Ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции
Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова

Д.Х. Морозов, П.Н. Юшманов

ИАЭ-4357/6

ВРАЩЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

Москва — ЦНИИатоминформ — 1986

РУБРИКАТОР ПРЕПРИНТОВ ИАЭ

1. Общая, теоретическая и математическая физика
2. Ядерная физика

3. Общие проблемы ядерной энергетики
4. Физика и техника ядерных реакторов
5. Методы и программы расчета ядерных реакторов

6. Теоретическая физика плазмы
7. Экспериментальная физика плазмы и управляемый термоядерный синтез
8. Проблемы теормядерного реактора

9. Физика конденсированного состояния вещества
10. Физика низких температур и техническая сверхпроводимость
11. Радиационная физика твердого тела и радиационное материаловедение

12. Атомная и молекулярная физика
13. Химия и химическая технология

14. Приборы и техника эксперимента
15. Автоматизация и методы обработки экспериментальных данных
16. Вычислительная математика и техника

Индекс рубрики дается через дробь после основного номера ИАЭ.

Ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции
Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова

Д.Х. Морозов, П.Н. Юшманов

ВРАЩЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ

Москва
1986

УДК 533.95; 621.039.626

Ключевые слова: токамак, вращение плазмы, неоклассическая теория, диффузия, аномальные процессы.

Данная работа представляет собой не столько обзор литературы, сколько простое полукачественное изложение неоклассической теории вращения плазмы в токамаке с малыми (по сравнению с тепловой) скоростями. Основной язык работы — язык гидродинамики, позволяющий проследить законы сохранения и связь между релаксацией тороидального импульса и процессами диффузии плазмы. Кинетические коэффициенты вычисляются с помощью простых газокинетических оценок, а для справок приведены их значения, полученные из решения кинетического уравнения. Кратко изложены результаты неоклассической теории для вращения плазмы с большими скоростями. Обсуждается также роль аномальных процессов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Релаксация вращения плазмы в токамаке теснейшим образом связана с процессами диффузии поперек магнитных поверхностей. Механизм диффузии до сих пор изучен недостаточно, и исследования вращения могли бы дать много ценной информации о характере процессов переноса, особенно аномальных, при которых диффузия не является автоматически амбиполярной. Такая диффузия, как будет видно из дальнейшего, определяет времена релаксации тороидального вращения.

Цель работы — дать обзор современного состояния неоклассической теории вращения плазмы и его связи с диффузией, получить с помощью простых качественных соображений основные неоклассические эффекты, получаемые обычно из решения кинетического уравнения, и, наконец, выделить роль аномальных процессов, влияющих одновременно на перенос как импульса, так и вещества.

Для описания плазмы мы будем пользоваться уравнениями многожидкостной магнитной гидродинамики. Магнитное поле токамака будем описывать стандартным образом: $\vec{B} = \vec{B}_T + \vec{B}_p$, где $\vec{B}_T = \vec{e}_T F(\psi)/R$, $\vec{e}_T = R\nabla\zeta$ — единичный вектор вдоль обхода по большому радиусу, ψ — полоидальный поток, R — расстояние до оси тора; $\vec{B}_p = [\nabla\zeta, \nabla\psi]$. Будем полагать $\epsilon = r/R \ll 1$, $B_p/B_T \ll 1$.

В обычном для токамака режиме, когда гирочастота ионов много больше частоты столкновений, скорость дрейфа частиц в полоидальном и тороидальном направлениях много больше скорости диффузии в радиальном направлении, определяемой частотой столкновений, поэтому при расчетах можно пользоваться теорией возмущений.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ. БАЛАНС СИЛ И РАДИАЛЬНЫЕ ПОТОКИ

Согласно [1] будем считать, что вращение плазмы происходит со скоростями, много меньшими тепловых, когда это не оговорено особо. Тогда уравнения гидродинамики имеют вид

$$m_j n_j \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} = -\nabla p_j - \nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi} + e_j n_j \left\{\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{u}_j, \vec{B}]\right\} + \vec{R}_j. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{u}_j$ — макроскопическая скорость частиц сорта j, $\vec{R}_j$ — сила трения, действующая на частицы сорта j, остальные обозначения стандартные.

Давление p_j, тензор вязкости $\overleftrightarrow{\pi}_j$ и силу трения $\vec{R}_j$, которые содержат высшие моменты, следует определять из кинетического уравнения.

В уравнении (1) мы пренебрегли нелинейным членом $m_j n_j (\vec{u}_j \nabla) \vec{u}_j$. В первом по ρ/a приближении, когда радиальная составляющая скорости равна нулю, этот член начинает давать вклад в усредненные по магнитной поверхности уравнения лишь при скоростях вращения порядка тепловых.

Поток ионов сорта j в радиальном направлении $\Gamma_j = \langle n_j u_j \cdot \nabla\psi \rangle$ можно получить, умножив уравнение (1) скалярно на $R^2 \nabla\zeta$ и усреднив по магнитной поверхности. Под усреднением по магнитной поверхности мы будем понимать следующую операцию:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{V'} \int \frac{A\, dl_p}{B_p},$$

где $V' = \int dl_p / B_p$, dl_p — элемент длины в полоидальном направлении. Однако предварительно выделим из силы трения чисто кулоновскую часть: $\vec{R}_j^c = \vec{R}_j - \vec{R}_{jan}$. Уравнение (1) тогда принимает вид

$$\Gamma_j = \Gamma_{jp} + \Gamma_{jR} + \Gamma_{j\pi} + \Gamma_{jan}\,. \qquad (2)$$

Здесь полный поток Γ_j представлен в виде суммы четырех различных потоков. Γ_{jR} — поток, связанный с кулоновским трением и пинчеванием в тороидальном электрическом поле:

$$\Gamma_{jR} = -\frac{c}{e_j} \langle R^2 \nabla\zeta \cdot \vec{R}_j^c \rangle - c \langle n_j R^2 \nabla\zeta \cdot \vec{E} \rangle. \qquad (3)$$

Легко видеть, что $\sum_j e_j \Gamma_{jR}$, так как $\sum_j \vec{R}_j^c = 0$. Появление такого сорта потоков не приводит к вытеканию суммарного заряда из объема и появлению радиального электрического поля, т.е. такие потоки автоматически амбиполярны.

Γ_{jp} — поляризационный поток, связанный с инерцией:

$$\Gamma_{jp} = \frac{c m_j}{e_j} \langle n_j R^2 \nabla\zeta \cdot \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} \rangle. \qquad (4)$$

$\Gamma_{j\pi}$ — поток, связанный с неоклассическим вязким переносом тороидального импульса поперек магнитных поверхностей:

$$\Gamma_{j\pi} = \frac{c}{e_j} \langle R^2 \nabla\zeta \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\pi}_{neo} \rangle, \qquad (5)$$

где $\overleftrightarrow{\pi}_{neo}$ — неоклассический тензор вязкости.

Наконец, Γ_{jan} — поток, связанный с аномальными процессами: трением о нейтральный газ и о флуктуации, аномальной вязкостью и т.п.:

$$\Gamma_{j\,an} = -\frac{c}{e_j}\langle R^2 \nabla\zeta \cdot (\vec{R}_{j\,an} - \nabla \cdot \overleftrightarrow{\pi}_{an})\rangle. \tag{6}$$

Пренебрежем медленными (с диффузионными временами) изменениями плотности. Тогда, умножив уравнение (1) на $R^2\nabla\zeta$ скалярно, просуммировав по j и усреднив по магнитной поверхности, мы получим уравнение, определяющее релаксацию полного, т.е. кинематического плюс электромагнитного тороидального момента. Действительно, член $\sum_j e_j/c\langle R^2 n_j[\vec{u}_j,\vec{B}].\nabla\zeta\rangle$ с учетом представления $\vec{B}$ легко преобразуется к виду $(1/c)\ \langle\vec{j}.\nabla\psi\rangle$. Из уравнения непрерывности и $\mathrm{div}\vec{E} = 4\pi\sum_j e_j n_j$ получаем

$$\mathrm{div}\,(4\pi\vec{j} + \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}) = 0.$$

Проинтегрировав это уравнение по объему, ограниченному поверхностью $\psi = \mathrm{const}$, получаем

$$\langle\vec{j}\cdot\nabla\psi\rangle = -\frac{1}{4\pi}\langle\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot\nabla\psi\rangle.$$

Член $\sum_j e_j n_j \vec{E}.\nabla\zeta$ зануляется вследствие квазинейтральности, а член $\sum_j \nabla p_j.\nabla\zeta$ равен нулю вследствие тороидальной симметрии. В результате получаем

$$\frac{\partial P_\tau}{\partial t} = -\sum_j \frac{e_j}{c}(\Gamma_{j\pi} + \Gamma_{j\,an}). \tag{7}$$

Здесь P_τ — полный тороидальный момент импульса:

$$P_\tau = \sum_j \langle m_j n_j R^2 \vec{u}_j\cdot\nabla\zeta + \frac{\vec{E}\cdot\nabla\psi}{4\pi}\rangle.$$

Отсюда видно, что вклад в релаксацию тороидального импульса дают только те радиальные потоки, которые не являются автоматически амбиполярными.

Уравнение для релаксации полоидального вращения удобно получить, умножив уравнение (1) скалярно на $\vec{B}$:

$$\sum_j m_j n_j \langle\vec{B}\cdot\frac{\partial\vec{u}_j}{\partial t}\rangle = -\sum_j \langle\vec{B}\cdot\nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi}_j\rangle + \sum_j \langle\vec{B}\cdot\vec{R}_j\rangle. \tag{8}$$

В первом по ρ/a приближении (ρ — ларморовский радиус) скорость компонента j, пользуясь уравнением (1), можно представить в виде [1]

$$\vec{u}_j = K(\psi)\vec{B} + WR^2\nabla\zeta , \qquad (9)$$

где K_j и W_j являются функциями магнитной поверхности:

$$K_j(\psi) = \frac{\vec{u}_j\cdot\vec{B}_p}{B_p^2} , \qquad (10)$$

$$W_j(\psi) = -\frac{T_j}{m_j\Omega_j}\left(\frac{p_j'}{p_j} + \frac{e\varphi'}{T_j}\right)B. \qquad (11)$$

Здесь Ω_j — ларморовская частота, а штрих означает производную по ψ. Величина K_j является функцией только магнитной поверхности лишь в случае аксиально симметричного токамака. В этом приближении можно считать $n = n\ (\psi)$. Тогда уравнение непрерывности имеет вид

$$\nabla\cdot\vec{u}_j n_j = n_j\nabla K\cdot\vec{B} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\zeta}n_j W_j R = 0 , \qquad (12)$$

и ввиду симметрии по ζ можно написать $\vec{B}.\nabla K = 0$. Таким образом, в аксиально-симметричном случае $K = K\,(\psi)$.

Итак, в первом по ρ/a приближении скорость $\vec{u}_j$ представляется в виде суммы чисто продольного и чисто тороидального движений. Последнее определяется перпендикулярным дрейфом в полоидальном поле. Умножив уравнение (9) на $R^2\nabla\zeta$ скалярно и усреднив по магнитной поверхности, получаем в другой форме

$$W_j = \langle R^2\nabla\zeta\cdot\vec{u}_j\rangle - K_j(\psi)\frac{RB_T}{\langle R^2\rangle} . \qquad (13)$$

Подставим скорость (9) — (13) в уравнение (8) и в результате получим

$$\sum_j m_j n_j \frac{\partial}{\partial t}\left[(1 + 2\hat{q}^2)\langle\vec{u}_p\cdot\vec{B}_p\rangle + RB_T\langle R^2\nabla\zeta\cdot u_j\rangle\langle R^2\rangle^{-1}\right] =$$

$$= -\sum_j\langle\vec{B}\cdot\nabla\cdot\vec{\vec{\pi}}\rangle + \sum_j\langle\vec{R}_j\cdot\vec{B}\rangle. \qquad (14)$$

Здесь $\hat{q}^2 = (\langle B_T^2\rangle - \langle B_T^{-2}\rangle^{-1})/2\langle B_p^2\rangle$ сводится к квадрату коэффициента запаса устойчивости при $\epsilon \to 0$.

Следует ожидать, что в отсутствие чрезвычайно сильных аномальных эффектов должны существовать два сильно различающихся масштаба времени: времена затуханий полоидального и тороидального вращений.

Дело в том, что полоидальная скорость $u_{jp} = K(\psi) B_p$ меняется вдоль магнитного поля, и ее затухание определяется переносом продольного импульса вдоль поля, т.е. большой продольной вязкостью [2]. Тороидальная составляющая вращения W_j тормозится поперечной вязкостью, которая определяется членами более высокого порядка по ν_j/Ω_j (ν_j — частота столкновений), и поэтому тороидальная скорость затухает на значительно более длинных временах.

3. ТОРМОЖЕНИЕ И СТАЦИОНАРНАЯ СКОРОСТЬ ПОЛОИДАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим торможение полоидального вращения с помощью уравнения (14). Как уже указывалось, здесь основную роль играет продольная вязкость и нет необходимости привлекать аномальные механизмы и возможную асимметрию токамака. Тензор вязкости достаточно вычислить в первом по ρ/r приближении. Прежде всего покажем, что в этом приближении полный тороидальный момент является интегралом движения. Для этого преобразуем выражение для тороидального момента вязких сил (см. формулу (7)), проинтегрировав его по тонкому слою толщиной $\Delta\psi$ вблизи магнитной поверхности, а затем интегрируя по частям:

$$\Delta\psi \int \frac{dl_p}{B_p} R^2 \nabla\zeta \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\pi} = -\int \frac{dl_p d\psi}{B_p} \overleftrightarrow{\pi} : \nabla(R^2 \nabla\zeta) + \int \frac{dl_p}{B_p} R^2 \nabla\zeta \cdot \overleftrightarrow{\pi} \cdot \nabla\psi \Big|_1^2 .$$

Здесь двоеточие означает свертку тензоров $\overleftrightarrow{\pi}$ и $\nabla(R^2 \nabla\zeta)$. В случае тороидальной симметрии $\overleftrightarrow{\pi} : \nabla(R^2\nabla\zeta) = 0$. Поэтому можно написать [1]

$$\langle R^2 \nabla\zeta \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\pi}_j \rangle = \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial\psi} V' \langle R^2 \nabla\zeta \cdot \overleftrightarrow{\pi} \cdot \nabla\psi \rangle. \qquad (15)$$

В приближении слабой неоднородности, которое соответствует первому порядку разложения по ρ/r, существует единственное выделенное направление $\vec{b} = \vec{B}/B$. Из вектора $\vec{b}$ можно единственным образом образовать тензор с нулевым следом. Поэтому тензор вязкости в этом приближении должен иметь вид

$$\overleftrightarrow{\pi}_j^{(1)} = \frac{3}{2} \pi_\parallel (\vec{b}\vec{b} - \frac{\overleftrightarrow{I}}{3}). \qquad (16)$$

Такой тензор называют тензором в форме Чу — Гольдбергера — Лоу.

Здесь $\overleftrightarrow{I}$ — единичный тензор $I_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$. Величину $\pi_\parallel$ можно выразить через анизотропию давлений $\pi_\parallel = (2/3)(p_\parallel - p_\perp)$, которая в токамаке обусловлена столкновениями и различна в различных режимах соударений. В конечном счете $\overleftrightarrow{\pi}_j^{(1)}$ выражается через продольную вязкость и вторые производные от скоростей и не учитывает поперечной вязкости. Действительно, подставляя в выражение (15) тензор вязкости в виде (16), находим: $\langle R^2\nabla\zeta\cdot\nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi}_j\rangle = 0$. В этом приближении вязкая релаксация тороидального момента отсутствует.

Используя $\vec{u}_j$ в форме (9) и выражение для $\pi_\parallel$ из [2] или [3], найдем правую часть выражения (14). Сначала не будем учитывать для простоты вклад в $\pi_\parallel$ тепловых потоков (потом мы откажемся от этого предположения):

$$\pi_{\parallel j} = -\mu_{1j}\vec{b}(\vec{b}, \nabla)\vec{u}_j.$$

Здесь μ_{ij} — коэффициент продольной вязкости, который зависит от режима столкновений и вычисляется из кинетического уравнения. Легко видеть, что в этом приближении равновесная скорость полоидального вращения обращается в ноль, что верно лишь в случае нулевого градиента температуры. Однако этим выражением можно пользоваться при оценке времени торможения полоидального вращения.

Очевидно, что тороидальное вращение магнитных поверхностей как целого (каждая вращается со своей скоростью) не дает вклада в вязкую силу, поэтому остается вклад только от $u_j = K(\psi)B$. После несложных выкладок получим

$$\nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi} = \frac{3}{2}\left\{[\vec{b}\,\mathrm{div}\,\vec{b} + (\vec{b}, \nabla)\vec{b}]\pi_\parallel + \vec{b}(\vec{b}, \nabla)\pi_\parallel\right\} - \nabla\pi_\parallel/2$$

и окончательно [2]

$$\langle\vec{B}\cdot\nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi}_j\rangle = 3\mu_{1j}\langle\vec{b}\cdot\nabla|B|^2\rangle K(\psi). \qquad (17)$$

Представим уравнение (14) как уравнение потенциала φ. Умножая уравнение (9) дважды векторно на $\vec{B}$, а затем скалярно на B_p/B_p^2, получаем

$$\frac{\vec{u}_{j\perp}\cdot\vec{B}_p}{B_p^2} = \frac{RB_T}{B^2\langle R^2\rangle}(\langle R^2\nabla\zeta\cdot\vec{u}_j\rangle - K(\psi)RB_T). \qquad (18)$$

Из условия же равновесия выразим перпендикулярную составляющую скорости $u_{j\perp}$ через φ' и T_j':

$$u_{j\perp} = \frac{c}{B}\left(\frac{p_j'}{en_j} + \varphi'\right)[\vec{b}, \nabla\psi]. \qquad (19)$$

Комбинируя выражения (18) и (19), получаем

$$K(\psi) = \frac{1}{RB_\perp}\langle R^2 \nabla\zeta \cdot \vec{u}_j\rangle - RB_т \langle B_т^{-2}\rangle\left(\frac{T_j p_j'}{e_j p_j} + \varphi'\right). \qquad (20)$$

Подставим теперь выражения (7), (9), (11), (17) и (20) в уравнение (14). Полученное уравнение легко интегрируется, так как $P_т$ можно считать постоянным:

$$\varphi'(t) = \varphi_s' + [\varphi'(t_0) - \varphi_s']\exp[-(t - t_0)/\tau_p]. \qquad (21)$$

Здесь

$$\varphi_s' = \frac{1 + \kappa_p^{-1}}{c\sum\limits_j \mu_j}\sum_j \mu_j\left(\frac{\langle v_{1j} B\rangle}{RB_т} - \frac{P_т}{\sum\limits_j m_j n_j \langle R^2\rangle}\right), \qquad (22)$$

$$\tau_p = \frac{1}{3}(1 + 2\hat{q}^2)\frac{\langle B_\perp^2\rangle}{\langle(\vec{b}\cdot\nabla B)^2\rangle}\frac{\sum\limits_j m_j n_j}{\sum \mu_j}\frac{1 + \kappa_p^{-1}(\langle B^2\rangle/\langle B_p^2\rangle)(1 + 2\hat{q}^2)^{-1}}{1 + \kappa_p^{-1}}. \qquad (23)$$

Скорость диамагнитного дрейфа

$$V_{1j} = -\frac{RB_т T_j}{m_j \Omega_j}\frac{p_j'}{p_j}, \qquad (24)$$

$$\kappa_p = 4\pi\sum_j m_j n_j c^2 \frac{\langle R^2\rangle}{\langle R^2 B_p\rangle}. \qquad (25)$$

Величина κ_p — безразмерный параметр, равный по порядку величины квадрату отношения скорости света к альфвеновской (по полоидальному полю). Поэтому практически всегда можно считать $\kappa_p \gg 1$. При выводе этих соотношений считалось, что основной вклад в момент дает один сорт ионов. Используя коэффициенты μ_j, найденные из кинетического уравнения в [2] и переходя к пределу $\kappa_p \gg (B/B_p)^2$, согласно [1], получаем

$$\tau_p = \left(2 + \frac{1}{q^2}\right)\times\begin{cases} 1{,}29\,\epsilon^{3/2}\tau_{ii}, & \tau_{ii}\omega_{Ti} \gg \epsilon^{-3/2}\ (\text{бананы}),\\ \frac{2}{\sqrt{\pi}}\omega_{Ti}^{-1}, & 1 \ll \omega_{Ti}\tau_{ii} \ll \epsilon^{-3/2}\ (\text{плато}),\\ \omega_{Ti}^{-2}\tau_{ii}^{-1}, & \omega_{Ti}\tau_{ii} \ll 1\ (\text{Пфирш — Шлютер}). \end{cases} \qquad (26)$$

Здесь τ_{ii} — характерное время ион-ионных столкновений, $\omega_{Ti} = v_{Ti}/qR$ — ионная пролетная частота. В режимах Пфирша — Шлютера и плато эти результаты хорошо согласуются с результатами других работ. В режиме бананов результаты различных работ не согласуются. Так, Стикс [4] и Розенблют [5] получили соответственно времена в $\epsilon^{-1/2}$ и в $\epsilon^{-3/2}$ раз меньше, чем результат Хиршмана (26). К этому вопросу мы еще вернемся в разд. 5. Однако в любом случае время торможения полоидального вращения остается много меньше времени торможения тороидального, как вычисленного по неоклассической теории, так и экспериментально наблюдаемого.

Для того чтобы получить равновесное значение полоидальной скорости, надо учесть вклад в тензор вязкости тепловых потоков [6]. В первом по ρ/r приближении и при малых по сравнению с тепловой скоростях выражения, приведенные в [6], значительно упрощаются. По аналогии с тем, как мы представляли скорость, можно представить и тепловой поток:

$$\vec{q}_j = Q(\psi)\vec{B} + \frac{5}{2}p_j\langle V_{2j}B\rangle\frac{\vec{B}_\tau}{B_\tau^2}, \tag{27}$$

где $V_{2j} = -(B_\tau RT_j)/(m_j\Omega_j)$. Тогда с учетом теплового потока вязкую силу можно представить в виде [2]

$$\sum_j\langle\vec{B}\cdot\nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi}\rangle = 3\langle\vec{b}\cdot\nabla|B^2|\rangle\sum_j\left[\mu_{1j}K(\psi) + \frac{2}{5}\mu_{2j}\frac{Q(\psi)}{p_j}\right]. \tag{28}$$

В стационарном случае средний поток тепла вдоль тора равен нулю:

$$Q\langle B_\tau^2\rangle + \frac{5}{2}\langle V_{2j}B\rangle = 0. \tag{29}$$

Стационарное течение должно занулять и среднюю продольную вязкую силу. Если температуры электронов и ионов одного порядка, ток не слишком велик и скорость плазмы можно считать равной ионной скорости, то электронная вязкость в $\sqrt{m_i/m_e}$ раз меньше ионной. Из этих соображений находим

$$u_p = B_pK(\psi) = \frac{\mu_{2i}}{\mu_{1i}}\frac{\langle V_{2i}B\rangle}{\langle B_\tau^2\rangle}B_p. \tag{30}$$

Отношение μ_{2i}/μ_{1i} вычисляется из кинетического уравнения и зависит от режима столкновений (см., например, [7]):

$$\mu_{2i}/\mu_{1i} = \begin{cases} 1{,}17 \text{ (бананы)}, \\ -0{,}5 \text{ (плато)}, \\ -2{,}1 \text{ (Пфирш — Шлютер)}. \end{cases} \qquad (31)$$

Таким образом, скорость равновесного полоидального вращения оказывается порядка температурной дрейфовой скорости ионов.

Результаты (30) — (31) могут существенно измениться, если скорость тороидального вращения плазмы станет порядка тепловой. Равновесные полоидальные скорости для больших тороидальных скоростей были получены в [8] и [9]. В этом случае в режиме бананов отношение μ_{2i}/μ_{1i} меняется от 1,17 до 1,6 при изменении $\alpha = (m_i u_T^2)/(T_i + T_e)$ от нуля до бесконечности. В режиме плато при аналогичном изменении α отношение μ_{2i}/μ_{1i} меняет знак, если $\alpha \simeq 1$, и становится равным 3/2 (при $T_e = T_i$), если $\alpha \gg 1$. В [8] содержится критика предыдущих работ, результаты которых отличаются от результатов [8]. Дальнейшее уточнение результатов [8] проведено в [9].

Если в плазме течет большой ток, для определения равновесной полоидальной скорости необходимо учитывать электронную вязкость. Рассмотрим снова для простоты случай $\nabla T = 0$. Тогда уравнение для продольного баланса сил будет иметь вид [10]

$$\langle \vec{B}\cdot\nabla\cdot(\overleftrightarrow{\pi}_e + \overleftrightarrow{\pi}_i)\rangle = 3\langle \vec{b}\cdot\nabla|B^2|\rangle(\mu_{1e}K_e + \mu_{1i}K_i) = 0. \qquad (32)$$

Если учесть разность констант K_e и K_i для электронов и ионов, обусловленную продольным током $K_i - K_e = j/(enB)$, то (32) даст уже не нулевое значение полоидальной скорости ионов, а

$$u_{jp} = \frac{\mu_{1e}}{\mu_{1i}}\,\frac{j}{en}. \qquad (33)$$

Для оценки роли этой добавки сравним ее с полоидальной скоростью, обусловленной градиентом температуры:

$$\frac{u_{jp}}{u_p} = \frac{\mu_{1e}}{\mu_{2i}}. \qquad (34)$$

Подставляя сюда для оценки $\mu_{1e}/\mu_{2i} = \sqrt{m_e/m_i}$ и $j = cB/(2\pi Rq)$, получаем

$$\frac{u_{jp}}{u_p} \sim \frac{1}{\beta}\sqrt{m_e/m_i}\,\frac{L_T}{qR}, \qquad (35)$$

где $\beta = 4\pi p/B^2$, $L_T = (d\ln T_i/dr)^{-1}$. Из (35) видно, что токовые поправки могут оказаться существенными при низком давлении плазмы $\beta \lesssim 1\%$.

4. РЕЛАКСАЦИЯ ТОРОИДАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА. НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Как уже указывалось, релаксация тороидального импульса обеспечивается поперечной вязкостью, столкновениями с нейтралами и аномальными процессами. Данный раздел посвящен неоклассическим эффектам поперечной вязкости. Остановимся сначала на аксиально-симметричном случае. В приближении малой тороидальности тороидальная составляющая вязкой силы была получена в [11] для бананового режима и подтверждена позднее в [12]. Уравнение релаксации тороидальной скорости u_T приобретает вид

$$n\frac{\partial u_T}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[n\chi\left(r\frac{\partial u_T}{\partial r} + \frac{3{,}5\,c}{\theta}\frac{\partial}{\partial r}\frac{r\epsilon^{-1/2}}{eB_0}\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right]. \qquad (36)$$

Здесь $\chi = 0{,}1q^2\rho_i^2\,\nu_{ii}$ — коэффициент поперечной замагниченной вязкости, $\theta = B_p/B_T$. Первый член в правой части (36) — это обычная диффузия импульса, второй же соответствует чисто неоклассическому эффекту — трению между пролетными и запертыми частицами. Качественно этот эффект будет рассмотрен в разд. 5. В стационарном режиме из уравнения баланса тепла в [11] получено: $T = T_0\ (1 - \epsilon^{7/2})$, найдена равновесная тороидальная скорость и равновесный электрический потенциал:

$$u_T = 25\,q\left(\frac{R}{a}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{a} - 1\right)\frac{\rho_i}{a}\sqrt{T_0/m_i}\,, \qquad (37)$$

$$e\varphi = -6\,T_0\left(\frac{R}{a}\right)^{1/2}\left[1 - 3\left(\frac{r}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{r}{a}\right)^3\right]. \qquad (38)$$

При переходе к режиму Пфирша — Шлютера или плато диффузионный член сохраняет свой вид, меняется лишь коэффициент вязкости. В [12] из кинетического уравнения с модельным столкновительным членом получен коэффициент поперечной вязкости, который хорошо работает при малых и больших ν_{ii} и качественно описывает режим плато:

$$\chi = \rho_i^2 q^2\,\frac{0{,}2\,\nu_{ii}}{\nu_*^2 + 0{,}7}, \qquad (39)$$

где $\nu_* = \sqrt{2}(r\nu_{ii}/\theta\ v_{Ti})$, v_{Ti} — тепловая скорость ионов. В режиме бананов $\nu_* \ll 1$ и вязкость пропорциональна ν_{ii}. В сильно столкновительном режиме $\nu_* \gg 1$ и $\chi \sim 1/\nu_{ii}$. Часть вязкой силы, пропорциональной градиенту температуры, для Пфирш-Шлютеровского режима была найдена в [13]. Обычным диффузионным членом в этом случае можно пренебречь. Уравнение для тороидального момента приобретает вид

$$m_i \langle \frac{\partial}{\partial t} Rnu_T \rangle = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}[r\gamma p \frac{\partial \ln T_i}{\partial r}(1{,}1\epsilon^2 \frac{\partial \ln T_i}{\partial r} + \frac{e}{T_i} \frac{\partial \varphi}{\partial r})], \qquad (40)$$

где $\gamma = 1{,}3(\rho_i^2 q^3)/(\Omega_i \epsilon)\nu_{ii}$. В стационарном случае легко находим амбиполярное электрическое поле:

$$e \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\epsilon^2 \frac{\partial T_i}{\partial r} \ll T_i \frac{\partial \ln T_i}{\partial r}. \qquad (41)$$

Используя выражения (9) и (11) для скорости плазмы и равновесное значение полоидальной скорости (30), в приближении $\epsilon \ll 1$, $\theta \ll 1$ находим

$$nu_T \approx nu_\| = -\frac{c}{eB_p}(\frac{\partial p_i}{\partial r} + 2{,}1 n \frac{\partial T_i}{\partial r}). \qquad (42)$$

В режиме плато выражение для вязкой силы оказывается чрезвычайно громоздким. Качественно его структура исследовалась в [12].

Все приведенные здесь результаты предполагают аксиальную симметрию токамака, которая может быть нарушена по различным причинам, в частности из-за гофрировки продольного поля. В этом случае тороидальная скорость будет меняться вдоль магнитной поверхности и тормозить тороидальное вращение будет уже не малая поперечная, а большая продольная вязкость. При этом частицы, запертые в гофрах, и частицы, запертые в бананах, могут оказаться в разных столкновительных режимах. Однако делая весьма грубое предположение о том, что все частицы находятся в одинаковых режимах, можно получить для режима бананов

$$\frac{\partial}{\partial t} nu_T = -8{,}25\,\delta^{3/2} g(\lambda)\epsilon^2 (\frac{\theta v_{Ti}}{r\nu_{ii}})^2 n\nu_{ii}(u - u_b). \qquad (43)$$

Здесь магнитное поле выбиралось в виде $\vec{B} = [B_0/(1 + \epsilon\cos\theta)]\left\{[1 - \delta(r)\cos N\zeta]\vec{e}_T + \vec{B}_p/B_0\right\}$, δ — глубина гофрировки;

$$g(\lambda) = \begin{cases} 1 - 3\lambda, & \lambda \ll 1, \\ 0{,}02\,\lambda^{-3}, & \lambda \gg 1, \end{cases}$$

$\lambda = \dfrac{\theta}{N\delta}$; $u_b = -3{,}57(c/eB_p)(\partial T_i/\partial r)$. Этот результат был получен Розенблютом и приведен в [12].

В режиме частых столкновений

$$\frac{\partial}{\partial t} n u_T = -1{,}2\left(\frac{\theta v_{Ti}}{\nu_{ii} r}\right)^2 \epsilon^2 \frac{(N\delta)^2}{(N\delta)^2+\theta^2} \nu_{ii} n u_T, \tag{44}$$

а в режиме плато

$$\frac{\partial}{\partial t} n u_T = -1{,}77 \frac{(\theta\delta)^2}{N}\left(1+\frac{\theta^2 N^2}{2}\right)\frac{v_{Ti}}{R} u_T. \tag{45}$$

Из формул (44) и (45) видно, что в столкновительных режимах, в отличие от бананового (см. формулу (43)), гофры должны полностью остановить тороидальное вращение. К аналогичному выводу пришли авторы [7].

Однако ни неоклассическая вязкость в аксиально-симметричном случае, ни учет трения о нейтралы, ни учет горфировки продольного поля не позволяют объяснить экспериментальные значения времени релаксации тороидального момента, которые оказываются значительно меньше теоретических [14,.15].

В [16] была предпринята попытка объяснить диссипацию тороидального момента за счет комбинированного действия инерционного перераспределения плотности по магнитной поверхности и бесстолкновительной поперечной вязкости (гировязкости), которая много больше столкновительной поперечной вязкости, но при вращении каждой магнитной поверхности как целого не дает вклада в релаксацию вращения. Однако, на наш взгляд, авторы недостаточно корректно провели рассмотрение корреляции инерционных возмущений плотности и скорости и вследствие этого пришли к неверному выводу.

Таким образом, для объяснения экспериментального времени релаксации тороидального момента необходимо привлекать аномальные механизмы. Этот вопрос мы рассмотрим в разд. 6.

5. ПЕРЕНОС ИСМПУЛЬСА В БАНАНОВОМ РЕЖИМЕ. КАЧЕСТВЕННОЕ РАССМОТРЕНИЕ

В предыдущем разделе мы привели результаты неоклассической теории переноса импульса, полученные из кинетического рассмотрения. Как уже указывалось, неоклассический механизм — не единственный механизм переноса в токамаке и теория нуждается в дальнейшем развитии. Поэтому важно иметь простую качественную картину переноса импульса.

Как видно из гидродинамики, вклад в перенос импульса дают вязкая сила и сила трения о "третий компонент" — о нейтральный газ, об электромагнитные флуктуации и т.п. В довольно грубом приближении к такому трению можно отнести и взаимодействие с частицами, запертыми в гофрах.

Рассмотрим наиболее простой случай аксиально-симметричной (простой) плазмы. В этом случае к переносу импульса приводит лишь вязкость, т.е. трение между различными группами частиц одного сорта. Средняя скорость запертых частиц определяется градиентами температуры, плотности и потенциала, т.е. зависит от столкновений лишь косвенно, в то время как продольная скорость пролетных частиц устанавливается непосредственно в результате столкновений. Поэтому для вычисления вязкой силы достаточно ограничиться вычислением силы, действующей в направлении магнитного поля на пролетные частицы.

Рассмотрим тонкий слой пролетных частиц, движущихся со средней параллельной скоростью $\bar{u}_j$ вблизи данной магнитной поверхности. Во-первых, на этот слой действует сила трения со стороны пролетных частиц, приходящих из других слоев со своими скоростями u_j :

$$R^j_{uu} = nm_j\nu_{jj}\overline{(u_j - \bar{u}_j)}\,. \tag{46}$$

Здесь черта означает усреднение по области, из которой могут приходить пролетные частицы. Толщина этой области — порядка отклонения дрейфовой орбиты пролетной частицы $\Delta x_u \sim \rho_j q$. Разлагая в ряд по x уравнение $u_j = \bar{u}_j + (\partial\bar{u}_j/\partial x)\Delta x + (\partial^2\bar{u}_j/\partial x^2)(\Delta x^2/2)$ и выполняя усреднение, получаем

$$R^j_{uu} \simeq nm_j\nu_{jj}\rho_j^2 q^2 \frac{\partial^2\bar{u}_j}{\partial x^2}\,. \tag{47}$$

Во-вторых, на этот слой действует сила трения со стороны запертых частиц, доля которых составляет $\sqrt{\epsilon}$:

$$R^j_{ut} = n\sqrt{\epsilon}\, m_j\nu_{jj}(\bar{v}_j - \bar{u}_j). \tag{48}$$

Здесь $\bar{v}_j$ — средняя скорость запертых частиц.

В третьих, на пролетные частицы со стороны запертых действует также термосила, связанная с тем, что частота кулоновских столкновений очень сильно зависит от относительной скорости сталкивающихся частиц ($\nu_{ii} \sim \sim v^{-3}_{\text{отн}}$) [17]. Если даже сила трения (48) обращается в нуль, то на пролетные частицы будет действовать сила, связанная с тем, что запертые частицы, движущиеся по полю на данной магнитной поверхности, приходят из более холодной области и сталкиваются с пролетными чаще, чем запертые частицы, приходящие из более горячей области и движущиеся против поля. Запертые частицы, движущиеся по полю и против поля соответственно, действуют на пролетные с силой

$$R_{\pm} = m_j n \nu_{jj}^{\pm} v_j^{\pm} / \sqrt{\epsilon} = m_j n \nu_{jj} v_{Tj}^{\pm} . \qquad (49)$$

Здесь учтено, что наибольший вклад в силу $R_{\pm}$ дают частицы с максимально возможными для запертых частиц скоростями $v_j^{\pm} \sim v_{Tj}^{\pm}\sqrt{\epsilon}$, а для них эффективная частота столкновений с пролетными частицами равна ν_{ii}/ϵ. Мы пренебрегли также средней скоростью пролетных частиц, которая мала по сравнению с $v_{Tj}\sqrt{\epsilon}$:

$$R_{\tau} = R_{+} - R_{-} \sim m_j n \frac{\partial}{\partial x} \nu_{jj} v_{Tj} |\Delta x| . \qquad (50)$$

Учитывая, что Δx — порядка ширины банана $\rho_j q/\sqrt{\epsilon}$, а $\nu_{jj} v_{Tj} \sim 1/T$, получаем

$$R_{\tau} \sim \frac{m_j n}{T_j} \nu_{jj} v_{Tj} \frac{\rho_j q}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\partial T_j}{\partial x} . \qquad (51)$$

Разлагая R_{τ} в ряд по x и выполняя усреднение по слою толщиной порядка ширины банана $\rho_j q/\sqrt{\epsilon}$, окончательно имеем

$$\overline{R}_{\tau}^{j} = \frac{nq}{\Omega_j} \frac{\nu_{jj}}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\partial T_j}{\partial x} + \frac{\rho_j^2 q^2}{\epsilon} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{nq\nu_{jj}}{\Omega_j \sqrt{\epsilon}} \frac{\partial T_j}{\partial x} . \qquad (52)$$

Суммируя формулы (47), (48) и (52), получаем вязкую силу

$$F_j = R_{uu}^{j} + R_{ut}^{j} + \overline{R}_{\tau}^{j} = n m_j \nu_{jj} [\sqrt{\epsilon} (\overline{v}_j - \overline{u}_j + \frac{1}{m_j \Omega_j \theta} \frac{\partial T_j}{\partial x}) +$$

$$+ \rho_j^2 q^2 (\frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x^2} + \frac{\rho_j^2 q^2}{n \theta \nu_{jj}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{n \nu_{jj}}{m_j \Omega_j \sqrt{\epsilon}} \frac{\partial T_j}{\partial x})] . \qquad (53)$$

Очевидно, что в перенос импульса подавляющий вклад будет давать ионная вязкость, так как $\nu_{ii} \sim (m_i/m_e)\, \nu_{ee}$. Тогда из формулы (53) видно, что прежде всего в нулевом по ρ/r порядке установится равновесие между скоростями пролетных и запертых ионов и скоростью, возникающей вследствие термосилы:

$$\overline{u}_i = \overline{v}_i + \frac{1}{\theta m_i \Omega_i} \frac{\partial T_i}{\partial x} . \qquad (54)$$

Исходя из этой формулы, найдем равновесную полоидальную скорость. Она складывается из проекций на полоидальное направление продольной и поперечной скоростей. Поперечные (дрейфовые) скорости пролетных и запертых частиц совпадают. Из формулы (54) видно, что если пренебречь градиентом температуры, то совпадают и их продольные скорости. Однако полоидальная скорость запертых частиц равна нулю. Следовательно, в случае $\nabla T = 0$ полоидальная скорость пролетных частиц равна нулю. Учет градиента температуры приводит к появлению полоидальной скорости:

$$u_p \simeq \frac{c}{eB_0} \frac{\partial T_i}{\partial x}. \qquad (55)$$

Время релаксации полоидального импульса оказывается порядка

$$\tau_p \sim \tau_{ii}/\sqrt{\epsilon}. \qquad (56)$$

Таким образом, элементарная оценка дает для τ_p несколько заниженный результат, отличающийся от результата Розенблюта [5] множителем $\epsilon^{-1/2}$. Учитывая грубость использованной модели, такое различие можно считать несущественным. Значительно большее различие результат (56) имеет с результатами Хиршмана ($\tau_p \sim \epsilon^{3/2}\tau_{ii}$) [1] и Стикса ($\tau_p \sim \epsilon\,\tau_{ii}$) [4].

Из формулы (53) можно получить и уравнение для торможения тороидального вращения. Действительно, параллельная составляющая вязкой силы при $\theta \ll 1$ практически совпадает с тороидальной составляющей. Для времен, превышающих τ_p, в нулевом по ρ/r приближении имеем выражение (54), а в следующем получаем

$$F_i = m_i \rho_i^2 q^2 \left(n\nu_{ii} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x^2} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{n\nu_{ii}}{m_i \Omega_i \sqrt{\epsilon}} \frac{\partial T_i}{\partial x}\right). \qquad (57)$$

Это выражение имеет вид, аналогичный правой части выражения (36), полученного из кинетического уравнения. Как уже указывалось, второй член в правой части выражения (36) появился вследствие того, что в тензор вязкости входят производные не только скорости, но и потока тепла. Из элементарного рассмотрения видно, что вклад в тензор вязкости, связанный с потоком тепла, своим происхождением обязан термосиле. Эта термосила возникает при взаимодействии между собой различных групп частиц одного сорта. В банановом режиме это продольная термосила взаимодействия между пролетными и запертыми частицами.

Если в плазме имеется заметная примесь нейтралов, то значительная часть тороидального импульса может диссипировать вследствие трения о нейтралы, т.е. вследствие перезарядки и ионизации. Соответствующую силу трения

$$R_N = m_i n \nu_{cx}(\bar{u}_i - \bar{u}_n) \tag{58}$$

можно просто аддитивно добавить в правую часть уравнения (57) или (36). Как уже указывалось, при слабой гофрировке магнитного поля взаимодействие с частицами, запертыми в гофрах, можно представить как дополнительную среднюю силу трения. Именно так получены результаты, приведенные в предыдущем разделе и взятые из [12].

6. РОЛЬ АНОМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Для описания вращения плазмы с учетом аномальных процессов и затухания тороидального момента воспользуемся гидродинамическим описанием неоклассического переноса. Без учета градиента температуры уравнения баланса продольных сил для электронов и ионов имеют вид.

$$\begin{aligned} &enE_\parallel + m_e n\nu_{ei}(u_i - u_e) + \mu_e(u_e^* + u_E - u_e) = 0, \\ &-enE_\parallel + m_e n\nu_{ei}(u_e - u_i) + \mu_i(u_i^* + u_E - u_i) = 0, \end{aligned} \tag{59}$$

где $u_E = cE_r/B_p$, $u_j^* = (c/en.B_p)(dp_j/dr)$ — скорости электрического и диамагнитного дрейфов, определенные по полю тока. Коэффициенты продольной вязкости μ_e и μ_i меняются в зависимости от режима столкновений; $\mu_j \simeq m_j n\nu_{jj}\sqrt{\epsilon}$ в банановом режиме и $\mu_j \simeq m_j n\epsilon^2 v_{Tj}/qR$ в режиме плато. Неоклассические радиальные потоки находят из тороидального баланса сил:

$$\begin{aligned} &v_{re}^{nc} = \frac{c}{neB_p}[enE_\parallel + m_e n\nu_{ei}(u_i - u_e)], \\ &v_{ri}^{nc} = -\frac{c}{neB_p}\Big[-enE_\parallel + m_e n\nu_{ei}(u_e - u_i) - \frac{m_i n}{\tau_T}u_i\Big]. \end{aligned} \tag{60}$$

В условиях существования аномальных транспортных процессов уравнения (59) и (60) необходимо дополнить выражениями для скорости аномальной диффузии:

$$v_{re}^{an} = D_e^{an}\frac{eB_p}{cT_e}(u_e^* + u_E), \tag{61}$$

$$v_{ri}^{an} = D_i^{an} \frac{eB_p}{cT_i} (u_i^* + \kappa u_E), \tag{61}$$

и условия амбиполярности

$$v_{ri}^{nc} + v_{ri}^{an} = v_{re}^{nc} + v_{re}^{an}. \tag{62}$$

Коэффициент κ введен в формулу (61) для ионов с целью подчеркнуть возможную роль надтепловых частиц в ионном аномальном переносе (например, гофрировочном), когда коэффициент κ равен T/W, где W — характерная энергия частиц, дающих вклад в перенос.

Решение уравнений (59) — (62) дает следующее выражение для скорости тороидального вращения:

$$u_T = \frac{c}{enB_p}[(1-\kappa)D_i^{an}\frac{\partial p_i}{\partial r} - \frac{T_i}{T_e}D_e^{an}\frac{\partial(p_i+p_e)}{\partial r}]/D_t\Delta, \tag{63}$$

где

$D_t = \rho_{ip}^2/\tau_T = (T_i m_i c^2)/(e^2 B_p^2 \tau_T)$; $\Delta = 1 + (1/D_t + 1/\chi_i)[(T_i/T_e)D_e^{an} + \kappa D_i^{an}]$,

$\chi_i = [(T_i c^2)/(ne^2 B_p^2)]\mu_i$ — неоклассическая ионная теплопроводность. Если $D_i^{an} = D_e^{an} = 0$, то из (63) следует, что $u_T = 0$, что естественно, если не учитывать градиент температуры. Учет аномальных процессов в скорости вращения важен при $D_{an} \gtrsim D_t$. В пределе $D_{an} \gg D_t$ тороидальное вращение полностью определяется аномальными эффектами:

$$u_T = \frac{c}{enB_p}[(1-\kappa)D_i^{an}\frac{\partial p_i}{\partial r} - \frac{T_i}{T_e}D_e^{an}\frac{\partial(p_i+p_e)}{\partial r}]/(\kappa D_i^{an} + \frac{T_i}{T_e}D_e^{an}). \tag{64}$$

Как уже указывалось, ни неоклассическая поперечная вязкость, ни учет гофрировки продольного поля, ни трение о нейтралы не позволяют объяснить времени релаксации тороидального вращения, наблюдаемого экспериментально. Поэтому в [18] был предложен механизм аномальной вязкости, связанный с микротурбулентностью и перезамыканием силовых линий на масштабах бесстолкновительного скин-слоя c/ω_{pe} ($\omega_{pe}^2 = 4\pi ne^2/m_e$). Оценки времени релаксации тороидального вращения, полученные в этой работе для случая $\beta < m_e/m_i$ и в работе [19] для случая $\beta \gtrsim m_e/m_i$, можно объединить аппроксимационной формулой

$$\tau_T \sim \tau_E \frac{m_e}{m_i\beta}[1 + (\frac{m_e}{m_i\beta})^2]^{-1}. \tag{65}$$

Эта формула демонстрирует хорошее согласие с экспериментами на PLT [14], PDX [15] и ISX-B [20]. Однако рассмотренный в [18] и [19] механизм переноса является лишь одним из возможных механизмов. Поэтому теория аномального переноса импульса, так же как и вообще теория аномальных переносов, требует дальнейшего развития.

Список литературы

1. Hirsman S.P. The ambipolarity paradox in toroidal diffusion. – Nucl Fusion, 1978, vol. 18, № 7, p. 917 – 927.
2. Hirsman S.P. Moment equation approach to neoclassical transport theory. – Phys. of Fluids, 1978, vol. 21, № 2, p. 224 – 229.
3. Михайловский А.Б., Цыпин В.С. Вязкость столкновительной плазмы в криволинейном магнитном поле и дрейфовое равновесие (вращение) плазмы. – Физика плазмы, 1984, т. 10, № 1, с. 92 – 95.
4. Stix T.H. Decay of Poloidal rotation in a tokamak plasma. – Phys. of Fluids, 1973, vol. 16, № 8, p. 1260 – 1267.
5. Rosenbluth M.N. Neoclassical theory of rotational decay in tokamaks. – Bull. Amer. Phys. Soc., 1973, vol. 18, p. 1337.
6. Mikhaylovskii A.B., Tsypin V.S. Transport equations and gradient instabilities in a high prassure collisional plasma. – Plasma Phys., 1971, vol. 13, № 9, p. 785 – 798.
7. Михайловский А.Б., Цыпин В.С. Релаксация вращения плазмы в токамаке при наличии сторонних сил и гофрировки магнитного поля. – Физика плазмы, 1984, т. 10, № 2, с. 245 – 253.
8. Михайловский А.Б. Вращение плазмы в токамаке с большой тороидальной скоростью. – Физика плазмы, 1983, т. 9, № 5, с. 926 – 927.
9. Цыпин В.С. Вращение и перенос столкновительной плазмы в токамаке. – Физика плазмы, 1985, т. 11, № 10, с. 1163 – 1166.
10. Bugarya V.I., Gorshkov A.V., Grashin S.A. et al. Measurements of plasma column rotation and potential in the TM-4 tokamak. – Nucl. Fusion 1985, vol. 25, p. 1707 – 1717.
11. Rosenbluth M.N., Rutherford P.H., Taylor J.B. et al. Neoklassical effects on plasma equilibria and rotation. – In: Plasma Phys. Contr. Nucl. Fusion Res. – Vienna: IAEA, 1971, vol. 1, p. 495 – 507.
12. Tsang K.T., Frieman E.A. Toroidal plasma rotation in axisymmetric and slightly nonaxisymmetric systems. – Phys of Fluids, 1976, vol. 19, № 5, p. 747 – 756.
13. Hazeltine K.D. Rotation of a toroidally confined collisional plasma. –

Phys of Fluids, 1974, vol. 16, № 5, p. 961 – 968.

14. Suckewer S., Eubank H.P., Goldston R.J. et al. Toroidal plasma rotation in the PLT tokamak with neutral-beam injection. – Nucl. Fusion, 1981, vol. 21, № 10, p. 1301 – 1309.
15. Bran K., Bitter M., Goldston R.J. et al. Plasma rotation in the PDX-tokamak. – Nucl. Fusion, 1983, vol. 23, № 12, p. 1643 – 1655.
16. Stacey W.M., Sigmar D.J. Viscous effects in a collisional tokamak plasma with strong rotation. – Phys. of Fluids, 1985, vol. 28, № 9, p. 2800 – 2807.
17. Брагинский С.И. Уравнения переноса в плазме. – В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М.А. Леонтовича. – М.: Атомиздат, 1963, с. 183 – 272.
18. Кадомцев Б.Б., Морозов Д.Х., Погуце О.П. Аномальная вязкость и вращение плазмы в токамаке. – Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, № 2, с. 80 – 82.
19. Морозов Д.Х., Погуце О.П. Уравнения переноса для бесстолкновительной плазмы в сильном магнитном поле. – Физика плазмы, 1986, 12, № 6, с. 666 – 676.
20. Isler R.C., Wootton A.J., Murray L.E. et al. Rotation scalings and momentum confinement in neutral-beam-injected ISX-B Plasmas. – Nucl. Fusion, 1986, vol. 26, p. 391 – 413.

Редактор О.В. Базанова
Технический редактор Н.А. Малькова
Корректор М.С. Курзова

Подписано в печать 22.10.86. Т-22719. Формат 60x90/16
Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,2. Уч.-изд. л. 1,1
Тираж 140. Цена 15 коп. Заказ 332. Индекс 3624

Подготовлено к изданию и отпечатано
в Институте атомной энергии им. И.В. Курчатова
123182, Москва, пл. Академика Курчатова

Препринт ИАЭ-4357/6. М., 1986