limité que vis-à-vis de la fatigue.

Des méthodes pratiques pour vérifier ces règles sont données en annexe A7 au RCC-MR. Elles sont partagées en deux groupes suivant qu'elles s'adressent à des chargements monotones ou à des chargements cycliques. Parmi les règles destinées aux chargements monotones on peut distinguer une méthode reposant sur des diagrammes de réduction de charge et des calculs élastiques, et une méthode élastoplastique qui combine des calculs incrémentaux en grand déplacement et des calculs de bifurcations élastoplastiques tels que peuvent les permettre des codes de calculs comme BOSOR 5 ou INCA précédemment cités. Il faut noter les critères de stabilité donnés explicitement dans l'analyse élastoplastique. Ceux-ci indiquent que la charge d'instabilité n'est pas atteinte si les trois conditions suivantes sont vérifiées.:

- la structure est en équilibre stable,

- aucune bifurcation n'est rencontrée,
- le changement de forme de la structure et les déformations du matériau ne sont pas trop importants.

Les règles permettant la prise en compte des chargements cycliques sont des sortes de règles de déformation progressive basées sur l'analyse élastique dans lesquelles les valeurs des contraintes primaires et secondaires sont amplifiées pour tenir compte des non linéarités géométriques dues au flambage éventuel. On y retrouve en particulier la règle de flambage progressif, reposant sur le diagramme d'efficacité dont certains développements ont été donnés au paragraphe 5.2.2.

Enfin, on peut noter une règle simplifiée (planche 30) concernant le flambage de tuyau droit et de coude sous chargements combinés monotones primaires et secondaires dans l'article RC 3670. Cette méthode consiste à réduire les composantes de moment due à des déplacements et calculées élastiquement par un coefficient appelé  $\alpha$ . Ce coefficient de réduction tient compte de la courbure plastique atteinte évaluée par plasticité fine (module récent). Cette méthode a été vérifiée sur des essais effectués au CEA/DEMT.

## 6 - CONCLUSIONS GENERALES

Le flambage thermique peut exister dans les structures fines. Il peut conduire à accroître l'effet des chargements primaires s'il y en a. Il peut conduire en flambage pur sous déformation à de la déformation excessive ou de la fatigue.

Les expériences de flambage thermiques montrent une influence déterminante des conditions d'encastrement des éprouvettes, des répartitions même locales de températures, des défauts initiaux. Ces expériences n'amènent des conclusions pratiques que dans les cas où les conditions d'essais sont très simples et où l'on peut mesurer les déformations localisées lorsque l'on s'intéresse à la fatigue.

Les méthodes d'analyse sont en cours de développement pour traiter différemment vis-à-vis du flambage les contraintes dues à des déplacements et celles dues à des charges. La voie des méthodes simplifiées donne quelques applications pratiques intéressantes. La voie des codes de calcul généraux qui semble applicable dans la plupart des cas est en cours de validation expérimentale.

LISTE DES REFERENCES

- [1] L.K. SEVERUD  
Thermal Buckling Analysis of an LMFBR Overflow Vessel.  
Paper E 314. 7<sup>th</sup> SMIRT Conference. CHICAGO, Aug. 1983
- [2] Code Case N.47. ASME. Boiler and Pressure Vessel Code,  
ASME, NEW YORK 1977.
- [3] ASME Boiler and Pressure Vessel Code "Class 1 Case Inter-  
pretations = Code Case 1331-5. Components in elevated  
temperature Service", NEW YORK, 1971.  
Anonyme.
- [4] Recent advances in nuclear Components Testing and Theore-  
tical studies on Buckling.  
1984. PVP ASME Conference, SAN ANTONIO, U.S.A.  
Book n° H00303 - PVP - 89 - ASME Edition.
- [5] ASME Boiler and Pressure Vessel Code. 1980 Edition.  
American Society of Mechanical Engineers. NEW YORK, U.S.A.
- [6] Criteria for design of Elevated temperature Class 1 compo-  
nents in Section III, Division.  
ASME Boiler and Pressure Vessel Code, May 1976, ASME,  
NEW YORK.
- [7] ASME, Boiler and Pressure Vessel Code Case, N-284.  
Metal Containment shell buckling design methods, Supple-  
ment 2 to nuclear Code Case Book, American Society of  
Mechanical Engineers, NEW YORK (1980).
- [8] BS 5500 : 1976 (plus amendments) "Specification for Unfi-  
red Fusion Welded Pressure Vessels", British Standards  
Institution (BSI), LONDON.
- [9] European Recommendations for Steel Construction.  
CECM, ECCS 1978.

- [10] S. TIMOSHENKO  
Théorie de la stabilité élastique. Paris et Liège, Librairie Polytechnique de Beranger (1943).
- [11] R.V. SOUTHWELL  
"On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability".  
Proceedings of the Royal Society, LONDON, Series A, Vol. 135, 1932, pp. 601-616.
- [12] A. HOFFMANN, A. COMBESURE  
Quelques remarques à propos du flambage thermique.  
Rapport DENT/SMTS/LAMS/84/267.
- [13] A. HOFFMANN, A. COMBESURE  
Sur l'influence des contraintes résiduelles sur les charges critiques de flambement.  
Rapport SMTS/BAMS/80/45.
- [14] A. COMBESURE, R. BASTIEN  
Etude simple d'une poutre, avec défaut, chauffée uniformément.  
Rapport DENT/SMTS/BAMS/81/40.
- [15] C. CHAVANT, J. DEVOS, A. HOFFMANN  
"On the influence of geometrical imperfections and thermal gradients on elastic-plastic buckling of shells".  
6th SMIRT, PARIS 17-21 Aug., 1981, Paper E 5/6.
- [16] J. M. CHERN  
"A simplified approach to creep buckling of structures under varying loads. Trans. ASME.  
Journal of Pressure Vessel Technology". August 1980, Vol. 102, pp. 303-308.
- [17] J. M. CHERN  
"A simplified approach to the prediction of creep buckling time in structures". Simplified methods in Pressure Vessel Analysis. P.V.P. PB-029, ASME, NEW YORK, 1978.

- [18] I. BERMAN, A.C. GANGADHARAN, G.D. GUPTA  
"Design against buckling of nuclear components".  
Paper L 3/10. Int. Conf. on SMIRT, 3rd Trans. LONDON 1975.
- [19] I. BERMAN, G.D. GUPTA  
"Buckling rules for nuclear components. Code Case 1592.  
Trans. ASME".  
Journal of Pressure Vessel Technology. August 1976,  
pp. 229-231.
- [20] A.D. KERR, Y.M. EL-AINI  
"Determination of admissible temperature increase to pre-  
vent vertical track buckling".  
Trans. ASME. J. of Applied Mechanics. September 1978,  
Vol. 45, pp. 565-573.
- [21] D. BUSHNELL  
"Stress and Buckling of Nonuniformly Heated Cylindrical  
and Conical Shells".  
AIAA Jour., December 1971, pp. 2314-2321.
- [22] D. BUSHNELL  
"Nonsymmetrical Buckling of Cylinders with Axisymmetric  
Thermal Discontinuities".  
AIAA Jour., September 1973.
- [23] W. FLUGGE  
"Stresses in Shells".  
Springer Verlag, BERLIN, 1960, Chap. 5, pp. 275-276.
- [24] D. BUSHNELL  
"Analysis of Ring-Stiffened Shells of Revolution under  
Combined Thermal and Mechanical loading".  
AIAA Journal, Vol. 9, n°3, March 1971, pp. 401-410.
- [25] YOKIO YEDA  
"Compressive strength of plate elements with welding resi-  
dual stresses and deformations".  
Journal of Welding Research Institute, Vol. 7, N°1, 1978.

- [26] R.L. ROCHE, B. AUTRUSSON, D. BROUARD  
"Experimental tests on the effect of initial stresses on Buckling Loads".  
Paper BL 1/5. Proceeding of the 8<sup>th</sup> SMIRT Conf., Aug. 1985, Brussels, BELGIQUE.
- [27] J. BROCHARD, A. COMBESURE, A. HOFFMANN  
"Experimental and Analytical Instabilities of cylinders under primary and secondary loads".  
Paper E 7/3. 8<sup>th</sup> SMIRT Conf. Brussels. BELGIQUE. 19-23 Aug. 1985.
- [28] D. BROUARD, P. COUSSERAN, J. LEBEY, D. MOULIN, R. ROCHE  
"Progressive buckling causes by cyclic straining".  
Paper L 15/4. 6<sup>th</sup> SMIRT Conference, PARIS 1981.
- [29] J. LEBEY, P. COUSSERAN, R. ROCHE, D. BROUARD, R. TOMASSIAN  
Flambage progressif. Première campagne d'essais.  
Note CEA N.2213 - Mai 1981, CEN Saclay.
- [30] G. CLEMENT, P. COUSSERAN, J. LEBEY, D. MOULIN, R. ROCHE, A. TREMBLAIS  
Règles de dimensionnement des structures mécaniques des réacteurs. Dommage dû aux chargements variables. Déformation progressive. Analyse pratique de l'effet de rocher.  
Rapport CEA.R.5178.
- [31] N. WAECKEL, J.F. JULIEN, A. MOREL, Y. DENNIELOU  
Flambage d'une plaque circulaire sous choc thermique froid central : étude expérimentale.  
Paper L 15/2. 6<sup>th</sup> SMIRT Conference, PARIS 1981.
- [32] W. SPANDICK  
"Study on thermal fatigue endurance under biaxial stress state".  
Paper C 51/80. 4<sup>th</sup> Int. Conf. Pressure Vessel Technology. Volume one. Materials, Fracture and Fatigue. LONDON 1980. I. Mech.

- [33] L.D. SIMMONS, R.W. WIERMAN  
"Thermoelastic buckling of plates in a cylindrical geometry against an elastic back support".  
Thermal Stress in Severe environments.  
Ed. by D.P.H. Hasselman and R.A. Heller, Plenum Press,  
NEW YORK and LONDON 1980, pp. 141-155.
- [34] D. BUSHNELL  
"Plastic buckling of various shells".  
Trans. of the ASME. J. of Pressure Vessel Technology,  
May 1982, Vol. 104, pp. 51-72.
- [35] W.T. KOITER  
"Over de stabiliteit van het elastisch evenwicht".  
Delft thesis. H.J. PARIS, Amsterdam.  
NASA. Rep. TTF.10.1945.1967.
- [36] J. TANI  
"Thermal buckling of an annular plate with axisymmetric initial deflection".  
Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics. September 1978,  
Vol. 45, pp. 693-695.
- [37] R.C. GAUSS  
"Large thermal buckling of nonuniform beams and plates".  
Int. J. Solids Structures, Vol. 20, N°11.12, pp. 979-1000,  
1984, U.S.A.
- [38] C. GONTIER, A. HOPFMANN  
Stabilité des coques minces. Flambage d'une poutre par cumul de déformation plastique sous l'effet d'un chargement thermique cyclique. Etude d'un modèle simplifié.  
Rapport CEA.R.5246 - 1984 - C.E.N. Saclay.
- [39] J. DEVOS, C. GONTIER  
"Buckling induced by cyclic straining : Analysis of simple models".  
7th SMIRT Conf., CHICAGO, 22-26 Aug., 1983, paper E 3/2.

- [40] Q.S. NGUYEN, G. GARY, G. BAYLAC  
"Interaction buckling-progressive deformation".  
7th SMIRT, CHICAGO, 22-26 August 1983, paper L 7/1.
- [41] C. GONTIER  
Flambage élastoplastique des coques. Effet de contraintes résiduelles. Etude sur un modèle élémentaire.  
Rapport DEMA/SMTS/LAMS/83/49.
- [42] A.K. DHALLA  
"Plastic buckling of a thin-walled pressure vessel : effect of thermal transient".  
5th Int. Conf. on Pressure Vessel Technology. Vol. 1.  
Design and Analysis, SAN FRANCISCO, California, September 1984, pp. 319-330.
- [43] A. HOFFMANN, M. LIVOLANT, R. ROCHE  
"Plastic Analysis of Shell by Finite Element Method : Global Plasticity Model for Any Shapes of Shells".  
2nd SMIRT Conf., BERLIN, Paper L 6/2 (1973).
- [44] D. BUSHNELL  
"Plastic buckling. Chapter 24".  
Pressure Vessel and Piping. Design Technology 1982.  
A decade of progress ASME NEW YORK, U.S.A..
- [45] J. BROCHARD, A. COMBESURE, J.L. DENIAUX, J.P. PAYRE, M. PERONA  
"Calculations methodology of the instabilities for thin shell structures".  
Paper E 3/7. Transactions of the 7th Int. Conf. on SMIRT, CHICAGO, Illinois, U.S.A., August 22-26, (1983).
- [46] C. CHAVANT, A. COMBESURE, J. DEVOS, A. HOFFMANN, Y. MEZIERE  
Flambage élastique et plastique des coques minces.  
PARIS, 19-21 Avril 1982.  
Institut pour la promotion des Sciences de l'Ingénieur,  
47, rue de Monceau, 75008 PARIS.

[ 47 ] Règles de conception et de construction des  
matériels mécaniques des flots nucléaires RNR : RCC-MR.  
Edition June 1985-AFCEN. Editor AFNOR.  
Tour Europe Cedex 7. 92080 PARIS LA DEFENSE. FRANCE

F I G U R E S

LISTE DES FIGURES

- 1 Cas de flambage thermique sur une enceinte. Distribution de température. Distribution de contraintes calculée.
- 2 Photocopie de l'article T 1500 du CODE ASME CASEN47.
- 3 Flambage thermique élastique. Poutre rotulée aux deux extrémités soumise à une élévation uniforme de température.
- 4 Evolution schématique de la flèche en fonction de la charge. Flambage stable. Structure parfaite et imparfaite.
- 5 Flambage élastique d'une poutre soumise à une température uniforme et rotulée. Amplification des contraintes locales.
- 6 Flambage thermique élastoplastique d'une plaque circulaire encastrée soumise à une élévation uniforme de température. Amplification des contraintes locales.
- 7 Notion de défaut initial équivalent à une contrainte résiduelle sur une poutre élastique et plastique.
- 8 Flambage thermique d'une poutre encastrée. Charges primaire et secondaire. Chargements d'instabilité.
- 9 Chargement combiné critique. Influence de l'ordre des charges.
- 10 Coque circulaire cylindrique libre soumise à un gradient thermique longitudinal. Existence d'une charge critique ?
- 11 Coque circulaire cylindrique encastrée soumise à un gradient thermique longitudinal. Influence de la répartition de température et des conditions d'encastrement.
- 12 Essai de flambage avec prédéformation. Configuration expérimentale.

- 13 Exemple d'enregistrement graphique charge-raccourcissement. Détermination d'une charge critique. Influence de la pré-déformation.
- 14 Flambage avec prédéformation. Présentation à l'aide d'un module équivalent efficace.
- 15 Essai d'interprétation à l'aide du module sécant.
- 16 Essais CEA/DEMT de flambage thermomécanique sur une coque circulaire cylindrique. Premiers résultats.
- 17 Flambage progressif. Caractéristiques de flambage statique des éprouvettes.
- 18 Schéma du dispositif expérimental de flambage progressif.
- 19 Evolution du raccourcissement cyclique. Résultats expérimentaux pour 4 tubes (10/11). Comportements stable et instable.
- 20 Evolution du raccourcissement cyclique. Résultats expérimentaux pour 4 tubes (15/16). Comportements stable et instable.
- 21 Vérification de l'application du diagramme d'efficacité pour tenir compte du flambage progressif.
- 22 Essais de l'INSA. Choc froid central uniforme sur une plaque circulaire fine en appui simple.
- 23 Essais de fatigue - flambage thermique sur une plaque circulaire encastrée.
- 24 Essai de flambage thermique d'une coque courbe sur un support en béton.
- 25 Représentation schématique des courbes donnant l'évolution du défaut modal dans une analyse asymptotique. Cas de la structure parfaite et cas de la structure avec défaut.

- 26 Diagrammes d'Hoffmann et Gontier de flambage progressif.
- 27 Diagrammes de Gontier. Effet des déformations résiduelles ou contraintes secondaires constantes.
- 28 Représentation schématique des courbes forces - déplacement-charge limite dans un calcul incrémental et charge de bifurcation.
- 29 Règles de flambage dans le RCC.MR. Dommages indépendants du temps. Marges article RB 3270.
- 30 Calcul de flambage d'un cube en flexion dans le plan avec déformation imposée. RCC.MR RC 3670.

*Manuscrit reçu le 24 novembre 1986*

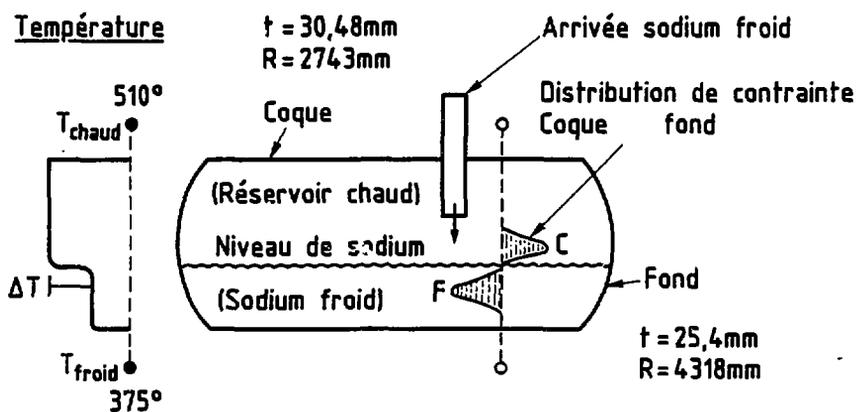


Schéma du réservoir

304S.S.

FFTF overflow vessel  
(d'après SEVERUD réf. (1))

Fig. 1 - CAS DE FLAMBAGE THERMIQUE SUR UNE ENCEINTE,  
DISTRIBUTION DE TEMPERATURE, DISTRIBUTION DE  
CONTRAINTES CALCULEE

calculation of temperature distributions for use in the simplified analysis must reflect the actual component geometry.

T-1436 Allowable Creep Fatigue Evaluation  
Providing the limits of T-1435 are satisfied, the rules of T-1431, T-1432 and T-1433 may be evaluated using the procedure of NB-3222.4, except:

(a) The reference to Figs. L-8.8 may be replaced by Fig. T-1430.1, where  $S_u$  is one half the product of  $\sigma_t$  and Young's Modulus  $E$  at the metal temperature of the cycle for the post-creep consideration.

(b) The cumulative usage factor  $U$  shall not exceed 0.90.

(c) Note the exception of T-1412.

T-1500 BUCKLING AND INSTABILITY

T-1510 General Requirements

(a) The stability limits in NB-3133 of Section III pertain only to specific geometrical configurations under specified loading conditions. For example, column mode buckling is not covered by NB-3133 and Appendix VI. These Section III limits include the effects of initial geometrical imperfections permitted by fabrication tolerances on vessel shells. However, Section III limits do not consider the effects of creep due to long term loading at elevated temperatures and the effects of the other loads or other geometries. The T-1500 rules provide additional limits which are applicable to general configurations and loading conditions that may cause buckling or instability due to time-dependent as well as time-independent creep behavior of the material. These additional limits are applicable to all specified Design and Service Loadings.

(b) For the limits specified in T-1520, distinction is made between load-controlled buckling and strain-controlled buckling. Load-controlled buckling is characterized by continued application of an applied load as the post-buckling regime, leading to failure, e.g., collapse of a tube under external

pressure. Strain-controlled buckling is characterized by continued application of an applied strain as the post-buckling regime, leading to failure, e.g., rupture of a tube under external pressure.

(c) For the limits specified in T-1520, distinction is made between load-controlled buckling and strain-controlled buckling. Load-controlled buckling is characterized by continued application of an applied load as the post-buckling regime, leading to failure, e.g., collapse of a tube under external pressure. Strain-controlled buckling is characterized by continued application of an applied strain as the post-buckling regime, leading to failure, e.g., rupture of a tube under external pressure.

(d) For the limits specified in T-1520, distinction is made between load-controlled buckling and strain-controlled buckling. Load-controlled buckling is characterized by continued application of an applied load as the post-buckling regime, leading to failure, e.g., collapse of a tube under external pressure. Strain-controlled buckling is characterized by continued application of an applied strain as the post-buckling regime, leading to failure, e.g., rupture of a tube under external pressure.

Factors applicable to load-controlled buckling shall also be used for strain-controlled buckling.

(e) For load-controlled buckling the effects of initial geometrical imperfections and tolerances shall be considered in the time-independent calculations of T-1521; and the effects of the geometrical imperfections and tolerances, whether initially present or induced by service, shall be considered in the time-dependent calculations of T-1522.

(f) For strain-controlled buckling the effects of geometrical imperfections and tolerances, whether initially present or induced by service, need not be considered in the calculation of the instability strain. However, if significant geometrical imperfections are present initially, reinforcement due to creep may cause ultimate deformation or strain. These effects shall be considered in the application of deformation and strain limits of T-1500 and T-1500.

(g) The expected maximum stress-strain curve for the material at the specified temperature shall be used. The expected maximum values may be obtained by normalizing the appropriate average hot tensile curve of Fig. T-1600 to the expected maximum yield strength given in Table I-4.5.

(h) The limits of both T-1521 and T-1522 shall be satisfied for the specified Design and Service Loadings.

T-1520 BUCKLING LIMITS

T-1521 Time-Independent Buckling

For load-controlled buckling, the Load Factor, and for strain-controlled buckling, the Strain Factor, shall equal or exceed the values given in Table T-1521-1 for the specified Design and Service Loadings to guard against time-independent (instantaneous) buckling.

Table T-1521-1

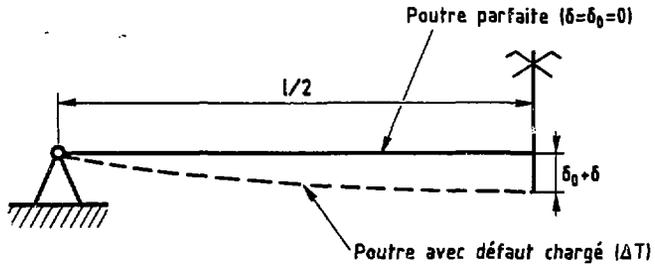
Time-Independent Buckling Factors

	Load Factor		Strain Factor
	Design Loading	Service Loading	
Level A	1.0	1.67	
Level B	1.0	1.67	
Level C	2.5	1.4	
Level D	1.5	1.1	
Test <sup>a</sup>	2.25	1.67	

Notes for Table T-1521-1

1. [Load Factor] which would cause instant instability at the design or at full service temperature.

Change in configuration induced by service need not be considered in calculating the buckling factor.



$\Delta T$  - Gradient de température uniforme en  $^{\circ}\text{C}$

$E$  - Module d'Young en MPa

$\alpha$  - Coefficient de dilatation thermique en  $^{\circ}\text{C}^{-1}$

$\delta_0$  - Défaut de flèche initial quand  $\Delta T=0$  en m

$\delta$  - Augmentation de la flèche due à  $\Delta T$  en m

$l$  - Longueur de la poutre en m

$t$  - Epaisseur en m (largeur=1m)

$Q = E\alpha\Delta T$  contrainte secondaire calculée avec la géométrie parfaite en MPa

$\sigma_c$  - Contrainte de membrane d'Euler en MPa [ $\sigma_c = (\pi^2 E t^2) / (12 l^2)$ ]

$\sigma_m$  - Contrainte de membrane vraie due à  $\Delta T$  en MPa

$\sigma_b$  - Contrainte de flexion vraie due à  $\Delta T$  en MPa

$\sigma_{\text{total}} = \sigma_m + \sigma_b$

Fig. 3 - FLAMBAGE THERMIQUE ELASTIQUE. POUTRE ROTULEE AUX DEUX EXTREMITES SOUMISE A UNE ELEVATION UNIFORME DE TEMPERATURE

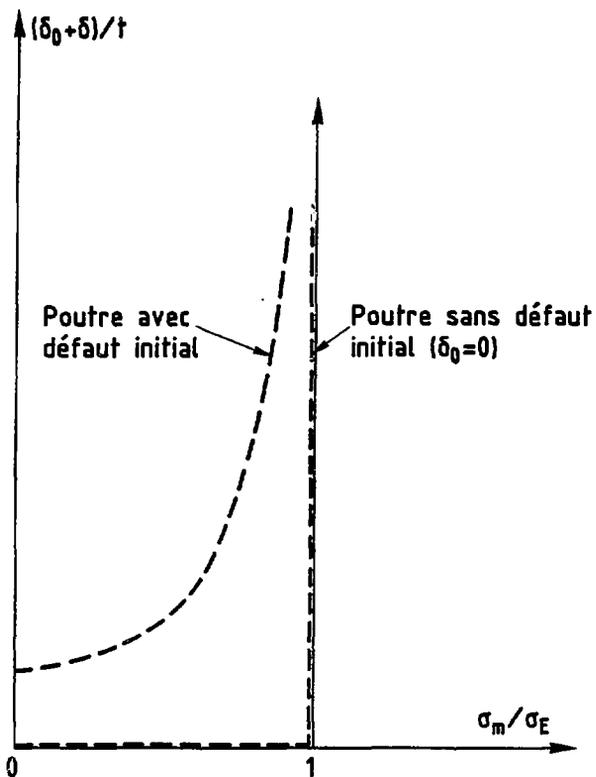


Fig. 4 - EVOLUTION SCHEMATIQUE DE LA FLECHE EN FONCTION DE LA CHARGE. FLAMBAGE STABLE. STRUCTURE PARFAITE ET IMPARFAITE

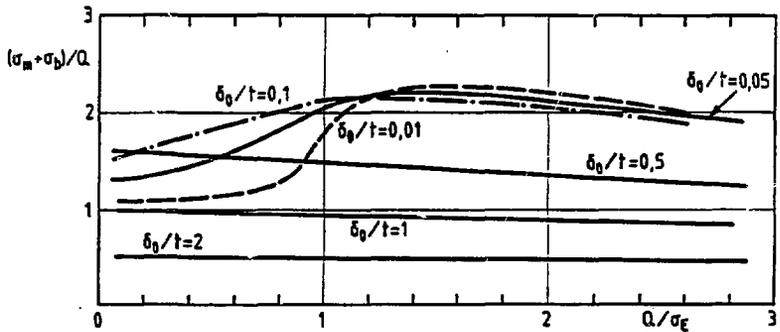
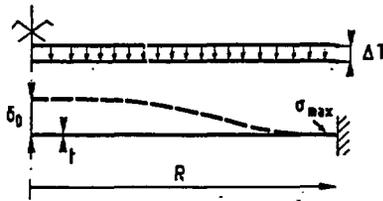


Fig. 5 - FLAMBAGE ELASTIQUE D'UNE POUTRE SOUMISE A UNE TEMPERATURE UNIFORME ET ROTULEE. AMPLIFICATION DES CONTRAINTES LOCALES



- R - Rayon = 200mm
- t - Epaisseur = 2mm
- $\Delta T$  - Gradient thermique appliqué en  $^{\circ}\text{C}$
- $\Delta T_L$  - Gradient thermique de début de plasticité en  $^{\circ}\text{C}$
- $\Delta T_E$  - Gradient thermique de flambage d'Euler en  $^{\circ}\text{C}$
- $\sigma_E$  - Contrainte équivalente maximale correspondant à  $\Delta T_E$  (Von Mises) en MPa
- $\delta_0$  - Défaut de flèche initiale centrale en MPa
- Q - Contrainte de membrane calculée sur la structure parfaite en MPa
- $\sigma_{max}$  - Contrainte maximale réelle à l'encastrement en MPa

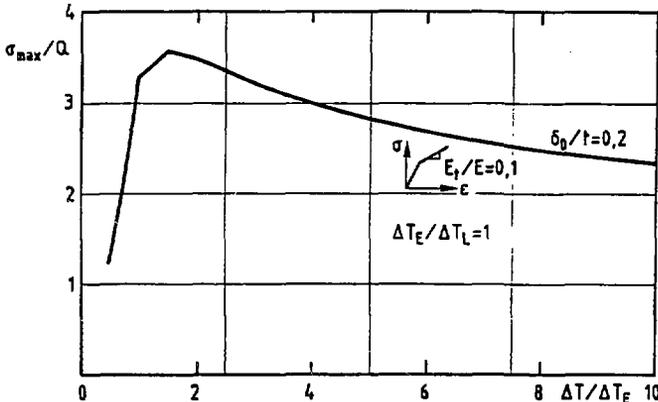
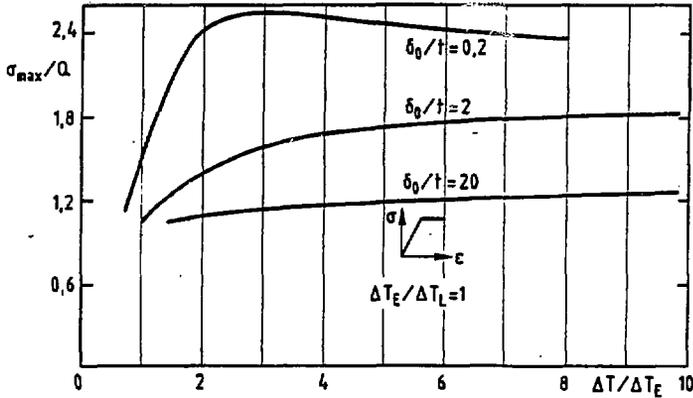
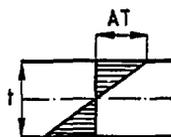
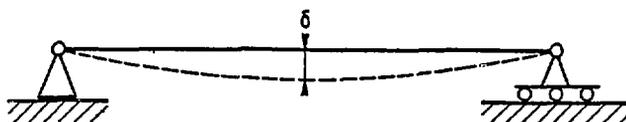


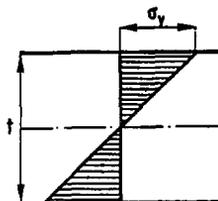
Fig. 6 - FLAMBAGE THERMIQUE ELASTOPLASTIQUE D'UNE PLAQUE CIRCULAIRE ENCASTREE SOUMISE A UNE ELEVATION UNIFORME DE TEMPERATURE. AMPLIFICATION DES CONTRAINTES LOCALES



Répartition de température

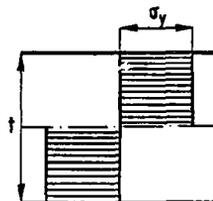
- $\delta$  Augmentation de la flèche centrale due à  $\Delta T$  en m
- $Q = E\alpha\Delta T/2(1-\nu)$  contrainte secondaire thermique élastique relaxée par la flèche  $\delta$  en MPa (limitée à  $\sigma_y$ )
- $\sigma_E$  Contrainte de membrane d'Euler en MPa
- $\sigma_y$  Limite d'élasticité en MPa

Profil de contrainte  
au début de plasticité



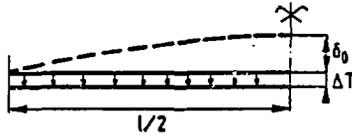
Flèche initiale équivalente:  
 $\delta/t = 1/6 \times \sigma_y / \sigma_E$

Profil de contrainte  
en plasticité complète



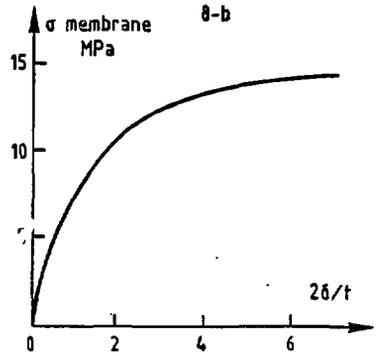
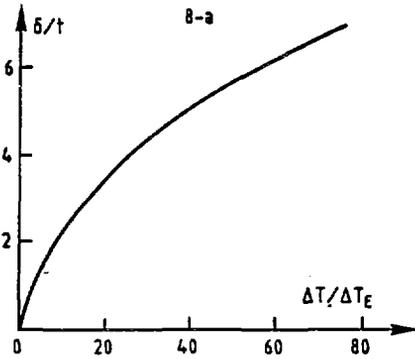
Flèche initiale équivalente:  
 $\delta/t = 6/4 \times 1/6 \times \sigma_y / \sigma_E$

Fig. 7 - NOTION DE DEF AUT INITIAL EQUIVALENT A UNE  
CONTRAINTÉ RESIDUELLE SUR UNE POUTRE  
ELASTIQUE ET PLASTIQUE



- $l$  - Longueur entre encastrements = 100mm
- $t$  - Epaisseur = 1mm
- $\delta_0$  - Amplitude de défaut de flèche initiale
- $\Delta T_1$  - Gradient de température uniforme imposé en °C
- $\Delta T_E$  - Gradient de température uniforme de flambage d'Euler
- $\sigma_m$  - Contrainte de membrane réelle à l'encastrement
- $\delta$  - Amplitude de flèche centrale due à  $\Delta T$  en mm
- $\delta_y$  - Limite élastique = 20MPa

Calculs élastiques



Calculs élastoplastiques (modèle parfaitement plastique)

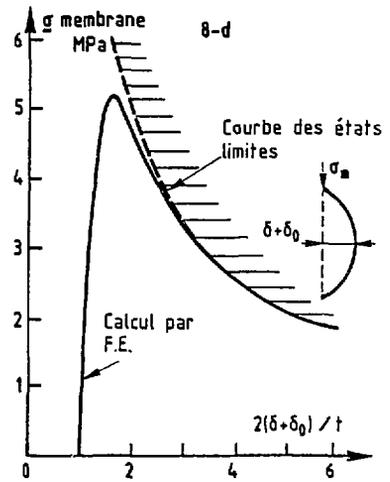
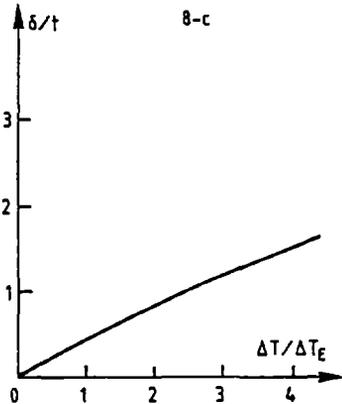
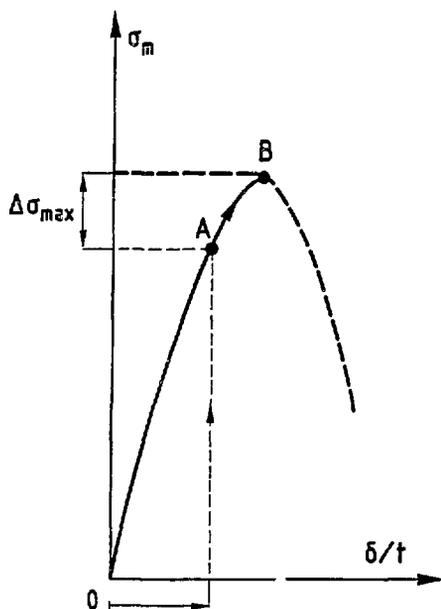


Fig. 8 - FLAMBAGE THERMIQUE D'UNE POUTRE ENCASTREE. CHARGES PRIMAIRE ET SECONDAIRE. CHARGEMENTS D'INSTABILITE

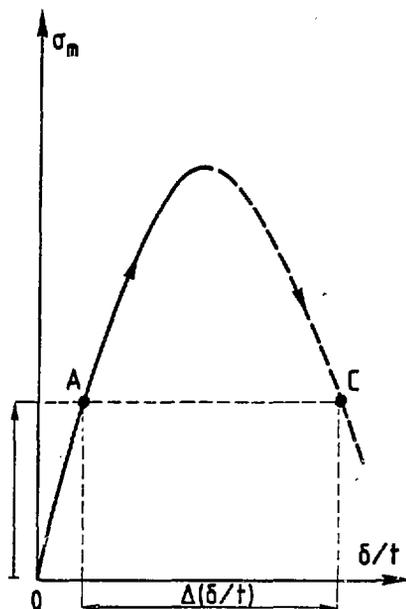
Courbe des états d'équilibre en deux parties:

— stables

- - - limites

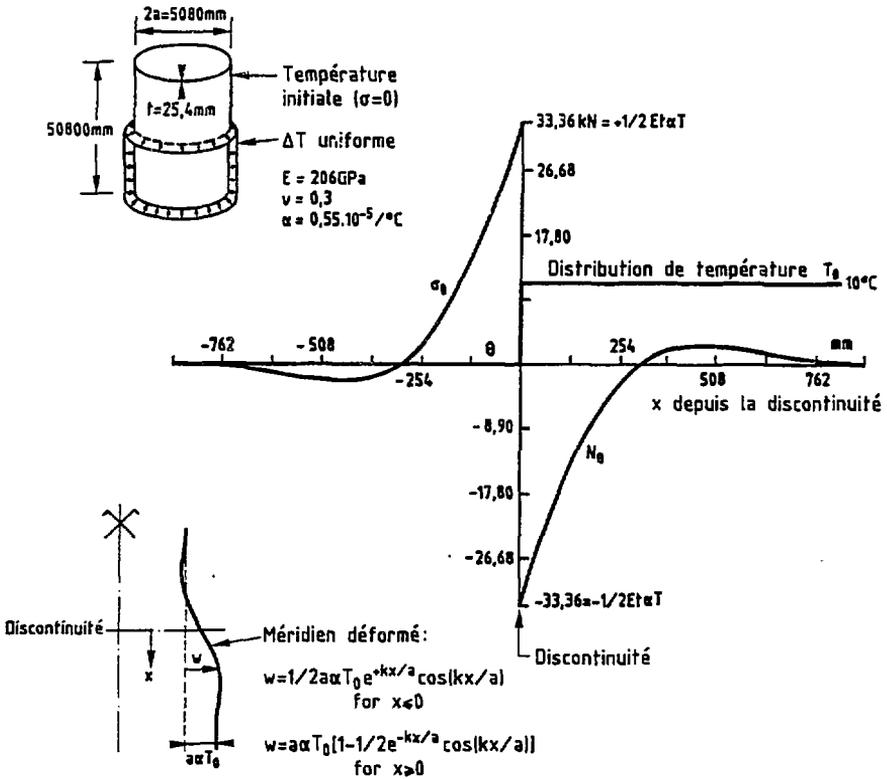


- Charge thermique (0 → A) puis charge mécanique (A → B)
- Détermination de la contrainte primaire de membrane supportable  $\Delta\sigma_{max}$



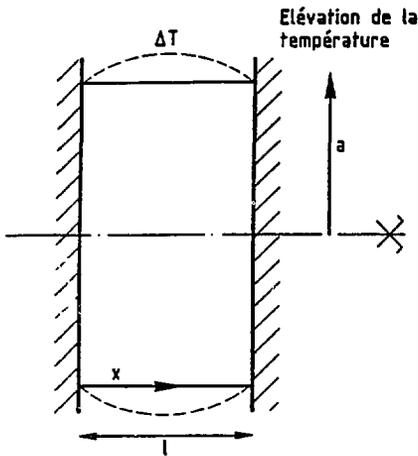
- Charge mécanique (0 → A) puis charge thermique (A → C)
- Détermination de la flèche thermique supportable  $\Delta(\delta/t)$

Fig. 9 - CHARGEMENT COMBINE CRITIQUE. INFLUENCE DE L'ORDRE DES CHARGES

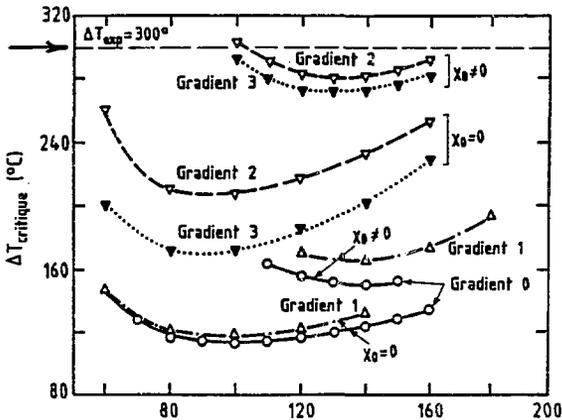
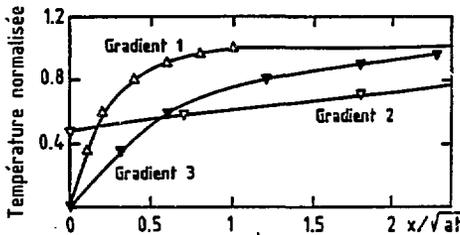


(d'après D. BUSHELL réf. [22])

Fig. 10 - COQUE CIRCULAIRE CYLINDRIQUE LIBRE SOUMISE A UN GRADIENT THERMIQUE LONGITUDINAL. EXISTENCE D'UNE CHARGE CRITIQUE



- $a$  - rayon = 0,1778m
- $t$  - épaisseur = 0,07mm
- $l$  - longueur = 0,035m
- $E = 186,165\text{GPa}$
- $\nu = 0,287$
- $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
- $X_0$  - rotation avant bifurcation ( $x=0$ )



Modes circonférentiels

(d'après D. BUSHELL réf. [22])

Fig. 11 - COQUE CIRCULAIRE CYLINDRIQUE ENCASTREE SOUMISE A UN GRADIENT THERMIQUE LONGITUDINAL. INFLUENCE DE LA REPARTITION DE TEMPERATURE ET DES CONDITIONS D'ENCASTREMENT

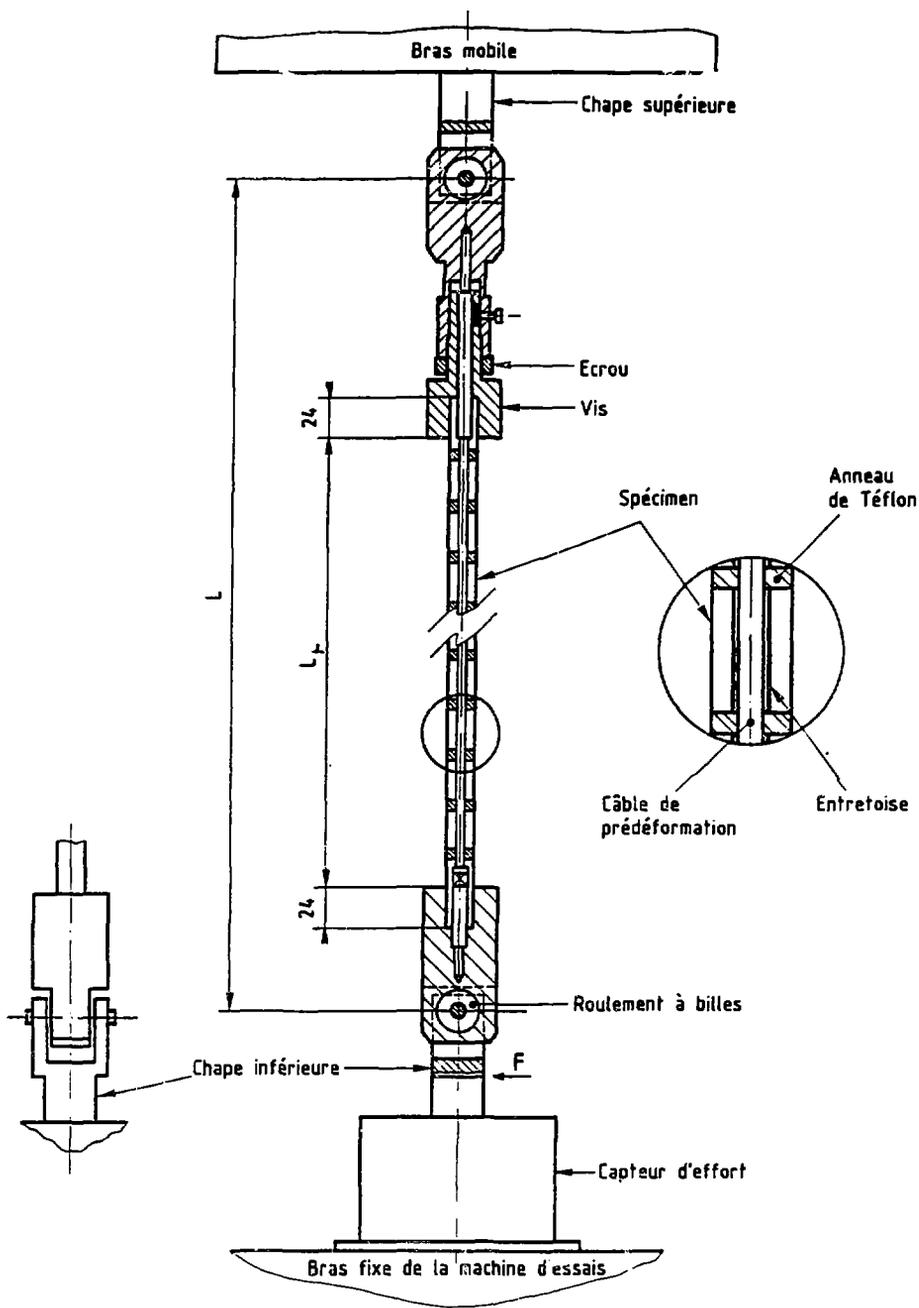


Fig. 12 - ESSAI DE FLAMBAGE AVEC PREDEFORMATION.  
 CONFIGURATION EXPERIMENTALE

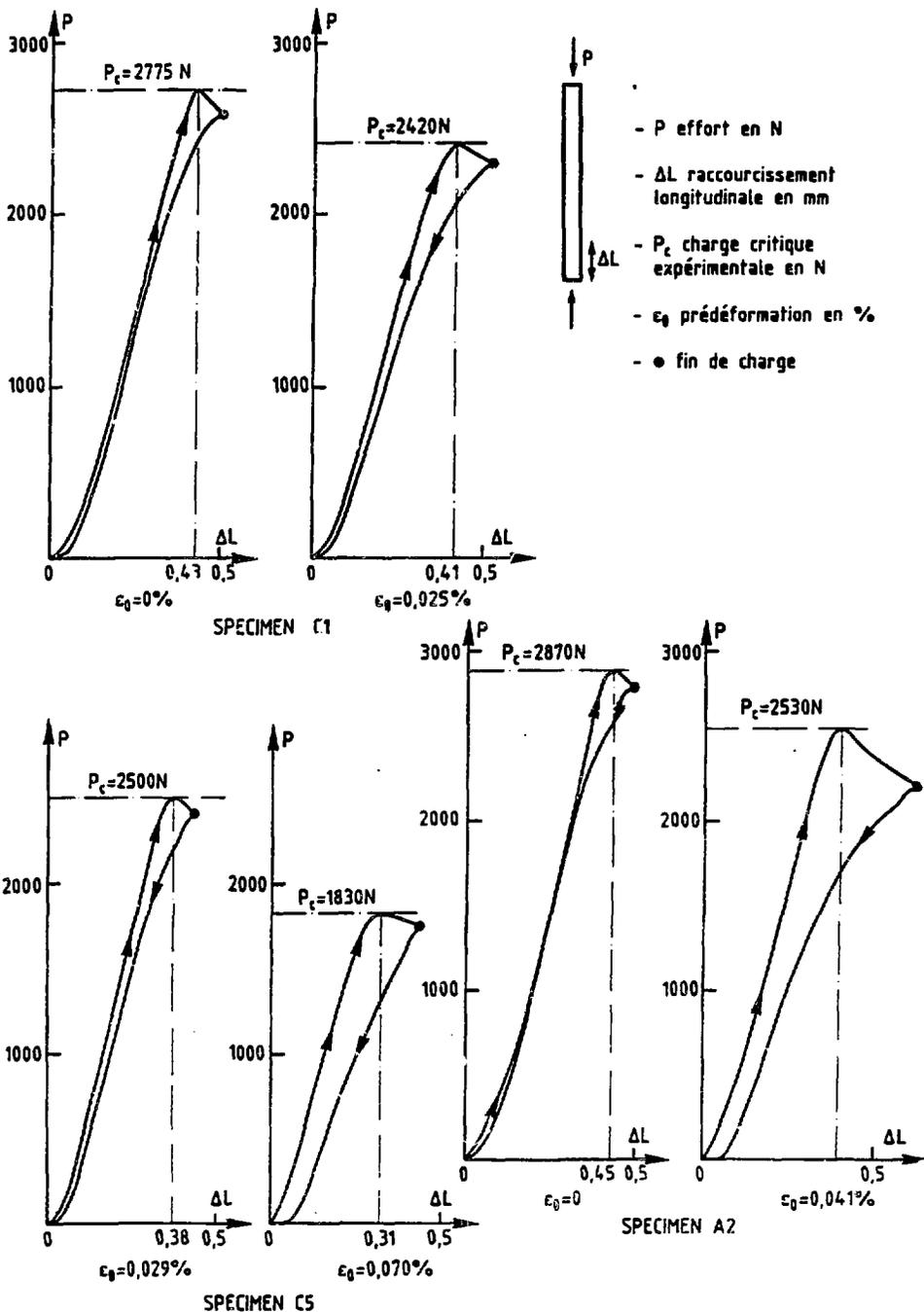


Fig. 13 - EXEMPLE D'ENREGISTREMENT GRAPHIQUE CHARGE-RACCOURCISSEMENT. DETERMINATION D'UNE CHARGE CRITIQUE. INFLUENCE DE LA PREDEFORMATION

Test	$c_0$ %	$P_c$ N	$E_{eff}$ MPa	L = 400mm (-177)			
L = 600mm (-177)				C1-1	0,000	2,000	133,379
A1-1	0,000	1,760	193,400	C1-2	0,200	1,360	64,800
A1-2	0,180	704	55,300	C1-3	0,600	1,040	49,500
A2-3	0,330	680	53,400	C2-4	0,200	1,400	66,700
A2-6	0,650	448	35,200	C2-5	0,600	1,096	52,200
A3-5	0,200	640	55,200	C3-6	0,400	1,256	60,300
A4-6	0,000	2,250	196,500	C3-7	1,050	900	43,200
A6-7	0,145	1,300	113,500	C4-8	0,680	1,544	72,700
A6-8	0,200	845	73,800	C4-9	1,450	1,376	64,800
E1-9	0,110	1,520	129,100	F1-10	0,000	4,030	194,200
E1-10	0,380	830	70,500	F1-11	0,085	2,875	190,500
E2-11	0,000	2,200	190,000	F1-12	0,370	1,750	84,300
E2-12	0,300	805	69,500	F2-13	0,160	2,440	116,500
E2-13	0,507	675	50,300	F2-14	0,260	1,600	75,800
				F2-15	0,570	1,000	47,300
				F3-16	0,085	2,950	162,700
				F3-11	0,310	1,420	68,700
				F3-18	0,738	940	45,500
				C6-19	0,000	3,850	183,000
				C6-20	0,227	1,500	71,300
				C6-21	0,540	1,070	50,900
L = 500mm (-177)				L = 300mm (-177)			
B1-1	0,000	2,960	171,800	D1-1	0,000	-	-
B1-2	0,180	1,348	77,800	D1-2	0,240	1,840	93,500
B1-3	0,370	1,060	61,500	D1-3	0,440	2,290	75,470
B2-4	0,200	1,246	70,100	D2-4	0,160	2,520	83,600
B2-5	0,550	742	41,700	D2-5	0,590	1,660	55,100
B3-6	0,440	860	49,150	D3-6	0,360	2,220	71,400
B3-7	0,910	800	45,700	D3-7	1,060	1,440	46,300
B4-8	0,590	1,160	67,700	D4-8	1,520	2,104	69,700
B4-9	1,600	952	55,600	D4-9	1,700	1,572	52,000
E3-10	0,040	2,830	175,500	E5-10	0,000	5,000	154,900
E3-11	0,200	1,100	68,200	E5-11	0,240	2,572	79,800
E4-12	0,180	1,220	77,800	C5-12	0,000	3,260	101,800
E4-13	0,380	800	51,000	C5-13	0,390	2,050	64,000
E4-14	0,600	660	42,100	C5-14	0,790	1,600	50,500
B5-15	0,000	3,450	199,800	C5-15	1,230	1,370	42,800
B5-16	0,110	1,760	101,900	D5-16	0,000	5,550	182,500
B5-17	0,260	965	55,900	D5-17	0,279	2,025	66,700
B5-18	0,597	720	41,700	D5-18	0,876	1,435	47,300
				D6-19	0,278	2,300	77,900
				D6-20	0,437	2,075	70,300
				D6-21	0,992	1,280	43,400

$$*E_{eff} = (P_{exp} / P_{Euler}) \times E$$

Fig. 14 - FLAMBAGE AVEC PREDEFORMATION. PRESENTATION A L'AIDE D'UN MODULE EQUIVALENT EFFICACE

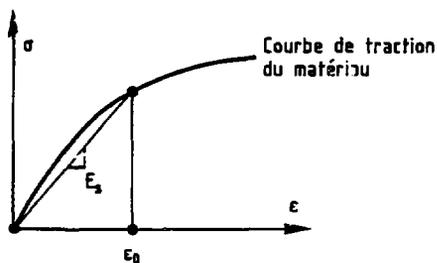
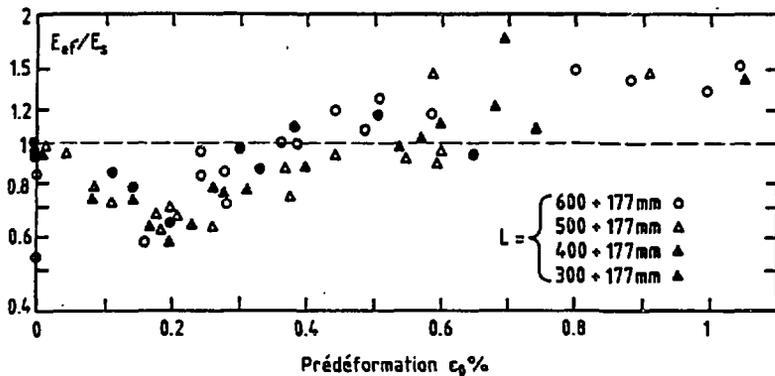
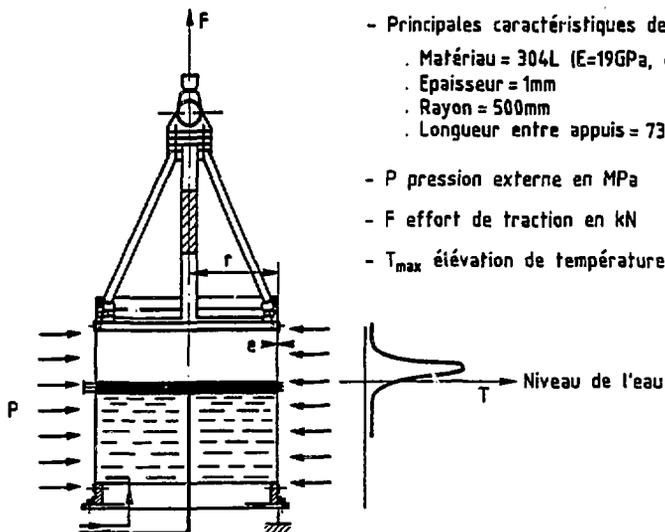


Fig. 15 - ESSAI D'INTERPRETATION A L'AIDE DU MODULE SECANT



- Principales caractéristiques de l'éprouvette:

- . Matériau = 304L ( $E=19\text{GPa}$ ,  $\sigma_y=210\text{MPa}$ )
- . Epaisseur = 1mm
- . Rayon = 500mm
- . Longueur entre appuis = 733mm

- P pression externe en MPa

- F effort de traction en kN

-  $T_{\max}$  élévation de température maximale en °C

N° de l'éprouvette	N° de l'essai	Charge thermique		Durée de chauffe	Flambage
		$T_{\max}$	Gradient		
0	1	240°C	180°C/15mm	2s	non
	2	375°C	260°C/15mm	7s	non
	3	490°C	350°C/15mm	10s	non
	4	580°C	350°C/15mm	11s	non
	5	630°C	460°C/15mm	15s	non
	6	760°C	580°C/15mm	17s	non
	7	880°C	680°C/15mm	20s	non
	8	980°C	860°C/15mm	22s	non
	9	1100°C	880°C/15mm	45s	non
1	1 to 20	980°C	760°C/15mm	30s	non

N° de l'éprouv.	N° de l'essai	Charge mécanique		Charge thermique		Flambage
		Pression MPa	Traction kN	$T_{\max}$	Gradient	
2	1	0,0032	348	415°C	280°C/15mm	non
	2	0,0160	348	415°C	280°C/15mm	non
	3	0,0160	116	415°C	280°C/15mm	non
	4	0,0300	0	0	0	oui
3	1	0,0280	280	0	0	oui
4	1	0,0320	280	0	0	oui

Fig. 16 - ESSAIS CEA-DEMT DE FLAMBAGE THERMOMECHANIQUE SUR UNE COQUE CIRCULAIRE CYLINDRIQUE. PREMIERS RESULTATS

$D \times d$	L (mm)	Elancement	$\sigma_{Euler}$ MPa	$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{Euler}}$	$\frac{\sigma_{cr}}{Re_{0,2}}$	$\frac{\sigma_{Euler}}{Re_{0,2}}$
29×30	500	24	3340	0,08	1,08	13
15×16	500	46	910	0,32	0,94	2,85
15×16	665	60	529	0,40	0,85	2,20
10×11	450	60	529	0,42	0,80	1,90
10×11	500	67	428	0,52	0,77	1,43
15×16	885	80	297	0,58	0,71	1,24
10×11	600	80	297	0,62	0,65	1,06
10×11	700	94	218	0,75	0,60	0,80
15×16	1105	100	190	0,75	0,60	0,80
10×11	1105	147	89	(1)	(0,30)	0,32

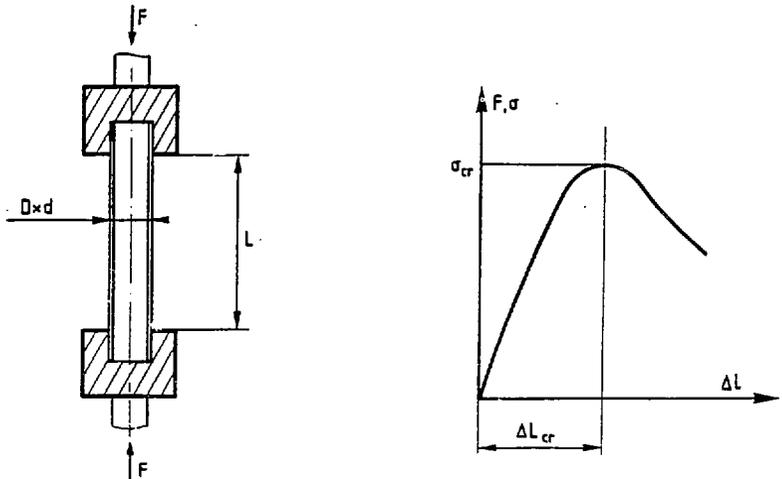


Fig. 17 - FLAMBAGE PROGRESSIF. CARACTERISTIQUES DE FLAMBAGE STATIQUE DES EPROUVETTES

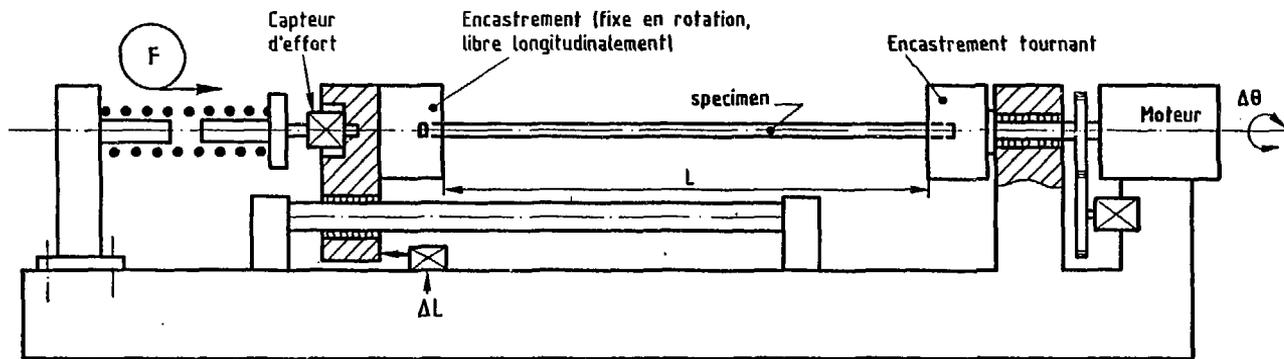


Fig. 18 - SCHEMA DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL DE FLAMBAGE PROGRESSIF

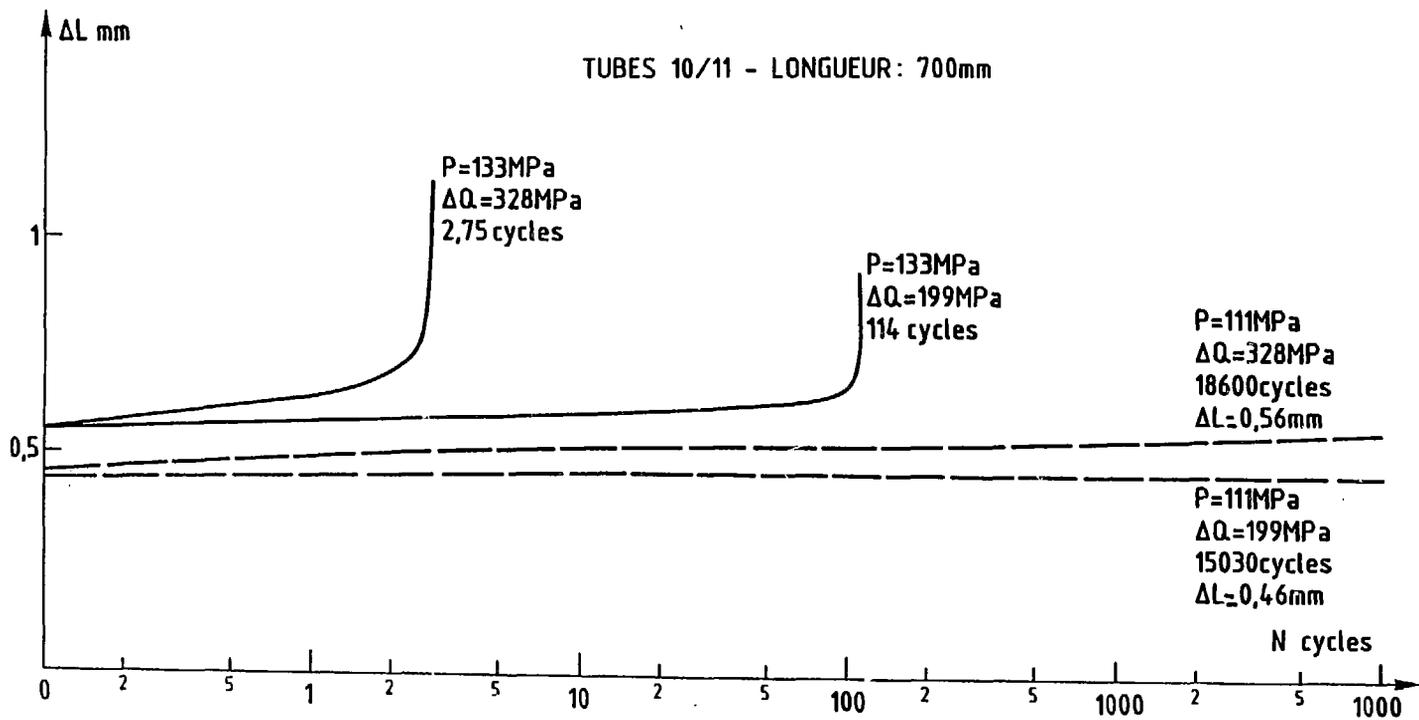


Fig. 19 - EVOLUTION DU RACCOURCISSEMENT CYCLIQUE. RESULTATS EXPERIMENTAUX POUR 4 TUBES (10/11). COMPORTEMENTS STABLE ET INSTABLE

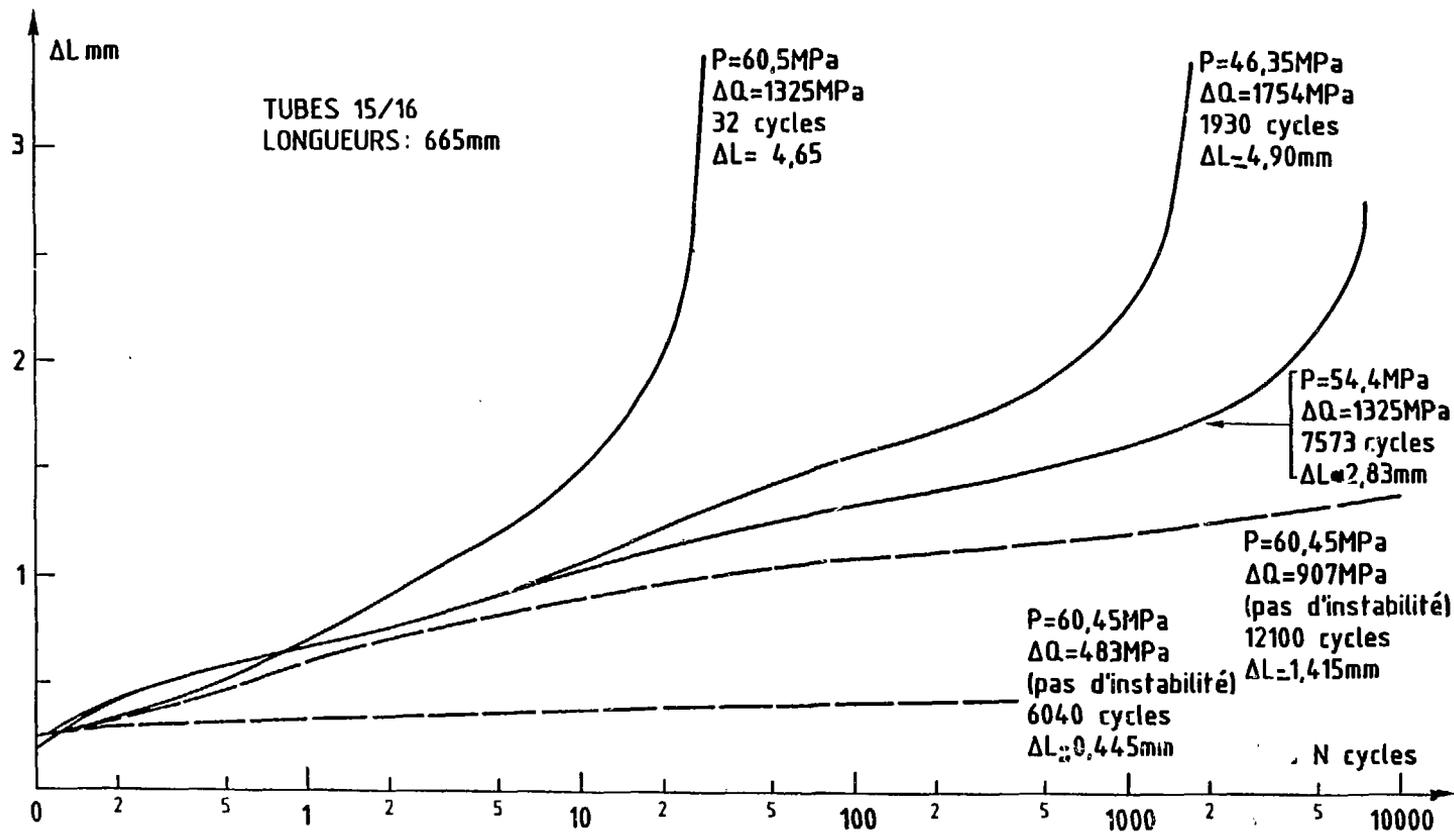


Fig. 20 - EVOLUTION DU RACCOURCISSEMENT CYCLIQUE. RESULTATS EXPERIMENTAUX POUR 4 TUBES (15-16). COMPORTEMENTS STABLE ET INSTABLE

Tubes 10/11  
 Tubes 15/16  
 Tubes 29/30

■ Instabilité  
 ● Instabilité  
 ▲ Instabilité

□ Stabilité  
 ○ Stabilité  
 △ Stabilité

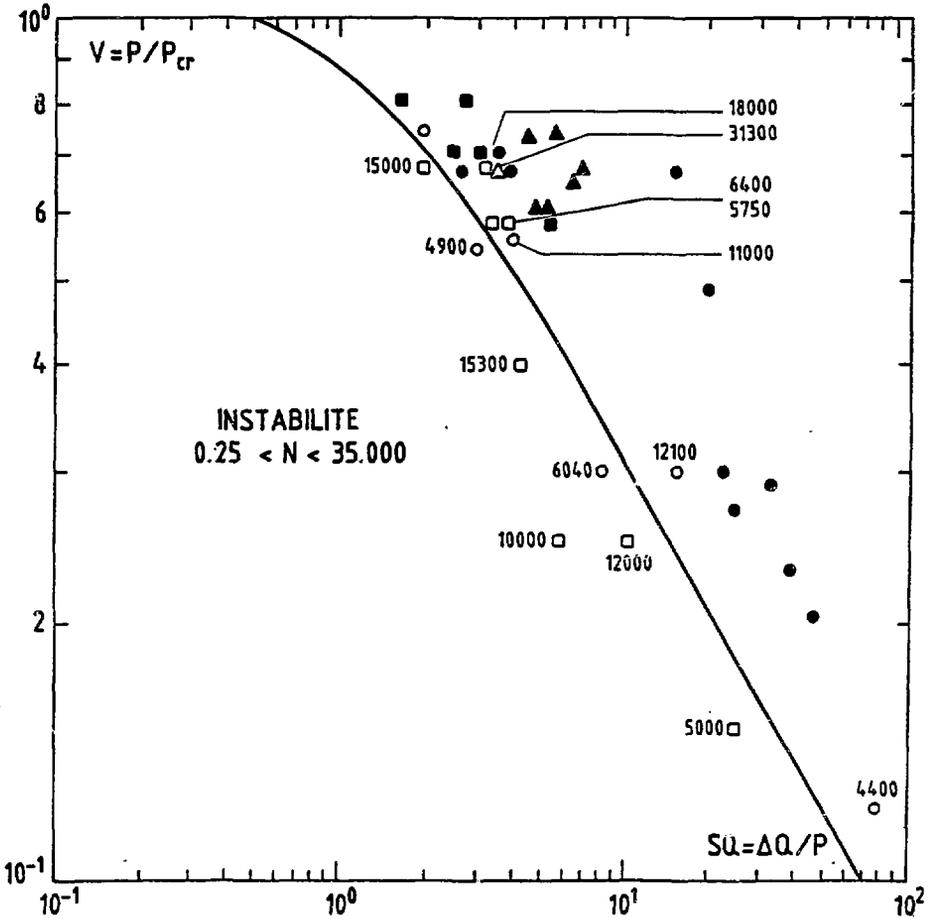
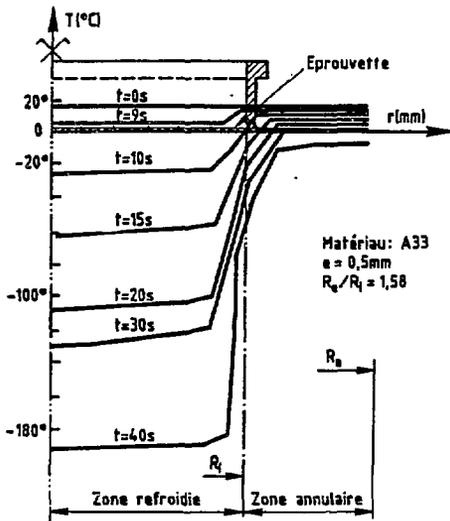
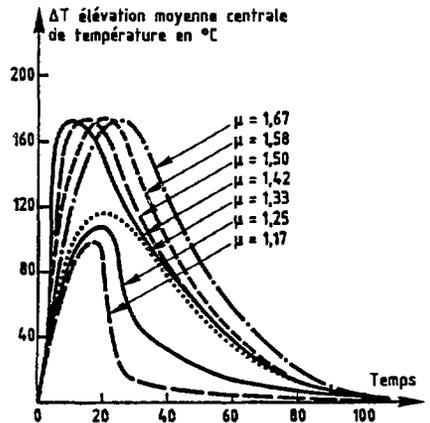


Fig. 21 - VERIFICATION DE L'APPLICATION DU DIAGRAMME D'EFFICACITE POUR TENIR COMPTE DU FLAMBAGE PROGRESSIF

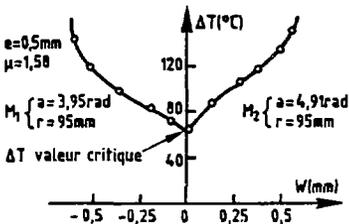
Matériaux : - Acier au carbone (A33), épaisseur = 0,5mm  
 - Lexan, épaisseur = 1mm  
 Géométrie : -  $R_1 = 60\text{mm}$ ,  $R_2$  de 140 à 200mm ( $\mu = R_2/R_1$ )



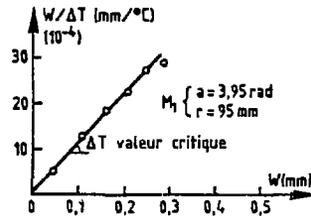
22a - Evolution du profil de température



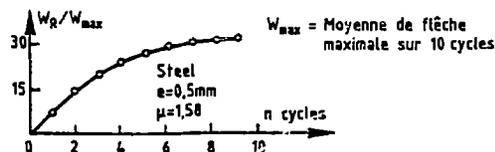
22b - Evolution au cours du temps de la différence des températures moyennes dans la zone centrale et annulaire



22c - Flèche en fonction de  $\Delta T$  au cours d'un essai

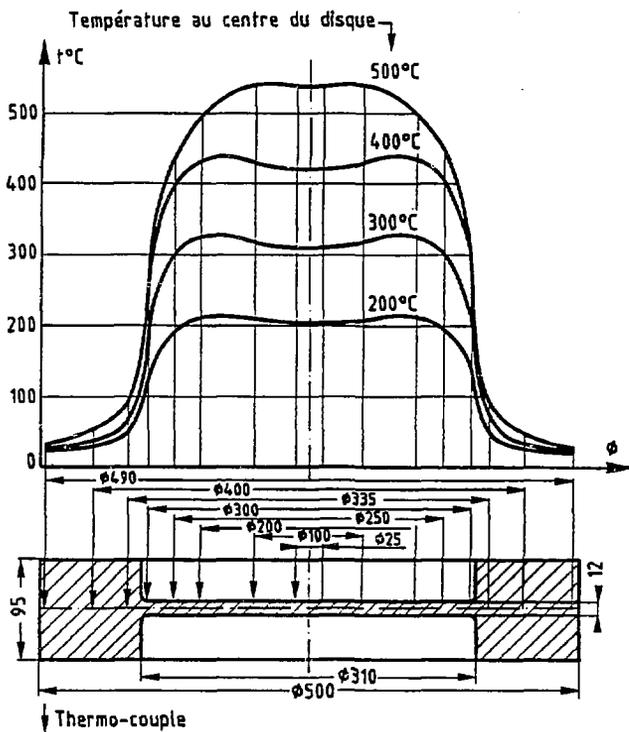


22d - Diagramme de Southell. Détermination de  $\Delta T$  critique



22e - Flèche maximale plastique en fonction du nombre de cycles

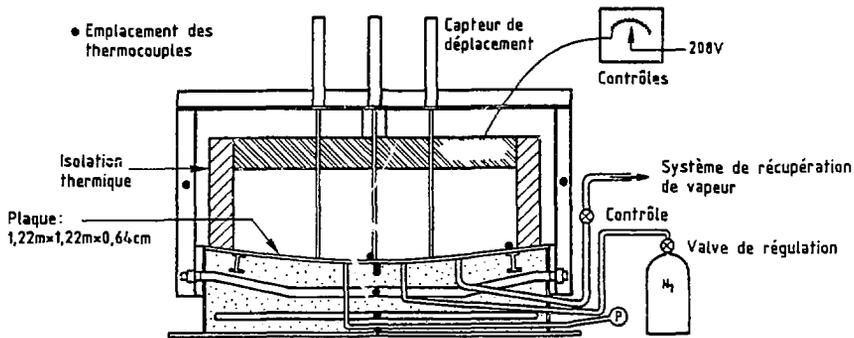
Fig. 22 - ESSAIS DE L'INSA. CHOC FROID CENTRAL UNIFORME SUR UNE PLAQUE CIRCULAIRE FINE EN APPUI SIMPLE



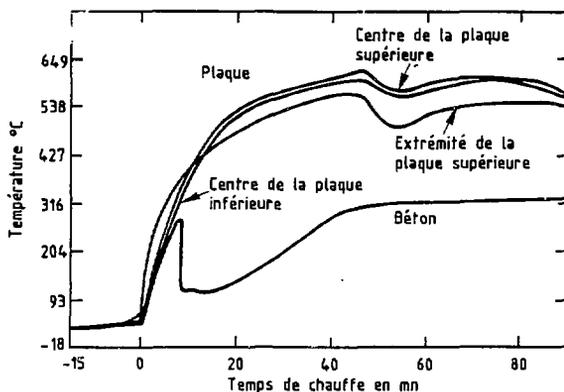
(d'après W.SPANDICK réf. [32])

Essai de fatigue thermique					Essais fatigu: isotherme * $\epsilon_y$ 50 → 400
$\theta_{max}$ °C		300	400 *	500	
Acier au carbone	$\epsilon_r$ calculé par $\alpha\Delta T$ en %	0,283	0,403	0,61	
	$\epsilon_r$ mesuré (valeur moyenne) en %	0,210	0,370	0,53	
	$N_i$ nombre de cycle à l'amorçage	5023	821	315	7450
	$N_R$ nombre de cycle à la rupture	5385	1127	477	8880
Acier austénitique	$\epsilon_r$ calculé par $\alpha\Delta T$ en %	0,45	0,63	0,79	
	$\epsilon_r$ mesuré (valeur moyenne) en %	0,32	0,60	0,674	
	$N_i$ nombre de cycle à l'initiation	6880	575	231	7180
	$N_R$ nombre de cycle à la rupture	8053	753	54,2	7510

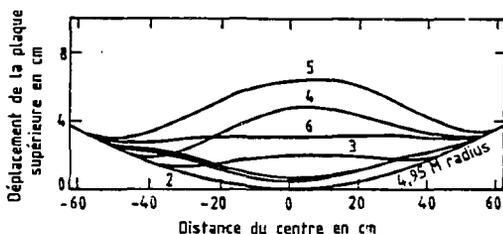
Fig. 23 - ESSAIS DE FATIGUE. FLAMBAGE THERMIQUE SUR  
UNE PLAQUE CIRCULAIRE FINE ENCASTREE



24a - Dispositif d'essais



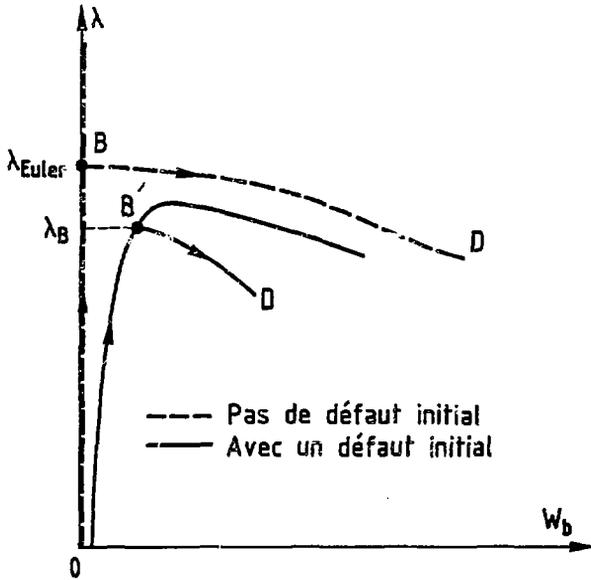
24b - Evolution de la température en 4 points



24c - Cloquage au cours du chauffage

N° d'identification	Température de la plaque en °C
1	21
2	49
3	354
4	577
5	582
6	21

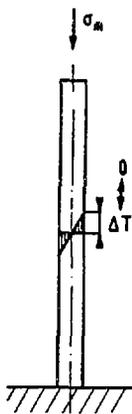
Id'après L.D. SIMMONS  
réf. (331)



$\lambda_{Euler}$  - Charge critique

$\lambda_B$  - Charge de bifurcation sur une structure avec défaut initial

Fig. 25 - REPRESENTATION SCHEMATIQUE DES COURBES DONNANT L'EVOLUTION DU DEFAUT MODAL DANS UNE ANALYSE A SYMPTOTIQUE. CAS DE LA STRUCTURE PARFAITE ET CAS DE LA STRUCTURE AVEC DEFAUT



- $\sigma_m$  contrainte primaire de membrane en MPa
- $Q = E\alpha\Delta T/2(1-\nu)$  contrainte de flexion élastique cyclique en MPa
- $\eta_0$  défaut initial normalisé
- $\sigma_E$  contrainte de membrane d'Euler en MPa
- $\sigma_{e0,2}$  = limite d'élasticité à 0,2% en MPa
- Courbe de traction d'un acier 316L à 20°C

( $Q, \sigma_m$ ) Condition de flambage stable et limité

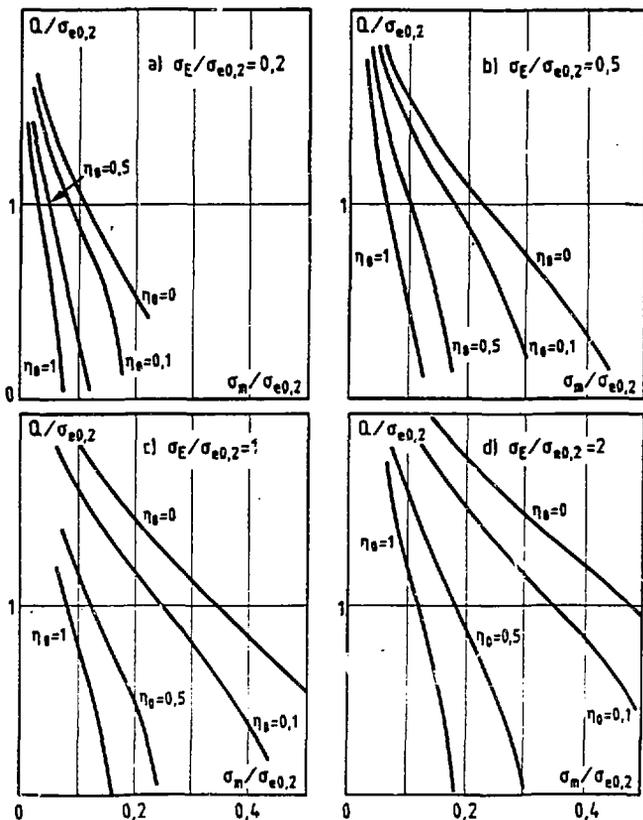
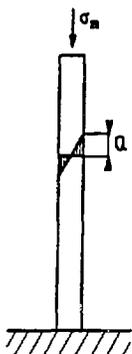


Fig. 26 - DIAGRAMMES D'HOFFMANN ET GONTIER DE FLAMBAGE PROGRESSIF



- $Q = E\alpha\Delta T/2(1-\nu)$  contrainte secondaire (résiduelle) élastique de flexion en MPa
- $\sigma_m$  contrainte primaire de membrane en MPa
- $\eta_0$  défaut initial normalisé
- $\sigma_E$  contrainte de membrane d'Euler en MPa
- $\sigma_{e0,2}$  limite élastique à 0,2% en MPa
- $R =$  facteur de réduction =  $(\sigma_m \text{ contrainte critique calculée avec } Q) / (\sigma_m \text{ contrainte critique calculée avec } Q=0)$

Courbe de traction d'un acier 316L à 20°C

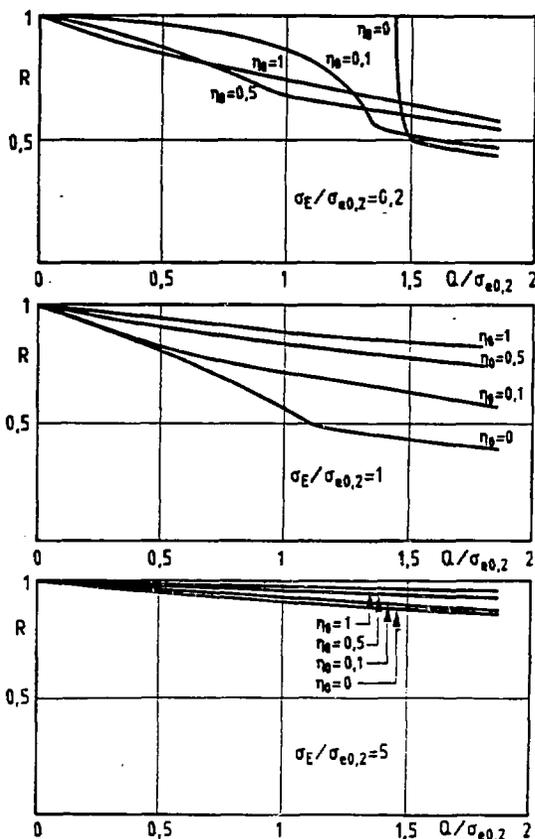
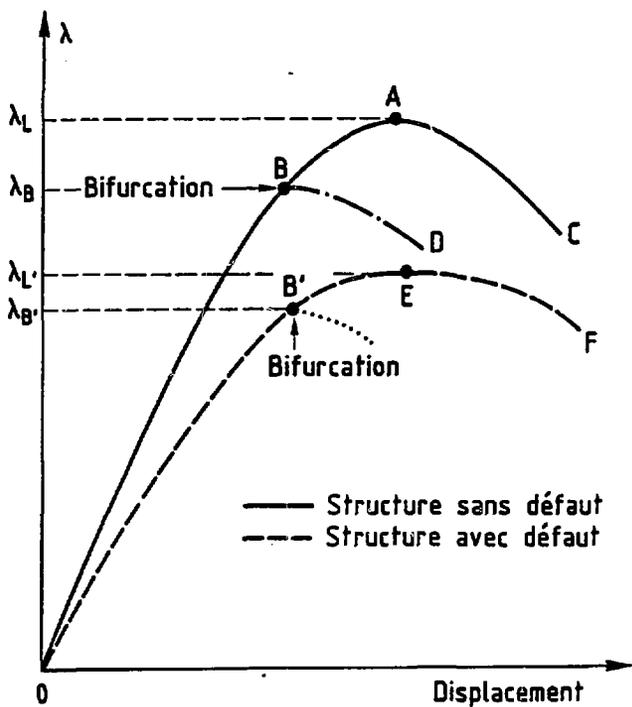


Fig. 27 - DIAGRAMMES DE GONTIER. EFFET DES DEFORMATIONS RESIDUELLES OU CONTRAINTES SECONDAIRES CONSTANTES



- $\lambda_L$  - Charge limite. Calcul incrémental sur structure parfaite
- $\lambda_B$  - Charge de bifurcation sur structure parfaite
- $\lambda_{L'}$  - Charge limite. Calcul incrémental sur structure avec défaut
- $\lambda_{B'}$  - Charge de bifurcation sur structure avec défaut

Fig. 28 - REPRESENTATION SCHEMATIQUE DES COURBES FORCES-DEPLACEMENT. CHARGE LIMITE DANS UN CALCUL INCREMENTAL ET CHARGE DE BIFURCATION

NIVEAU DE CRITERES	CHARGE IMPOSEE		DEFORMATION IMPOSEE	
	DOMMAGE	MARGE	DOMMAGE	MARGE
A	. Instabilité . Déformation progressive . Fatigue	2,5	. Fatigue	
C	. Instabilité	2		
D	. Instabilité	1,5		

Fig. 29 - REGLES DE FLAMBAGE DANS LE RCC-MR. DOMMAGES INDEPENDANTS DU TEMPS. MARGES. ARTICLE RB3270

1) Calcul élastique

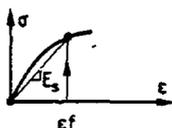
- Charge imposée  $\rightarrow M'_R$
  - Déplacement imposé  $\rightarrow m'_R$
- }  $(M+m)_R$  Moment résultant

2) Calcul de la réduction  $\alpha_2$

- Déformation équivalente résultante de flexion

$$\frac{(M+m)_R}{EZ} \cdot \frac{\eta}{4} \cdot K = \epsilon_f$$

- Détermination de  $E_s$



- Calcul de  $\alpha_2 = E_s/E$

3) Calcul du moment de flexion corrigé appliqué

$$M''_R = K(M'_R + \alpha_2 m'_R)$$

4) Calcul du moment critique de flexion. Méthode de Gérard

$$M_{Rcr}$$

5) Vérification de la règle

$$M''_R \leq M_{Rcr}$$

Fig. 30 - CALCUL DE FLAMBAGE D'UN TUBE EN FLEXION DANS LE PLAN AVEC DEFORMATION IMPOSEE.  
RCC-MR RC3670

## ANNEXE 1

### COMPARAISON ENTRE LES DIAGRAMMES HOFFMANN-GONTIER ET LE DIAGRAMME D'EFFICACITE.

Ces deux méthodes sont comparables car elles visent à déterminer la réduction de la charge critique primaire par une contrainte secondaire cyclique.

On se propose de réaliser cette comparaison en traçant les courbes calculées par Hoffmann et Gontier (H.G.) dans le diagramme d'efficacité.

Les courbes H.G. qui sont représentées par exemple dans la figure 26 ont une équation de la forme :

$$P + \lambda P + \mu \Delta Q = R_e 0,002$$

où les paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  dépendent de l'élançement de la poutre (que l'on peut évaluer par le paramètre  $\frac{PE}{R_e 0,002}$ ) et de son défaut initial  $\eta_0$ .

Le diagramme d'efficacité représenté par exemple dans la figure 21 est une courbe empirique qui vise à évaluer la contrainte primaire efficace critique en fonction des contraintes primaire  $P$  et secondaire  $\Delta Q$  appliquées. Son équation est de la forme :

$$P \text{ critique} = \frac{P}{f\left(\frac{\Delta Q}{P}\right)}$$

Si la valeur  $P$  exprime le même paramètre de chargement dans les deux études, c'est-à-dire la contrainte primaire calculée sur la géométrie parfaite et si on considère des défauts négligeables, l'examen des deux équations ci-dessus montre qu'elles ne sont pas directement comparables. Pour ce faire on propose d'appliquer la procédure suivante :

- Pour un élançement donné ( $\frac{PE}{R_e 0,002}$  donné) la contrainte primaire critique est évaluée par les diagrammes H.G. pour les

conditions défaut initial et contrainte secondaire nuls ( $\gamma_0 = 0$  et  $\Delta Q = 0$ ). On détermine alors une valeur  $\lambda_0$  du paramètre  $\lambda$  ce qui permet de calculer la contrainte primaire critique à l'aide de la relation :

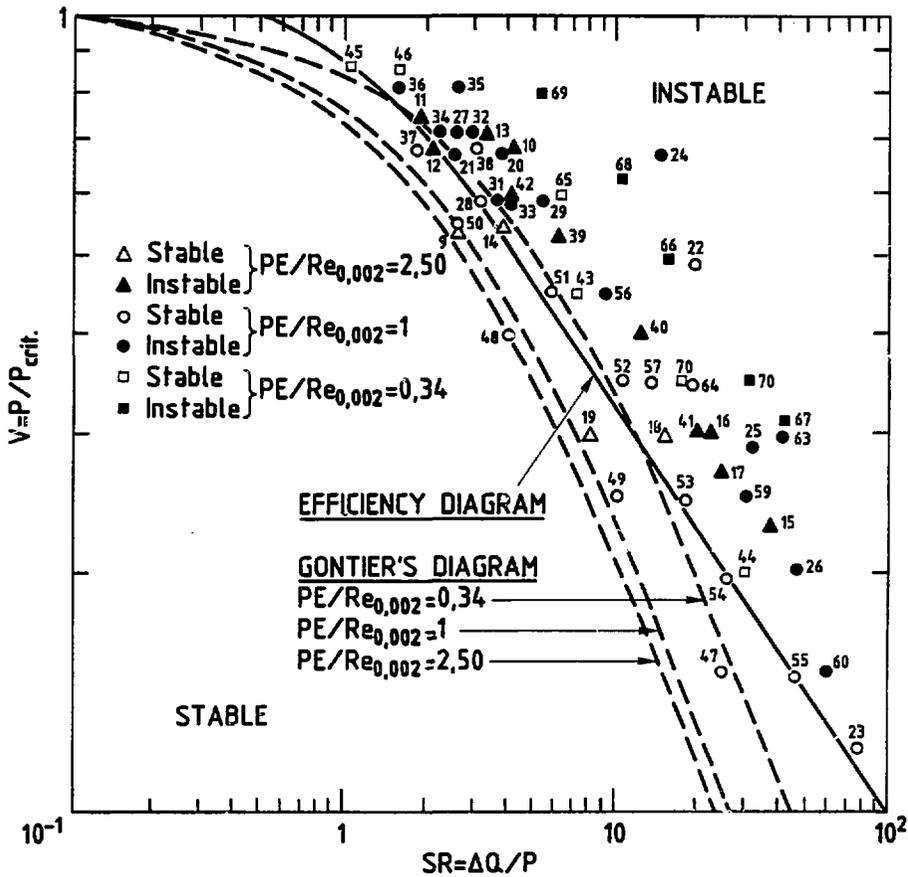
$$P \text{ critique} = \frac{R_e 0,002}{1 + \lambda_0}$$

- En substituant  $R_e 0,002$  dans cette expression et dans l'équation générale des courbes H.G. on trouve l'expression finale :

$$\frac{P}{P_{\text{critique}}} = \frac{1 + \lambda_0}{(1 + \lambda_0) + \frac{\mu \Delta Q}{P}}$$

Elle permet de tracer directement les courbes H.G. dans un diagramme d'efficacité dont les coordonnées sont  $\frac{\Delta Q}{P}$  et  $\frac{P}{P_{\text{critique}}}$ . On les a tracées dans la figure suivante pour les trois élancements :  $\frac{PE}{R_e 0,002} = 2,5 ; 1$  et  $0,34$ .

Cette figure indique que les courbes H.G. s'étagent dans le même ordre que les résultats expérimentaux suivant l'élancement. Elles sont plus conservatives généralement que le diagramme d'efficacité.



## ANNEXE 2

### COMPARAISON ENTRE LES COURBES DE GONTIER ET LA METHODE DU DEFAUT INITIAL EQUIVALENT POUR TENIR COMPTE DES CONTRAINTES RESIDUELLES

On peut comparer ces deux méthodes d'analyse qui visent à évaluer la réduction de la contrainte primaire critique due à une contrainte résiduelle ou secondaire constante dans le temps. Pour effectuer cette étude on propose d'appliquer la méthode du défaut initial équivalent au calcul de Gontier en se servant en outre du diagramme de réduction de charge due aux défauts initiaux établis par lui. La procédure suivante est appliquée.

- Pour un élanement donné ( $\frac{PE}{Re0,002}$  donné) et un défaut initial donné  $\eta_0$  la contrainte résiduelle correspondant à la méthode du défaut équivalent est donnée par la relation :

$$\frac{Q}{Re0,002} = 6 \eta_0 \frac{PE}{Re0,002}$$

- D'après les diagrammes de Gontier on peut déterminer la contrainte primaire critique pour un défaut nul =  $(P_{\eta_0=0} = \frac{Re0,002}{1 + \lambda_0})$  et pour le défaut choisi ( $P_{\eta_0} = \frac{Re0,002}{1 + \lambda}$ )
- La réduction de la charge primaire critique due à une contrainte secondaire  $Q$  est donc égale au rapport :

$$R = \frac{1 + \lambda_0}{1 + \lambda}$$

La valeur de ce paramètre  $R$  que l'on peut ainsi calculer est représentée graphiquement dans la figure suivante pour trois valeurs d'élanement ( $\frac{PE}{Re0,002} = 0,2 ; 1$  et  $2$ ) en fonction de la contrainte  $Q$ . Les diagrammes tracés par Gontier sont aussi reproduits dans cette figure.

On peut voir que la méthode du défaut initial équivalent est conservative par rapport aux calculs de Gontier sauf pour l'élancement moyen ( $\frac{P_E}{R_e} 0,002 = 1$ ) et les contraintes secondaires élevées ( $\frac{Q}{R_e} > 1$ ). Dans ce domaine particulier le flambage et la plasticité interagissent alors que dans la mise en place de la méthode du défaut initial équivalent on ne tient compte que de grands déplacements élastiques dus au flambage.

