BR8716038

IFT.S - 01/86

TEORIAS PARA A INTERAÇÃO GRAVITACIONAL

R.Aldrovandi*
Instituto de Física Teórica
Rua Pamplona, 145
01405 - São Paulo - SP

Palestra proferida no
VII Encontro Nacional de
Física de Partículas e Campos
Caxambu, MG, setembro de 1986

* Apoio da FINEP, do CNPq e do Convênio IFT-UNESP

TEORIAS PARA A INTERAÇÃO GRAVITACIONAL

R.Aldrovandi*
Instituto de Física Teórica
Rua Pamplona,145
01405-São Paulo-SP

Palestra proferida no
VII Encontro Nacional de
Física de Partículas e Campos
Caxambu, MG, setembro de 1986

---

*Apoio da FINEP,do CNPq e do Convênio IFT-UNESP

TEORIAS PARA A INTERAÇÃO GRAVITACIONAL

Os últimos anos têm testemunhado um progressivo aumento de interesse em modelos para a interação gravitacional, apresentados como alternativas para a teoria de Einstein. Uma indicação desse interesse é o fato de ter sido este o tópico que maior número de contribuições obteve (cerca de oitenta) na recente "11ª Conferência Internacional sobre Relatividade Geral e Gravitação" (GR11) realizada em Estocolmo em julho último. Faremos aqui uma rápida resenha do assunto, com ênfase pronunciada para o subtópico dos modelos ditos "de gauge", que têm sido os mais numerosos.

1. A Situação Experimental

Examinemos de início a situação presente do ponto de vista experimental, tendo por referência o "modelo padrão" para a gravitação, a teoria einsteiniana conhecida pelo nome algo infeliz de "Relatividade Generalizada" (RG). Comecemos por dizer honestamente: não há razão experimental alguma para se procurar outra teoria. A RG se porta muito bem com respeito a todas as experiências realizadas. Houve grande melhoria quanto à precisão das medidas nos últimos anos. Vejamos como andam os chamados "testes clássicos" da teoria[1]:

a) o desvio gravitacional para o vermelho:

as medidas solares e estelares são consideradas pouco fiáveis pelos experimentais; a experiência de Pound-Rebka, originariamente com erro estimado de 5%, foi bastante amelhorada: atualmente, ela confirma as previsões da RG dentro de um erro estimado de 0.1%.

b) a precessão de Mercúrio:

ignora-se o momento de quadrupolo do sol; se ele for desprezível, as medidas realizadas também confirmam a RG a menos de 0.1%; há experiências propostas para medir o momento, utilizando veículos espaciais.

c) o encurvamento do raio luminoso:

oticamente, há um erro de 10%, devido às dificuldades na determinação do instante exato da eclipse da fonte pelo sol;consegue-se melhorar isso de um fator 10 pela radiointerferometria,desprezando-se os eventuais efeitos de plasma da corona solar.

d) o retardamento do eco de radar:

talvez o mais limpo e preciso dos testes, já que nele tudo é reduzido a uma medida de tempo - tipo de medida que alcança uma precisão muito alta; depende no entanto de um conhecimento detalhado da topografia do planeta utilizado, bem como dos parâmetros do sistema solar; aceitando por certos os valores atualmente conhecidos, as medidas feitas confirmam a RG com um erro de 0.1%.

Põe-se muita esperança em novos tipos de teste nos próximos anos, principalmente do estudo dos pulsares rápidos (atualmente confirmando a RG a uns 3%) e dos sistemas binários.

Falando de um modo geral e sem excessivo otimismo, a RG está em pleno acordo com os resultados experimentais dentro de erros inferiores a 1%. É claro que se pode discutir longamente o significado de cada medida. Experiências do tipo Pound-Rebka, por exemplo, testam apenas um aspecto da RG (o princípio de equivalência) e os demais testes se referem a uma única solução das equações de Einstein (a de Schwarzschild). De qualquer forma, pode-se pelo menos dizer que nenhum resultado experimental existe exigindo uma nova teoria. Este é o primeiro argumento comumente utilizado contra a busca de modelos alternativos.É um argumento,embora se possa lembrar que,se aceito por Einstein em sua época, a própria RG não teria nascido. Nada havia então que se opusesse fortemente à teoria newtoniana do ponto de vista experimental. As razões que o levaram a procurar uma teoria alternativa eram puramente teóricas: a teoria de Newton era inconsistente com a Relatividade Restrita, que Einstein já via como a base sobre a qual as demais teorias deveriam se fundar. Foi sobre essa pedra, realmente, que a Física moderna se estabeleceu. Em particular, do casamento da Relatividade Restrita com a Mecânica Quântica nasceu a Teoria Quântica dos Campos, que vem alcançando suces-

sivas vitórias na descrição das interações fundamentais.
E vem daí um primeiro argumento contra a RG , vago e puramente teórico: a "teoria padrão" parece ser inconsistente com a teoria dos campos. Antes porém de passar a esse tópico, lembremos de passagem o assunto experimental da moda: medidas da constante de Newton, realizadas em minas a centenas de metros de profundidade, dão um valor sistematicamente superior (de cerca de 1%) aos valores obtidos em superfície. Tais resultados são corroborados por medidas preliminares feitas sob o oceano[2]. O assunto será objeto de grande atividade nos próximos anos. Uma primeira lição que vem disso independe da conclusão final a que se venha a chegar e diz respeito apenas a uma questão de atitude geral: mesmo os nossos conhecimentos melhor estabelecidos estão sujeitos a uma possível revisão. Uma segunda é mais específica - os resultados sugerem ser a gravitação menos conhecida do que se pensa. Mesmo que descrita pela RG, pode acontecer que ela venha acompanhada por alguma outra interação.
E afinal, "ataques" contra uma teoria que se porta bem podem ser de utilidade no seu aprimoramento. No século XVIII, as críticas de Euler à teoria de Newton levaram a um esforço que resultou numa formulação mais apropriada.

2. As Posições Conservadoras

A crítica à RG baseada em argumentos quânticos apresenta várias dificuldades. Inicialmente, ela se defronta à

A) Primeira posição conservadora: declara ser a gravitação uma interação à parte, distinta das demais - é essencialmente clássica e quantizá-la não faz sentido. Essa posição busca suas raízes em muitos terrenos. Pode ser um ponto de vista apriorístico: a gravitação tem um status diverso das demais interações, ela "organiza" o espaço-tempo, monta o palco em que as outras virão a desempenhar os seus papéis. É clássica ab initio. Pode também, esta posição, se soccorrer da Mecânica Quântica: nas idéias de Bohr sobre o processo de medida, algo há de permanecer clássico... Mais atraente para os físicos habituados às teorias quantizadas é a linha inspirada nas idéias de Sakharov[3]: a gravitação emergiria como um efeito dos vácuos das demais interações. Como tal, ela serve também aqui de pano de fundo, necessàriamente clássico. A veracidade dessa posição é, em princípio, demonstrável: a RG poderia ser deduzida do estudo dos vácuos dos campos quantizados. Infelizmente, os cálculos envolvidos bordam o impraticável e a possibilidade de concretização do programa é vista com ceticismo. Resumindo, esta primeira posição conservadora diz ser a gravitação essencialmente clássica, por uma razão ou outra.

B) A segunda posição conservadora aceita a necessidade de se quantizar o campo gravitacional mas investe contra os métodos habituais de quantização[4] e defende a quantizabilidade da própria RG. Para se falar disso é preciso justificar o termo "vago" utilizado acima com referência ao argumento de que a RG é inconsistente com a teoria dos campos quantizados. O ponto é que os métodos habituais de quantização são todos fundamentalmente perturbativos. Sendo o acoplamento gravitacional extremamente fraco, esperar-se-ia que tais métodos funcionassem no caso. O fato é que não funcionam: do ponto de vista perturbativo, a RG é inescapavelmente não-renormalizável, quer dizer, é uma teoria doente, que não faz sentido nas ordens superiores da quantização perturbativa. A razão mais visível do problema é o fato da constante de Newton ter dimensão. Grosseiramente falando, uma constante de acoplamento dimensionada leva sempre à não-renormalizabilidade. Note-se porém que o argumento é estritamente perturbativo. Pode acontecer que, se quantizada por algum outro método, a RG se mostre finalmente sadia. Sabe-se hoje que a Lagrangeana final de uma teoria, depois de quantizada e renormalizada, pode apresentar aspectos muito diferentes dos da teoria clássica da qual se parte. Algum progresso foi feito em quantização por métodos semiclássicos, mormente por Hawking e colaboradores. Caminhos outros (quantização geométrica, utilização de idéias vindas da topologia algébrica, quantização estocástica...) estão sendo

tentados. Essa linha, designada usualmente pelo nome genérico de "Quantum Gravity", é esposada pela maioria dos mais brilhantes especialistas em gravitação. Por enquanto, porém, não se pode dizer ter havido algum sucesso realmente animador.
Resumindo a posição conservadora: a gravitação é diferente. Ou porque não deva ser quantizada ou porque deva ser quantizada diferentemente.
Um status diferente para a gravitação contraria, é claro, o velho sonho de unificação de todas as interações. É difícil hoje em dia deixar de crer que a gravitação tenha aspectos muito próprios, mas isso também é verdade para as demais interações. A gravitação será certamente "diferente" mas, para os que julgam a unificação desejável, seria necessário que ela fosse "menos diferente" do que a RG diz que ela é.

3. Alguns problemas clássicos

Mesmo do ponto de vista clássico, a RG apresenta algumas dificuldades. Ao nível semiclássico, é hoje geralmente admitido que a introdução de partículas com spin exige a presença de torção[5], que não é contemplada na RG. Isso levou à introdução de modificações na teoria: o espaço-tempo não é mais puramente Riemanniano, a conexão passa a ser assimétrica embora ainda preserve a métrica (espaços de Einstein-Cartan)[6]. A dificuldade pode ser vista no problema seguinte: imagine-se uma partícula de spin 2 (por exemplo, um núcleo de spin 2). Que campo gravitacional criará? A resposta da RG será dada pela solução das equações do problema:

$$R_{\mu\nu} - (1/2) g_{\mu\nu} R = kT_{\mu\nu} \tag{1}$$

$$D^{\lambda} D_{\nu} h_{\mu\lambda} + D^{\lambda} D_{\mu} h_{\nu\lambda} - D^{\lambda} D_{\lambda} h_{\mu\nu} - D_{\mu} D_{\nu}\, g^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} + m^2 h_{\mu\nu} = 0 \tag{2}$$

A primeira é a equação de Einstein com a fonte $T_{\mu\nu}$ = densidade de energia-momento da partícula. A segunda é a equação para o campo $h_{\mu\nu}$ que representa a partícula (D_{μ} é a derivada covariante). Acontece que esse sistema de equações não tem solução: a condição de integrabilidade[7] para (2) é $R_{\mu\nu}=0$, e portanto $T_{\mu\nu}=0$. O campo $h_{\mu\nu}$ não pode criar gravitação (o mesmo sucede com partículas de spin 3/2).

Outra dificuldade está no limite newtoniano: embora não haja dúvidas de que que a equação de Newton seja obtida no limite devido, há uma crescenteimpressão (advinda da certeza dos que examinaram a questão detidamente) de que o mesmo não acontece com outros aspectos da teoria[8]. Mais precisamente, as integrais de movimento não seriam as mesmas[9]. Essa crítica faz parte do violento ataque contra a RG dirigido nos últimos anos por um grupo da Universidade de Moscou (Logunov e colaboradores)[10] e que acendeu uma grande polêmica entre os físicos soviéticos. A defesa da RG, feita por Faddeev[11], não eliminou todos os problemas. Em particular, o campo gravitacional só é bem definido se se impuzer condições restritivas no infinito: o espaço deve ser assintoticamente plano. Sistemas autoligados, como o universo fechado, são inaceitáveis. O cerne da questão está num velho problema, já apresentado por Schrödinger em 1918 - a densidade de energia do próprio campo gravitacional está mal definida. A dificuldade é provavelmente de natureza mais geral, já que um problema análogo aparece nas teorias de gauge (a densidade de cor dos gluons é mal definida). A indefinição do tensor de energia-momento do campo gravitacional faz com que a RG não seja uma teoria de campo no sentido estrito da palavra. Quando se pergunta, por exemplo, em que região do espaço-tempo um certo campo está presente, a teoria de campos responde: lá onde $T_{\mu\nu}\neq 0$. Ademais, os campos devem descrever completamente o sistema. Na RG , o campo fundamental é a própria métrica mas sabe-se que as partículas de spin 1/2 se acoplam às tetradas, que contém mais do que a métrica.

Um argumento que já foi usado contra a RG parece ter mudado de partido: o fato de, nas soluções das suas equações, aparecerem singularidades inevitáveis. Com o tempo, descobriu-se tanta coisa interessante nas proximidades das singularidades que estas aparecem hoje menos como defeitos do que como aspectos que enriquecem o conteúdo da teoria.

4. A escolha do grupo de gauge

A busca de modelos novos para a interação gravitacional começou com simples variantes da RG. Qualquer modelo deverá, de qualquer forma, respeitar o sucesso experimental resumido no §1. Se a RG tem sucessos e defeitos, o procedimento natural será ir corrigindo estes aos poucos. Por outro lado, o grande sucesso das teorias de gauge (TG) para as outras interações indica uma direção preferencial a tomar. Infelizmente, a maioria das tentativas usa a expressão "teoria de gauge" em um sentido muito vago: basta que um modelo apresente um espaço se deslocando sobre o espaço-tempo para ser chamado de modelo de gauge. Estão neste caso as muitas "demonstrações" de que a própria RG é uma teoria de gauge, a começar pelo trabalho pioneiro de Utiyama[12]. Hoje em dia, tem-se uma boa idéia da extrema rigidez das teorias de gauge. Nem tudo é uma teoria de gauge! Há muita simetria numa TG, além daquela que lhe dá o nome. Essa rigidez é mais visível nos tratamentos das TG em reticulados onde as simetrias suplementares são bastante exploradas[13]. E a grande qualidade das TG, a renormalizabilidade, se perde facilmente com qualquer alteração. Um exemplo dessa rigidez está no relacionamento entre as identidades de Bianchi e as equações de campo. Existem duas derivações simples sobre uma variedade diferencial, a derivada e a coderivada. As identidades de Bianchi dizem que a derivada covariante da curvatura (ou tensor de campo) é nula. As equações de campo (ou de Yang-Mills) dizem que, na ausência de fontes externas, também a coderivada covariante é nula. As equações da campo tem assim um sentido geométrico muito preciso e não podem ser modificadas a bel prazer. Outra simetria respeitada pelos campos de gauge é a invariancia sob transformações conformes, o que se deve ao fato de a métrica do espaco-tempo comparecer nas equações de uma forma muito especial. A imensa maioria dos modelos propostos desrespeita essas simetrias adicionais.

Há dois tipos de argumento geral a favor de modelos de gauge:

1. as tentativas de renormalização da RG, ao nível de um loop, levam à necessidade de contratermos quadráticos na curvatura, a Lagrangeanas do tipo $(-g)^{1/2}(\Lambda + aR + bR_{\alpha\beta\mu\nu} R^{\alpha\beta\mu\nu} + cC_{\alpha\beta\mu\nu} C^{\alpha\beta\mu\nu})$, onde Λ é a constante cosmológica, $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ é o tensor de curvatura, R o escalar de curvatura e $C_{\alpha\beta\mu\nu}$ o tensor de Weyl[14]. Essa Lagrangeana leva, porém a equações de ordem superior a dois. As TG têm Lagrangeanas quadráticas na curvatura mas levam a equações de segunda ordem nos campos fundamentais (que são conexões e não métricas).

2. As demais interações são regidas por teorias de gauge. É portanto natural o interesse em modelos de tal tipo. Há outra idéia-guia, herdada da RG :a gravitação está, mais do que as outras interações, ligada à estrutura do próprio espaço-tempo. As TG bem sucedidas, como o modelo de Weinberg-Salam e a cromodinâmica, têm as suas transformações de gauge atuando em espaços "internos": ou a própria álgebra de Lie do grupo de gauge ou espaços de multipletos aos quais pertencem os campos descrevendo as partículas elementares. Um outro ponto importante é que os grupos de gauge são "classificantes": suas representações, seus multipletos, classificam as partículas elementares. Assim, ao se procurar um modelo de gauge para a gravitação, a primeira coisa a se tentar será um grupo classificante das partículas elementares e que seja ademais estreitamente relacionado ao espaço-tempo. Dos grupos ligados ao espaço-tempo,quase todos foram tentados: o de Lorentz [15,16,17] e o conforme[18] não são classificantes para todas as partículas. Na verdade as partículas são, no que diz respeito ao espaço-tempo, classificadas pela massa e pelo spin.Esses dois são operadores invariantes do grupo de Poincaré, que aparece assim como o candidato mais natural. Aliás, uma pequena crítica suplementar à RG seria a seguinte: ela tem como fonte das equações de campo o tensor de energia-momento, invariante de Noether referente às translações do espaço-tempo. Esquece a densidade de spin, invariante de Noether relativo às transformações de Lorentz. As TG usam como fontes precisamente as correntes de Noether e um modelo de Poincaré levaria igualmente em conta translações e (pseudo-)rotações. Outros grupos atuantes no espaço-tempo, bem

menos estudados porque aparentemente menos naturais, são os dois grupos de de Sitter. O grupo de Poincaré é uma espécie de deformação (uma contração de Inönü-Wigner) desses grupos. Eles podem vir a ser classificantes, as suas representações parecendo se aproximar tanto quanto se queira das de Poincaré quando a deformação é realizada. Modelos para Poincaré foram introduzidos há muito tempo[19,20]. Sofreram alguns pesados ataques[21] mas o ponto crítico estava no uso que se fazia das tetradas como potenciais de gauge. Escapam a essas críticas os modelos [20] utilizando as partes não triviais das tetradas como potenciais.

É claro que tudo isso encaminharia uma certa unificação. Se a gravitação fosse descrita por um modelo de Poincaré, teríamos todas as interações descritas por teorias de gauge envolvendo grupos classificantes.

5. As dificuldades com o grupo de Poincaré

Dado um grupo qualquer com constantes de estrutura $f^a{}_{bc}$, as equações de campo para a TG que o tem como grupo de gauge serão, na ausência de fontes,

$$(\delta^a_c \partial_\mu + f^a{}_{bc} A^b{}_\mu) F^{c\mu\nu} = 0 \quad . \tag{3}$$

Aqui, $A^a{}_\mu$ é o potencial de gauge e $F^c{}_{\mu\nu}$ é o tensor de campo, a derivada covariante de A^c_ν. Usualmente, essas equações são obtidas da Lagrangeana quadrática

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \gamma_{ab} F^{a\mu\nu} F^b{}_{\mu\nu} \quad , \tag{4}$$

onde $\gamma_{ab} = f^c{}_{ad} f^d{}_{bc}$ é a métrica de Killing-Cartan. Assim, se se quizer construir um modelo de gauge para o grupo de Poincaré, pode-se imediatamente escrever as equações de campo. O grupo de Poincaré é um produto semi-direto do grupo de Lorentz pelo grupo das translações no espaço-tempo, $P = L \oslash T^{3,1}$. Por causa disso, as equações se separam em dois conjuntos: um para as componentes $F^{\alpha\beta}{}_{\mu\nu}$, com índices $(\alpha\beta)$ relativos ao grupo L e outro com índices (α) para os campos $\mathcal{F}^\alpha{}_{\mu\nu}$ relativos às translações. Com potenciais respectivos $A^\alpha{}_\mu$ e $B^\alpha{}_\mu$, tem-se

$$\partial_\mu F^{\alpha\beta\mu\nu} - A^\alpha{}_{\gamma\mu} F^{\gamma\mu\nu} + F^\alpha{}_\gamma{}^{\mu\nu} A^{\gamma\beta}{}_\mu = 0 \qquad (5)$$

$$\partial_\mu \mathcal{G}^{\alpha\mu\nu} - A^\alpha{}_{\gamma\mu} \mathcal{G}^{\gamma\mu\nu} + F^\alpha{}_\gamma{}^{\mu\nu} B^\gamma{}_\mu = 0 \qquad (6)$$

Estamos esquecendo deliberadamente os termos de fonte.Eles criarão dificuldades para a renormalizabilidade mas essas dificuldades serão comuns a todos os grupos atuando no espaço-tempo e queremos aqui mostrar problemas específicos ao grupo P. Tais problemas vem precisamente de seu caráter de produto semi-direto. Em outras palavras, P não é um grupo semisimples. Nesse caso, a métrica γ_{ab} é degenerada e a Lagrangeana (4) não mais faz sentido. O reflexo natural é procurar outra Lagrangeana. A quase totalidade dos modelos propostos faz exatamente isso: parte de uma Lagrangeana supostamente invariante sob transformações de P "gaugificadas", ou seja, com parâmetros dependentes da posição no espaço-tempo. Sintomaticamente, nenhuma delas chega às equações (5,6) e é assim difícil afirmar que sejam realmente teorias de gauge. A dificuldade está exatamente aí: pode-se demonstrar[22] que as equações (5,6) não provêm de Lagrangeana alguma. Caso isso pareça extranho, é bom lembrar que existem equações na Física que não tem Lagrangeana (a mais famosa é a de Navier-Stokes). Na verdade, pode-se mostrar que as equações (3) só tem Lagrangeana se o grupo for ou abeliano ou semisimples[23]. Assim, a dificuldade está no caráter de P. Uma teoria não-Lagrangeana é certamente um escândalo em teoria de campos. onde se utiliza a Lagrangeana para quase tudo - para quantizar, por exemplo. Bem, é possível se quantizar a partir das equações, embora então a intredução dos "ghosts" seja mais difícil. Aparece aí a dificuldade final: pode-se mostrar[24] que, para as equações (5,6) a quantização à la Feldman-Yang conduz a uma inconsistência insanável. Os vértices da teoria não são bem definidos, eles são diferentes quando olhados de canais diferentes. Nesse caso, a teoria nem pode ser quantizada!

Resumindo: as teorias baseadas no grupo de Poincaré

1) ou são Lagrangeanas e não são de gauge;

2) ou são de gauge mas nem Lagrangeanas nem quantizáveis.

Pode-se procurar remediar tudo isso introduzindo "contratermos" nas equações (5,6) , para torná-las consistentes no que diz respeito aos vértices (em geral põe-se contratermos na Lagrangeana, mas aqui só as equações estão disponíveis...). Verifica-se que, quando os termos necessários à consistência são acrescentados, as equações se tornam também Lagrangeanas. Resulta uma teoria complicada, mas pelo menos quantizável. E ocorre então um fato curioso: ao se analizar a renormalizabilidade, descobre-se ser necessário ainda um contratermo; e, uma vez acrescentado esse contratermo à Lagrangeana da teoria complicada, o que resulta é um modelo de gauge para os grupos de de Sitter.

Assim, o modelo de gauge para um grupo de de Sitter aparece como uma versão corrigida, "funcionalmente regularizada" do modelo para o grupo de Poincaré. Isso justificaria um estudo mais aprofundado das teorias com o grupo de de Sitter como grupo de gauge.

Referências

1.J.H.Taylor:"Astronomical and Space Experiments to Test Gravity Theories", a aparecer nos Proceedings da "11ª GR Conference"

2.F.D.Stacey, mesmos Proceedings

3.S.L.Adler. Rev.Mod.Phys.54(1982)729

4.Qualquer dos livros saídos na série "Quantum Gravity",ed.C.J.Isham, Oxford U.Press

5.F.W.Hehl, Found.Phys.15(1985)451

6. - - - -, "On the gauge field theory of gravitation", IAS,Dublin, 1981

7.M.Dubois-Violette, Phys.Lett.119B(1982)157

8.J.Ehlers, mesmos Proceedings de ref.1

9.V.I.Denisov e A.A.Logunov, Theor.Math.Phys.45(1980)291

10.Ver, por exemplo,A.A.Logunov et al.,Theor.Math.Phys.40(1979)753

11.L.D.Faddeev, Sov.Phys.Uspekhi 25(1982)130

12.R.Utiyama, Phys.Rev.101(1956)1597

13.P.Becher e H.Joos, Z.Phys.C15(1982)343

14.K.S.Stelle Phys.Rev.D16(1977)953

E.Sezgin e P.van Niewenhuizen,Phys.Rev.D21(1980)3269

15.C.N.Yang,Phys.Rev.Lett.33(1974)445

16.M.Camenzind,Phys.Rev.D18(1978)1068;J.Math.Phys.19(1978)624;
Gen.Rel.Grav.9(1978)661

17.M.Carmeli e M.Kaye, Annals of Phys.(NY)113(1978)177

18.C.Fronsdal, Phys.Rev.D30(1984)2081

19.D.W.Sciama,in 'Recent Developments in General Relativity',Pergamon,Oxford,1962

20.T.W.B.Kibble, J.Math.Phys.2(1961)212

21.D.Ivanenko e G.Sardanashvily, Phys.Reports 94(1983)1

22.R.Aldrovandi e J.G.Pereira, Phys.Rev.D33(1986)2788

23.R.Aldrovandi e J.G.Pereira, "Existence of Lagrangeans for the Yang-Mills Equations", preprint IFT

24.R.Aldrovandi e J.G.Pereira, "Quantization of the Poincaré gauge model", preprint IFT